

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

I. ĐỊNH LÝ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

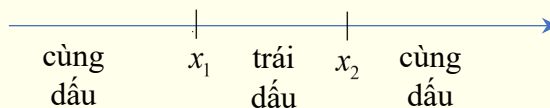
Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái ngoài cùng”

**Chú ý:**

a) Để xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;

Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);

Bước 3: Xác định dấu của hệ số a ;

Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

b) Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Câu 2: Xét dấu tam thức: $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Câu 4: Tìm x để biểu thức: $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

- A. $x^2 - 5x + 6$. B. $16 - x^2$. C. $x^2 - 2x + 3$. D. $-x^2 + 5x - 6$.

Câu 2: Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -4$ hoặc $x > -1$. B. $x < 1$ hoặc $x > 4$. C. $-4 < x < -1$. D. $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -13$ hoặc $x > 1$. B. $x < -1$ hoặc $x > 13$. C. $-13 < x < 1$. D. $-1 < x < 13$.

Câu 4: Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x < -3$ hoặc $x > -1$. B. $x < -1$ hoặc $x > 3$. C. $x < -2$ hoặc $x > 6$. D. $-1 < x < 3$.

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A. $[2; 3]$. B. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. C. $[2; 4]$. D. $[1; 4]$.

Câu 6: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 7: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 8: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

.

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

.

C.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$+$	0	$+$

.

D.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$

.

Câu 9: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

.

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

.

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

.

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

I. ĐỊNH LÝ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

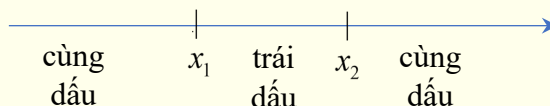
Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái ngoài cùng”

**Chú ý:**

a) Để xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;

Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);

Bước 3: Xác định dấu của hệ số a ;

Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

b) Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Lời giải

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ và có hệ số $a = -1 < 0$.

Ta có bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Câu 2: Xét dấu tam thức: $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Lời giải

Tam thức có $\Delta' = -9 < 0$ và hệ số $a = 2 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Lời giải

$$\text{Ta có } 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}; x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$			
$2x^2 - x - 1$	+		+	0	-	0	+		+
$x^2 - 4$	+	0	-		-		-	0	+
$f(x)$	+		-	0	+	0	-		+

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Lời giải

Ta có $3x^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$; $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Lập bảng xét dấu (Hoặc sử dụng phương pháp khoảng) ta có $x \in (0; 3)$.

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

Lời giải

Ta có $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{(x-1)(-x^2 + x + 6)}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$, $-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	4	$+\infty$				
$x-1$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$-x^2+x+6$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$-x^2+3x+4$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$x-\frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$+$

Suy ra $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ dương khi và chỉ khi $x \in (-2; -1) \cup (1; 3) \cup (4; +\infty)$,

$x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ âm khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (3; 4)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

A. $x^2 - 5x + 6$.

B. $16 - x^2$.

C. $x^2 - 2x + 3$.

D. $-x^2 + 5x - 6$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y = x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$ (loại **A.**);

$$y = 16 - x^2 = (4 - x)(4 + x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 4 \end{cases} \text{ (loại B)}$$

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 > 0, \forall x \text{ (loại C)}$$

$$y = -x^2 + 5x - 6 = -(x - 2)(x - 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (Chọn D)}$$

Cách 2: Thay $x = 0$ vào từng đáp án; chỉ có D thỏa mãn $-6 < 0$ (đúng).

Câu 2: Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x < -4$ hoặc $x > -1$.

B. $x < 1$ hoặc $x > 4$.

C. $-4 < x < -4$.

D. $x \in \mathbb{R}$.

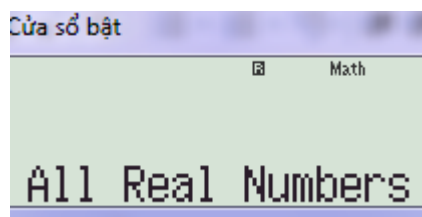
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y = -x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi $-x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -\left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{7}{4}\right) < 0$

$$\Leftrightarrow -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Cách 2: Casio wR112p1=p3=p4==



(đúng với tất cả các số thực).

Câu 3: Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x < -13$ hoặc $x > 1$.

B. $x < -1$ hoặc $x > 13$.

C. $-13 < x < 1$.

D. $-1 < x < 13$.

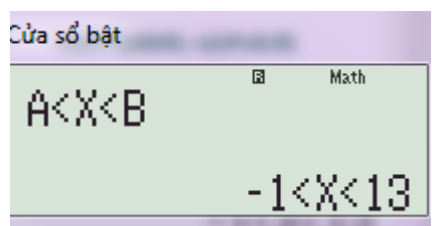
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm tức là $x^2 - 12x - 13 < 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 13) < 0$

$$\Leftrightarrow -1 < x < 13.$$

Cách 2: Casio: wR1121=p12=p13==



Câu 4: Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x < -3$ hoặc $x > -1$.

B. $x < -1$ hoặc $x > 3$.

C. $x < -2$ hoặc $x > 6$.

D. $-1 < x < 3$.

Lời giải

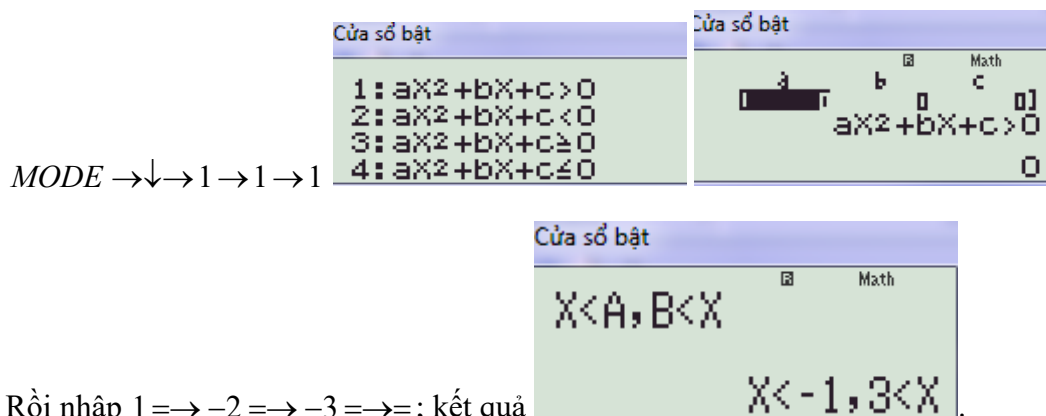
Chọn B

Cách 1: Ta có $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$$

Cách 2: Casio $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0$



Rồi nhập $1 \Rightarrow -2 \Rightarrow -3 \Rightarrow =$; kết quả

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A. $[2; 3]$. B. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. C. $[2; 4]$. D. $[1; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Để $f(x)$ không dương thì $x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$

Lập bảng xét dấu $f(x)$ ta thấy để $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$

Câu 6: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + 9 - 6x > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 7: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

C.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

Câu 9: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

C.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

D.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Lời giải

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ và $a = -1 < 0$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

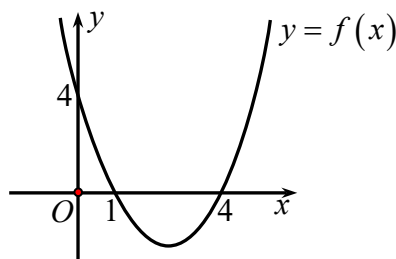
A. $\Delta < 0$.

B. $\Delta = 0$.

C. $\Delta > 0$.

D. $\Delta \geq 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



A. $a > 0$, $\Delta > 0$.

B. $a < 0$, $\Delta > 0$.

C. $a > 0$, $\Delta = 0$.

D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. **B.** $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- C.** $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. **B.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
- C.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- B.** Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- C.** Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$.
- D.** Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = -2(x^2 - 4x + 4) = -2(x - 2)^2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy: $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Lời giải

Chọn C

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên **Chọn C**

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

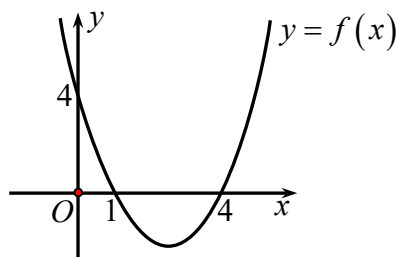
A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Lời giải

Chọn A

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



A. $a > 0$, $\Delta > 0$. B. $a < 0$, $\Delta > 0$. C. $a > 0$, $\Delta = 0$. D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

Lời giải

Chọn A

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$. Suy ra $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. B. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. D. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

Câu 5: Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A.** $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

- A.** $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-1; 3)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:

- A.** $(-3; 3)$. **B.** $(-\infty; -3)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

- A.** $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-3; 2)$. **C.** $(-2; 3)$. **D.** $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

- A.** $(-\infty; 2\sqrt{2})$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$. **C.** $\emptyset$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ là:

- A. $D = [-5; 1]$. B. $D = (-5; 1)$.
C. $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup [5; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 14: Giải bất phương trình $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x$ ta được

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > -2,5$. D. $x > -2,6$.

Câu 15: Giải bất phương trình: $x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2}$.

- A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. B. $0 \leq x \leq 2$. C. $(x < -2) \vee (x > 2)$. D. $-2 \leq x \leq 2$.

Câu 16: Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

- A. $x > \frac{3}{5}$. B. $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$. C. $-\frac{3}{5} < x < 2$. D. $x < \frac{3}{5}$.

Câu 17: Tìm nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$.

- A. $x > -5$. B. $x > 5$. C. $x < 5$. D. $x < -5$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1) < 0$ là:

- A. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.
C. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-1; +\infty)$.

Câu 19: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[8; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $[6; +\infty)$.

Câu 20: Bất phương trình $x(x^2 - 1) \geq 0$ có nghiệm là:

- A. $x \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. B. $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.
C. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1)$. D. $x \in [-1; 1]$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình: $\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\left(x < -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \vee \left(x > \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.
C. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 22: Giải bất phương trình: $2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2}$.

- A. $\forall x \neq \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. Vô nghiệm. D. $\forall x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-1}{1-x} > -x$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 24: Giải bất phương trình: $\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$.

- A. $(x \leq -7) \vee (x > -3)$. B. $-7 \leq x < -3$.
C. $-5 \leq x \leq -1$. D. $(x \leq -5) \vee (x > -1)$.

Câu 25: Giải bất phương trình: $\frac{x^2-x+2}{x^2-4} > \frac{-3}{x-2}$.

- A. $x < -4 \vee x > -2$. B. $-4 < x < 2$. C. $-2 < x < 2$. D. $x < -2 \vee x > 2$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1 \leq \frac{9}{x^2+x+1}$ là

- A. $S = [-2; 1]$. B. $S = \left[\frac{-7}{2}; 2\right]$. C. $[-2; 1)$. D. $(-2; 1]$.

Câu 27: Bất phương trình: $\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right| \geq 1$ có nghiệm là:

- A. $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}$, $x \neq \pm 2$. B. $x \leq \frac{8}{5}$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$.

C. $x < -2$ hoặc $0 \leq x \leq \frac{8}{5}$.

D. $-2 < x \leq 0$ hoặc $x \geq \frac{5}{2}$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0$ là

A. $S = (-\infty; 1)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (0; 1)$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-4; -3)$.

D. $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.

DẠNG 2: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
 $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$$

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$
 (1)



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Để $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0$ với mọi x thì

A. $-3 \leq m \leq 9$.

B. $m < -3 \vee m > 9$.

C. $-3 < m < 9$.

D. $m \leq -3 \vee m \geq 9$.

Câu 2: Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

A. $m > 0$.

B. $m > \frac{4}{3}$.

C. $m > 1$.

D. $m > 2$.

Câu 3: Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = 4$.

D. $k = 5$.

Câu 4: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m > \frac{4}{3}$.

Câu 5: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. D. $1 < m < 3$.

Câu 6: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$. D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Câu 7: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A. $-14 < m < 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = 4$. D. $k = 5$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x) = (m-3)x^2 + (m+2)x - 4 > 0$$

- A. $m \leq -22 \vee m \geq 2$. B. $-22 \leq m \leq 2$.
C. $-22 < m < 2$. D. $\begin{cases} -22 \leq m \leq 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Câu 10: Cho bất phương trình $mx^2 - (2m-1)x + m+1 < 0$ (1). Tìm tất cả các giá thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

- A. $m \geq \frac{1}{8}$. B. $m > \frac{1}{8}$. C. $m < \frac{1}{8}$. D. $m \leq \frac{1}{8}$.

Câu 11: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$$

- A. 1. B. 4.
C. 6. D. Nhiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < 1$ hoặc $m > 6$. B. $1 < m < 6$. C. $m > 1$. D. $1 \leq m < 6$.

- Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m < -1$. B. $m > 3$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.
- Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x
- A. $m < 0 \vee m > 20$. B. $0 < m < 20$. C. $m < 0 \vee m > 28$. D. $0 < m < 28$.
- Câu 16:** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x .
- A. $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. B. $-\frac{5}{3} < m < -1$. C. $m \leq 3 \vee m \geq 1$. D. $0 \leq m \leq 28$.
- Câu 17:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.
- A. $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. B. $m \leq 1$. C. $m \leq 0$. D. $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.
- Câu 18:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2; 3]$.
- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m \geq 6$. D. $m \leq 7$.
- Câu 19:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 6]$.
- A. $m \geq 7$. B. $m > 4$. C. $m \geq 5$. D. $m \geq 4$.
- Câu 20:** Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?
- A. $0 \leq m \leq 2$. B. $m > 0$. C. $m < 2$. D. $0 < m < 2$.
- Câu 21:** Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.
- A. $m = 10$. B. $m = 8$. C. $m = 9$. D. $m = 7$.
- Câu 22:** Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2 + 4x + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \leq -\frac{9}{4}$. B. $m \leq -2$. C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{9}{4} \leq m \leq -2$.
- Câu 23:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(m^2 + m + 2)x^2 - 2(m+4)x + m + 8}}$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0$.

B. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14}$.

C. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7} \vee m > 0$.

D. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7}$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 2$.

B. $-3 \leq m \leq 2 \vee m > 5$.

C. $m < -5 \vee -3 \leq m \leq -1$.

D. $-5 \leq m \leq -1$.

Câu 25: Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\frac{(m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m}{x^2 + x + 2} \leq 0$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

B. $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \leq -1 \vee 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện...}

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

Câu 5: Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm điều kiện của b để $f(x) = x^2 - bx + 3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$.

