

Họ và tên thí sinh: ..... ; Số báo danh: .....

**Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

|      |           |      |     |     |           |     |     |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ | $0$ | $-$ |
| $y$  | $+\infty$ |      |     |     |           |     |     |     |

The graph illustrates the function  $y = f(x)$  based on the first derivative  $y'$ . The x-axis is marked with  $-\infty, -1, 0, 1, +\infty$ . The y-axis is marked with  $+\infty$  and  $-\infty$ . The function starts at  $+\infty$  for  $x = -\infty$ , decreases to a local minimum at  $x = -1$  (where  $y = 3$ ), increases to a local maximum at  $x = 0$  (where  $y = 1$ ), decreases to a local minimum at  $x = 1$  (where  $y = 3$ ), and then increases to  $+\infty$  as  $x$  approaches  $+\infty$ .

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      D.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 2:** Gọi  $m$ ,  $M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$  trên đoạn  $[0; 3]$ . Tính tổng  $S = 2m + 3M$ .

- A.  $S = -\frac{7}{2}$ .      B.  $S = -\frac{3}{2}$ .      C.  $-3$ .      D.  $S = 4$ .

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ .      B.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ .

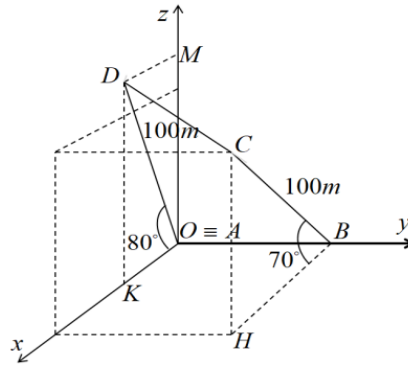
**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vector  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{SD}$ , giá trị của  $\cos \alpha$  bằng

- A.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{10}$ .      B.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{10}$ .      D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ .

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{x} = (2; 1; -3)$  và  $\vec{y} = (1; 0; -1)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$ .

- A.  $\vec{a} = (4; 1; -1)$ .      B.  $\vec{a} = (3; 1; -4)$ .      C.  $\vec{a} = (0; 1; -1)$ .      D.  $\vec{a} = (4; 1; -5)$ .

**Câu 6:** Vào dịp Tết Nguyên Đán, một số thành phố thường tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa  $A$  và  $B$  được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m, ống bắn  $A$  đặt nghiêng so với mặt đất một góc  $80^\circ$  và ống bắn  $B$  nghiêng so với mặt đất một góc  $70^\circ$ . Hai pháo  $A$  và  $B$  được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường 100m thì nổ. Chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ.



Khi nổ hai quả pháo cách nhau bao nhiêu  $m$ . (Làm tròn đến hàng phần chục)

- A. 17,55m.      B. 17,54m.      C. 15,55m.      D. 15,54m.

**Câu 7:** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

| Đường kính<br>(cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số             | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25.      B. 30.      C. 6.      D. 69,8.

**Câu 8:** Cân nặng của học sinh khối 10 của trường THPT Quỳnh Lưu 1 vào đầu năm được cho như trong bảng dưới đây

| Cân nặng    | [37,5; 42,5) | [42,5; 47,5) | [47,5; 52,5) | [52,5; 57,5) | [57,5; 62,5) | [62,5; 67,5) |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số học sinh | 27           | 123          | 150          | 272          | 45           | 10           |

Trung vị của mẫu số liệu gần với kết quả nào dưới đây?

- A. 52,75.      B. 53,75.      C. 54,24.      D. 53,18.

**Câu 9:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}.$       B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}.$   
C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}.$       D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 10:** Tổng các nghiệm của phương trình  $\sin 2x + 3 \cos x = 0$  trong khoảng  $(0; \pi)$  là

- A.  $\frac{\pi}{4}.$       B.  $\frac{\pi}{2}.$       C. 0.      D.  $\pi.$

**Câu 11:** Tập hợp nghiệm thực của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(4 - 3x) > -2$  là

- A.  $S = (0; +\infty).$       B.  $S = \left(0; \frac{8}{3}\right).$       C.  $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right).$       D.  $S = \left(0; \frac{4}{3}\right).$

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8, u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng

- A.  $d = -3.$       B.  $d = 3.$       C.  $d = -5.$       D.  $d = 5.$

**Câu 13:** Một thầy giáo cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 000 000 VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể tiết kiệm tiền để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400 000 000 VNĐ?

- A. 60.      B. 50.      C. 55.      D. 45.

**Câu 14:** Phần thi trắc nghiệm dạng đúng sai gồm 4 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 04 ý, tại mỗi ý học sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Cách tính điểm như sau:

- Học sinh chỉ làm đúng 1 ý được 0,1 điểm.
- Học sinh chỉ làm đúng 2 ý được 0,25 điểm.
- Học sinh làm đúng 3 ý được 0,5 điểm.
- Học sinh làm đúng cả 4 ý được 1 điểm.

Một học sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên tất cả các ý trả lời. Tính xác suất để học sinh đó được ít nhất 3,5 điểm.

- A.  $4\left(\frac{1}{2}\right)^4$ .      B.  $17\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .      D.  $15\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .

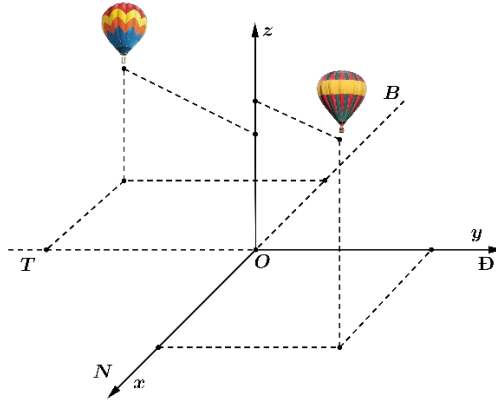
**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = e^x - e^{-x} + 2020x$ . Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  có đúng 10 số nguyên dương  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $f(mx+1) + f(2x-2021) < 0$ ?

- A. 2018.      B. 19.      C. 18.      D. 2019.

**Câu 16:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $AB=1$ ,  $AD=2$ ,  $AA'=3$ , điểm  $M$  thuộc đoạn  $B'D$  sao cho  $B'M = x.MD$ . Khi  $x = \frac{8+\sqrt{m}}{n}$ , với  $m, n$  là các số nguyên dương thì góc giữa hai vector  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{B'D'}$  bằng  $60^\circ$ . Tính giá trị  $m+2n$ .

- A. 340.      B. 614.      C. 344.      D. 592.

**Câu 17:** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km (như hình). Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là  $a$  km theo hướng nam và  $b$  km theo hướng tây. Tính tổng  $2a+3b$ .



- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 4.

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ,  $E$  là trung điểm của  $SB$ . Biết rằng tam giác  $EAC$  đều,  $BD=2AC=2$ . Lấy  $I$  trên đoạn  $OD$  với  $DI=x$ ,  $0 < x < 1$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $I$  và song song với  $(ACE)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $AD, CD, SC, SB, SA$  lần lượt tại  $M, N, P, Q, R$ . Tìm diện tích lớn nhất của ngũ giác  $MNPQR$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 0,58      B. 0,71      C. 1,35      D. 0,35

**Câu 19:** Từ các chữ số  $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ , lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng  $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$  thỏa mãn điều kiện  $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$

- A. 128      B. 300      C. 129      D. 453

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = \log_4(\sqrt{x^2+8}-x)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương

trình  $f(4.3^x + 17x + m) + f(-3^{x+2}) = \frac{3}{2}$  có hai nghiệm thực dương phân biệt?

A. 4.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

**Phần II. Trắc nghiệm đúng - sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán  $x$  cái điện thoại A thì giá mỗi cái là  $p(x)$  (triệu đồng) và hàm chi phí hàng tuần  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng).

a)  $p(1000) = 14$  và  $p(100) = 13,5$ .

b)  $p(x) = -\frac{1}{200}x + 19$ .

c) Cửa hàng đạt lợi nhuận cao nhất khi bán ra 1200 cái điện thoại A.

d) Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A là 8,5 triệu đồng.

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ , biết điểm  $A(5; -2; 0), B(4; 5; -2), C(0; 3; 2), A'(9; 0; 5)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AA'$ .

a) Tọa độ  $D(1; -4; 4)$ .

b) Giá trị  $\cos(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MD}) = \frac{3\sqrt{609}}{609}$ .

c)  $|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{29}$ .

d) Điểm  $K$  di chuyển trên trục  $Ox$ . Đặt  $Q = 2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| + 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $Q$  bằng  $6\sqrt{37}$ .

**Câu 3:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

a) Số ngày doanh thu bán hàng ít hơn 9 triệu là 7 ngày.

b) Số ngày doanh thu vượt quá 11 triệu là 4 ngày.

c) Doanh thu trung bình trong 20 ngày bán hàng là 9,4 triệu.

d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 7,85.

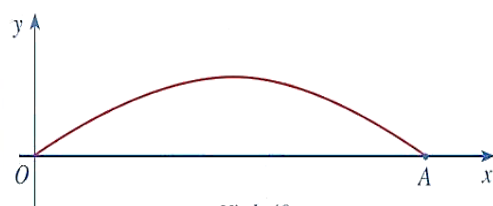
**Câu 4:** Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số  $y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$  và được mô tả trong hệ trục tọa độ

với đơn vị trục là mét như ở Hình 40. (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

a) Khoảng cách giữa mặt sông và vị trí cao nhất của chiếc cầu là 4,8 mét.

b) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA. Khi đó  $OA \approx 28,3$  mét.

c) Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 2,4 mét so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 19,1 mét.



Hình 40

d) Một sà lan khác cũng chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó rằng chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,5mét.

