

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + 2\bar{z}$.

b) Giải phương trình $\log_2 x = 3 - \log_2(x+2)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{(2x^2+1)^3} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho góc α thỏa mãn $5\sin 2\alpha - 6\cos \alpha = 0$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(2015\pi - \alpha) - \cot(2016\pi + \alpha).$$

b) Cho đa giác đều 12 đỉnh, trong đó có 7 đỉnh tô màu đỏ và 5 đỉnh tô màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là 3 trong 12 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm cạnh BC, N là trung điểm cạnh CC' . Tính theo a thể tích khối chóp $A.BB'C'C$ và khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'N)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y - 2 + \sqrt{xy - y^2} + x - y = 0 \\ 3\sqrt{8-x} - 4\sqrt{y+1} = x^2 - 14y - 12 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, phương trình đường thẳng AH là $3x - y + 3 = 0$, trung điểm của cạnh BC là $M(3; 0)$. Gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B và C đến AC và AB, phương trình đường thẳng EF là $x - 3y + 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm A, biết A có hoành độ dương.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{4a}{b} \left(1 + \frac{2c}{b}\right) + \frac{b}{a} \left(1 + \frac{c}{a}\right) = 6$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{bc}{a(b+2c)} + \frac{2ca}{b(c+a)} + \frac{2ab}{c(2a+b)}$.

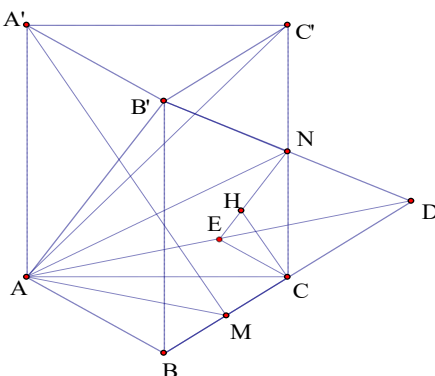
Hết

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

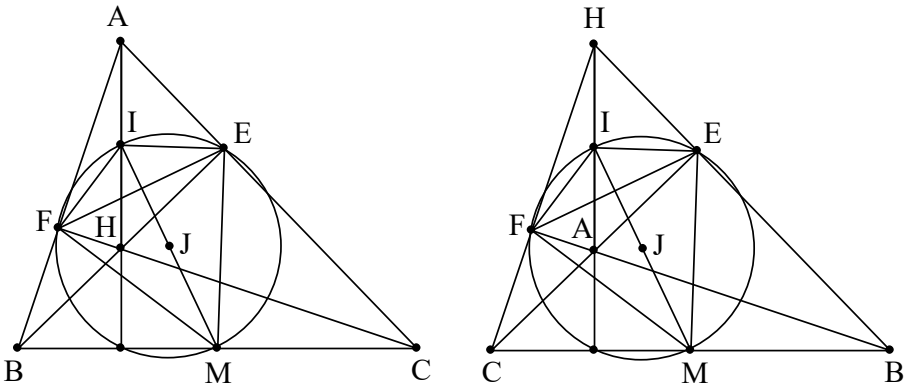
Câu	Đáp án (Trang 1)		Điểm																		
Câu 1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 1}$.																				
	* Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ * Sự biến thiên: $y' = \frac{2}{(x - 1)^2}$ Vì $y' > 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1), (1; +\infty)$.		0,25																		
	Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; tiệm cận đứng $x = 1$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$.		0,25																		
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td></tr></table>		x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		+		+		y			$+\infty$		2	0,25
	x	$-\infty$		1		$+\infty$															
y'		+		+																	
y			$+\infty$		2																
* Đồ thị : 		0,25																			
Câu 2 (1,0 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2).e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$.																				
	Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$, $f'(x) = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}$		0,25																		
	$\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in (-1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ x \in (-1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$		0,25																		
	$f(1) = -e^2, f(-1) = \frac{-1}{e^2}, f(2) = 2e^4$.		0,25																		
	GTLN của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $2e^4$, khi $x = 2$, GTLN của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $-e^2$, khi $x = 1$.		0,25																		

Câu	Đáp án (Trang 2)	Điểm
Câu 3	a) (0,5) Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + 2\bar{z}$.	