B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

- Câu 2:** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?
- A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.
- C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- Câu 3:** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là
- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
- C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.
- Câu 4:** Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.
- A. $m > 0$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > \frac{-1}{4}$.
- Câu 5:** Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.
- A. $-2 < m < 7$. B. $-2 \neq m < -1$.
- C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2$. D. $-2 \neq m < -1 \vee m > 7$.
- Câu 6:** Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.
- A. $-2 < m < -1 \vee m > 7$. B. $m < -2 \vee m > 7$.
- C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} < m < 7$.
- Câu 7:** Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?
- A. $-2 < m < 4$. B. $m < -2 \vee m > 4$. C. $-1 < m < 3$. D. $m < -1 \vee m > 3$.
- Câu 8:** Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:
- A. $m < 6$ và $m \neq 2$. B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
- C. $2 < m < 6$. D. $m > 6$.
- Câu 9:** Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

- A.** $m < \frac{22}{7}$. **B.** $\frac{22}{7} < m < 5$. **C.** $m \geq 5$. **D.** $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Câu 10: Giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

- A.** $m < 1$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > 3$. **D.** $1 < m < 3$.

Câu 11: Định m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m-2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

- A.** $m < 2 \vee m > 6$. **B.** $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $-2 < m < 6$.

Câu 12: Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m-2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

- A.** $-2 \leq m \leq 1$. **B.** $m < -1 \vee m > 1$. **C.** $m < \frac{4}{3}$. **D.** $0 < m < \frac{4}{3}$.

Câu 13: Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A.** $-2 < m < -1$. **B.** $m > 1$. **C.** $-5 < m < -3$. **D.** $-2 < m < 1$.

Câu 14: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

- A.** $m < -\frac{7}{2}$. **B.** $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.
C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. **D.** $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Lời giải

Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ có $a = -3 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 1$

($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$.

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Lời giải

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $\Delta = 0$

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x + 5 \geq 0$

Xét tam thức vế trái có $\Delta' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

Lời giải

Ta có $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \leq -2 \\ x^2 - x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{đúng } \forall x$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T = \mathbb{R}$.

Câu 5: Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow \frac{(x^2 + x - 1)(x^2 - x) - (x - 2) + x(x^3 - 2)}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) > 0$

$\Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 2$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$.

Lời giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow (x+2)^2(x^2 - 2x) \leq 3(x+2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2 - 2x - 3) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \vee -1 \leq x \leq 3.$$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ xác định khi và chỉ khi $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0, \forall x \neq 3.$$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:

A. $(-3; 3)$. B. $(-\infty; -3)$.
C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^2 < 9 \Leftrightarrow |x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3 \text{ (chọn A).}$$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

- A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $(-3; 2)$.
 C. $(-2; 3)$. D. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - x - 6 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-2; 3)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

- A. $(-\infty; 2\sqrt{2})$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0 \Leftrightarrow (x - 2\sqrt{2})^2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\emptyset$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 > 0 \Leftrightarrow x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = -x^2 + 6x + 7$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 7]$$

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ là:

- A. $D = [-5; 1]$. B. $D = (-5; 1)$.
C. $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2 + 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -5 \cup x \geq 1$

Tập xác định: $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $(-\infty; -\frac{3}{2}) \cup (5; +\infty)$. B. $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [5; +\infty)$.
C. $(-\infty; -\frac{3}{2}) \cup [5; +\infty)$. D. $(-\infty; \frac{3}{2}] \cup [5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2x^2 - 7x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [5; +\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐKXĐ } 3x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Câu 14: Giải bất phương trình $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x$ ta được

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > -2,5$. D. $x > -2,6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x \Leftrightarrow -5 > 0$ vô lý. Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15: Giải bất phương trình: $x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2}$.

- A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. B. $0 \leq x \leq 2$. C. $(x < -2) \vee (x > 2)$. D. $-2 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét $x^2 - 2x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2} \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 4x + 4) \geq 8$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 2)^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 2 \geq 2 \\ x^2 - 2x + 2 \leq -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}.$$

Câu 16: Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

- A. $x > \frac{3}{5}$. B. $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$. C. $-\frac{3}{5} < x < 2$. D. $x < \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\text{PT } \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} - \frac{(2x - 1)(x - 2)}{(x - 2)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x - 3}{(x - 2)^2} > 0 \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Kết luận: $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$.

Câu 17: Tìm nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$.

A. $x > -5$.

B. $x > 5$.

C. $x < 5$.

D. $x < -5$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{PT } \frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-3+3x^2+6}{x^2+2} < \frac{4x^2+3x-x^2-2}{x^2+2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+2x+3 < 3x^2+3x-2 \quad (x^2+2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow x > 5.$$

Kết luận: $x > 5$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1) < 0$ là:

A. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $S = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.

C. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = (-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow (2x-1)(2x-5)(x+1) > 0$$

$$\text{Lập bảng xét dấu dễ dàng ta được } S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right).$$

Câu 19: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[8; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1]$.

D. $[6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}.$$

Câu 20: Bất phương trình $x(x^2 - 1) \geq 0$ có nghiệm là:

A. $x \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

C. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1)$.

D. $x \in [-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B

+ Nhị thức x có nghiệm duy nhất $x = 0$.

+ Tam thức $x^2 - 1$ có hai nghiệm phân biệt -1 và 1 .

+ Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x^2 - 1$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
$x(x^2 - 1)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có $x(x^2 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình: $\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\left(x < -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \vee \left(x > \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.
- C. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét $x^2 + x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$; $x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1} \Leftrightarrow (x-2)(x^2-x+1) < (x+2)(x^2+x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 2 < x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Câu 22: Giải bất phương trình: $2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2}$.

- A. $\forall x \neq \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. Vô nghiệm. D. $\forall x$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{BPT: } 2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 6x + \frac{9}{2} \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Kết luận: $\forall x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-1}{1-x} > -x$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \neq 1$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\frac{x^2+x-1}{1-x}+x>0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{1-x}>0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<1$

Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình $S=\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 24: Giải bất phương trình: $\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$.

A. $(x \leq -7) \vee (x > -3)$. **B.** $-7 \leq x < -3$.

C. $-5 \leq x \leq -1$. **D.** $(x \leq -5) \vee (x > -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{8+4(x+1)+x^2+4x+3}{(x^2+4x+3)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+8x+15}{x^2+4x+3} \geq 0$$

$$\text{Cho } x^2+8x+15=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\text{Cho } x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-3	-1	$+\infty$
VT		+	0	-	+

$$\Rightarrow x \leq -5 \vee x > -1.$$

Câu 25: Giải bất phương trình: $\frac{x^2-x+2}{x^2-4} > \frac{-3}{x-2}$.

A. $x < -4 \vee x > -2$. **B.** $-4 < x < 2$.

C. $-2 < x < 2$. **D.** $x < -2 \vee x > 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{x^2-x+2+3(x+2)}{x^2-4} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x+8}{x^2-4} > 0 \Leftrightarrow x^2-4 > 0 \text{ (vì } x^2+2x+8 > 0 \forall x)$$

$$\Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2.$$

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1 \leq \frac{9}{x^2+x+1}$ là

A. $S=[-2;1]$.

B. $S=\left[-\frac{7}{2};2\right]$.

C. $[-2;1]$.

D. $(-2;1]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + x + 1 \leq \frac{9}{x^2 + x + 1} \Leftrightarrow (x^2 + x + 1)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x^2 + x + 1 \leq 3.$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1.$

Câu 27: Bất phương trình: $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \geq 1$ có nghiệm là:

A. $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}, x \neq \pm 2.$

B. $x \leq \frac{8}{5}$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}.$

C. $x < -2$ hoặc $0 \leq x \leq \frac{8}{5}.$

D. $-2 < x \leq 0$ hoặc $x \geq \frac{5}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $|A| \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \leq -B \\ A \geq B \end{cases}$

$$\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \leq -1 \\ \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 4} \leq 0 & (1) \\ \frac{-5x + 8}{x^2 - 4} \geq 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
VT		$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$

Ta có (1) $\Leftrightarrow -2 < x \leq 0$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$

Giải (2): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$\frac{8}{5}$	2	$+\infty$		
VT	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Ta có (2) $\Leftrightarrow x < -2$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x < 2.$

Lấy hợp tập nghiệm (1)(2) $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}, x \neq \pm 2$

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0$ là

A. $S = (-\infty; 1).$ **B.** $S = (2; +\infty).$

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$ **D.** $S = (0; 1).$

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x^2 - 3x + 1) + 2 > 0.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 < -2 \\ x^2 - 3x + 1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 3 < 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là

- A.** $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$.
C. $(-4; -3)$. **D.** $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 12 > x^2 + x + 12 \\ x^2 + x + 12 < -x^2 - x - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x > 0 & (\text{vô nghiệm}) \\ 2x^2 + 2x + 24 < 0 & (\text{vô nghiệm}) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \emptyset$.

DẠNG 2: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Lời giải

$$f(x) < 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 1 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$$

Vậy với $-\frac{1}{4} < m < 0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
 $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$

Lời giải

$$3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) \leq 0 \Leftrightarrow 7m^2 - 7m + 7 \leq 0 \text{ bpt vô nghiệm}$$

Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Lời giải

$$(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

Trường hợp 1: $m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow 2x+1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ (Sai).

Trường hợp 2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' = (m-2)^2 - (m-1)(2-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2m^2 - 7m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \frac{3}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2 \text{ Vậy} \\ \frac{3}{2} < m < 2.$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$$

Lời giải

$$\text{BPT có vô nghiệm} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 - 2m + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 < m < 5.$$

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$ (1)

Lời giải

$$\text{Ta có } 3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow x = m+2 \text{ hoặc } x = \frac{4-m}{3}$$

$$* \text{ Với } m+2 > \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow 3m+6 > 4-m \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2} \text{ ta có}$$

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow \frac{4-m}{3} \leq x \leq m+2$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là } \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right]$$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

$$\text{khi và chỉ khi } [-1; 1] \subset \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq \frac{4-m}{3} \\ 1 \leq m+2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 7$$

Kết hợp với điều kiện $m > -\frac{1}{2}$ ta có $m \geq 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

$$* \text{ Với } m+2 < \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2} \text{ ta có}$$

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow m+2 \leq x \leq \frac{4-m}{3}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là } \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right]$$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

$$\text{khi và chỉ khi } [-1;1] \subset \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq m+2 \\ 1 \leq \frac{4-m}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3$$

Kết hợp với điều kiện $m < -\frac{1}{2}$ ta có $m \leq -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $m = -\frac{1}{2}$ ta có bất phương trình (1) $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ nên $m = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m \in (-\infty; -3] \cup [7; +\infty)$ là giá trị cần tìm.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Để $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0$ với mọi x thì

- A.** $-3 \leq m \leq 9$. **B.** $m < -3 \vee m > 9$.
C. $-3 < m < 9$. **D.** $m \leq -3 \vee m \geq 9$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 - 6m - 27 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 2: Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

- A.** $m > 0$. **B.** $m > \frac{4}{3}$. **C.** $m > 1$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn C

Chọn $m = 1$ $f(x) = x^2 - 4x + 4 > 0$ không đúng với $x = 2$ nên ta loại **A.**

Chọn $m = \frac{4}{3}$ $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - 4x + 5 > 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ do $a = \frac{4}{3} > 0$ và $\Delta = \frac{-32}{3} < 0$ nên loại **B.**

Chọn $m = 2$ $f(x) = 2x^2 - 4x + 7 = 2(x-1)^2 + 5 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta loại **D.**

Câu 3: Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A.** $k = 2$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = k^2 - 6k + 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < k < 4$ mà k nguyên nên $k = 3$.

Câu 4: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m > \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Với $m = -1$ không thỏa mãn.

Với $m \neq -1, (m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \begin{cases} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 5: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. D. $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn D

$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Câu 6: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$. D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

TH 1: $a = 0$ không thỏa mãn.

TH 2: $a \neq 0$

$$\text{Để bất phương trình } ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{2} \\ a \leq -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 7: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A. $-14 < m < 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0 \\ \Leftrightarrow -14 < m < 2.$$

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = 4$.

D. $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (4k-1)^2 - 15k^2 + 2k + 7 < 0 \Leftrightarrow 2 < k < 4$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 3$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x) = (m-3)x^2 + (m+2)x - 4 > 0$$

A. $m \leq -22 \vee m \geq 2$. **B.** $-22 \leq m \leq 2$.

C. $-22 < m < 2$. **D.** $\begin{cases} -22 \leq m \leq 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $m = 3$ $f(x) = 5x - 4$ nên loại $m = 3$.

$$\text{Xét } m \neq 3 \quad f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m-3 < 0 \\ \Delta = m^2 + 20m - 44 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -22 \leq m \leq 2.$$

Câu 10: Cho bất phương trình $mx^2 - (2m-1)x + m+1 < 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{8}$.

B. $m > \frac{1}{8}$.

C. $m < \frac{1}{8}$.

D. $m \leq \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = mx^2 - (2m-1)x + m+1$.

Ta có $f(x) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $m = 0$ $f(x) = x+1$ nên loại $m = 0$.

$$\text{Xét } m \neq 0 \quad f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = -8m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{8}.$$

Câu 11: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A.** $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình

$$x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$$

- A.** 1. **B.** 4.
C. 6. **D.** Nhiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2mx^3 + (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0.$$

$$\text{Để bất phương trình có tập nghiệm là } \mathbb{R} \text{ thì } \begin{cases} -2m = 0 \\ (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 1 + 3m > 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 12m - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > -\frac{1}{3} \\ \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \leq m \leq \frac{3 + \sqrt{13}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để bất phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m < 1$ hoặc $m > 6$. **B.** $1 < m < 6$. **C.** $m > 1$. **D.** $1 \leq m < 6$.

Lời giải

Chọn D

* Nếu $m = 1$ thì $f(x) = 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{* Nếu } m \neq 1 \text{ thì } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 6 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 6.$$

$$\text{Vậy } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq m < 6$$

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m < -1$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \leq -\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m = -1$ thì $f(x) = 4x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{11}{4}$ không thỏa mãn.

$$\begin{aligned} * \text{ Nếu } m \neq -1 \text{ thì } f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + 3m + 9 \leq 0 \\ m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{3}{2} \vee m \geq 3 \\ m < -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$$

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x

- A.** $m < 0 \vee m > 20$. **B.** $0 < m < 20$.
C. $m < 0 \vee m > 28$. **D.** $0 < m < 28$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hệ số $a = 1 > 0$; $\Delta = m^2 - 28m$.

$$x^2 - (m+2)x + 8m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28.$$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x .

- A.** $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. **B.** $-\frac{5}{3} < m < -1$. **C.** $m \leq 3 \vee m \geq 1$. **D.** $0 \leq m \leq 28$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hệ số $a = -1 < 0$; $\Delta' = 3m^2 + 8m + 5$.

Bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 < 0$ đúng

$$\forall x \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 8m + 5 < 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{3} < m < -1.$$

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq 1$.
C. $m \leq 0$. **D.** $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m = \frac{1}{2}$ thì ta được $x \geq -\frac{7}{6}$. Vậy $m = \frac{1}{2}$ loại.

* Nếu $m \neq \frac{1}{2}$ thì bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5m \leq 0 \\ 2m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \vee m \geq 5 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$
 $\Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2; 3]$.