**Câu 5:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB=\sqrt{6}$ ,  $AD=\sqrt{3}$ ,  $A'C=3$  và mặt phẳng  $(AA'C'C)$  vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng  $(AA'C'C)$ ,  $(AA'B'B)$  tạo với nhau góc  $\alpha$  có  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

a) Kẻ  $BK$  vuông góc với  $AC$  tại  $K$ . Ta có  $BK \perp AA'$ .

b) Góc giữa  $AA'$  và mặt phẳng đáy là góc  $\widehat{A'AC}$ .

c) Gọi  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(AA'C'C)$ ,  $(AA'B'B)$  là góc  $\widehat{KNB}$ .

d) Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $V = 8$

**Câu 6:** Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Gọi  $X$  là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ  $X$ . Khi đó:

a) Số phần tử không gian mẫu là: 30240.

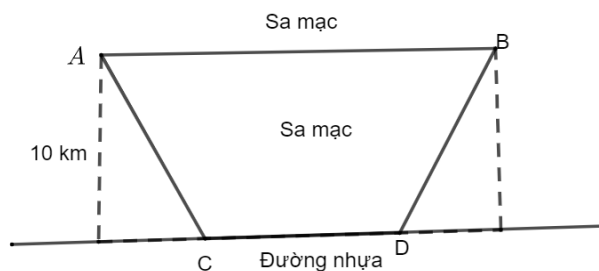
b) Xác suất để lấy được số chẵn là:  $\frac{41}{81}$

c) Xác suất để lấy được số đó chia hết cho 5 là:  $\frac{17}{81}$

d) Xác suất để lấy được số đó lớn hơn 59000 là:  $\frac{37}{81}$

### Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Một nhà địa chất học đang ở tại điểm  $A$  trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm  $B$  và cách  $A$  một đoạn là 70km. Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30km/h. Nhà địa chất phải đến được điểm  $B$  sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ  $A$  đến  $B$  sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối  $A$  và  $B$  và cách  $AB$  một đoạn 10km. Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc 50km/h. Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  $A$  đến  $B$  là bao nhiêu phút.



**Câu 2:** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm  $O$  trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  trên đèn tròn sao cho tam giác  $ABC$  đều. Độ dài của ba đoạn dây  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đều bằng  $L$ . Trọng lượng của chiếc đèn là  $27N$  và bán kính của chiếc đèn là  $0,5m$ .



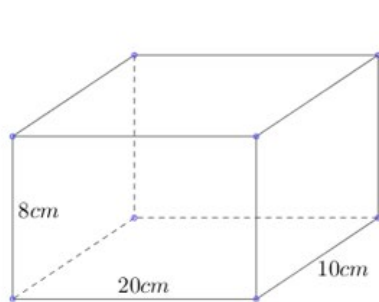
Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là  $18N$  (Chiều dài tính theo đơn vị  $cm$  và làm tròn đến hàng phần mười).

**Câu 3:** Người ta thả vào ao một loại bèo có tốc độ tăng trưởng được tính theo công thức  $S_t = S_0 \cdot e^{rt}$ . Trong đó,  $S_0$  là diện tích ban đầu,  $S_t$  là diện tích sau  $t$  ngày,  $r$  là tốc độ tăng trưởng và  $t$  là số ngày.

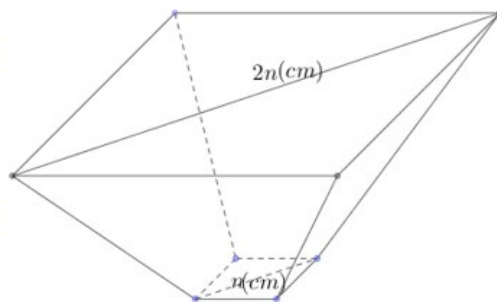
Ban đầu, diện tích bèo chiếm  $\frac{1}{50}$  diện tích ao. Sau  $t_1$  và  $t_2$  ngày thì diện tích bèo lần lượt chiếm

$\frac{1}{30}$  và  $\frac{1}{10}$  diện tích ao ( $t_2 > t_1$ ). Biết  $t_2 - t_1 = 3$ , hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì diện tích bèo chiếm 1 nửa diện tích ao.

**Câu 4:** Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước: chiều dài  $20\text{ cm}$ , chiều rộng  $10\text{ cm}$ , chiều cao  $8\text{ cm}$  (hình a). Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài  $n(\text{ cm})$ , miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài  $2n(\text{ cm})$  (hình b). Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng  $\frac{2}{5}$  chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi  $\frac{1}{4}$  so với ban đầu. Thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị centimet khối có kết quả chính xác đến hàng đơn vị là  $a(\text{ cm}^3)$ . Tổng các chữ số của  $a$  bằng bao nhiêu?



Hình a



Hình b

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$  ( $a > 0, b > 0$ ) thỏa mãn  $f(3) = -\frac{7}{3}$ ;  $f(9) = 81$ . Số giá trị của tham số  $m$  sao cho  $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$  với  $g(x) = f(1-2x) + 2f(x+4) + m$  là  $a$ . Khi đó  $2025a$  bằng:

**Câu 6:** Có 3 chiếc xe ô tô màu đỏ, 2 ô tô màu vàng, 1 ô tô màu xanh cùng đỗ bên đường. Hỏi có bao nhiêu cách để không có 2 chiếc xe cùng màu nào đỗ cạnh nhau.



Mã đề thi: 101 đến 104

**Phần I (8 điểm):** Từ câu 1 đến câu 20 - Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0.4 điểm

**Phần II (7.2 điểm):** Từ câu 1 đến câu 6 - Điểm tối đa của 01 câu là 1,2 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,15 điểm
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,3 điểm
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,6 điểm
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,2 điểm

**Phần III (4.8 điểm):** Từ câu 1 đến câu 6 Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0.8 điểm

| CÂU | Đáp án |
|-----|--------|
| 1.  | D      |
| 2.  | A      |
| 3.  | C      |
| 4.  | D      |
| 5.  | D      |
| 6.  | A      |
| 7.  | A      |
| 8.  | A      |
| 9.  | A      |
| 10. | B      |
| 11. | D      |
| 12. | B      |
| 13. | D      |
| 14. | B      |
| 15. | C      |
| 16. | B      |
| 17. | C      |
| 18. | A      |
| 19. | A      |
| 20. | B      |
| 1.  | SDSS   |
| 2.  | DSDD   |
| 3.  | SDDS   |
| 4.  | DDSS   |
| 5.  | DDDS   |
| 6.  | SDDD   |
| 1.  | 116    |
| 2.  | 57,7   |
| 3.  | 9      |
| 4.  | 13     |
| 5.  | 4050   |
| 6.  | 120    |

Họ và tên thí sinh: ..... ; Số báo danh: ..... **Mã đề 0101****Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

|      |           |      |     |     |           |     |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |     |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ | $0$ | $-$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |      |     |     |           |     |     |     | $-\infty$ |

The graph illustrates the function  $y = f(x)$  based on the sign of the first derivative  $y'$ . The function is increasing on the intervals  $(-\infty, -1)$  and  $(0, 1)$ , and decreasing on the intervals  $(-1, 0)$  and  $(1, +\infty)$ . The local maximum is at  $x = -1$  with  $y = 3$ , and the local minimum is at  $x = 0$  with  $y = 1$ . The function approaches  $+\infty$  as  $x$  approaches  $-\infty$  and  $-\infty$  as  $x$  approaches  $+\infty$ .

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      **D.  $(0; \frac{1}{2})$ .**

**Lời giải****Chọn D**Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; \frac{1}{2})$ **Câu 2:** Gọi  $m$ ,  $M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$  trên đoạn  $[0; 3]$ . Tính tổng  $S = 2m + 3M$ .

- A.  $S = -\frac{7}{2}$ .**      B.  $S = -\frac{3}{2}$ .      C.  $-3$ .      D.  $S = 4$ .

**Lời giải****Chọn A**Ta có:  $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$ , cho  $f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in [0; 3]$ .Khi đó:  $f(0) = -1$ ,  $f(3) = -\frac{1}{2}$  nên  $m = -1$  và  $M = -\frac{1}{2}$ .Vậy  $S = 2m + 3M = -\frac{7}{2}$ .**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

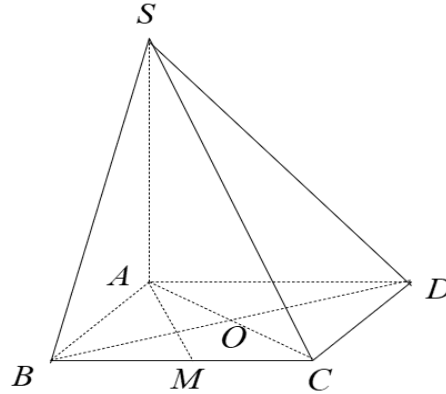
- A.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ .      B.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải****Chọn C**Có  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ .

- Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{SD}$ , giá trị của  $\cos \alpha$  bằng
- A.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{10}$ .      B.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{10}$ .      **D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\text{Ta có } \cos \alpha = \cos(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{SD}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SD}}{|\overrightarrow{AM}| |\overrightarrow{SD}|}$$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$\text{Do } SA \perp AM \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SA} = 0.$$

$$\text{Mặt khác } AM^2 = MD^2 = DC^2 + CM^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow DM^2 = AM^2 - 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + AD^2 \Leftrightarrow \frac{5a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} - 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SD} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Ta có } SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{x} = (2; 1; -3)$  và  $\vec{y} = (1; 0; -1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$ .
- A.  $\vec{a} = (4; 1; -1)$ .      B.  $\vec{a} = (3; 1; -4)$ .      C.  $\vec{a} = (0; 1; -1)$ .      **D.  $\vec{a} = (4; 1; -5)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

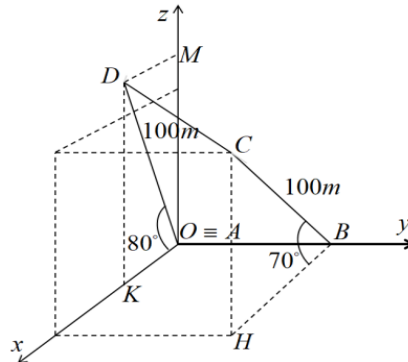
Ta có:

$$\vec{x} = (2; 1; -3)$$

$$2\vec{y} = (2; 0; -2)$$

$$\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2+2; 1+0; -3-2) = (4; 1; -5).$$

**Câu 6:** Vào dịp tết Nguyên Đán, một số thành phố thường tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa  $A$  và  $B$  được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m, ống bắn  $A$  đặt nghiêng so với mặt đất một góc  $80^\circ$  và ống bắn  $B$  nghiêng so với mặt đất một góc  $70^\circ$ . Hai pháo  $A$  và  $B$  được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường  $100m$  thì nổ. Chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ.