(1,0 điểm)	$(2+i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = 1-2i$	0,25
	$w = iz + 2\bar{z} = i(1-2i) + 2(1+2i) = 4+5i$. Vậy $ w = \sqrt{41}$	0,25
	b) (0,5) Giải phương trình $\log_2 x = 3 - \log_2(x+2)$ (1).	
	Điều kiện: $x > 0$ (*). (1) $\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 2x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 8$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4$ hoặc $x = 2$. Kết hợp với điều kiện (*) suy ra phương trình (1) có một nghiệm $x = 2$.	0,25
	Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{(2x^2+1)^3} dx$.	
	Đặt $t = 2x^2 + 1 \Rightarrow dt = 4xdx$ $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 3$	0,25
	Khi đó $I = \frac{1}{4} \int_1^3 \frac{1}{t^3} dt \quad (0,25) = \frac{-1}{8t^2} \Big _1^3 = \frac{1}{9} \quad (0,25)$	0,5
Câu 5 (1,0 điểm)	Cho điểm $A(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3.	
	Một vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; 1; -2)$.	0,25
	Mặt phẳng (P) qua A và nhận vector $\vec{u} = (2; 1; -2)$ làm vector pháp tuyến nên phương trình của nó là $2(x+2) + y - 3 - 2(z-1) = 0$ hay $2x + y - 2z + 3 = 0$.	0,25
	Vì M thuộc d nên $M(3+2t; 2+t; 1-2t)$. Khoảng cách từ M đến (P) là: $d(M, (P)) = \frac{ 2(3+2t) + 2 + t - 2(1-2t) + 3 }{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3t + 3 $	0,25
	$d(M, (P)) = 3 \Leftrightarrow 3t + 3 = 3 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = -2$. Vậy $M(3; 2; 1)$ hoặc $M(-1; 0; 5)$.	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	a) (0,5) Cho góc α thỏa mãn $5\sin 2\alpha - 6\cos \alpha = 0$ (1) và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(2015\pi - \alpha) - \cot(2016\pi + \alpha)$.	
	Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0, \cot \alpha > 0$.	
	(1) $\Leftrightarrow 10\sin \alpha \cdot \cos \alpha - 6\cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha \cdot (5\sin \alpha - 3) = 0 \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$ (vì $\cos \alpha > 0$)	0,25
	$\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{4}{3}$ (vì $\cot \alpha > 0$) $A = \sin \alpha + \sin \alpha - \cot \alpha = 2\sin \alpha - \cot \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} - \frac{4}{3} = -\frac{2}{15}$	0,25
	b) (0,5) Cho đa giác đều 12 đỉnh, trong đó có 7 đỉnh tô màu đỏ và 5 đỉnh tô màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là 3 trong 12 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu.	
Câu 7	Số phần tử của không gian mẫu là: $ \Omega = C_{12}^3 = 220$	0,25
	Gọi A là biến cố chọn được tam giác có 3 đỉnh cùng màu. Số kết quả thuận lợi cho A là: $ \Omega_A = C_7^3 + C_5^3 = 45$. Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{9}{44}$.	0,25
Câu	Đáp án (Trang 3)	Điểm