A. $m \geq 7$.

B. $m > 7$.

C. $m \geq 6$.

D. $m \leq 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta' = -2m + 14$.

* $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$ thì bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\begin{cases} x < \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \\ x > \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \end{cases}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \geq 3 \\ \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 6]$.

A. $m \geq 7$.

B. $m > 4$.

C. $m \geq 5$.

D. $m \geq 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = -2m + 14$.

* $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$ thì bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\begin{cases} x < \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \\ x > \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \end{cases}$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \geq 6 \\ \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 5.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \geq 5$.

Câu 20: Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?

A. $0 \leq m \leq 2$.

B. $m > 0$.

C. $m < 2$.

D. $0 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương $x > \frac{-3m-1}{m^2+m+1}$.

Suy ra tập nghiệm là $S = \left(\frac{-3m-1}{m^2+m+1}; +\infty \right)$.

Để bất phương trình nghiệm đúng $x \in [-1; 2]$ khi và chỉ khi

$$[-1; 2] \subset \left(\frac{-3m-1}{m^2+m+1}; +\infty \right) \Leftrightarrow \frac{-3m-1}{m^2+m+1} < -1 \Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Vậy $0 < m < 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m = 10$.

B. $m = 8$.

C. $m = 9$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Chọn B

Vì $f(x) = x^2 + 4x + m - 5$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên để thỏa yêu cầu bài toán thì phương trình

$x^2 + 4x + m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

$$\begin{cases} \Delta' = 4 - (m - 5) > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ 16 - 4(m - 5) - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow m = 8.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2 + 4x + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \leq -\frac{9}{4}$.

B. $m \leq -2$.

C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{9}{4} \leq m \leq -2$.

Lời giải

Chọn B

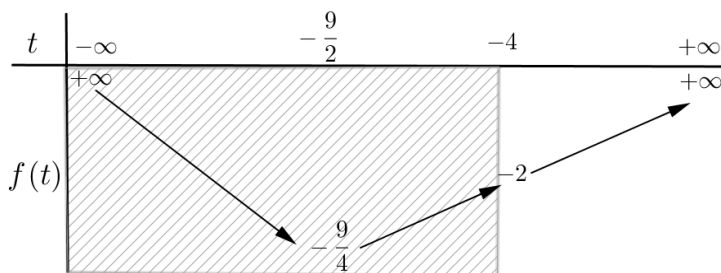
$$f(x) = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x + 6).$$

Đặt $t = x^2 + 4x$, điều kiện tồn tại x là $t \geq -4$.

Ta được $f(t) = t^2 + 9t + 18$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(t) \geq m, \forall t \geq -4$.

Lập BBT hàm $f(t) = t^2 + 9t + 18, t \geq -4$ ta được



Ta có $m \leq f(t), \forall t \geq -4 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8}}$ xác

định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0$.

B. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14}$.

C. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7} \vee m > 0$.

D. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow g(x) = (m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$a = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m, \text{ do đó } g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -m^3 - 8m^2 - 2m < 0$$

$$\Leftrightarrow -4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0.$$

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 2$.

B. $-3 \leq m \leq 2 \vee m > 5$.

C. $m < -5 \vee -3 \leq m \leq -1$.

D. $-5 \leq m \leq -1$.

Lời giải

Chọn D

$$\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \geq -3 \\ \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + (3 - m)x + 5 \geq 0 \\ x^2 + (3 + m)x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{do } \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0)$$

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + (3 - m)x + 5 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + (3 + m)x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = (3 - m)^2 - 100 \leq 0 \\ \Delta_2 = (3 + m)^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq m \leq 13 \\ -5 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1.$$

Câu 25: Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\frac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2} \leq 0$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{2}$. **D.** $m \leq -1 \vee 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2+x+2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên

$$\frac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2} \leq 0 \Leftrightarrow (m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m \leq 0 \quad (*)$$

* Nếu $m = -1$ thì (*) trở thành $-1 \leq 0$ đúng $\forall x$.

* Nếu $m \neq -1$ thì ta có $\Delta' = 2m^3 + m^2 - m$.

+) $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -1 < m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$ thì phương trình $(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m=0$ luôn có hai nghiệm nên bất phương trình (*) luôn có nghiệm.

+) $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1 \vee 0 < m < \frac{1}{2}$.

Với $m < -1$ thì ta có $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ a < 0 \end{cases}$ nên bất phương trình (*) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Với $0 < m < \frac{1}{2}$ thì ta có $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên bất phương trình (*) vô nghiệm.

Vậy $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$ thỏa yêu cầu đề bài.

DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện...}



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2-3x+2m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để phương trình có hai nghiệm trái dấu là: $(m+2)(2m-3) < 0$.

$$\Leftrightarrow -2 < m < \frac{3}{2}.$$

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt

Lời giải

$$(m-3)x^2 + (m-3)x - (m+1) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ (m-3)^2 - 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-3)(3m+7) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{3} < m < 3.$$

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m-1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Lời giải

$$(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m-1 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi

$$\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+2)^2 - (m+1)(m-1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 4m+5 > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -\frac{5}{4} \\ m \neq 1 \end{cases} \quad (1).$$

$$\text{Viet} \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+2)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{m+1} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{2(m+2)}{m+1} - 2 \frac{m-1}{m+1}}{\frac{m-1}{m+1}} > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{m-1} > 0 \Leftrightarrow m > 1 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1); (2)} \Rightarrow m > 1.$$

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$?

Lời giải

$$\text{PT } (m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0 \text{ có hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ khi } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ 1 > 0 \forall m \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Khi đó, theo định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-2)}{m-1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} - \frac{m-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Vậy $1 < m < 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $(m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3 = 0$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm

giữa A và B là $x_A \cdot x_B < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-3}{m-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm điều kiện của b để $f(x) = x^2 - bx + 3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. **B.** $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. **D.** $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 - bx + 3$ có nghiệm khi $b^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{3} \\ b > 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 2: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (-\infty; -\frac{3}{5}) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in (-\frac{3}{5}; 1)$.

C. $m \in (-\frac{3}{5}; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -\frac{3}{5} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 3: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Câu 4: Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.

- A. $m > 0$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > \frac{-1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ \Delta' = (-1)^2 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$$

Khi đó, phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2 + x_2 - 2 < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 4 < 0 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4 < 0 \\ -m - 2 \cdot 2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta được: $-1 < m < 0$.

Câu 5: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A. $-2 < m < 7$. B. $-2 \neq m < -1$.
C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2$. D. $-2 \neq m < -1 \vee m > 7$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (*).$$

$$\text{Theo Vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases} (1).$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-8m-7}{(m+2)^2} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{7}{8}.$$

Kết hợp (*) ta có $-2 \neq m < -1$.

Câu 6: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.

A. $-2 < m < -1 \vee m > 7$.

B. $m < -2 \vee m > 7$.

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2} < m < 7$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (1).$$

$$\text{Theo Vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3 x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{x_1^3 x_2^3} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m-1)[(m-1)^2 - 3(m+2)]}{(m+2)^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{-12m^2 - 7m - 3}{(m+2)^3} < 0 (*).$$

$$\text{Do } -12m^2 - 7m - 3 < 0; \forall x \text{ nên } (*) \Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2.$$

$$\text{Kết hợp (1) ta có } -2 < m < -1 \vee m > 7.$$

Câu 7: Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?

A. $-2 < m < 4$.

B. $m < -2 \vee m > 4$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $m < -1 \vee m > 3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \Delta = 1 \text{ nên PT luôn có hai phân biệt } \begin{cases} x = m-1 \\ x = m-2 \end{cases}.$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow -3 < m-2 < m-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Câu 8: Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

- A. $m < 6$ và $m \neq 2$. B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
 C. $2 < m < 6$. D. $m > 6$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} a = m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (m - 2)(m + 3) > 0 \\ S = \frac{2m}{m - 2} > 0 \\ P = \frac{m + 3}{m - 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m < 6 \\ m > 2 \vee m < 0 \\ m > 2 \vee m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Câu 9: Cho phương trình $(m - 5)x^2 + (m - 1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

- A. $m < \frac{22}{7}$. B. $\frac{22}{7} < m < 5$.
 C. $m \geq 5$. D. $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn B

(1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2 \Leftrightarrow a.f(2) = (m - 5)[4(m - 5) + 2(m - 1) + m] < 0$

$$\Leftrightarrow (m - 5)(7m - 22) < 0 \Leftrightarrow \frac{22}{7} < m < 5.$$

Câu 10: Giá trị nào của m thì phương trình: $(m - 1)x^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

- A. $m < 1$. B. $m > 2$. C. $m > 3$. D. $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn D

$$(m - 1)x^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0 \text{ có 2 nghiệm trái dấu: } \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m - 3) < 0 \\ \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Câu 11: Định m để phương trình $(m + 1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.
 C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{PT có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (m + 1)(m - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -2 \end{cases} (*).$$

Khi đó, theo Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}.$$

Ta có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} < 3 \Leftrightarrow \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$

$\Leftrightarrow \frac{6-m}{m-2} < 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 6.$

Kết hợp (*) ta có $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6.$

Câu 12: Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m-2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

- A.** $-2 \leq m \leq 1.$ **B.** $m < -1 \vee m > 1.$ **C.** $m < \frac{4}{3}.$ **D.** $0 < m < \frac{4}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Khi $m = 0$, PT $\Leftrightarrow x = 1 \in (-1; 2)$. Ta có $m = 0$ (tmyc).(*)

Khi $m \neq 0$, PT luôn có hai nghiệm $x = 1; x = \frac{m-2}{m}$. PT có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-2}{m} \leq -1 \\ \frac{m-2}{m} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-2}{m} \leq 0 \\ \frac{-m-2}{m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ -2 \leq m < 0 \end{cases}.$$

Kết hợp (*) ta có $-2 \leq m \leq 1.$

Câu 13: Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A.** $-2 < m < -1.$ **B.** $m > 1.$ **C.** $-5 < m < -3.$ **D.** $-2 < m < 1.$

Lời giải

Chọn A

Để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+1 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (m+1)(m^2 + 4m - 5) > 0 \\ m \neq -1 \\ (x_1 - 2) + (x_2 - 2) > 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases}.$$

Theo Vi-et ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m^2 + 4m - 5}{m+1} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m-1)(-m^2-5m-6) > 0 \\ m \neq -1 \\ \frac{2(m-1)}{m+1} - 4 > 0 \\ \frac{m^2+4m-5}{m+1} - 2 \cdot \frac{2(m-1)}{m+1} + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -2 < m < 1 \\ m < -3 \end{cases} \\ m \neq -1 \\ \begin{cases} -3 < m < -1 \\ m > -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Câu 14: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

A. $m < -\frac{7}{2}$. **B.** $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. **D.** $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m+12 = 0 \quad (*) \end{cases}$.

Giải sử phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+3) \\ x_1 \cdot x_2 = 4m+12 \end{cases}.$$

Để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 . thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 + 2(m+3) + 4m + 12 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - (4m+12) > 0 \\ 6m+19 \neq 0 \\ (x_1+1) + (x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ -2(m+3) + 2 > 0 \\ 4m + 12 - 2(m+3) + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \end{cases} \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ m < -2 \\ m > -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}.$$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

A. $S = (-5; 5)$.

B. $x > \pm 5$.

C. $-5 < x < 5$.

D. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $[-2; 3]$.

C. $[-3; 2]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 7: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-3; 1)$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. **B.** $\emptyset$. **C.** $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. **D.** $[-3; 4]$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

- A.** $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. **D.** $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Câu 11: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

- A.** $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. **B.** $S = (-2; 2)$.
C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

- A.** $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $S = \mathbb{R}$. **C.** $S = (2; +\infty)$. **D.** $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 14: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A.** 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Câu 16: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

- A.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 17: Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

- A.** $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$. **B.** $S = [6; +\infty)$.
C. $(6; +\infty)$. **D.** $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

- A.** $(1; 4)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 19: Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2 + 2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

Câu 20: Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 21: Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

- A. $x \in (1; 2)$. B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.
C. $x \geq 4$. D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

- A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$. B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in [-1; +\infty)$. D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Câu 23: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x - 12}{x^2 - 4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

- A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$. C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. D. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MÃU

Câu 24: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} \leq 0$.

- A. $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. B. $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.
C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. D. $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \leq 0$ là.

- A. $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. B. $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.
C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. D. $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x - 2}{x + 1} \geq \frac{x + 1}{x - 2}$ là.

- A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 27: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $\emptyset$. D. $(-2; -1]$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$.
 B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
 C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.
 D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 29: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 30: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

- A. Hai khoảng. B. Một khoảng và một đoạn.
 C. Hai khoảng và một đoạn. D. Ba khoảng.

DẠNG 4. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 4.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
 C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 32: Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $(-1; 2)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $[-1; 2]$ D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Câu 33: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
 C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. D. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Câu 34: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

- A. $0 < m < 16$. B. $-4 < m < 4$. C. $0 < m < 4$. D. $0 \leq m \leq 16$.

Câu 35: Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 3$. C. $m = 2$ D. $m > -\frac{3}{5}$.

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

- A. $m < 0$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Câu 38: Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 4$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $0 \leq m < 4$.

Câu 39: Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 0$. B. $m = \pm 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Câu 40: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

- A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 41: Phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$. B. $-5 \leq m \leq -1$. C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Câu 42: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m + 2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 43: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m - 5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \neq 5$. B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$. C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Câu 44: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2(m + 3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $-1 < m < 3$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 45: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m + 2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m + 1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 1$. C. $-\frac{3}{4} < m < 1$. D. $m > -\frac{3}{4}$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m - 1)x^2 + (3m - 2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \neq 1$ C. $-1 < m < 6$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 48: Phương trình $(m - 1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Câu 49: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Dạng 4.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. B. $m < 0$. C. $m \neq -1$. D. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 51: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. C. $m > \frac{1}{7}$. D. $m > 0$.

Câu 52: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

A. $1 < m < 3$. B. $1 < m < 2$. C. $m > 2$. D. $m > 3$.

Câu 53: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

A. $m \geq 5$. B. $m < \frac{8}{3}$. C. $\frac{8}{3} < m < 5$. D. $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Câu 54: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $0 < m < 4$. B. $m < 0$ hoặc $m > 4$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 55: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

A. $0 < m < 1$. B. $m > 1$. C. $m \in \emptyset$. D. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

A. Không có giá trị của m . B. $m \geq 2$.
C. $m \leq -1$. D. $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 57: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$. B. $m < -\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Câu 58: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $6 > m > 0$.

D. $m > 0$.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Câu 60: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$.

B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

C. $m > 1$.

D. $1 < m < 6$.

Câu 61: Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Câu 62: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$.

B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$.

D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 63: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

D. $m \in \emptyset$.

Câu 64: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 65: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

A. $m < 2 \vee m > 6$.

B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.

C. $2 < m < 6$.

D. $-2 < m < 6$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A.** $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. **D.** $m \in (7; +\infty)$.