Khi nổ hai quả pháo cách nhau bao nhiêu  $m$ . (Làm tròn đến hàng phần chục)

A. 17,55m.

B. 17,54m.

C. 15,55m.

D. 15,54m.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\sin DOK = \frac{DK}{DO} \Rightarrow DK = 100 \sin 80^\circ$ .

$\cos DOK = \frac{OK}{DO} \Rightarrow OK = 100 \cos 80^\circ$ .

$\Rightarrow D(100 \cos 80^\circ; 0; 100 \sin 80^\circ)$ .

Ta có:  $\sin CBH = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = 100 \sin 70^\circ$

$\cos CBH = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = 100 \cos 70^\circ$ .

$\Rightarrow C(100 \cos 70^\circ; 2; 100 \sin 70^\circ)$ .

Ta có:  $DC = \sqrt{(100 \cos 70^\circ - 100 \cos 80^\circ)^2 + 2^2 + (100 \sin 70^\circ - 100 \sin 80^\circ)^2} \approx 17,55m$ .

**Câu 7:** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

| Đường kính<br>(cm) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số             | 5        | 20       | 18       | 7        | 3        |

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25.

B. 30.

C. 6.

D. 69,8.

**Lời giải**

**Chọn A**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $65 - 40 = 25(cm)$ .

**Câu 8:** Cân nặng của học sinh khối 10 của trường THPT Quỳnh Lưu 1 vào đầu năm được cho như trong bảng dưới đây

|             |             |             |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Cân nặng    | [37,5;42,5) | [42,5;47,5) | [47,5;52,5) | [52,5;57,5) | [57,5;62,5) | [62,5;67,5) |
| Số học sinh | 27          | 123         | 150         | 272         | 45          | 10          |

Trung vị của mẫu số liệu gần với kết quả nào dưới đây?

- A.** 52,75.      **B.** 53,75.      **C.** 54,24.      **D.** 53,18.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có cỡ mẫu là  $n = 627$ ; nhóm chứa trung vị là nhóm thứ 4:  $[52,5;57,5)$

$$\text{Số trung vị } M_e = 52,5 + \frac{\frac{627}{2} - (27 + 123 + 150)}{272} (57,5 - 52,5) \approx 52,75.$$

**Câu 9:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  là:

- A.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}.$       **B.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}.$   
**C.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}.$       **D.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}.$

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định khi  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

$$\text{Vậy TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 10:** Tổng các nghiệm của phương trình  $\sin 2x + 3 \cos x = 0$  trong khoảng  $(0; \pi)$  là

- A.**  $\frac{\pi}{4}.$       **B.**  $\frac{\pi}{2}.$       **C.** 0.      **D.**  $\pi.$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\sin 2x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (\sin x = -\frac{3}{2} \text{ vô nghiệm vì } -\frac{3}{2} < -1)$$

$$\text{Theo đề: } x \in (0; \pi) \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}.$$

**Câu 11:** Tập hợp nghiệm thực của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(4 - 3x) > -2$  là

- A.**  $S = (0; +\infty).$       **B.**  $S = \left(0; \frac{8}{3}\right).$       **C.**  $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right).$       **D.**  $S = \left(0; \frac{4}{3}\right).$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(4-3x) > -2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3x > 0 \\ 4-3x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ 4-3x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \frac{4}{3}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là  $S = \left(0; \frac{4}{3}\right)$ .

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8, u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng

A.  $d = -3$ .

**B.**  $d = 3$ .

C.  $d = -5$ .

D.  $d = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Theo giả thiết ta có: } u_2 = 8, u_5 = 17 \Rightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 5 \end{cases}$$

**Câu 13:** Một thầy giáo cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 000 000VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể tiết kiệm tiền để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400 000 000 VNĐ?

A. 60.

**B.** 50.

C. 55.

**D.** 45.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $T = 8\,000\,000$

Số tiền thầy giáo thu được sau tháng thứ nhất, thứ 2, thứ 3,..., thứ  $n$  lần lượt là  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$

Ta có:

$$T_1 = T(1+r)$$

$$T_2 = [T_1 + T](1+r) = T(1+r)^2 + T(1+r)$$

$$T_3 = [T_2 + T](1+r) = T(1+r)^3 + T(1+r)^2 + T(1+r)$$

....

$$T_n = T(1+r)^n + T(1+r)^{n-1} + \dots + T(1+r) = T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } T_n = 400\,000\,000 \Leftrightarrow T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 400\,000\,000$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{251}{201} \Leftrightarrow n = \log_{1.005} \frac{251}{201} \approx 44,54$$

Vậy sau 45 tháng thầy giáo sẽ mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400000000 VNĐ.

**Câu 14:** Phần thi trắc nghiệm dạng đúng sai gồm 4 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 04 ý, tại mỗi ý học sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Cách tính điểm như sau:

- Học sinh chỉ làm đúng 1 ý được 0,1 điểm.
- Học sinh chỉ làm đúng 2 ý được 0,25 điểm.
- Học sinh làm đúng 3 ý được 0,5 điểm.
- Học sinh làm đúng cả 4 ý được 1 điểm.

Một học sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên tất cả các ý trả lời. Tính xác suất để học sinh đó được ít nhất 3,5 điểm.

A.  $4\left(\frac{1}{2}\right)^4$ .

**B.**  $17\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .

C.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .

D.  $15\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mỗi ý trả lời đều có xác suất trả lời đúng là  $\frac{1}{2}$  và xác suất trả lời sai là  $\frac{1}{2}$ .

Học sinh đó được ít nhất 3,5 điểm chỉ trong hai trường hợp:

**TH1:** HS được 4 điểm, nghĩa là trả lời được 4 câu, mỗi câu đúng 4 ý.

Xác suất để học sinh được 4 điểm là  $\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$

**TH2:** HS được 3,5 điểm, nghĩa là trả lời được 3 câu đúng cả 4 ý, và 1 câu đúng 3 ý và sai 1 ý. Xác suất để học sinh được 3,5 điểm (3 câu đúng cả 4 ý + 1 câu đúng 3 ý sai 1 ý) là :

$$C_4^3 \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \cdot C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$$

Vậy xác suất cần tìm là  $16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16} + \left(\frac{1}{2}\right)^{16} = 17 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = e^x - e^{-x} + 2020x$ . Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  có đúng 10 số nguyên dương  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $f(mx+1) + f(2x-2021) < 0$ ?

A. 2018.

B. 19.

C. 18.

D. 2019.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $f(-x) = e^{-x} - e^x - 2020x = -f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$  Hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ.

Lại có:  $f'(x) = e^x + e^{-x} + 2020 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$  Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Khi đó:  $f(mx+1) + f(2x-2021) < 0 \Leftrightarrow f(mx+1) < f(2021-2x)$

$$\Leftrightarrow mx+1 < 2021-2x \Leftrightarrow (m+2)x < 2020 \Leftrightarrow x < \frac{2020}{m+2} \text{ (do } m > 0 \text{)}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 10 < \frac{2020}{m+2} \leq 11 \Leftrightarrow \frac{1998}{11} \leq m < 200$$

Do  $m$  nguyên dương nên  $m \in \{182; 183; \dots; 199\}$ .

Vậy có 18 số nguyên dương  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 16:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $AB=1, AD=2, AA'=3$ , điểm  $M$  thuộc đoạn  $B'D$  sao cho  $B'M = x.MD$ . Khi  $x = \frac{8+\sqrt{m}}{n}$ , với  $m, n$  là các số nguyên dương thì góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{B'D'}$  bằng  $60^\circ$ . Tính giá trị  $m+2n$ .

A. 340.

B. 614.

C. 344.

D. 592.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$  và  $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, |\vec{c}|=3, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$ .

Ta có:  $\overrightarrow{B'M} = x \cdot \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB'} = x(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow (1+x)\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB'} + x\overrightarrow{AD}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{1+x} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) + \frac{x}{1+x} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{1+x}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{x}{1+x} \cdot \vec{b}$$

$$\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} + \vec{b}.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D'} = -\frac{1}{1+x} \vec{a}^2 + \frac{x}{1+x} \vec{b}^2 = -\frac{1}{1+x} |\vec{a}|^2 + \frac{x}{1+x} |\vec{b}|^2 = -\frac{1}{1+x} \cdot 1^2 + \frac{x}{1+x} \cdot 2^2 = \frac{4x-1}{1+x}.$$

$$\text{Mà } |\overrightarrow{AM}|^2 = \overrightarrow{AM}^2 = \left( \frac{1}{1+x}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{x}{1+x}\vec{b} \right)^2 = \frac{4x^2 + 10}{(1+x)^2} \Rightarrow |\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{4x^2 + 10}}{1+x},$$

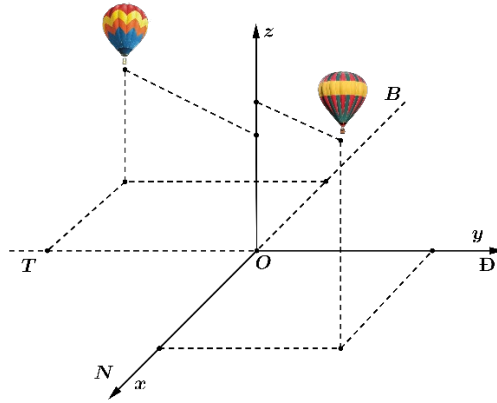
$$|\overrightarrow{B'D'}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{Mặt khác } \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{B'D'}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D'}}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{B'D'}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{4x-1}{1+x}}{\frac{\sqrt{4x^2+10}}{1+x} \cdot \sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{4x-1}{\sqrt{4x^2+10} \cdot \sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5(4x^2+10)} = 2(4x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ 5(4x^2+10) = 4(4x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ 22x^2 - 16x - 23 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{8 + \sqrt{570}}{22}$$

Vậy  $m + 2n = 570 + 2.22 = 614$ .