(1,0 điểm)		Tam giác ABC đều cạnh a và M là trung điểm BC nên: $AM \perp BC \text{ và } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $AM \perp BC$ và $AA' \perp BC \Rightarrow A'M \perp BC$ $\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $\angle A'MA = 60^0$. Tam giác $A'MA$ vuông tại A nên: $AA' = AM \cdot \tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$	0,25
	Diện tích hình chữ nhật $BB'C'C$ là: $S_{BB'C'C} = BB' \cdot BC = \frac{3a^2}{2}$ $AM \perp BC$ và $AM \perp BB' \Rightarrow AM \perp (BB'C'C)$ Thể tích khối chóp S.ABCD là: $\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{BB'C'C} \cdot AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$	0,25	
	Trong mặt phẳng $(BB'C'C)$, $B'N$ cắt BC tại D. Khi đó: C là trung điểm BD và $\angle BAD = 90^0$ Gọi E là trung điểm AD, ta có: $CE \perp AD$. Đặt $CH \perp NE$ ($H \in NE$). $AD \perp CE$ và $AD \perp CN \Rightarrow AD \perp (CNE) \Rightarrow AD \perp CH$ $CH \perp NE$ và $CH \perp AD \Rightarrow CH \perp (AB'N)$.	0,25	
	Ta có: $CE = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$, $CN = \frac{1}{2} CC' = \frac{3a}{4}$ $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CE^2} + \frac{1}{CN^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{16}{9a^2} = \frac{52}{9a^2} \Rightarrow CH = \frac{3a}{2\sqrt{13}}$ Do đó: $d(M, (AB'N)) = \frac{3}{2} d(C, (AB'N)) = \frac{3}{2} CH = \frac{9a}{4\sqrt{13}}$	0,25	
Câu 8 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình (I) $\begin{cases} x - 3y - 2 + \sqrt{xy - y^2 + x - y} = 0 \\ 3\sqrt{8 - x} - 4\sqrt{y + 1} = x^2 - 14y - 12. \end{cases}$		
	(I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + \sqrt{(x - y)(y + 1)} - 2(y + 1) = 0 & (1) \\ 3\sqrt{8 - x} - 4\sqrt{y + 1} = x^2 - 14y - 12 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \leq 8, y \geq -1, (x - y)(y + 1) \geq 0 (*)$ Nếu $(x ; y)$ là nghiệm của hệ (I) thì $y > -1$. Suy ra $x - y \geq 0$.	0.25	
	Do đó: (1) $\Leftrightarrow \frac{x - y}{y + 1} + \sqrt{\frac{x - y}{y + 1}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{x - y}{y + 1}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x - y}{y + 1} = 1 \Leftrightarrow x = 2y + 1$	0.25	
	Thay $x = 2y + 1$ vào (2) ta được: $3\sqrt{7 - 2y} - 4\sqrt{y + 1} = (2y + 1)^2 - 14y - 12 \Leftrightarrow 4\sqrt{y + 1} - 3\sqrt{7 - 2y} + 4y^2 - 10y - 11 = 0$ $\Leftrightarrow 4(\sqrt{y + 1} - 2) - 3(\sqrt{7 - 2y} - 1) + 4y^2 - 10y - 6 = 0$ $\Leftrightarrow (y - 3) \left(\frac{2}{\sqrt{y + 1} + 2} + \frac{3}{\sqrt{7 - 2y} + 1} + 2y + 1 \right) = 0 \quad (3)$	0.25	
	Vì $-1 < y \leq \frac{7}{2}$ nên $\frac{2}{\sqrt{y + 1} + 2} \geq \frac{2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{7 - 2y} + 1} > \frac{3}{4}, 2y + 1 > -1$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{y + 1} + 2} + \frac{3}{\sqrt{7 - 2y} + 1} + 2y + 1 > 0. \text{ Do đó: } (3) \Leftrightarrow y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = 3$ $\Rightarrow x = 7$ (thỏa $(*)$). Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x ; y) = (7 ; 3)$.	0.25	

Câu	Đáp án (Trang 4)	Điểm
Câu 9	Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có trục tâm H, phương trình đường	

(1,0 điểm)	thẳng AH là $3x - y + 3 = 0$, trung điểm của cạnh BC là $M(3; 0)$. Gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B và C đến AC và AB, phương trình đường thẳng EF là $x - 3y + 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm A, biết A có hoành độ dương.	
		