Dạng 4.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 67: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 2$.

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. **D.** $m \in (0; 28)$.

Câu 69: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

- A.** $m < 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \leq 3$.

Câu 70: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m + 1$ luôn nhận giá trị dương.

- A.** 27. **B.** 28. **C.** Vô số. **D.** 26.

Câu 71: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

- A.** $m \in [2; 6]$. **B.** $m \in (-3; 9)$. **C.** $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **D.** $m \in (-9; 3)$.

Câu 72: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

- A.** $m > -1$. **B.** $-1 \leq m \leq 3$. **C.** $-1 < m \leq 3$. **D.** $-1 < m < 3$.

Câu 73: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

- A.** $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. **B.** $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. **C.** $m \neq 1$. **D.** $m \geq -1$.

Câu 74: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.

Câu 75: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

- A.** $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

- Câu 76:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in (-2; 2)$.
 C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $m \in [-2; 2]$.
- Câu 77:** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$. C. $-1 \leq m \leq 7$. D. $-1 < m < 7$.
- Câu 78:** Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi
- A. $m < 4$. B. $m > 4$. C. $m \leq 4$. D. $m \geq 4$.
- Câu 79:** Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi
- A. $m \geq \frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m > \frac{1}{5}$. D. $m > \frac{1}{25}$.
- Câu 80:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.
- A. $m \in \emptyset$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.
- Câu 81:** Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là
- A. -5 . B. 1 . C. 5 . D. 8 .
- Câu 82:** Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.
- A. $m \leq 0$. B. $m < -1$. C. $m \leq -1$. D. $m < 0$.
- Câu 83:** Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- A. $[-1; 6]$. B. $(-1; 6)$. C. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 84:** Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \leq 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là
- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 0 .
- Câu 85:** Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?
- A. 3 . B. 2 . C. 0 . D. 1 .
- Câu 86:** Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?
- A. $m \leq \frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{20}$. C. $m \leq \frac{1}{20}$. D. $m > \frac{1}{5}$.
- Câu 87:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m > \frac{4}{3}$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m < -1$.

Câu 89: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 90: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m > \frac{1}{4}$. D. $m < \frac{1}{4}$.

Câu 91: Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

A. $m \in [1; +\infty)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (-2; 7)$.

Câu 92: Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$, $\forall x \in (0; 1)$.

A. $m > 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$.

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5; 1]$.

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $0 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Vậy $S = (2; 5)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A.** $S = (-5; 5)$. **B.** $x > \pm 5$.
C. $-5 < x < 5$. **D.** $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5; 5)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1; 2)$. Chọn đáp án **A**.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A.** $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $[-2; 3]$.
C. $[-3; 2]$. **D.** $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Câu 7: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $[-1; 3]$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ xác định khi $-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 3]$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. **B.** $\emptyset$.

C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $[-3; 4]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2-3}+x-2 \neq 0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases}$

Ta có $x^2-3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Xét $\sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x^2-3=(2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

Câu 11: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $(-\infty; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(-\infty; \frac{1}{2}]$.

D. $[\frac{1}{2}; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2-5x+2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases}$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4 > 0$.

A. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $S = (-2; 2)$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
x^2-4	$+$	0	$-$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $S = \mathbb{R}$.

C. $S = (2; +\infty)$.

D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$	$+$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 14: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 15$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$		
$f(x)$	+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{3 - \sqrt{129}}{4}; \frac{3 + \sqrt{129}}{4} \right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3.$$

Câu 16: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

- A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.
 B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$.
 D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } -2x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{1}{2}.$$

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 17: Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

- A. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$.
 B. $S = [6; +\infty)$.
 C. $(6; +\infty)$.
 D. $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x-6) \geq 0$$

$$\text{Ta có: } \Leftrightarrow (x-1)^2(x-6) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \geq 6 \end{cases}.$$

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

- A. $(1; 4)$.
 B. $(-2; -1)$.
 C. $(1; 2)$.
 D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = x^4 - 5x^2 + 4.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$			
x^2-1	+		+ 0	- 0	+		+		
x^2-4	+	0	-		-	0	+		
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 19: Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

A. $x \leq 1$.

B. $1 \leq x \leq 4$.

C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

D. $x \geq 4$.

Lời giải

Bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x \leq 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0$

Xét phương trình $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. **Chọn C**

Câu 20: Biểu thức $(3x^2-10x+3)(4x-5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$.

B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.

C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$.

D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (3x^2-10x+3)(4x-5)$

Phương trình $3x^2-10x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$ và $4x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$3x^2-10x+3$		+	0	-		-	0	+	
$4x-5$		-		-	0	+		+	
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$. **Chọn B**

Câu 21: Biểu thức $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$ âm khi

A. $x \in (1; 2)$.

B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.

C. $x \geq 4$.

D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$

Phương trình $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Ta có $x^2 + 5x + 9 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 9 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$. Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$	
$4-x^2$	-		-	0	+	0	-
x^2+2x-3	+	0	-		-	0	+
x^2+5x+9	+		+		+		+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -2 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$. **Chọn D**

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in [-1; +\infty)$.

D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Lời giải

Bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 5x + 4) \geq 0$.

Phương trình $x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases}$ và $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$			
$x^2 + 5x + 4$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$x - 2$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$(x - 2)(x^2 + 5x + 4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $(x-2)(x^2+5x+4) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn A

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MÃU

Câu 23: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. **B.** $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$.

C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. **D.** $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{4x-12}{x^2-4x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3 \leq x < 4 \end{cases}$ hay $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

Câu 24: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0$.

A. $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. **B.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. **D.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0 \quad (1).$$

$$x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}.$$

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
x^2-3x-4	+	0	-	-	0	+	
$x-1$	-	-	0	+	+	+	
VT (1)	-	0	+		-	0	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \leq 0$ là.

A. $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. **B.** $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.

C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. **D.** $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	2	3	4	$+\infty$
$x^2 - 7x + 12$	+		+		0	+
$x^2 - 4$	+	0	-	0	+	+
$f(x)$	+		-		0	+

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là.

A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{(x-2)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x+3}{x^2-x-2} \geq 0 \quad (1).$$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
VT (1)	+		-	0	+		-

$$(1) \Leftrightarrow x < -1 \vee \frac{1}{2} \leq x < 2.$$

- Câu 27:** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?
- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. **C. $\emptyset$.** D. $(-2; -1]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } \frac{x^2+x+3}{x^2-4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+7}{x^2-4} \geq 0.$$

Bất phương trình có tập nghiệm $S = [-7; -2) \cup (2; +\infty)$.

Vậy $S \cap (-2; 2) = \emptyset$.

- Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
- C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.**

Lời giải

Chọn D

Do $x^2+3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2-3x+4 > 2(x^2+3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

- Câu 29:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?
- A. 0. B. 2. **C. 1.** D. 3.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2-4 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \\ 2x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}. \text{ Bất phương trình:}$$

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	-2	2	$+\infty$
$2x+9$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2-4	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$ $	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right) \cup (-2; 2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x ($x=1$) thỏa mãn yêu cầu.

Chọn C

Câu 30: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

- A.** Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}.$$

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10} \leq 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$
$-x^2+4x-3$		$-$	0	$+$	0	$-$
$x^2-3x-10$		$+$	$-$	$-$	$-$	$+$
$f(x)$		$-$	$+$	0	$+$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup [1; 3] \cup (5; +\infty)$.

Chọn C

DẠNG 4. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 4.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

- A.** $-4 \leq m \leq 4$. **B.** $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hay $m \geq 4$

Câu 32: Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A.** $(-1; 2)$ **B.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ **C.** $[-1; 2]$ **D.** $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (-1) \cdot (m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 33: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- A.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. **D.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ \Delta = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} x < -\frac{3}{5} \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}.$$

Câu 34: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

- A.** $0 < m < 16$. **B.** $-4 < m < 4$. **C.** $0 < m < 4$. **D.** $0 \leq m \leq 16$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 16$.

Câu 35: Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A.** $m > 1$. **B.** $-3 < m < 1$.
C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. **D.** $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1. \text{ Chọn B}$$

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

- A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 3$. **C.** $m = 2$ **D.** $m > -\frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m^2 + 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = 4m^2 - 2(2m^2 + 1) = -2 < 0 \end{cases}, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

- A. $m < 0$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0$ (*).

TH1. Với $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow 2x+4=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Suy ra với $m=2$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x=-2$.

Do đó $m=2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. Với $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (2m-3)^2 - (m-2)(5m-6) < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 9 - (5m^2 - 16m + 12) < 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}.$$

Do đó, với $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 38: Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 4$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $0 \leq m < 4$.

Lời giải

Xét phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ (*).

TH1. Với $m=0$, khi đó phương trình $(*) \Leftrightarrow 4=0$.

Suy ra với $m=0$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

TH2. Với $m \neq 0$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow m(m-4) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

Kết hợp hai TH, ta được $0 \leq m < 4$ là giá trị cần tìm. **Chọn D**

Câu 39: Phương trình $(m^2-4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 0$. B. $m = \pm 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ (*).

TH1. Với $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

• Khi $m = 2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3 = 0$.

• Khi $m = -2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}$.

Suy ra với $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 - 3(m^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 3m^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 4m + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m + 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}.$$

Suy ra với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 40: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. **B.** $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. **D.** $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow (-b)^2 - 4.3 \geq 0$

$$\Leftrightarrow b^2 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 - (2\sqrt{3})^2 \geq 0 \Leftrightarrow (b - 2\sqrt{3})(b + 2\sqrt{3}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 2\sqrt{3} \\ b \leq -2\sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 41: Phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$.

B. $-5 \leq m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$, có $\Delta'_x = (m + 2)^2 + 2m + 1$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 + 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(m+5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm. Chọn D}$$

Câu 42: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Xét } 2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0, \text{ có } \Delta'_x = (m+2)^2 - 2(m^2 + 4m + 3).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 2m^2 - 8m - 6 \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 - 4m - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 2 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{2} \leq m \leq -2 + \sqrt{2}.$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$, ta được $m = \{-3; -2; -1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A**

Câu 43: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \neq 5$.

B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$.

C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } (m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0 \quad (*).$$

$$\text{TH1. Với } m-5=0 \Leftrightarrow m=5, \text{ khi đó } (*) \Leftrightarrow -20x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{20}.$$

$$\text{Suy ra với } m=1 \text{ thì phương trình } (*) \text{ có nghiệm duy nhất } x=\frac{3}{20}.$$

$$\text{TH2. Với } m-5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5, \text{ khi đó để phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - (m-5)(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (m^2 - 7m + 10) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 + 7m - 10 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m+10) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do đó, với } \begin{cases} 5 \neq m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases} \text{ thì phương trình } (*) \text{ có nghiệm.}$$

$$\text{Kết hợp hai TH, ta được } \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm. Chọn C}$$

Câu 44: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -2.4x - 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{8}$.

TH2. Với $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$, khi đó để phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - (m-1)(2-m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 9 - (-m^2 + 3m - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 3m + 11 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(m + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{79}{8} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{ suy ra } \Delta'_x \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó, với $m \neq 1$ thì phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Kết hợp hai TH, ta được $m \in \mathbb{R}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 45: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Phương trình } f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m(m-28) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Vậy $m < 0$ hoặc $m > 28$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > 1$.

C. $-\frac{3}{4} < m < 1$.

D. $m > -\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Xét } x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0, \text{ có } \Delta_x = (m+1)^2 - 4\left(m - \frac{1}{3}\right) = m^2 - 2m + \frac{7}{3}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_m = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3} < 0 \end{cases} \text{ suy ra } m^2 - 2m + \frac{7}{3} > 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta_x > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \neq 1$

C. $-1 < m < 6$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (3m - 2)^2 - 4(m - 1)(3 - 2m) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 9m^2 - 12m + 4 - 4(-2m^2 + 5m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 17m^2 - 32m + 16 > 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 17 > 0 \\ \Delta'_m = 16^2 - 17 \cdot 16 = -16 < 0 \end{cases} \text{ suy ra } 17m^2 - 32m + 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó, hệ bất phương trình $(*) \Leftrightarrow m \neq 1$. **Chọn B**

Câu 48: Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$.

D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = (-1)^2 - (m - 1)(m + 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 - m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **Chọn C**

Câu 49: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 3 \neq 0 \\ \Delta_x = (m + 3)^2 + 4(m - 3)(m + 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 + 6m + 9 + 4(m^2 - 2m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-1)(5m+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{3}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Chọn A

Dạng 4.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$ **B.** $m < 0$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $\frac{a}{c} = \frac{m^2 + 2m + 1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 51: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. **C.** $m > \frac{1}{7}$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0 \Leftrightarrow (x-2)(mx^2 + (2m-1)x + 4m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4m + 2(2m-1) + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \\ m \neq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \end{cases} \quad (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lí Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$.

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-4m}{m} > 0 \\ \frac{7m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \\ m > \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < m < \frac{1}{4} \end{cases} (2).$$

Câu 52: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$?

- A.** $1 < m < 3$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-2)^2 - (m-1)(m-3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Theo định lý Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2m-4}{m-1}$, $x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1}$.

Theo đề ta có: $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-4}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Vậy $1 < m < 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 53: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

- A.** $m \geq 5$. **B.** $m < \frac{8}{3}$. **C.** $\frac{8}{3} < m < 5$. **D.** $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \neq 0 \\ (m-1)^2 - m(m-5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} (*)$.

Khi đó theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2(m-1)}{m-5} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{m-5} \end{cases}$.

Với $x_1 < 2 < x_2 \Rightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{m-5} + \frac{4(m-1)}{m-5} + 4 < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{9m-24}{m-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{8}{3} < m < 5. \text{ Kiểm tra điều kiện (*) ta được } \frac{8}{3} < m < 5.$$

Câu 54: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A.** $0 < m < 4$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 4$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi $m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 55: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

- A.** $0 < m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m \in \emptyset$. **D.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Với $m-1 \neq 0$ ta xét phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ (1) .

Ta có: $\Delta' = b'^2 - ac = m^2 - m(m-1) = m$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $x_1 > 1, x_2 < 1$.

Ta có: $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$ (*) .

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{m}{m-1} \\ x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1} \end{cases}$, thay vào (*) ta có:

$$\frac{m}{m-1} - \frac{2m}{m-1} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy với $m > 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

- A.** Không có giá trị của m . **B.** $m \geq 2$.
C. $m \leq -1$. **D.** $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$ (1) .