**Câu 17:** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km (như hình). Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là  $a$  km theo hướng nam và  $b$  km theo hướng tây. Tính tổng  $2a + 3b$ .



A. 2.

B. 1.

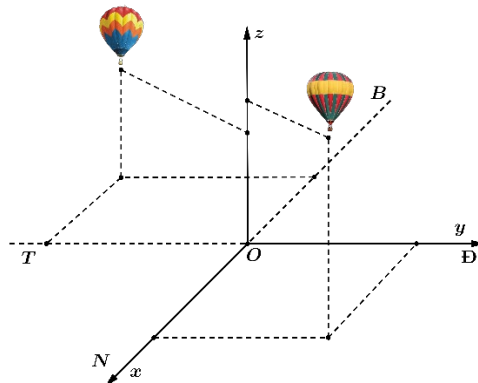
C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí  $A, B$  ta có  $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$ .

Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$ . Khi đó  $I = BC \cap (Oxy)$ .

$$\overrightarrow{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right). I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$$

$$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI} \text{ cùng phương nên } \frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{7}{5}} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3.$$

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ ,  $E$  là trung điểm của  $SB$ . Biết rằng tam giác  $EAC$  đều,  $BD = 2AC = 2$ . Lấy  $I$  trên đoạn  $OD$  với  $DI = x, 0 < x < 1$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $I$  và song song với  $(ACE)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $AD, CD, SC, SB, SA$  lần lượt tại  $M, N, P, Q, R$ . Tìm diện tích lớn nhất của ngũ giác  $MNPQR$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

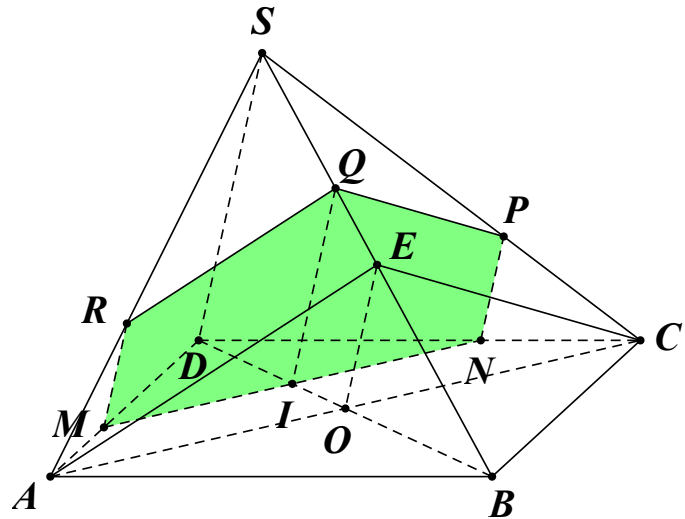
**A.** 0,58

**B.** 0,71

**C.** 1,35

**D.** 0,35

**Lời giải**



Qua  $I$  dựng đường thẳng song song với  $AC$  cắt  $AD, CD$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ .

Qua  $I$  dựng đường thẳng song song với  $OE$  cắt  $SB$  tại  $Q$ .

Qua  $Q$  dựng đường thẳng song song với  $AE$  cắt  $SA$  tại  $R$ .

Qua  $Q$  dựng đường thẳng song song với  $EC$  cắt  $SC$  tại  $P$ .

Khi đó  $(\alpha) \equiv (MNPQR)$  và  $(MNPQR) \parallel (ACE)$ .

Ta có:  $\frac{QP}{EC} = \frac{QR}{AE} = \frac{RP}{AC} = \frac{SP}{SC}$  nên  $\triangle QRP$  đều.

Ta có:  $IQ \parallel OE \parallel SD$  nên  $\begin{cases} RM \parallel SD \\ PN \parallel SD \end{cases}$ . Mặt khác  $\frac{CN}{CD} = \frac{AM}{AD}$  nên  $RM = PN \Rightarrow MNPR$  là hình bình hành.

Lại có  $\triangle EAC$  đều nên  $OE \perp AC \Rightarrow PN \perp MN$ . Suy ra  $MNPR$  là hình chữ nhật.

Tam giác  $EAC$  đều có cạnh  $AC = 1$  nên  $EO = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SD = \sqrt{3}$ .

Ta có:  $\frac{MN}{AC} = \frac{DI}{DO} = \frac{x}{1} \Rightarrow MN = x$ ;  $\frac{RM}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{OI}{OD} = 1 - x \Rightarrow RM = (1 - x)\sqrt{3}$ .

Diện tích hình chữ nhật  $MNPR$  bằng:  $S_{MNPR} = \sqrt{3}(1 - x).x = -\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x$ .

Diện tích tam giác  $EAC$  bằng:  $S_{\triangle EAC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

Lại có:  $\frac{S_{\triangle QRP}}{S_{\triangle EAC}} = \left(\frac{QR}{AE}\right)^2 = \left(\frac{SR}{SA}\right)^2 = \left(\frac{DM}{DA}\right)^2 = \left(\frac{DI}{DO}\right)^2 = x^2 \Rightarrow S_{\triangle QRP} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ .

Do đó diện tích ngũ giác  $MNPQR$  bằng:  $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + (-\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3}x$ .

Xét hàm số  $f(x) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3}x$  với  $0 < x < 1$ .

Dễ thấy hàm số đạt GTLN bằng  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  tại  $x = \frac{2}{3}$ .

Vậy diện tích lớn nhất của ngũ giác  $MNPQR$  là  $\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$ .

**Câu 19:** Từ các chữ số  $\{0, 1; 2; 3; 4; 5, 6\}$ , lập được bao nhiêu một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng

$\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$  thỏa mãn điều kiện  $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$

**A.** 128

**B.** 300

**C.** 129

**D.** 453

**Lời giải**

TH1:  $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$ , ta có  $0 + 5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 5$

- Nếu  $(a_1; a_2) = (0; 5) \Rightarrow$  có 1 cách chọn  $(a_1; a_2)$

Có 2 cách chọn  $(a_3; a_4)$ , hai số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Tương tự  $(a_5; a_6)$  có 2 cách chọn.

Suy ra có  $1.4.2 = 8$  số thỏa mãn.

- Nếu  $(a_1; a_2) \neq (0; 5) \Rightarrow$  có 2 cách chọn  $(a_1; a_2)$ , 2 số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Có 2 cách chọn  $(a_3; a_4)$ , hai số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Tương tự  $(a_5; a_6)$  có 2 cách chọn.

Suy ra có  $4.4.2 = 32$  số thỏa mãn.

Vậy TH1 có:  $8 + 32 = 40$  số thỏa mãn.

TH2:  $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$  ta có  $0 + 6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 6$

Tương tự như TH1 có 40 số thỏa mãn.

TH3:  $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$ , ta có  $1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 7$

Có 3 cách chọn  $(a_1; a_2)$ , hai số này có thể đổi chỗ cho nhau nên có 6 cách chọn.

Tương tự có 4 cách chọn  $(a_3; a_4)$  và 2 cách chọn  $(a_5; a_6)$ .

Vậy TH3 có  $6.4.2 = 48$  số thỏa mãn.

Vậy có  $40 + 40 + 48 = 128$  số có 6 chữ số khác nhau thỏa mãn  $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = \log_4(\sqrt{x^2 + 8} - x)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình

$$f(4.3^x + 17x + m) + f(-3^{x+2}) = \frac{3}{2} \text{ có hai nghiệm thực dương phân biệt?}$$

A. 4.

**B. 7.**

C. 5.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhận xét:  $\sqrt{x^2 + 8} \geq \sqrt{x^2} = |x|, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x^2 + 8} - x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Xét } f'(x) = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}} - 1}{(\sqrt{x^2 + 8} - x) \ln 4} = \frac{-1}{\sqrt{x^2 + 8} \cdot \ln 4} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} \text{ (1).}$$

Mặt khác, xét  $\forall x \in \mathbb{R}$  thì  $-x \in \mathbb{R}$  ta xét

$$f(-x) = \log_4(\sqrt{x^2 + 8} + x) = \log_4\left(\frac{8}{\sqrt{x^2 + 8} - x}\right) = \frac{3}{2} - \log_4(\sqrt{x^2 + 8} - x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } f(-x) = \frac{3}{2} - f(x), \forall x \in \mathbb{R} \text{ (2).}$$

$$\text{Trở lại bài toán, ta có phương trình } f(4.3^x + 17x + m) + f(-3^{x+2}) = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow f(4.3^x + 17x + m) = \frac{3}{2} - f(-3^{x+2})$$

$$\Leftrightarrow f(4.3^x + 17x + m) = f(9.3^x) \text{ (do (2)).}$$

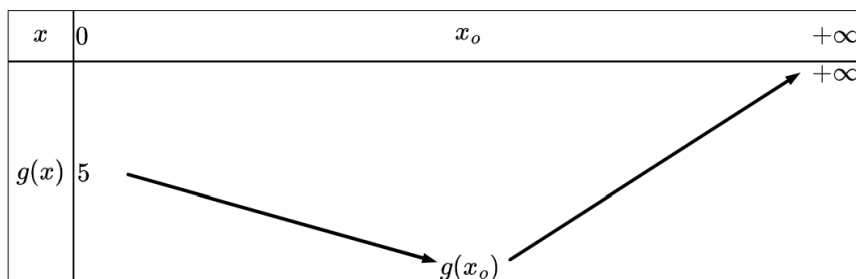
$$\Rightarrow 4.3^x + 17x + m = 9.3^x \text{ (do (1)).}$$

$$\Leftrightarrow m = 5.3^x - 17x = g(x) \text{ với } x > 0 \text{ (do yêu cầu có 2 nghiệm dương phân biệt).}$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = 5.3^x \ln 3 - 17. \text{ Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \log_3\left(\frac{17}{5 \ln 3}\right) \approx 1,03. \text{ Suy ra } g(x_0) \approx -2,01$$

Đồng thời  $g(0) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ . Ta có bảng biến thiên của  $g(x)$  như sau:

|        |   |          |           |
|--------|---|----------|-----------|
| $x$    | 0 | $x_0$    | $+\infty$ |
| $g(x)$ | 5 | $g(x_0)$ | $+\infty$ |



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy yêu cầu bài toán  $g(x_0) < m < 5$ .