Gọi I trung điểm AH. Tứ giác AEHF nội tiếp và bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn nên $IM \perp EF$ (đoạn nối tâm vuông góc với dây chung). Ta có: $\angle IEF = \angle ABE$ (cùng phụ góc A hoặc cùng phụ góc EHF) và: $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle EMF = \angle IME$ $\Rightarrow \angle MEI = 90^\circ \Rightarrow \angle MFI = \angle MEI = 90^\circ$. Do đó tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính IM, tâm là trung điểm J của IM. (Đường tròn (J) là đường tròn Euler)		0.25
Đường thẳng IM qua M và vuông góc EF nên có phương trình: $3x + y - 9 = 0$. I là giao điểm của AH và IM nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow I(1; 6)$.		0.25
Đường tròn đường kính IM có tâm $J(2; 3)$ và bán kính $r = JM = \sqrt{10}$ nên có phương trình: $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$. Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 3y + 7 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 7 \\ (y - 3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow E(5; 4) \text{ hoặc } E(-1; 2)$.		0.25
Vì $A \in AH$ nên $A(a; 3a + 3)$ Ta có: $IA = IE \Leftrightarrow IA^2 = IE^2 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (3a - 3)^2 = 20 \Leftrightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$ Vì A có hoành độ dương nên $A(1 + \sqrt{2}; 6 + 3\sqrt{2})$.		0.25

Câu	Đáp án (Trang 5)	Điểm
Câu 10 (1,0 điểm)	Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{4a}{b} \left(1 + \frac{2c}{b}\right) + \frac{b}{a} \left(1 + \frac{c}{a}\right) = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{bc}{a(b+2c)} + \frac{2ca}{b(c+a)} + \frac{2ab}{c(2a+b)}$.	
	Đặt $x = \frac{2}{a}, y = \frac{4}{b}, z = \frac{1}{c}$ ($x, y, z > 0$). Điều kiện đã cho trở thành: $\frac{x^3 + y^3}{xyz} + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) = 6$ (*) Ta có: $x^3 + y^3 \geq \frac{(x+y)^3}{4}$ và $(x+y)^2 \geq 4xy$	0.25

	Do đó: $\frac{x^3 + y^3}{xyz} \geq \frac{(x+y)^3}{4xyz} \geq \frac{4xy(x+y)}{4xyz} = \frac{x+y}{z}$ Mặt khác $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ nên $6 = \frac{x^3 + y^3}{xyz} + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq \frac{x+y}{z} + 4 \Rightarrow 0 < \frac{x+y}{z} \leq 2$.	
	Ta có: $P = \frac{x}{y+2z} + \frac{y}{2z+x} + \frac{4z}{x+y} = \frac{x^2}{xy+2zx} + \frac{y^2}{2yz+xy} + \frac{4z}{x+y}$ $\geq \frac{(x+y)^2}{2xy+2z(x+y)} + \frac{4z}{x+y} \geq \frac{(x+y)^2}{\frac{(x+y)^2}{2} + 2z(x+y)} + \frac{4z}{x+y} = \frac{2(x+y)}{x+y+4z} + \frac{4z}{x+y}$ Suy ra: $P \geq \frac{2\frac{x+y}{z}}{\frac{x+y}{z} + 4} + \frac{4}{\frac{x+y}{z}}$.	0.25
	Đặt $t = \frac{x+y}{z}$, $0 < t \leq 2$. Ta có $P \geq \frac{2t}{t+4} + \frac{4}{t}$. Xét hàm số $f(t) = \frac{2t}{t+4} + \frac{4}{t}$ ($0 < t \leq 2$). $f'(t) = \frac{4(t^2 - 8t - 16)}{t^2(t+4)^2} < 0, \forall t \in (0; 2] \Rightarrow f(t) \text{ nghịch biến trên } (0; 2].$	0.25
	Suy ra: $P \geq f(t) \geq f(2) = \frac{8}{3}$. $P = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ \frac{x+y}{z} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z \Leftrightarrow 2a = b = 4c$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{8}{3}$, khi $2a = b = 4c$.	0.25

Chú ý: Những cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa. Tùy theo thang điểm của đáp án mà giám khảo cho điểm tương ứng.

————— Hết —————