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 \leq 16 &\Leftrightarrow 8m^3 - 6m(m+2) \leq 16 \Leftrightarrow 8m^3 - 6m^2 - 12m - 16 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (m-2)(8m^2 + 10m + 8) \leq 0 \Leftrightarrow m-2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2. \end{aligned}$$

Kiểm tra điều kiện (1), ta được $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 57: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

B. $m < -\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -1 và khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + 1 + x_2 + 1 > 0 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \\ 1 + 2(m+3) + 4m + 12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ -2m - 4 > 0 \\ 2m + 7 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}$$

Câu 58: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $6 > m > 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m+3) > 0 \\ x_1 + x_2 = m > 0 \\ x_1 x_2 = m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 12 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 6. \quad \text{Chọn A}$$

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Lời giải

$$\text{. Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \frac{2m}{m-2} > 0 \\ \frac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Chọn B

Câu 60: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

- A. $m < 6$. B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
C. $m > 1$. D. $1 < m < 6$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (9m-5) > 0 \\ -2(m+1) < 0 \\ 9m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ \frac{5}{9} < m < 1 \end{cases}. \quad \text{Chọn B}$$

Câu 61: Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

- A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.
C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm không âm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)^2 - 4(2m^2 - 5m - 2) \geq 0 \\ 3m-2 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 \geq 0 \\ m^2 + 8m + 12 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{5+\sqrt{41}}{4}.$$

Chọn B

Câu 62: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

- A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$. B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.
C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$. D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2m^2 - 3m - 5) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{2}. \text{ Chọn B}$$

Câu 63: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow (m^2 - 3m + 2) \cdot (-5) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn B}$$

Câu 64: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

- A. $0 < m < 2$. B. $0 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 + 2x - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-m)^2 + 2(x-m) = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m \\ x_2 = m-2 \end{cases}.$$

$$\text{Để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \neq x_2 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2 \quad (\text{I}).$$

$$\text{Với } m \in (0; 2) \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}, \text{ theo bài ra, ta có } |x_2| > |x_1| \Leftrightarrow |x_2|^2 > |x_1|^2 \Leftrightarrow x_2^2 - x_1^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) > 0 \Leftrightarrow (m-2-m)(m-2+m) > 0 \Leftrightarrow 2m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp với (I), ta được $0 < m < 1$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 65: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } (m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0 \quad (*), \text{ có } \Delta' = m + 2.$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ m+2 > 0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \{-1; 2\} \\ m > -2 \end{cases} \quad (I).$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*) suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}$.

Kết hợp với (I), ta được $\begin{cases} m > 6 \\ m \in (-2; -1) \cup (-1; 2) \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A.** $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. **D.** $m \in (7; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 - (m-1)x + m+2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m - 7 > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} > 1$

$$\Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{8m+7}{(m+2)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -\frac{7}{8} \end{cases} \xrightarrow{(*)} -2 \neq m < -1. \quad \text{Chọn C}$$

Dạng 4.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 67: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 > 0 \\ \Delta' = 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m+1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. **D.** $m \in (0; 28)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $(m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \quad 0 < m < 28$

Câu 69: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$

$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow m \leq 3$.

Vậy $m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 70: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m+1$ luôn nhận giá trị dương.

A. 27. **B.** 28. **C.** Vô số. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

$f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta = (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28$

Vậy có 27 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 71: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m+7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

A. $m \in [2; 6]$. **B.** $m \in (-3; 9)$. **C.** $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **D.** $m \in (-9; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4(2m+7) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 72: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

- A. $m > -1$. B. $-1 \leq m \leq 3$. C. $-1 < m \leq 3$. D. $-1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$ Bất phương trình trở thành $4 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ Bất phương trình có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3 (**)$$

Từ và ta suy ra: $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 73: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. B. $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.

- C. $m \neq 1$. D. $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = (m+1)x^2 - 2mx - (m-3)$

Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: Với $m = -1$ thì $f(x) = 2x + 4$

Khi đó $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ không thỏa mãn nên loại $m = -1$

TH2: Với $m \neq -1$, $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$a > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

$$\Delta' = m^2 + (m+1)(m-3) = 2m^2 - 2m - 3$$

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2} \text{ suy ra } \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

Câu 74: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m > 2019$. B. $m < 2019$. C. $m > 2017$. D. $m < 2017$.

Lời giải

Chọn D

Vì tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - (-1)(m - 2018) < 0 \Leftrightarrow m - 2017 < 0 \Leftrightarrow m < 2017$.

Câu 75: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

- A. $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0$: $f(x) = 2x$ đổi dấu

TH2: $m \neq 0$; Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -1 \vee m > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -1$$

Vậy $m < -1$.

Câu 76: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in \emptyset$. B. $m \in (-2; 2)$.

C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [-2; 2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 2x - 5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

C. $-1 \leq m \leq 7$.

D. $-1 < m < 7$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{BPT nghiệm đúng } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 6m - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 7.$$

Câu 78: Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

A. $m < 4$.

B. $m > 4$.

C. $m \leq 4$.

D. $m \geq 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có BPT $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4.$$

Câu 79: Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi

A. $m \geq \frac{1}{5}$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m > \frac{1}{5}$.

D. $m > \frac{1}{25}$.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1. $m = 0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $-2x + 7 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}$.

Trường hợp này không thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại.

Trường hợp 2. $m \neq 0$. Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} & mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m > 0 \\ 1 - 5m \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & m \geq \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Câu 80: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m < -1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-1 < m \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

$$mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$$

+) $m = 0$ thì bất phương trình trở thành: $-1 > 0$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\begin{aligned} & \text{+) } m \neq 0, \text{ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - m(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm khi $-1 < m \leq 0$.

- Câu 81:** Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là
- A. -5 . B. 1 . C. 5 . D. 8 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8}$$

$$|x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT là } \left[m - \sqrt{m^2 - 5m + 8}; m + \sqrt{m^2 - 5m + 8} \right].$$

$$\text{Theo bài ra ta có } b - a = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 5m + 8} = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5 .

- Câu 82:** Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.
- A. $m \leq 0$. B. $m < -1$. C. $m \leq -1$. D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } x^2 - 2x - m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq m.$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, hoành độ đỉnh của parabol

$$x_l = \frac{-b}{2a} = 1. \text{ Do đó có bảng biến thiên}$$

x	0	1	$+\infty$
y	0	-1	$+\infty$

Dựa vào bbt ta có $x^2 - 2x \geq m, \forall x > 0$ khi và chỉ khi $m \leq -1$.

- Câu 83:** Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- A. $[-1; 6]$. B. $(-1; 6)$. C. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow (m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1 \geq 0 \quad (*).$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $(*)$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+) $m = -10$: (*) trở thành: $24x + 1 \geq 0$ không đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m = -10$ loại.

+) $m \neq -10$: (*) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-2)^2 - (m+10) \leq 0 \\ m+10 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m - 6 \leq 0 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 6 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 6.$

Vậy với $-1 \leq m \leq 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 84: Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \leq 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Đặt $f(x) = (m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11$

TH1: $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$

(1) $\Leftrightarrow -4x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{9}{4}$ không thỏa đề

TH2: $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

$\Delta' = (4-3m)^2 - (m-2)(10m-11) = -m^2 + 7m - 6$

Bảng xét dấu Δ'

m	$-\infty$	1	6	$-\infty$	
Δ'	-	0	+	0	-

* Nếu $m > 6$ thì $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ không thỏa đề

* Nếu $m \leq 1$ thì $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ thỏa đề

* Nếu $2 < m < 6$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Khi đó $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (x_1, x_2)$ không thỏa đề

* Nếu $1 < m < 2$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$-\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Khi đó $f(x) \leq 0 \quad \forall x < -4 \Leftrightarrow -4 \leq x_1 < x_2$

$\Leftrightarrow 0 \leq x_1 + 4 < x_2 + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 4 + x_2 + 4 > 0 \\ (x_1 + 4)(x_2 + 4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + 8 > 0 \\ x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) + 16 \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(3m-4)}{m-2} + 8 > 0 \\ \frac{10m-11}{m-2} + \frac{8(3m-4)}{m-2} + 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{14m-24}{m-2} > 0 \\ \frac{50m-75}{m-2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14m-24 < 0 \\ 50m-75 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{12}{7} \\ m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

So sánh điều kiện suy ra $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Cách 2:

Ta có $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m-11 \leq 0$ (1)

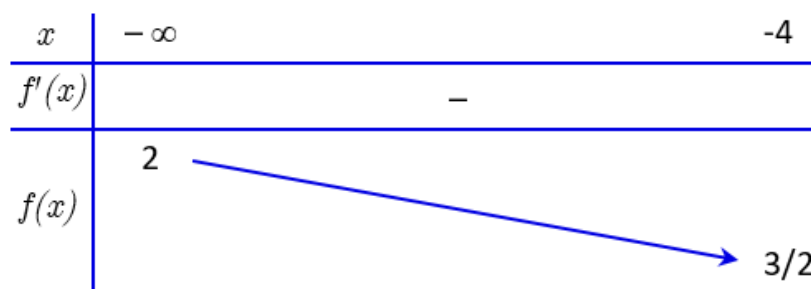
$$\Leftrightarrow m(x^2 - 6x + 10) - 2x^2 + 8x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}$ với $x < -4$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(4x-8)(x^2-6x+10) - (2x-6)(2x^2-8x+11)}{(x^2-6x+10)^2} = \frac{-4x^2 + 18x - 14}{(x^2-6x+10)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} (l) \\ x = 1 (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x < -4 \Leftrightarrow m \leq f(x), \forall x < -4 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Câu 85: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m \geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = -1 \Rightarrow$ bpt $\Leftrightarrow 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ không nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m \neq -1 \Rightarrow$ bpt nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m-1)^2 - (m+1)(2-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -\frac{1}{3} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{0; 1\}$.

Câu 86: Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $m \leq \frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{20}$. C. $m \leq \frac{1}{20}$. D. $m > \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow 5x^2 - x + m > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 20m < 0 \\ 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{20}.$$

Câu 87: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A. $m > \frac{4}{3}$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m < -1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m = -1$ ta có: $x > -1$ không thỏa mãn.

- Với $m \neq -1$ ta có:

$$(m+1)x^2 + mx + m < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ m^2 - 4(m+1)m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -\frac{4}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases}$$

Câu 89: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

- A.** $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

$-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m - 1 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ -m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Câu 90: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \geq \frac{1}{4}$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m > \frac{1}{4}$. **D.** $m < \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $-x^2 + x - m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } -x^2 + x - m \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}.$$

Câu 91: Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

- A.** $m \in [1; +\infty)$. **B.** $m \in (2; +\infty)$. **C.** $m \in (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-2; 7)$.

Lời giải

Chọn A

$$(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0 \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m+3 \geq 0 \\ m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ -4(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 92: Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$.

- A.** $m > 1$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m(x-1) > x^2 - 2x + 1, \forall x \in (0; 1) \quad (*).$$

$$\text{Vì } x \in (0;1) \Rightarrow x-1 < 0 \text{ nên } (*) \Leftrightarrow -2m < \frac{x^2-2x+1}{x-1} = x-1 = g(x), \forall x \in (0;1).$$

$$\Leftrightarrow -2m \leq g(0) = -1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨNBÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI

LÝ THUYẾT.

1. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; -\frac{3}{5}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 - 3x - 5 = x^2 - 7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

2. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1.$$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

b) $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$

b) $\sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$

Lời giải

c) Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 + x + 3 = 1 - 2x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 + 3x + 2 = 0$

Từ đó tìm được $x = -1$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = -1$ hoặc $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -2\}$.

d) Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 13x + 14 = x^2 - 6x + 9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

***Chú ý: Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác**

$$1) \text{ Dạng: } \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases} \quad 2) \text{ Dạng: } \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$$

$$3) \text{ Dạng: } \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}.$$

* Nếu $A+B = C+D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

* Nếu $A+C = B+D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì phải đưa phương trình về dạng:

$$\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$$

sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

$$4) \text{ Dạng: } \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$$

* Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$.

Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.



BÀI TẬP.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$

b) $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$

c) $\sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$

d) $\sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

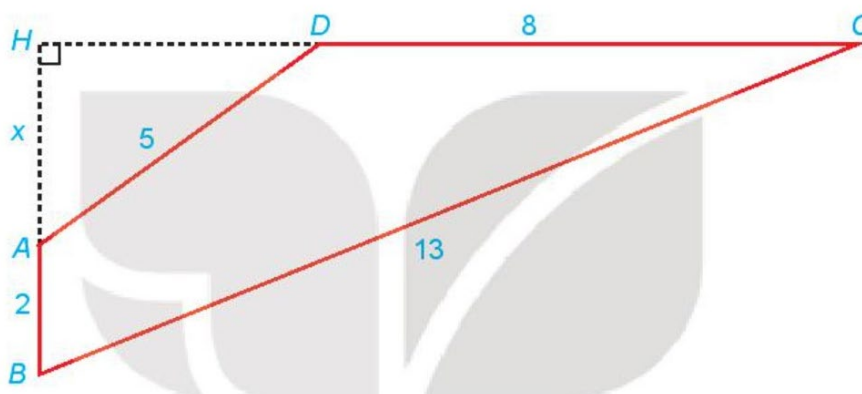
a) $\sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$

b) $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$

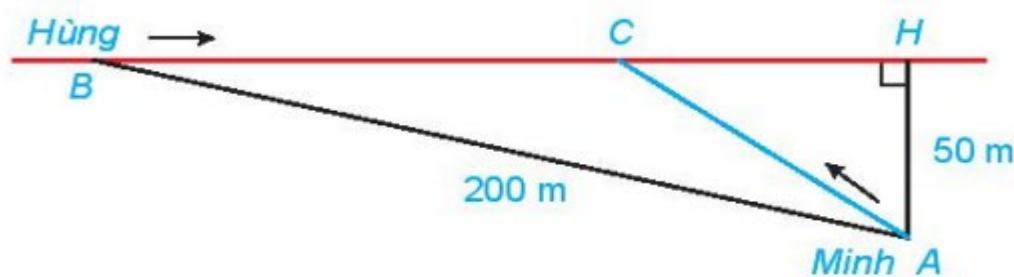
c) $\sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$

d) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x , từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Câu 4. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$
- Câu 2:** Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$
- Câu 3:** Giải phương trình $\sqrt{3 + 2x - x^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$
- Câu 4:** Giải phương trình $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$
- Câu 5:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = 2x + 1$
- Câu 6:** Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = x - 1$:
- Câu 7:** Giải phương trình $\sqrt{3 - 3x - x^2} = x$
- Câu 8:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2$.
- Câu 9:** Giải phương trình $\sqrt{x - 1} = x - 3$
- Câu 10:** Giải phương trình $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x - 2} = 0$
- Câu 11:** Giải phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x - 3} = 0$
- Câu 12:** Giải phương trình $\sqrt{2x - 3} = x - 3$
- Câu 13:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$
- Câu 14:** Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x - 1} = 5 - m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m
- Câu 15:** Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$
- Câu 16:** Phương trình $(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x + 3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
- Câu 17:** Tập nghiệm của phương trình $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$
- Câu 18:** Giải phương trình $x - \sqrt{2x + 7} = -4$
- Câu 19:** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6 - 5x} = 2 - x$
- Câu 20:** Giải phương trình $2\sqrt{x + 5} + 1 = x + \sqrt{x + 5}$
- Câu 21:** Phương trình $(x - 1)\sqrt{5x + 1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm
- Câu 22:** Giải phương trình $\sqrt{5x + 6} = x - 6$
- Câu 23:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$
- Câu 24:** Giải phương trình $(x - 3)(\sqrt{4 - x^2} - x) = 0$
- Câu 25:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 2x - 1$
- Câu 26:** Tìm m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.
- Câu 27:** Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{x^2 - 2(m + 1)x + 6m - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2}$ có nghiệm duy nhất
- Câu 28:** Giải phương trình $\sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} = 2$
- Câu 29:** Tìm tham số m để phương trình $(x^2 - x)\sqrt{x - m} = 0$ chỉ có một nghiệm

- Câu 30:** Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.
- Câu 31:** Cho phương trình $\sqrt{2x + m} = x - 1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.
- Câu 32:** Giải phương trình $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$
- Câu 33:** Giải phương trình $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$
- Câu 34:** Giải phương trình $(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$
- Câu 35:** Giải phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$
- Câu 36:** Phương trình: $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ tính $S = a + b + c$
- Câu 37:** Phương trình: $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm b\sqrt{c}}{d}$ tính $S = a + b + c + d$
- Câu 38:** Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$
- Câu 39:** Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$
- Câu 40:** Giải phương trình $x(x+5) = 2\sqrt[3]{x^2 + 5x - 2} - 2$
- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2 + 16} - m + 2 = 0$ có nghiệm
- Câu 42:** Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + \sqrt{1-x^2} = m$ có nghiệm là $[a; b]$. Tính $S = a + b$.
- Câu 43:** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng
- Câu 44:** Giải phương trình $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.
- Câu 45:** Giải phương trình $x + \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} = 12$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.
- Câu 46:** Cho phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + 3\sqrt{(x-1)(5-x)} = m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên có nghiệm?
- Câu 47:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$
- Câu 48:** Giải phương trình: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ trên $\mathbb{R}$: ta được nghiệm $x = a$; $x = \frac{b - c\sqrt{d}}{e}$ trong đó $a; b; c; d; e$ là các số tự nhiên và $\frac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F = a + b - c + d - e$

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨNBÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI

LÝ THUYẾT.

1. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; -\frac{3}{5}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 - 3x - 5 = x^2 - 7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

2. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1.$$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

b) $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$

b) $\sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$

Lời giải

c) Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 + x + 3 = 1 - 2x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 + 3x + 2 = 0$

Từ đó tìm được $x = -1$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = -1$ hoặc $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -2\}$.

d) Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 13x + 14 = x^2 - 6x + 9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

***Chú ý: Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác**

1) Dạng: $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$ 2) Dạng: $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$

3) Dạng: $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}$.

* Nếu $A+B = C+D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

* Nếu $A+C = B+D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì phải đưa phương trình về dạng:

$$\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$$

sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

4) Dạng: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$

* Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$.

Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.



BÀI TẬP.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$$

$$b) \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$$

$$c) \sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$$

$$d) \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$$

Lời giải

$$a) \sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 1 = 2x^2 - 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2; 2\}$.

$$b) \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

$$c) \sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 3 = -x^2 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}.$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

$$d) \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$$

$$\Rightarrow -x^2 + 5x - 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$

b) $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$

c) $\sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$

d) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

Lời giải

a) $\sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$

$$\Rightarrow 6x^2 + 13x + 13 = 4x^2 + 16x + 16$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{4} \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{34}}{4} \right\}$

b) $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$

$$\Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = 9 + 6x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$

c) $\sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$

$$\Rightarrow 3x^2 - 17x + 23 = x^2 - 6x + 9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{7}{2}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$

$$d) \sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$$

$$\Rightarrow -x^2 + 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

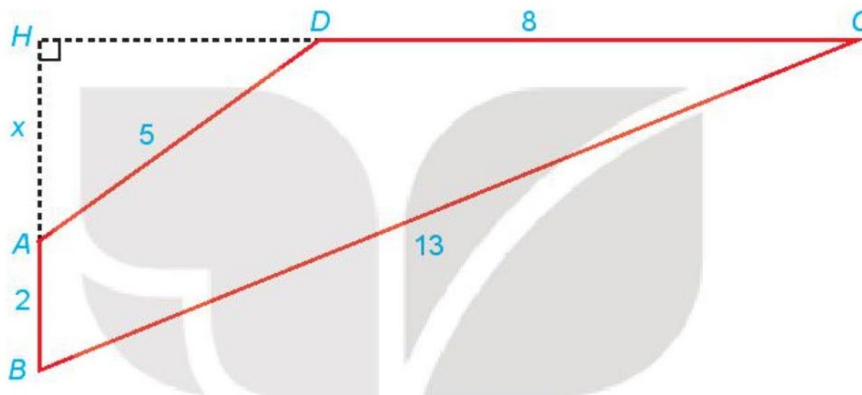
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{3\}$.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x , từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Lời giải

Hướng dẫn: Sử dụng định lý Pytago để tìm x .

Ta có: $HD = \sqrt{25 - x^2}$. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 5 \quad (*)$

Xét tam giác vuông BHC , ta có $HB^2 + HC^2 = BC^2$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (\sqrt{25-x^2} + 8)^2 = 13^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + 25 - x^2 + 16\sqrt{25-x^2} + 64 - 169 = 0$$

$$\Leftrightarrow 16\sqrt{25-x^2} = 76 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{25-x^2} = 19 - x \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $16(25-x^2) = 361 - 38x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $17x^2 - 38x - 39 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-13}{17} \end{cases}$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình (1) và kết hợp với điều kiện (*), ta thấy $x = 3$ thỏa mãn.

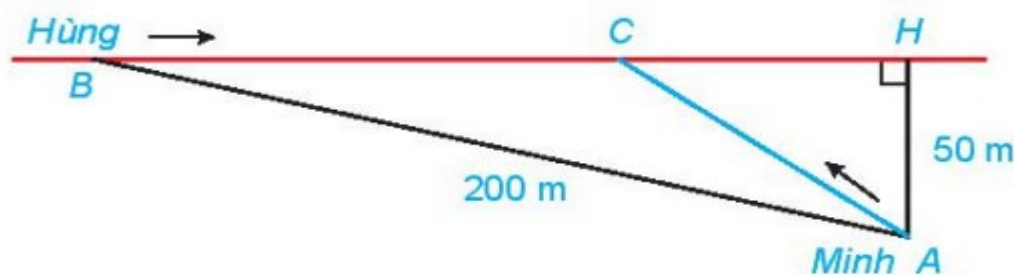
Vậy $x = 3$

Hướng dẫn: Để tính diện tích tứ giác $ABCD$, ta áp dụng công thức tính diện tích tam giác cho $\triangle BHC$, $\triangle AHD$.

Ta có $HB = 5$, $HC = 12$, $HA = 3$, $HD = 4$.

$$S_{ABCD} = S_{BHC} - S_{AHD} = \frac{1}{2} \cdot HB \cdot HC - \frac{1}{2} \cdot HA \cdot HD = \frac{1}{2} (5 \cdot 12 - 3 \cdot 4) = 24.$$

- Câu 4.** Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

Lời giải

Vận tốc của bạn Minh: $v_1 = 5(km/h)$.

Vận tốc của bạn Hùng: $v_2 = 15(km/h)$.

Áp dụng định lý Pithago vào tam giác vuông AHB : $BH = \sqrt{(0,2)^2 - (0,05)^2} = \frac{\sqrt{15}}{20} \text{ (km)}$

Gọi $BC = x \text{ (km)}$, $x > 0$.

Suy ra: $CH = \frac{\sqrt{15}}{20} - x$, $x \leq \frac{\sqrt{15}}{20}$.

Ta cần xác định vị trí điểm C để Minh và Hùng gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia

Nghĩa là: ta cần tìm x để thời gian hai bạn di chuyển đến C là bằng nhau.

Thời gian Hùng đi từ B đến C là: $t_2 = \frac{S_{BC}}{v_2} = \frac{x}{15} \text{ (h)}$.

Quãng đường AC Minh đã đi là: $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}$

Thời gian Minh đã đi từ A đến C là: $t_1 = \frac{S_{AC}}{v_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5} \text{ (h)}$.

Theo yêu cầu bài toán: $\frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5} = \frac{x}{15}$

Bình phương 2 vế: $\frac{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}{25} = \frac{x^2}{225}$

$$\Leftrightarrow 9\left(\frac{3}{80} - \frac{\sqrt{15}}{10}x + x^2\right) + \frac{9}{400} = x^2$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - \frac{9\sqrt{15}}{10}x + \frac{9}{25} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 0,3 \\ x \approx 0,1 \end{cases}$$

Vì $0 < x \leq \frac{\sqrt{15}}{20} \approx 0,19$ nên $x \approx 0,1$ thỏa mãn.

Vậy hai bạn Minh và Hùng di chuyển đến vị trí C cách điểm B một đoạn $x \approx 0,1 \text{ (km)} = 100 \text{ (m)}$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

Lời giải

$$\text{Ta có : } \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 2x^2 - 5x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x^2 + 11x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x = 0 \\ x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -11 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{0; -11\}$

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

Lời giải

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = x^2 + 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 1 \\ x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{1; 4\}$

Câu 3: Giải phương trình $\sqrt{3 + 2x - x^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{3+2x-x^2} = \sqrt{x^2-4x+3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2x-x^2 \geq 0 \\ x^2-4x+3 \geq 0 \\ 3+2x-x^2 = x^2-4x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \\ 2x^2-6x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{0; 3\}$

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{-x^2+9x-5} = x$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{-x^2+9x-5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2+9x-5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2-9x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

Câu 5: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3} = 2x+1$

Lời giải

$$\text{Ta có : } \sqrt{3x^2+6x+3} = 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3x^2+6x+3 = 4x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2-2x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{3}(l) \\ x=1+\sqrt{3}(n) \end{cases} \end{cases}$$

Câu 6: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1$:

Lời giải

$$\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x^2-3x+1 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{3-3x-x^2} = x$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{3-3x-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3-3x-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2+3x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3+\sqrt{33}}{4}$$

Vậy phương trình trên chỉ có 1 nghiệm.

Câu 8: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 4x + 4 = (3x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ 6x^2 + 16x = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x = 0, x = -\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

Câu 9: Giải phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$

Lời giải

$$\sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 10: Giải phương trình $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$

Lời giải

ĐK: $x \geq 2$.

$$pt \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (l) \\ x = 3 (tm) \\ x = 2 (tm) \end{cases}$$

Câu 11: Giải phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x \geq 3 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ x \geq 3 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 12: Giải phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}\sqrt{2x-3} = x-3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 2x-3 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x-3 = x^2-6x+9 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2-8x+12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x=2 \\ x=6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x=6 \end{cases}.\end{aligned}$$

Vậy $S = \{6\}$.

Câu 13: Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{1-x}$

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{1-x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x^2-4x+3 = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2-3x+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x=1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 14: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1} = 5-m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m

Lời giải

Điều kiện $x \geq 1$.

+ Nếu $5-m < 0 \Leftrightarrow m > 5$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Nếu $5-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$ khi đó $\sqrt{x-1} = 5-m \Leftrightarrow x = (5-m)^2 + 1 \geq 1$ suy ra phương trình có nghiệm là $x = (5-m)^2 + 1$.

Vậy các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm là: $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 15: Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2} = \sqrt{1+x}$

Lời giải

$$\sqrt{x^2+3x-2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x^2+3x-2 = 1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x=1 \end{cases}.$$

Vậy $S = 1$.

Câu 16: Phương trình $(x^2+5x+4)\sqrt{x+3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -3$.

$$(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(N) \\ x = -4(L) \\ x = -3(N) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 17: Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

Lời giải

Điều kiện: $10 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Khi đó: $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

$$\Leftrightarrow (x+3)\sqrt{10-x^2} = (x+3)(x-4) \Leftrightarrow (x+3)(\sqrt{10-x^2} - x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \sqrt{10-x^2} = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x = -3.$$

Vì phương trình $\sqrt{10-x^2} = x - 4$ vô nghiệm với mọi x thỏa $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Câu 18: Giải phương trình $x - \sqrt{2x+7} = -4$

Lời giải

$$\text{Phương trình } x - \sqrt{2x+7} = -4 \Leftrightarrow x + 4 = \sqrt{2x+7} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ (x+4)^2 = 2x+7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x^2 + 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Câu 19: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x} = 2-x$

Lời giải

$$\text{Phương trình } \sqrt{6-5x} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 6-5x = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1 + (-2) = -1$.

Câu 20: Giải phương trình $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5}$

Lời giải

$$\text{Phương trình } 2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x + 5 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4 \in (-2; 10)$.

Câu 21: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm

Lời giải

ĐK: $x \geq -\frac{1}{5}$.

Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x-1)(\sqrt{5x+1} - x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{5x+1} = x + 1 \quad (*) \end{cases}$

Phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 5x+1 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là: $x = 0; x = 1; x = 3$

Câu 22: Giải phương trình $\sqrt{5x+6} = x - 6$

Lời giải

Ta có: $\sqrt{5x+6} = x - 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6 \geq 0 \\ 5x + 6 = (x - 6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 5x + 6 = x^2 - 12x + 36 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2 - 17x + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \begin{cases} x = 2(l) \\ x = 15 \end{cases} \end{cases}$. Vậy $S = \{15\}$.

Câu 23: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$

Lời giải

Điều kiện $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Phương trình trở thành $3x^2 - 9x + 7 = (x - 2)^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$.

So điều kiện, không có nghiệm nào thỏa mãn

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 24: Giải phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2} - x) = 0$

Lời giải

ĐKXD: $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có $(x-3)(\sqrt{4-x^2} - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (L) \\ \sqrt{4-x^2} = x \quad (*) \end{cases}$.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

Vậy $S = \{\sqrt{2}\}$.

Câu 25: Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 2x - 1$

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 17 = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 + 2x - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 26: Tìm m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

Phương trình tương đương: $\begin{cases} x \geq m \\ \begin{cases} x = m \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ \begin{cases} x = m \\ x = -1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}.$

Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-3 \leq m < -1$.

Câu 27: Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2}$ có nghiệm duy nhất

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 2$.

Khi đó phương trình $\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2} \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2 = x - 2$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2m+3)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2m \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì $(*)$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x > 2$

tương đương với $\begin{cases} 2m = 3 \\ 2m \leq 2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1] \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}.$

Câu 28: Giải phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

Lời giải

$$\text{ĐK } \begin{cases} 3x+7 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{7}{3} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1.$$

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3x+7} = \sqrt{x+1} + 2.$$

$$\Leftrightarrow 3x+7 = x+1+4+4\sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 2x+2 \Leftrightarrow (x+1) - 2\sqrt{x+1} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Tổng các nghiệm của phương trình $3 + (-1) = 2$.