Do  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$  nên có 7 giá trị thỏa mãn.

**Phần II. Trắc nghiệm đúng - sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán  $x$  cái điện thoại A thì giá mỗi cái là  $p(x)$  (triệu đồng) và hàm chi phí hàng tuần  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng).

a)  $p(1000) = 14$  và  $p(1100) = 13,5$ .

b)  $p(x) = -\frac{1}{200}x + 19$ .

c) Cửa hàng đạt lợi nhuận cao nhất khi bán ra 1200 cái điện thoại A.

d) Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A là 8,5 triệu đồng.

### Hướng dẫn giải

a) Theo đề, ta chọn **sai**.

b) Theo giả thiết  $p(x) = ax + b$ .

Do đó, phương trình đường thẳng  $p(x) = ax + b$  đi qua hai điểm (1000;14) và (1100;13,5).

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 14 = 1000a + b \\ 13,5 = 1100a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{200} \\ b = 19 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $p(x) = -\frac{1}{200}x + 19$  chọn **đúng**.

c) Doanh thu bán hàng của  $x$  sản phẩm là  $R(x) = x \cdot p(x) = x \cdot \left( -\frac{1}{200}x + 19 \right) = -\frac{x^2}{200} + 19x$  (triệu đồng)

Do đó, hàm số thể hiện lợi nhuận thu được khi bán  $x$  sản phẩm là

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{x^2}{200} + 19x - 12000 + 3x = -\frac{x^2}{200} + 22x - 12000 \text{ (triệu đồng)}.$$

Để lợi nhuận là lớn nhất thì  $P(x)$  là lớn nhất.

Ta có:  $P'(x) = -\frac{x}{100} + 22, P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$ . Lập BBT, ta kết luận bán 2200 cái iphone13 thì lợi nhuận là cao nhất. Chọn **sai**.

d) Vậy cửa hàng nên đặt giá bán là  $p(2200) = 8$  (triệu đồng) chọn **sai**.

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ , biết điểm  $A(5; -2; 0), B(4; 5; -2), C(0; 3; 2), A'(9; 0; 5)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AA'$ .

a) Tọa độ  $D(1; -4; 4)$ .

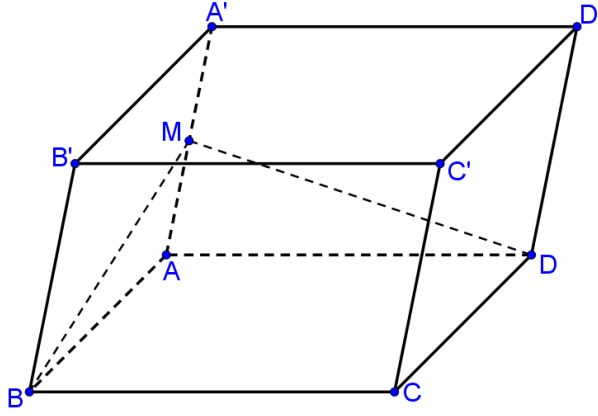
b) Giá trị  $\cos(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MD}) = \frac{3\sqrt{609}}{609}$ .

c)  $|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{29}$ .

d) Điểm  $K$  di chuyển trên trục  $Ox$ . Đặt  $Q = 2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| + 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $Q$  bằng  $6\sqrt{37}$ .

Lời giải

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng.**



a) Gọi  $D(x; y; z)$ .

Ta có:  $ABCD$  là hình bình hành  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 7; -2) \\ \overrightarrow{DC} = (-x; 3-y; 2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -1 \\ 3-y = 7 \\ 2-z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \\ z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow D(1; -4; 4)$$

**Chọn ĐÚNG.**

b)  $M$  là trung điểm  $AA' \Rightarrow M\left(7; -1; \frac{5}{2}\right)$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MB} = \left(-3; 6; -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow MB = \frac{3\sqrt{29}}{2}, \quad \overrightarrow{MD} = \left(-6; -3; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow MD = \frac{3\sqrt{21}}{2}.$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 18 - 18 - \frac{27}{4} = -\frac{27}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MD}) = \frac{\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}}{|\overrightarrow{MB}| \cdot |\overrightarrow{MD}|} = \frac{-\frac{27}{4}}{\frac{3\sqrt{29}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{21}}{2}} = \frac{-3\sqrt{609}}{609}.$$

**Chọn SAI.**

c) Ta có:  $|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{CA}| = 2|\overrightarrow{CM}|.$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{CM} = \left(7; -4; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow CM = \frac{3\sqrt{29}}{2}$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{29}.$$

**Chọn ĐÚNG.**

d) Ta có  $Q = 2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| + 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| = 2|3\overrightarrow{KG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| + 3|2\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}|$

Với  $G(3; 2; 0)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $I(2; 4; 0)$  là trung điểm  $BC$ .

$$\text{Ta có: } Q = 2|3\overrightarrow{KG}| + 3|2\overrightarrow{KI}| = 6(KG + KI)$$

Do  $G$  và  $I$  nằm cùng phía so với  $Ox$  nên gọi  $G'(3; -2; 0)$  là điểm đối xứng của  $G$  qua  $Ox$ .

$$\text{Khi đó } Q = 2|3\overrightarrow{KG}| + 3|2\overrightarrow{KI}| = 6(KG + KI) = 6(KG' + KI) \geq 6G'I = 6\sqrt{37}.$$

Đẳng thức xảy ra khi  $K$  là giao điểm của  $G'I$  và  $Ox$ .

**Chọn ĐÚNG.**

**Câu 3 :** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

|           |        |        |         |          |          |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

a) Số ngày doanh thu bán hàng ít hơn 9 triệu là 7 ngày.

- b) Số ngày doanh thu vượt quá 11 triệu là 4 ngày.  
 c) Doanh thu trung bình trong 20 ngày bán hàng là 9,4 triệu.  
 d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 7,85.

#### Lời giải

a) **SAI.**

Số ngày doanh thu bán hàng ít hơn 9 triệu là 9 ngày. (Sai)

b) **ĐÚNG.**

Số ngày doanh thu vượt quá 11 triệu là 4 ngày (Đúng)

c) **ĐÚNG.**

Cỡ mẫu  $n=20$

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

| Doanh thu        | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|------------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Giá trị đại diện | 6      | 8      | 10      | 12       | 14       |
| Số ngày          | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4 \text{ (Đúng)}$$

d) **SAI.**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó:  $x_1, x_2 \in [5; 7)$ ,  $x_3, \dots, x_9 \in [7; 9)$ ,  $x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11)$ ,  $x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13)$ ,  $x_{20} \in [13; 15)$

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm  $[7; 9)$

$$n = 20, n_m = 7, C = 2, u_m = 7, u_{m+1} = 9$$

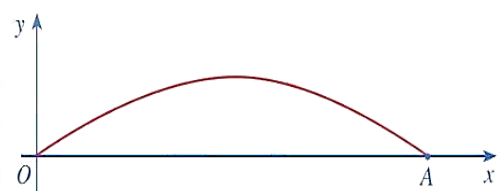
$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{1.20}{2} - 2}{7} (9 - 7) \approx 7,86$$

**Câu 4:** Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số  $y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$  và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở Hình 40.

a) Khoảng cách giữa mặt sông và vị trí cao nhất của chiếc cầu là 4,8 mét.

b) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA. Khi đó  $OA \approx 28,3$  mét.

c) Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 2,4 mét so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 19,1 mét.



Hình 40

d) Một sà lan khác cũng chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó rằng chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,5 mét.