Câu 29: Tìm tham số m để phương trình $(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0$ chỉ có một nghiệm

Lời giải

Điều kiện $x \geq m(1)$.

$$(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = m \text{ (tm(1))} \end{cases}.$$

Phương trình luôn có nghiệm $x = m$. Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $x = m \geq 1$

Vậy $m \geq 1$.

Câu 30: Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 10x + m = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 10x + m = 4 - 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 6x = m - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{m-4}{6} \end{cases}$$

$$\text{Để phương trình vô nghiệm thì } \frac{m-4}{6} > 2 \Leftrightarrow m-4 > 12 \Leftrightarrow m > 16.$$

Câu 31: Cho phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Lời giải

$$\text{Phương trình } \sqrt{2x+m} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < x_1 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < x_1 - 1 < x_2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + m > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \\ x_1 + x_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ 1 - m - 4 + 1 > 0 \\ 4 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 2.$$

Câu 32: Giải phương trình $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 2x + 8} (t \geq 0)$, khi đó phương trình trở thành: $-t^2 = 4t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -4(L) \end{cases}$.

Với $t = 0 \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 2x + 8} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 33: Giải phương trình $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 8x}$, $t \geq 0$. Pt: $2t = t^2 - 3 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(L) \\ t = 3(N) \end{cases}$.

Với $t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 8x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 8.

Câu 34: [Giải phương trình $(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$

Lời giải

$$(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$$

Đặt $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = t (t \geq 0)$ ta được phương trình:

$$t^2 - 2 + 3t - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(TM) \\ t = -4(L) \end{cases}$$

Với $t = 1$ ta được

$$\sqrt{x^2 - 4x + 5} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy tổng bình phương nghiệm của phương trình trên là 4.

Câu 35: Giải phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

Lời giải

$$\text{Ta có } (x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 2 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 + 5x + 2} \ (t \geq 0). \text{ Khi đó, phương trình trở thành: } t^2 - 4 - 3t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (l) \\ t = 4 & (n) \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 2} = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \end{cases}.$$

Vậy tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$ là:

$$2^2 + (-7)^2 = 53.$$

Câu 36: Phương trình: $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ tính $S = a + b + c$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định của phương trình: } x^3 + x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } 5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{(x-1)(x^2 + 2x)} = 2(x^2 + 2x) + 2(x-1)(*)$$

Ta thấy với $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình (*).

$$\text{Với } x \neq 1 \text{ ta có phương trình } (*) \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 + 2x}{x-1}\right) - 5\sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x-1}} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+2x}{x-1}} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{x^2+2x}{x-1}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+2x}{x-1} = \frac{1}{4} \\ \frac{x^2+2x}{x-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2+7x+1=0 \\ x^2-2x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+\sqrt{33}}{8} \\ x = \frac{-7-\sqrt{33}}{8} \end{cases}.$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{8}$ thỏa mãn.

Suy ra $\begin{cases} a = -7 \\ b = 33 \\ c = 8 \end{cases}$. Do đó $a+b+c = -7+33+8 = 34$.

*** Phân tích phương án nhiễu:**

+ Sai lầm khi Chọn $a = -7, b = -33, c = 8$, khi đó $a+b+c = -7-33+8 = -32$.

+ Sai lầm khi Chọn $a = 7, b = 33, c = 8$, khi đó $a+b+c = 7+33+8 = 48$.

+ Sai lầm khi Chọn $a = 7, b = -33, c = 8$, khi đó $a+b+c = 7-33+8 = -18$.

Câu 37: Phương trình: $13\sqrt{x^3+x^2-6x} = 5x^2+21x-12$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm b\sqrt{c}}{d}$ tính $S = a+b+c+d$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3+x^2-6x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có $13\sqrt{x^3+x^2-6x} = 5x^2+21x-12 \Leftrightarrow 13\sqrt{(x-2)(x^2+3x)} = 5(x^2+3x)+6(x-2)$ (*)

Ta thấy với $x = 2$ không phải là nghiệm của phương trình (*).

Với $x \neq 2$ ta có phương trình (*) $\Leftrightarrow 5\left(\frac{x^2+3x}{x-2}\right) - 13\sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = \frac{3}{5} \\ \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x}{x-2} = \frac{9}{25} \\ \frac{x^2+3x}{x-2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x^2+66x+18=0 \\ x^2-x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-33+3\sqrt{71}}{25} \\ x = \frac{-33-3\sqrt{71}}{25} \end{cases}.$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-33 \pm 3\sqrt{71}}{25}$ thỏa mãn.

Suy ra $\begin{cases} a = -33 \\ b = 3 \\ c = 71 \\ d = 25 \end{cases}$. Do đó $a+b+c+d = -33+3+71+25 = 66$.

* Phân tích phương án nhiễu:

+ Sai lầm khi chọn $a = -33, b = -3, c = 71; d = 25$, khi đó $a + b + c + d = -33 - 3 + 71 + 25 = 60$.

+ Sai lầm khi chọn $a = 33, b = 3, c = 71; d = 25$, khi đó $a + b + c + d = 33 + 3 + 71 + 25 = 132$.

+ Sai lầm khi chọn $a = 33, b = -3, c = 71; d = 25$, khi đó $a + b + c + d = 33 - 3 + 71 + 25 = 126$.

Câu 38: Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$

Lời giải

Ta có $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2 - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 0$.

Đặt $t = \sqrt{x^2+5x+2}$ ($t \geq 0$). Khi đó, phương trình trở thành: $t^2 - 4 - 3t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (l) \\ t = 4 & (n) \end{cases}$.

Với $t = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5x+2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \end{cases}$.

Vậy tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$ là $2^2 + (-7)^2 = 53$.

Câu 39: Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x - \frac{1}{x} \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Chia 2 vế phương trình cho x ta có:

$$x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1 \Leftrightarrow x + 2\sqrt{x - \frac{1}{x}} - 3 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} + 2\sqrt{x - \frac{1}{x}} - 3 = 0$$

Đặt $t = \sqrt{x - \frac{1}{x}}$ ($t \geq 0$). Ta có phương trình $t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(n) \\ t = -3(l) \end{cases}$

$$* t = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x - \frac{1}{x}} = 1 \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

$$\text{Tích các nghiệm bằng: } \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = -1.$$

Câu 40: Giải phương trình $x(x+5) = 2\sqrt[3]{x^2+5x-2} - 2$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{x^2+5x-2}$ ta được phương trình: $t^3 + 2 = 2t - 2 \Leftrightarrow t^3 - 2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

$$\text{Với } t = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2 + 5x - 2} = -2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2+16} - m + 2 = 0$ có nghiệm

Lời giải

- Điều kiện: $-4 \leq x \leq 4$.

- Đặt $t = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = 8 + 2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow t^2 \geq 8 \Rightarrow t \geq 2\sqrt{2}$.

Lại có: $t = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} \leq \sqrt{(1+1)(4+x+4-x)} = 4$.

Do đó: với $x \in [-4; 4]$ thì $t \in [2\sqrt{2}; 4]$.

- Phương trình đã cho trở thành: $t^2 + t - 6 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = m$.

Nhận thấy hàm số $f(t) = t^2 + t - 6$ đồng biến trên đoạn $[2\sqrt{2}; 4]$ nên

$$f(2\sqrt{2}) \leq f(t) \leq f(4), \forall t \in [2\sqrt{2}; 4]$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{2} \leq f(t) \leq 14, \forall t \in [2\sqrt{2}; 4].$$

Suy ra phương trình $f(t) = m$ có nghiệm trên đoạn $[2\sqrt{2}; 4]$ khi và chỉ khi $2 + 2\sqrt{2} \leq m \leq 14$.

Lại do m nguyên nên $m \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + \sqrt{1-x^2} = m$ có nghiệm là $[a; b]$. Tính $S = a + b$.

Lời giải

$$x^2 + \sqrt{1-x^2} = m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ -(1-x^2) + \sqrt{1-x^2} + 1 - m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -(1-x^2) + \sqrt{1-x^2} + 1 - m = 0 (*) \end{cases}$$

Đặt $\sqrt{1-x^2} = t$. Điều kiện $t \in [0; 1]$. Phương trình (*) trở thành: $-t^2 + t + 1 = m$ (**)

Số nghiệm của phương trình (**) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 + t + 1$ trên $[0; 1]$

và đường thẳng $y = m$ vuông góc với trục Oy .

Xét đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 + t + 1$ là đường parabol có đỉnh là điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$, vì $a = -1 < 0$

nên bề lõm quay xuống dưới. Ta có bảng biến thiên sau:

t	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f(t)$			$\frac{5}{4}$		
	$-\infty$	1		1	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: Phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \left[1; \frac{5}{4}\right]$.

Vậy $a = 1; b = \frac{5}{4} \Rightarrow S = a + b = 1 + \frac{5}{4} = \frac{9}{4}$.

Câu 43: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{2x-1} \Leftrightarrow t^3 = 2x-1 \Leftrightarrow t^3 + 1 = 2x$ (1)

Với $t = \sqrt[3]{2x-1}$ phương trình đã cho trở thành: $x^3 + 1 = 2t$ (2)

Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được:

$$t^3 - x^3 = 2(x-t) \Leftrightarrow (t-x)(t^2 + tx + x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = x \\ t^2 + tx + x^2 + 2 = 0 \quad (\forall n) \end{cases}$$

Thay $t = x$ vào (1) ta được:

$$x^3 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{1, \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$.

Câu 44: Giải phương trình $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

Điều kiện $x \geq 1$. Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x-1} \\ v = \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + 1 = x \\ v^2 - u = 5 \end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} u^2 + v = 5 \\ v^2 - u = 5 \end{cases} (*) \Rightarrow u^2 - v^2 + v + u = 0 \Leftrightarrow (u-v+1)(u+v) = 0$.

Nếu $u + v = 0 \Leftrightarrow u = v = 0$. Do đó $u + 1 = v$.

$$\text{Từ (*) suy ra } u^2 + u - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\ u = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do } u \geq 0 \text{ nên } u = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = u^2 + 1 = \frac{11 - \sqrt{17}}{2}.$$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 11 + 17 + 2 = 30.$$

Câu 45: Giải phương trình $x + \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} = 12$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x \geq 1. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \sqrt{x-1} \\ v = \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + 1 = x \\ v^2 - u = 11 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} u^2 + v = 11 & (*) \\ v^2 - u = 11 \end{cases} \Rightarrow u^2 - v^2 + v + u = 0 \Leftrightarrow (u - v + 1)(u + v) = 0.$$

Nếu $u + v = 0 \Leftrightarrow u = v = 0$ (vô lý). Do đó $u + 1 = v$.

$$\text{Từ (*) suy ra } u^2 + u - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} \\ u = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do } u \geq 0 \text{ nên } u = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2} \Rightarrow x = u^2 + 1 = \frac{23 - \sqrt{41}}{2} \text{ (nhận)}.$$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 23 + 41 + 2 = 66.$$

Câu 46: Cho phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + 3\sqrt{(x-1)(5-x)} = m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên có nghiệm?

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}. \text{ Ta có } t^2 = 4 + 2\sqrt{x-1}\sqrt{5-x} \geq 4 \Rightarrow t \geq 2.$$

$$\text{Mặt khác } t^2 = 4 + 2\sqrt{x-1}\sqrt{5-x} \leq 2 + (x-1) + (5-x) = 6 \Rightarrow t \leq \sqrt{6}.$$

Phương trình đã cho trở thành:

$$t + 3 \cdot \frac{t^2 - 4}{2} = m \Leftrightarrow 3t^2 + 2t - 12 = 2m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3t^2 + 2t - 12 \text{ với } t \in [2; \sqrt{6}].$$

Hàm số f đồng biến trên $[2; \sqrt{6}]$ nên $f(2) \leq f(t) \leq f(\sqrt{6}) \Rightarrow 4 \leq f(t) \leq 6 + 2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $4 \leq m \leq 6 + 2\sqrt{6}$

Do m nguyên nên $m \in \{4; 5; \dots; 10\}$.

Câu 47: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1})(\sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1}) = \sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 7 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được hệ sau:

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1 \\ \sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x^2 + 5x + 8} = 4 \\ \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Thử lại, cả hai nghiệm đều thỏa mãn đề bài. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 48: Giải phương trình: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ trên $\mathbb{R}$: ta được nghiệm $x = a$; $x = \frac{b-c\sqrt{d}}{e}$

trong đó a ; b ; c ; d ; e là các số tự nhiên và $\frac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F = a + b - c + d - e$

Lời giải

Ta có: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\Leftrightarrow 4(x^2 - 9) + 12x(\sqrt{x+1} - 2) = 3x - 9.$$

$$\Leftrightarrow (x-3) \left[4(x+3) + \frac{12x}{\sqrt{x+1}+2} - 3 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(n) \\ 4(x+3) + \frac{12x}{\sqrt{x+1}+2} - 3 = 0 \end{cases}$$

Ta giải phương trình $4(x+3) + \frac{12x}{\sqrt{x+1}+2} - 3 = 0$.

$$\Leftrightarrow 20x + 18 + (4x+9)\sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow (4x+9)\sqrt{x+1} = -(20x+18).$$

Điều kiện: $(4x+9)(20x+18) \leq 0$. Khi đó bình phương 2 vế của phương trình ta được:

$$16x^3 - 312x^2 - 567x - 243 = 0 \Leftrightarrow (4x + 3)(4x^2 - 81x - 81) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \text{ (l)} \\ x = \frac{81 + 9\sqrt{97}}{8} \text{ (l)} \\ x = \frac{81 - 9\sqrt{97}}{8} \text{ (n)} \end{cases} \text{ . Vậy } a = 3; b = 81; c = 9; d = 97; e = 8 \text{ . Khi đó: } F = 164.$$

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+5} = 2$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 4$. D. $x = -\frac{1}{3}$.

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+3} = 4$ là

- A. $S = \left\{ \frac{2}{13} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{2}{13} \right\}$. C. $S = \left\{ -\frac{13}{2} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{13}{2} \right\}$.

Câu 3: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{15-5x}$ là

- A. $S = 7$. B. $S = -7$. C. $S = 6$. D. $S = 4$.

Câu 4: Cho phương trình $\sqrt{3x+4} = x(1)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x^2$. B. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$. C. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ 3x+4 \geq 0 \end{cases}$. D. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x$.

Câu 5: Phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3} = 2x+1$ có tập nghiệm là :

- A. $\{1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}\}$. B. $\{1-\sqrt{3}\}$. C. $\{1+\sqrt{3}\}$ D. $\emptyset$.

Câu 6: Phương trình $(x^2-5)\sqrt{x-2} = 0$ có số nghiệm là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 7: Phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1$ có tập nghiệm là:

- A. $(0; 1]$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{-1\}$.

Câu 8: Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có một nghiệm nằm trong khoảng nào sau đây?