#### Lời giải

a) **Đúng**  $y = 4,8 \sin \frac{x}{9} \leq 4,8$ .

b) **Đúng** Giải phương trình  $y = 0 \Leftrightarrow 4,8 \sin \frac{x}{9} = 0 \Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{9} = k\pi \Leftrightarrow x = k9\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

Do đó đồ thị cắt trục  $Ox$  tại các điểm có hoành độ  $0; 9\pi; 18\pi; \dots$

Vì thế  $A(9\pi;0)$

Chiều rộng của con sông là  $OA = 9\pi \approx 28,3m$ .

c) **Sai** Xét đường thẳng  $y = 2,4$

Giải phương trình  $4,8 \sin \frac{x}{9} = 2,4 \Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = \frac{1}{2} (1), x_1, x_2$  là hai nghiệm dương nhỏ nhất của (1)

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{x}{9} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x}{9} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} + k18\pi \\ x = \frac{15\pi}{2} + k18\pi \end{cases}$$

$$\text{Do } x_1, x_2 \in (0; 9\pi) \text{ nên } x_1 = \frac{3\pi}{2}; x_2 = \frac{15\pi}{2}$$

$$\text{Nên } x_2 - x_1 = 6\pi < 18,85$$

Vậy chiều rộng của khối hàng hoá bé hơn  $18,85m$ . Vậy c) **sai**.

d) **Sai** Cho  $0 < m < 4,8$  đường thẳng  $y = m$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $P(x_3; m), Q(x_4; m)$ ,  $x_3, x_4$  là hai nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $4,8 \sin \frac{x}{9} = m$  (2);  $x_4 - x_3 = 9$ .

$$\Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = \frac{m}{4,8}, \text{ vì } 0 < \frac{m}{4,8} < 1 \text{ nên } \exists \beta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ sao cho } \sin \beta = \frac{m}{4,8} (*)$$

$$\text{Khi đó (2) trở thành } \Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = \sin \beta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9\beta + k18\pi \\ x = 9(\pi - \beta) + k18\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

Hai nghiệm dương nhỏ nhất của (2) là  $x_3 = 9\beta, x_4 = 9(\pi - \beta)$

$$\text{Ta có } x_4 - x_3 = 9(\pi - \beta) - 9\beta = 9.$$

$$\text{Do vậy } m = 4,8 \sin \beta \text{ hay } m = 4,8 \sin \frac{\pi - 1}{2} \approx 4,2124 < 4,3.$$

Vậy chiều cao của mỗi khối hàng hoá bé hơn  $4,3m$ .

**Câu 5.** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $A'C = 3$  và mặt phẳng  $(AA'C'C)$  vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng  $(AA'C'C)$ ,  $(AA'B'B)$  tạo với nhau góc  $\alpha$  có  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

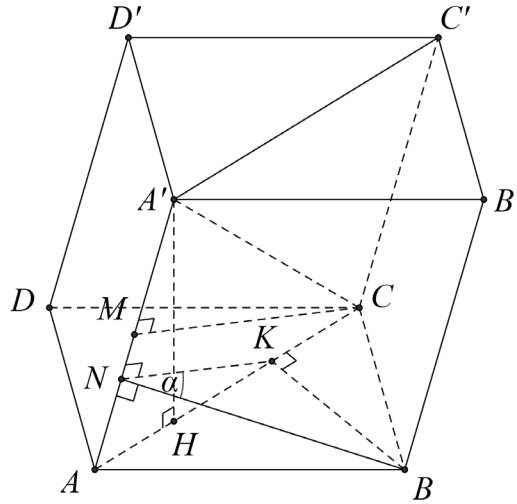
a) Kẻ  $BK$  vuông góc với  $AC$  tại  $K$ . Ta có  $BK \perp AA'$ .

b) Góc giữa  $AA'$  và mặt phẳng đáy là góc  $\widehat{A'AC}$ .

c) Gọi  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AA'}$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(AA'C'C)$ ,  $(AA'B'B)$  là góc  $\widehat{KNB}$ .

d) Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $V = 9$

**Lời giải**



a) **Đúng** Do  $AA' \perp (ABCD)$  và  $BK \perp AC$  suy ra  $BK \perp (AA'C'C) \Rightarrow BK \perp AA'$ .

b) **Đúng** Kẻ  $A'H$  vuông góc với  $AC$  tại  $H$ . Do  $(AA'C'C) \perp (ABCD)$  suy ra  $A'H \perp (ABCD)$

Từ đó  $(AA', (ABCD)) = (AA', AH) = \widehat{AA'H} = \widehat{AA'C}$  ( $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AD = \sqrt{3}$  suy ra  $BD = 3 = AC$  suy ra  $\triangle ACA'$  cân tại  $C$  nên  $\widehat{AA'C}$  là góc nhọn).

c) **Đúng** Gọi  $M$  là trung điểm của  $AA'$ , vì  $\frac{AK}{AC} = \frac{AK \cdot AC}{AC^2} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{2}{3} = \frac{AN}{AM} \Rightarrow KN \parallel CM$ .

$KN \perp AA', BK \perp AA' \Rightarrow AA' \perp (BKN) \Rightarrow AA' \perp NB$  suy ra  $\left( (AA'C'C), (AA'B'B) \right) = \widehat{KNB} = \alpha$

d) **Sai** Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$  có  $BK$  là đường cao suy ra  $BK = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \sqrt{2}$  và

$$AB^2 = AK \cdot AC \Rightarrow AK = \frac{AB^2}{AC} = 2$$

Xét  $\triangle NKB$  vuông tại  $K$  có  $\tan \alpha = \tan \widehat{KNB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{KB}{KN} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow KN = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ .

Xét  $\triangle ANK$  vuông tại  $N$  có  $KN = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ ,  $AK = 2$  suy ra  $AN = \frac{2}{3}$ .

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\frac{2}{3}}{AM} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}}{MC} \Rightarrow \begin{cases} AM = 1 \Rightarrow AA' = 2 \\ CM = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta lại có: } A'H \cdot AC = CM \cdot AA' \Rightarrow A'H = \frac{CM \cdot AA'}{AC} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Suy ra thể tích khối lăng trụ cần tìm là: } V = A'H \cdot AB \cdot AD = \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 8.$$

**Câu 6:** Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Gọi  $X$  là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ  $X$ . Khi đó:

a) Số phần tử không gian mẫu là: 30240.

b) Xác suất để lấy được số chẵn là:  $\frac{41}{81}$

c) Xác suất để lấy được số đó chia hết cho 5 là:  $\frac{17}{81}$

d) Xác suất để lấy được số đó lớn hơn 59000 là:  $\frac{37}{81}$

### Lời giải

a) Số phần tử không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27216$ . Vậy a) **sai**.

b)  $A$  : "Chọn được số tự nhiên chẵn từ tập  $X$ ".

TH1: Số tự nhiên được chọn có dạng  $\overline{abcd0}$ .

Số cách chọn  $a, b, c, d$  lần lượt là 9, 8, 7, 6 nên  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ .

TH2: Gọi số tự nhiên năm chữ số là  $\overline{abcde}$

e có 4 cách chọn, a có 8 cách, b có 8 cách, c có 7, d có 6. Suy ra có  $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 10752$

$n(A) = 10752 + 3024 = 13776$ . Do vậy  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{41}{81}$ . Vậy b) **đúng**.

c) Gọi biến cố  $B$  : "Số được chọn chia hết cho 5".

TH1: Số tự nhiên được chọn có dạng  $\overline{abcd0}$ .

Số cách chọn  $a, b, c, d$  lần lượt là 9, 8, 7, 6 nên  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ .

TH2: Gọi số tự nhiên năm chữ số là  $\overline{abcd5}$

a có 8 cách, b có 8 cách, c có 7, d có 6. Suy ra có  $8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 2688$

$n(B) = 2688 + 3024 = 5712$ . Do vậy  $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{41}{81}$ . Vậy c) **đúng**.

d) Gọi biến cố  $C$  : "Số có năm chữ số khác nhau lớn hơn 59000".

Gọi số có năm chữ số khác nhau lớn hơn 59000 là:  $\overline{abcde}$ .

Trường hợp 1:  $a = 5 \Rightarrow b = 9$ . Chọn  $c, d, e$  thì lần lượt có 8, 7, 6 cách.

Suy ra số cách chọn trường hợp này là  $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ .

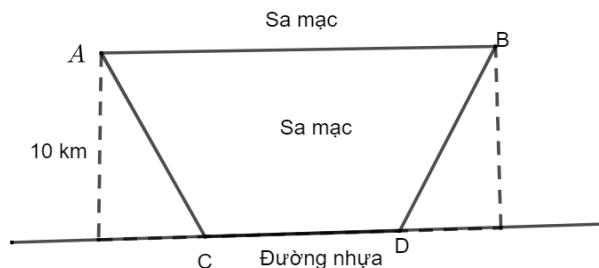
Trường hợp 2:  $a > 5 \Rightarrow a \in \{6; 7; 8; 9\}$  nên có 4 cách chọn  $a$ .

Số cách chọn  $b, c, d, e$  lần lượt là 9, 8, 7, 6. Suy ra có  $4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 12096$  cách chọn trong trường hợp này.

Do vậy  $n(C) = 336 + 12096 = 12432$ . Suy ra  $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{12432}{27216} = \frac{37}{81}$ . Vậy d) **đúng**

### Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

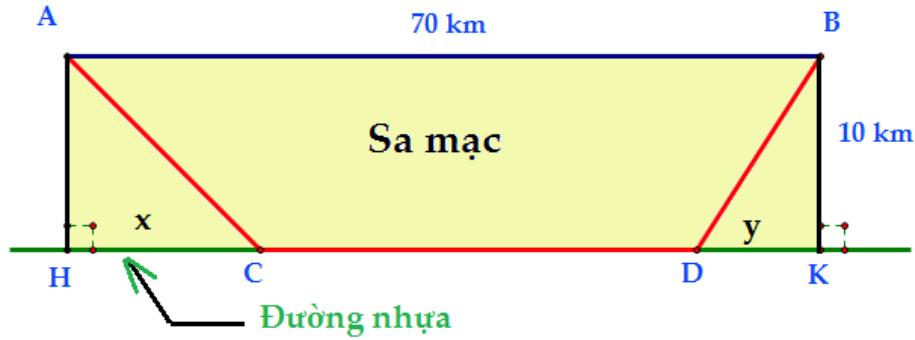
**Câu 1:** Một nhà địa chất học đang ở tại điểm  $A$  trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm  $B$  và cách  $A$  một đoạn là 70km. Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30km/h. Nhà địa chất phải đến được điểm  $B$  sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ  $A$  đến  $B$  sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối  $A$  và  $B$  và cách  $AB$  một đoạn 10km. Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc 50km/h. Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  $A$  đến  $B$  là bao nhiêu phút.



### Lời giải

#### Trả lời: 116

Ta có thể mô tả bài toán trên bằng hình vẽ sau:



Như đã phân tích ở trên, nếu đi trực tiếp từ  $A$  đến  $B$  trên sa mạc với vận tốc và khoảng cách hiện có thì nhà địa chất học không thể đến đúng thời gian quy định.

Vì vậy cần thiết phải chia quãng đường đi được thành 3 giai đoạn:

Giai đoạn 1: đi từ  $A$  đến  $C$  (từ sa mạc đến đường nhựa song song).

Giai đoạn 2: đi từ  $C$  đến  $D$  (một quãng đường nào đó trên đường nhựa).

Giai đoạn 3: đi từ  $D$  đến  $B$  (từ điểm kết thúc  $D$  trên đường nhựa đi tiếp đến  $B$  bằng qua sa mạc).

Gọi  $H, K, C, D$  là các điểm như hình vẽ.

Khi đó gọi  $HC = x$  ( $0 < x < 70$ ) và  $DK = y$  ( $0 < y < 70$ ).

$$\text{Quãng đường đi từ } A \text{ đến } C \text{ là } AC = \sqrt{10^2 + x^2} \Rightarrow t_1 = \frac{AC}{v_{\text{samac}}} = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30}.$$

$$\text{Quãng đường đi từ } D \text{ đến } B \text{ là } DB = \sqrt{10^2 + y^2} \Rightarrow t_2 = \frac{DB}{v_{\text{samac}}} = \frac{\sqrt{10^2 + y^2}}{30}.$$

$$\text{Và quãng đường đi } C \text{ đến } D \text{ là } CD = 70 - (x + y) \Rightarrow t_3 = \frac{CD}{v_{\text{duong nhua}}} = \frac{70 - (x + y)}{50}.$$

Vậy tổng thời gian mà nhà địa chất học đi từ  $A$  đến  $B$  là  $t = t_1 + t_2 + t_3$ .

$$\Rightarrow t = T(x, y) = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30} + \frac{\sqrt{10^2 + y^2}}{30} + \frac{70 - (x + y)}{50}.$$

Đến đây ta cần tìm  $\min T(x, y)$ .

$$\text{Ta có } T(x, y) = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30} + \frac{35 - x}{50} + \frac{\sqrt{10^2 + y^2}}{30} + \frac{35 - y}{50} = f(x) + f(y).$$

$$\text{Xét hàm số: } f(u) = \frac{\sqrt{100 + u^2}}{30} + \frac{35 - u}{50}, \quad 0 < u < 70.$$

$$\text{Ta có: } f'(u) = \frac{u}{30\sqrt{100 + u^2}} - \frac{1}{50}, \quad f'(u) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{10^2 + u^2} = \frac{5u}{3} > 0 \Leftrightarrow u = \frac{15}{2}.$$

$$\text{Lập bảng biến thiên ta có: } \min_{u \in (0; 70)} f(u) = f\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{29}{30}.$$

$$\text{Do đó ta có: } T(x, y) = f(x) + f(y) \geq \frac{29}{30} + \frac{29}{30} = \frac{29}{15} (h) = 116 \text{ (phút)}.$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra khi } x = y = \frac{15}{2}.$$

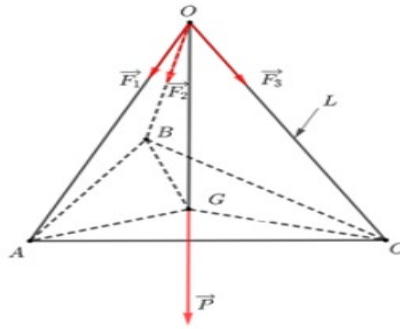
**Câu 2:** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm  $O$  trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm  $A, B, C$  trên đèn tròn sao cho tam giác  $ABC$  đều. Độ dài của ba đoạn dây  $OA, OB, OC$  đều bằng  $L$ . Trọng lượng của chiếc đèn là  $27N$  và bán kính của chiếc đèn là  $0,5m$ .



Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là  $18N$  (Chiều dài tính theo đơn vị  $cm$  và làm tròn đến hàng phần mười).

**Lời giải**

**Đáp án: 57,7**



Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Vì tam giác  $ABC$  đều nên  $G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Do đó,  $GA = GB = GC = 0,5m$ ,  $OG \perp (ABC)$ .

Gọi  $F$  là độ lớn của các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  trên mỗi sợi dây. Khi đó,  $F = F(L)$  là một hàm số với biến số là  $L$ .

Theo bài ra ta có  $OA = OB = OC = L$  nên  $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = L$

Do  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$  nên tồn tại hằng số  $c \neq 0$  sao cho:  $\vec{F}_1 = c\vec{OA}$ ,  $\vec{F}_2 = c\vec{OB}$ ,  $\vec{F}_3 = c\vec{OC}$ . Suy ra  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = c(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$ .

Theo quy tắc ba điểm ta có:  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ .

Do đó:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 3c\vec{OG}$ .

Mặt khác ta lại có  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$ , với  $\vec{P}$  là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn.

Mà trọng lượng tác dụng lên chiếc đèn là  $27N$  nên  $|\vec{P}| = 27 \Leftrightarrow 3c|\vec{OG}| = 27 \Leftrightarrow c = \frac{9}{OG}$ .

Tam giác  $OAG$  vuông tại  $G$  (do  $OG \perp (ABC)$ ) nên ta suy ra  $OG = \sqrt{OA^2 - GA^2} = \sqrt{L^2 - 0,5^2}$  (m) với  $L > 0,5$ .

Do đó  $|\vec{OG}| = \sqrt{L^2 - 0,5^2} \Rightarrow c = \frac{9}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}}$ .

Khi đó  $|\vec{F}| = |\vec{F}_1| = c|\vec{OA}| = \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}}$  (với  $L > 0,5$ )

$$\begin{aligned} \text{Ta có lực căng tối đa của mỗi sợi dây là } 18 \text{ N} &\Rightarrow F(L) \leq 18 \Leftrightarrow \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}} \leq 18 \Leftrightarrow L \leq 2\sqrt{L^2 - 0,5^2} \\ &\Leftrightarrow L^2 \leq 4L^2 - 1 \Leftrightarrow 3L^2 \geq 1 \Rightarrow L \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,57735 \text{ (m)}. \end{aligned}$$

Vậy chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là  $L = 0,577\text{m} = 57,7\text{cm}$ .

**Câu 3:** Người ta thả vào ao một loại bèo có tốc độ tăng trưởng được tính theo công thức  $S_t = S_0 \cdot e^{rt}$ . Trong đó,  $S_0$  là diện tích ban đầu,  $S_t$  là diện tích sau  $t$  ngày,  $r$  là tốc độ tăng trưởng và  $t$  là số ngày. Ban đầu, diện tích bèo chiếm  $\frac{1}{50}$  diện tích ao. Sau  $t_1$  và  $t_2$  ngày thì diện tích bèo lần lượt chiếm  $\frac{1}{30}$  và  $\frac{1}{10}$  diện tích ao ( $t_2 > t_1$ ). Biết  $t_2 - t_1 = 3$ , hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì diện tích bèo chiếm 1 nửa diện tích ao.

### Lời giải

**Đáp án: 9**

Gọi  $S$  là diện tích ao. Từ điều kiện đầu bài ta có:

$$\begin{cases} \frac{S}{30} = \frac{S}{50} \cdot e^{rt_1} \\ \frac{S}{10} = \frac{S}{50} \cdot e^{rt_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{rt_1} = \frac{5}{3} \\ e^{rt_2} = 5 \end{cases} \text{ . Chia 2 vế của phương trình ta được: } e^{r(t_2 - t_1)} = 3$$

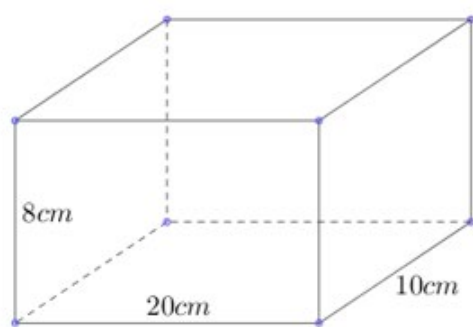
$$\text{Mà } t_2 - t_1 = 3 \Rightarrow e^{3r} = 3 \Rightarrow e^r = \sqrt[3]{3}$$

Giả sử sau thời gian  $t$  thì diện tích bèo chiếm một nửa diện tích ao

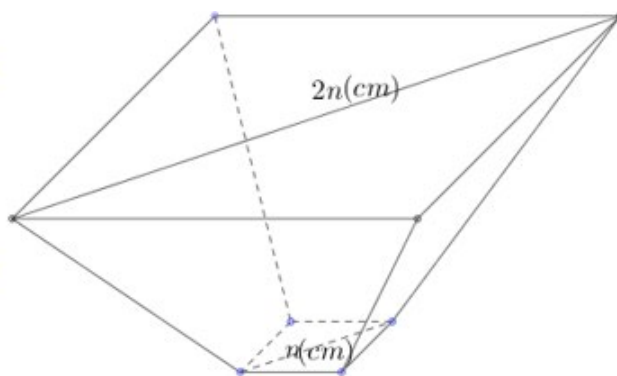
$$\Rightarrow \frac{S}{2} = \frac{S}{50} \cdot e^{rt} \Rightarrow e^{rt} = 25 \Rightarrow t = \log_{e^r}(25) = \log_{\sqrt[3]{3}}(25) \approx 8,7898$$

$$\Rightarrow \text{lấy } t = 9 \text{ .}$$

**Câu 4:** Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước: chiều dài  $20\text{ cm}$ , chiều rộng  $10\text{ cm}$ , chiều cao  $8\text{ cm}$  (hình a). Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài  $n(\text{ cm})$ , miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài  $2n(\text{ cm})$  (hình b). Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng  $\frac{2}{5}$  chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi  $\frac{1}{4}$  so với ban đầu. Thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị centimet khối có kết quả chính xác đến hàng đơn vị là  $a(\text{ cm}^3)$ . Tổng các chữ số của  $a$  bằng bao nhiêu?