- A. $(5; 9)$. B. $(1; 3)$. C. $(4; 7)$. D. $(0; 2)$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $(x^2-4x+3)\sqrt{x-2} = 0$ là:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 10: Phương trình $(x^2-3x+2)\sqrt{x-3} = 0$ có số nghiệm là

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{1-x}(x^2-3x+2)=0$ là

A. $T=(-\infty;1]$. B. $T=\{1;2\}$. C. $T=\emptyset$. D. $T=\{1\}$.

Câu 12: Phương trình $\sqrt{3-3x-x^2}=x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 13: Phương trình $\sqrt{-x^2+9x-5}=x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 14: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-4x+4}=3x+2$.

A. $\{0\}$. B. $\left\{-\frac{8}{3};0\right\}$. C. $\emptyset$. D. $\left\{-\frac{8}{3}\right\}$.

Câu 15: Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là:

A. $S=\{6\}$. B. $S=\{2\}$. C. $S=\emptyset$. D. $S=\{6;2\}$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{1-x}$ là

A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 17: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1}=5-m$ có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số m là

A. 5. B. 6. C. 4. D. 1.

Câu 18: Tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ bằng

A. $S=3$. B. $S=-3$. C. $S=-2$. D. $S=1$.

Câu 19: Phương trình $(x^2+5x+4)\sqrt{x+3}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 20: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$

A. -3. B. 3. C. -2. D. 1.

Câu 21: Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$ là

A. $S=\{-3;1\}$. B. $S=\{-3;3\}$. C. $S=\{-3;1;3\}$. D. $S=\{-3\}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $x-\sqrt{2x+7}=-4$ là

A. $x=-3$. B. $x=1$ hoặc $x=9$. C. $x=7$. D. $x=9$.

Câu 23: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x}=2-x$

A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 24: Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $2\sqrt{x+5}+1=x+\sqrt{x+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0 \in (-\infty;-4)$. B. $x_0 \in [-4;-2]$. C. $x_0 \in (-2;10)$. D. $x_0 \in [10;+\infty)$.

Câu 25: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1}=x^2-1$ có bao nhiêu nghiệm

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 26:** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$ bằng
A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.
- Câu 27:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-4x+3)=0$ là:
A. $S = \{2; 3\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{1; 3\}$. **D.** $S = \{1; 2; 3\}$.
- Câu 28:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là:
A. $S = \emptyset$. **B.** $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
- Câu 29:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7} = x-2$ là:
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.
- Câu 30:** Tập nghiệm của phương trình $(x^2-x-2)\sqrt{x-1}=0$ là:
A. $\{1; 2\}$. **B.** $\{-1; 1; 2\}$. **C.** $[1; 2]$. **D.** $[-1; 2]$
- Câu 31:** Tập nghiệm của phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2}-x)=0$ là
A. $\{\sqrt{2}; 3\}$. **B.** $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. **C.** $\{\sqrt{2}\}$. **D.** $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3\}$.
- Câu 32:** Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 33:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.
A. $m \in (-\infty; -1)$. **B.** $m \in (-1; +\infty)$. **C.** $m \in [-1; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 34:** Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1-1)(x_2-1)$.
A. 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 35:** Số nghiệm của phương trình $21x(12x^2-48)\sqrt{2018x-2018}=0$ là :
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 8.
- Câu 36:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-6x+17} = 2x-1$ là
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 37:** Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$?
A. 4. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.
- Câu 38:** Tìm tham số m để phương trình $(x^2-x)\sqrt{x-m}=0$ chỉ có một nghiệm
A. $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $0 \leq m < 1$. **D.** $m \leq 0$.
- Câu 39:** Cho phương trình $\sqrt{x^2-10x+m} = 2-x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.
A. $16 < m < 20$. **B.** $-3 \leq m \leq 16$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m > 16$.

- Câu 40:** Cho phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $b-a$ bằng
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.
- Câu 41:** Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2-4$ bằng
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 42:** Biết phương trình $3x+1-\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{3x-1}=0$ có một nghiệm có dạng $x=\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các nguyên tố. Tính $S=a+b+c$.
- A. $S=10$. B. $S=21$. C. $S=12$. D. $S=14$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+5} = 2$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 4$.

D. $x = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \sqrt{3x+5} = 2 \Leftrightarrow 3x+5 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}.$$

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+3} = 4$ là

A. $S = \left\{ \frac{2}{13} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{2}{13} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{13}{2} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{13}{2} \right\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sqrt{2x+3} = 4 \Leftrightarrow 2x+3 = 16 \Leftrightarrow x = \frac{13}{2}$$

Câu 3: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{15-5x}$ là

A. $S = 7$.

B. $S = -7$.

C. $S = 6$.

D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{15-5x} \Leftrightarrow \begin{cases} 15-5x \geq 0 \\ x^2+2x-3 = 15-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2+7x-18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 2 \vee x = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -9$$

$$\text{Vậy } S = 2 - 9 = -7.$$

Câu 4: Cho phương trình $\sqrt{3x+4} = x(1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x^2$.

B. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

C. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ 3x+4 \geq 0 \end{cases}$.

D. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4=x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}.$$

Câu 5: Phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1$ có tập nghiệm là :

- A. $\{1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}\}$. B. $\{1-\sqrt{3}\}$. C. $\{1+\sqrt{3}\}$ D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } \sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3x^2+6x+3=4x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2-2x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{3}(l) \\ x=1+\sqrt{3}(n) \end{cases} \end{cases}.$$

Câu 6: Phương trình $(x^2-5)\sqrt{x-2}=0$ có số nghiệm là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 2$.

$$(x^2-5)\sqrt{x-2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{5} \\ x=2 \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình là 2.

Câu 7: Phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1$ có tập nghiệm là:

- A. $(0;1]$. B. $\{0;1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x^2-3x+1=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x=1 \end{cases}.$$

Câu 8: Phương trình $\sqrt{x-1}=x-3$ có một nghiệm nằm trong khoảng nào sau đây?

- A. $(5;9)$. B. $(1;3)$. C. $(4;7)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x \geq 2$.

$$pt \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (l) \\ x = 3 (tm) \\ x = 2 (tm) \end{cases}$$

Câu 10: Phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0$ có số nghiệm là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$Ta \text{ có: } (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x \geq 3 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ x \geq 3 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{1-x}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là

A. $T = (-\infty; 1]$.

B. $T = \{1; 2\}$.

C. $T = \emptyset$.

D. $T = \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$

$$Pt \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1-x} = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 12: Phương trình $\sqrt{3-3x-x^2} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$Ta \text{ có } \sqrt{3-3x-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3-3x-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3 + \sqrt{33}}{4}$$

Vậy phương trình trên chỉ có 1 nghiệm.

Câu 13: Phương trình $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2 + 9x - 5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 9x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

Câu 14: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2$.

A. $\{0\}$.

B. $\left\{-\frac{8}{3}; 0\right\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\left\{-\frac{8}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 4x + 4 = (3x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ 6x^2 + 16x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x = 0, x = -\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

Câu 15: Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x - 3} = x - 3$ là:

A. $S = \{6\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{6; 2\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\sqrt{2x - 3} = x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 2x - 3 = (x - 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x - 3 = x^2 - 6x + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

Vậy $S = \{6\}$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$ là

A. Vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 17: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1} = 5-m$ có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số m là

A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x \geq 1$.

+ Nếu $5-m < 0 \Leftrightarrow m > 5$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Nếu $5-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$ khi đó $\sqrt{x-1} = 5-m \Leftrightarrow x = (5-m)^2 + 1 \geq 1$ suy ra phương trình có nghiệm là $x = (5-m)^2 + 1$.

Vậy các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm là: $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 18: Tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$ bằng

A. $S = 3$.

B. $S = -3$.

C. $S = -2$.

D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $S = 1$.

Câu 19: Phương trình $(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \geq -3$.

$$(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(N) \\ x = -4(L) \\ x = -3(N) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 20: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$

A. -3.

B. 3.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x} \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 1 + x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (N) \\ x = -3 (L) \end{cases}$$

Vậy tổng của các nghiệm là 1.

Câu 21: Tập nghiệm của phương trình $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$ là

A. $S = \{-3; 1\}$.

B. $S = \{-3; 3\}$.

C. $S = \{-3; 1; 3\}$.

D. $S = \{-3\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $10 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Khi đó: $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$

$$\Leftrightarrow (x + 3)\sqrt{10 - x^2} = (x + 3)(x - 4) \Leftrightarrow (x + 3)(\sqrt{10 - x^2} - x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \sqrt{10 - x^2} = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x = -3.$$

Vì phương trình $\sqrt{10 - x^2} = x - 4$ vô nghiệm với mọi x thỏa $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $x - \sqrt{2x + 7} = -4$ là

A. $x = -3$.

B. $x = 1$ hoặc $x = 9$.

C. $x = 7$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } x - \sqrt{2x + 7} = -4 \Leftrightarrow x + 4 = \sqrt{2x + 7} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ (x + 4)^2 = 2x + 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x^2 + 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Câu 23: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6 - 5x} = 2 - x$

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } \sqrt{6 - 5x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ 6 - 5x = 4 - 4x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1 + (-2) = -1$.

Câu 24: Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x_0 \in (-\infty; -4)$. B. $x_0 \in [-4; -2]$. C. $x_0 \in (-2; 10)$. D. $x_0 \in [10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } 2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x + 5 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = -1 \Leftrightarrow x = 4. \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4 \in (-2; 10)$.

Câu 25: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{ĐK: } x \geq -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Phương trình } (x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x-1)(\sqrt{5x+1} - x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{5x+1} = x + 1 \quad (*) \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 5x+1 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là: $x = 0; x = 1; x = 3$

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x - 6$ bằng

- A. 15. B. 6. C. 2 và 15. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt{5x+6} = x - 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6 \geq 0 \\ 5x + 6 = (x - 6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 5x + 6 = x^2 - 12x + 36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2 - 17x + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \begin{cases} x = 2(l). \text{ Vậy } S = \{15\}. \\ x = 15 \end{cases} \end{cases}$$

Câu 27: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-4x+3)=0$ là:

A. $S = \{2; 3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{1; 3\}$.

D. $S = \{1; 2; 3\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \geq 2$.

Phương trình trở thành:
$$\begin{cases} x-2=0 \\ x^2-4x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 & (n) \\ x=1 & (l) \\ x=3 & (n) \end{cases}$$

Vậy $S = \{2; 3\}$.

Câu 28: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là:

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

D. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Câu 29: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7} = x-2$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Phương trình trở thành $3x^2-9x+7 = (x-2)^2 \Leftrightarrow 2x^2-5x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$.

So điều kiện, không có nghiệm nào thỏa mãn

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $(x^2-x-2)\sqrt{x-1}=0$ là:

A. $\{1; 2\}$.

B. $\{-1; 1; 2\}$.

C. $[1; 2]$.

D. $[-1; 2]$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $x \geq 1$

$$(x^2-x-2)\sqrt{x-1}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

Nghiệm $x = -1$ loại do không thỏa mãn điều kiện xác định. Phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 2$.

Câu 31: Tập nghiệm của phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2}-x)=0$ là

- A. $\{\sqrt{2}; 3\}$. B. $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. **C. $\{\sqrt{2}\}$.** D. $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có $(x-3)(\sqrt{4-x^2}-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 & (L) \\ \sqrt{4-x^2}=x & (*) \end{cases}$.

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

Vậy $S=\{\sqrt{2}\}$.

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$ là

- A. 2. **B. 1.** C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

$\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0 \quad (1)$

Đk: $x \geq 3$

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ \sqrt{x-3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là: $S=\{3\}$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; -1)$. **B. $m \in (-1; +\infty)$.** C. $m \in [-1; +\infty)$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

$\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0 \quad (1)$

Đk: $x > -3$

$(1) \Leftrightarrow x=3m$

Đề (1) có nghiệm thì $3m > -3 \Leftrightarrow m > -1$.

Câu 34: Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1-1)(x_2-1)$.

A. 0.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x \geq 1$.

Phương trình tương đương với $\sqrt{x-1}(1+\sqrt{3}) = \sqrt{x-1}\sqrt{x+1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 0 \\ (1+\sqrt{3}) = \sqrt{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4+2\sqrt{3} = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3+2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy ta có $(x_1-1)(x_2-1) = 0$.

Câu 35: Số nghiệm của phương trình $21x(12x^2-48)\sqrt{2018x-2018} = 0$ là :

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

- Điều kiện : $x \geq 1$.

- Với $x \geq 1$ thì phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} 12x^2 - 48 = 0 \\ 2018x - 2018 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (loại)} \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 36: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-6x+17} = 2x-1$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\sqrt{x^2-6x+17} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x^2-6x+17 = (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2+2x-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Câu 37: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$?

A. 4.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK } \begin{cases} 3x+7 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{7}{3} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1.$$

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3x+7} = \sqrt{x+1} + 2.$$

$$\Leftrightarrow 3x+7 = x+1+4+4\sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 2x+2 \Leftrightarrow (x+1) - 2\sqrt{x+1} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Tổng các nghiệm của phương trình $3+(-1)=2$.

Câu 38: Tìm tham số m để phương trình $(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0$ chỉ có một nghiệm

A. $m \geq 1$.

B. $m > 1$.

C. $0 \leq m < 1$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x \geq m(1)$.

$$(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = m \text{ (tm(1))} \end{cases}.$$

Phương trình luôn có nghiệm $x = m$. Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $x = m \geq 1$

Vậy $m \geq 1$.

Câu 39: Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $16 < m < 20$.

B. $-3 \leq m \leq 16$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m > 16$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 10x + m = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 10x + m = 4 - 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 6x = m - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{m-4}{6} \end{cases}$$

Để phương trình vô nghiệm thì $\frac{m-4}{6} > 2 \Leftrightarrow m - 4 > 12 \Leftrightarrow m > 16$.

Câu 40: Cho phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $b-a$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } \sqrt{2x+m} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < x_1 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < x_1 - 1 < x_2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+m > 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) > 0 \\ x_1+x_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1+x_2 > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ 1-m-4+1 > 0 \\ 4 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 2.$$

Câu 41: Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \geq -\frac{7}{2}$.

Ta có $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$

$$\Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)[\sqrt{2x+7} - x - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7} - x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \geq -2 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \geq -2 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \geq -2 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 42: Biết phương trình $3x+1-\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{3x-1}=0$ có một nghiệm có dạng $x = \frac{a+\sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các nguyên tố. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 10$.

B. $S = 21$.

C. $S = 12$.

D. $S = 14$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 3x+1-\sqrt{3x-1}=\sqrt{3x^2+7x} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x-1} < 3x+1 \\ 3x-1 \geq 0 \\ 9x^2+6x+1+3x-1-2(3x+1)\sqrt{3x-1}=3x^2+7x \quad (1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2+6x \geq 0 \\ 3x-1 \geq 0 \\ 2x(3x+1)-2(3x+1)\sqrt{3x-1}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = \sqrt{3x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x^2-3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Phương trình có nghiệm $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Do đó $a = 3$, $b = 5$, $c = 2 \Rightarrow S = 10$.