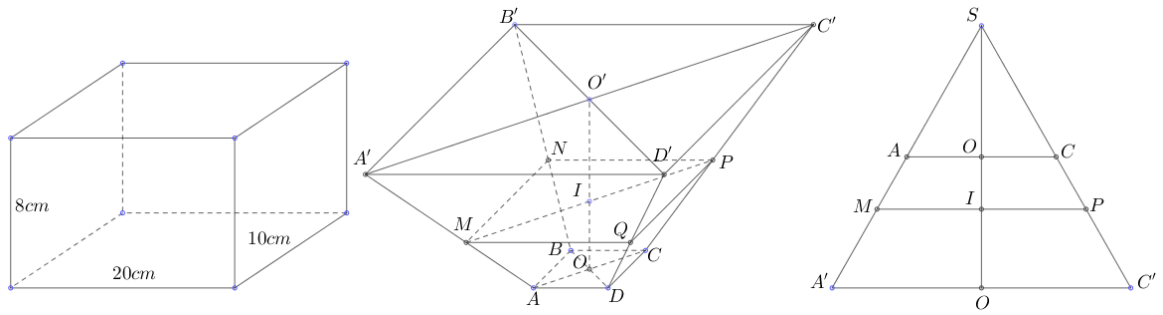
Hình a



Hình b

### Lời giải

**Đáp án: 13.**



+) Thể tích nước trong khay thứ nhất bằng thể tích của khối hộp chữ nhật với các kích thước: chiều dài  $20\text{cm}$ , chiều rộng  $10\text{cm}$ , chiều cao  $8\text{cm}$

Suy ra thể tích nước là:  $V_1 = 20.10.8 = 1600 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

+) Lượng nước trong khay thứ nhất được đổ sang khay thứ hai là  $\frac{1}{4}V_1 = 400 \text{ (cm}^3\text{)}$  (1)

+) Gọi chiều cao của khay nước thứ hai là  $h$  thì chiều cao của mực nước trong khay thứ hai là  $\frac{2}{5}h$ .

Đặt  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$  lần lượt là đáy nhỏ và đáy lớn của khay thứ hai và  $MNPQ$  là mép nước trong khay thứ hai.

Ta có  $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC^2 = \frac{1}{2}n^2$  và  $S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{2}(A'C')^2 = 2n^2$

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp cụt, ta tính được thể tích của khay nước thứ hai là

$$V_2 = \frac{1}{3}h \left( \frac{1}{2}n^2 + 2n^2 + \sqrt{\frac{1}{2}n^2 \cdot 2n^2} \right) = \frac{7}{6}h.n^2 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ (2)}.$$

+) Gọi  $AA' \cap CC' = S$ , ta có  $\frac{MP}{A'C'} = \frac{SI}{SO} = \frac{7}{10} \Rightarrow MP = \frac{7n}{5}$

$$\text{Suy ra } S_{MNPQ} = \frac{1}{2}MP^2 = \frac{49}{50}n^2$$

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp cụt, ta tính được thể tích của lượng nước trong khay

$$\text{nước thứ hai là } V_3 = \frac{1}{3} \left( \frac{2h}{5} \right) \left( \frac{1}{2}n^2 + \frac{49}{50}n^2 + \sqrt{\frac{1}{2}n^2 \cdot \frac{49}{50}n^2} \right) = \frac{109}{375}h.n^2 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ (3)}.$$

+) Từ (1) và (3) suy ra  $\frac{109}{375}h.n^2 = 400 \Rightarrow \frac{7}{6}hn^2 = \frac{400.875}{218} \approx 1606 \text{ (cm}^3\text{)}$

Suy ra  $V_2 \approx 1606 \text{ (cm}^3\text{)} \Rightarrow a = 1606$ .

Vậy tổng các chữ số của  $a$  bằng 13.

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$  ( $a > 0, b > 0$ ) thỏa mãn  $f(3) = -\frac{7}{3}; f(9) = 81$ . Số giá trị của tham số  $m$  sao cho  $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$  với  $g(x) = f(1-2x) + 2f(x+4) + m$  là  $a$ . Khi đó  $2025a$

### Lời giải

Ta có  $g'(x) = -2f'(1-2x) + 2f'(x+4); g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) = f'(x+4)$

$$f'(x) = 5ax^4 + 3bx^2 + c \Rightarrow f'(x+4) = f'(1-2x) \Leftrightarrow 5a(x+4)^4 + 3b(x+4)^2 = 5a(1-2x)^4 + 3b(1-2x)^2$$

$$\Leftrightarrow \left[ (x+4)^2 - (1-2x)^2 \right] \left[ 5a \left( (x+4)^2 + (1-2x)^2 \right) + 3b \right] = 0 \Leftrightarrow (x+4)^2 = (1-2x)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Do đó  $g'(x)$  không đổi dấu trên  $[-1;5]$ .

$$g(-1) = f(3) + 2f(3) + m = m - 7.$$

$$g(5) = f(-9) + 2f(9) + m = 81 + m.$$

$$\text{Vì } f(-x) = -ax^5 - bx^3 - cx = -f(x).$$

$$\text{Suy ra } m - 7 \leq g(x) \leq 81 + m \text{ với } \forall x \in [-1; 5].$$

$$\text{TH1: } m \geq 7 \Rightarrow m - 7 \geq 0; m + 81 > 0.$$

$$\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 81 + m + m - 7 = 86 \Leftrightarrow m = 6 \text{ loại}$$

$$\text{TH2: } m \leq -81 \Rightarrow m - 7 < 0; m + 81 \leq 0$$

$$\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 7 - m - m - 81 = 86 \Leftrightarrow m = -80 \text{ loại}$$

$$\text{TH3: } m < 7; m > -81 \Rightarrow m - 7 < 0; m + 81 > 0.$$

$$\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 81 + m + 0 = 86 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (t/m)}$$

$$\text{Hoặc } \max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 7 - m + 0 = 86 \Leftrightarrow m = -79 \text{ (t/m)}.$$

$$\text{Vậy } m = -79; m = 5. \text{ Suy ra } a = 2, 2025a = 2050$$

**Đáp án: 4050**

**Câu 6 :** Có 3 chiếc xe ô tô màu đỏ, 2 ô tô màu vàng, 1 ô tô màu xanh cùng đỗ bên đường. Hỏi có bao nhiêu cách để không có 2 chiếc xe cùng màu nào đỗ cạnh nhau.



**Lời giải**

**Trả lời: 120**

Ta đánh số thứ tự của các xe từ 1 đến 6, số thứ tự các vị trí từ I đến VI.

• **Trường hợp thứ nhất.** Xe màu đỏ đỗ ở các vị trí I, III, V nên có  $3!$  cách. Xe màu vàng và màu xanh đỗ ở các vị trí còn lại II, IV, VI nên cũng có  $3!$  cách. Do đó trong trường hợp này có  $3!.3! = 36$  cách.

• **Trường hợp thứ hai.** (như trường hợp thứ nhất) Xe màu đỏ đỗ ở các vị trí II, IV, VI nên có  $3!$  cách. Xe màu vàng và màu xanh đỗ ở các vị trí còn lại I, III, V nên cũng có  $3!$  cách. Do đó trong trường hợp này có  $3!.3! = 36$  cách.

• **Trường hợp thứ ba.** Xe màu đỏ đỗ ở các vị trí I, III, VI nên có  $3!$  cách.

Xe màu vàng và màu xanh nếu đỗ tùy ý ở các vị trí còn lại thì có  $3!$  cách nhưng trong đó có vị trí II(x) – IV(v) – V(v) không thỏa mãn. Do đó trong trường hợp này có  $3!. (3! - 2) = 24$  cách.

• **Trường hợp thứ tư.** (như trường hợp thứ ba) Xe màu đỏ đỗ ở các vị trí I, IV, VI nên có  $3!$  cách.

Xe màu vàng và màu xanh nếu đỗ tùy ý ở các vị trí còn lại thì có  $3!$  cách nhưng trong đó có vị trí II(v) – III(v) – V(x) không thỏa mãn. Do đó trong trường hợp này có  $3!. (3! - 2) = 24$  cách.

Vậy số cách xếp là:  $36 + 24 + 36 + 24 = 120$ .

| T | Học vấn môn học                                  | Năng lực toán học |        |                  |               |      |    |               |
|---|--------------------------------------------------|-------------------|--------|------------------|---------------|------|----|---------------|
|   | Chủ đề                                           | Dạng thức 1       |        |                  | Dạng thức 2   |      |    | Dạng thức 3   |
|   |                                                  | Cấp độ tư duy     |        |                  | Cấp độ tư duy |      |    | Cấp độ tư duy |
|   |                                                  | Biết              | Hiểu   | VD               | Biết          | Hiểu | VD | VD            |
| 1 | Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số | Câu 1             | Câu 2  | Câu 15<br>Câu 20 | Câu 1         |      |    | Câu 1, Câu 5  |
| 2 | Véc tơ trong không gian                          | Câu 3             | Câu 4  | Câu 16           | Câu 2         |      |    | Câu 2         |
| 3 | Hệ trục tọa độ trong không gian                  | Câu 5             | Câu 6  | Câu 17           |               |      |    |               |
| 4 | Thống kê. Mẫu số liệu ghép nhóm                  | Câu 7             | Câu 8  |                  | Câu 3         |      |    |               |
| 5 | Lượng giác                                       | Câu 9             | Câu 10 |                  | Câu 4         |      |    |               |
| 6 | Mũ và Lô ga rit                                  |                   | Câu 11 |                  |               |      |    | Câu 3         |
| 7 | Giới hạn, Dãy số                                 | Câu 12            | Câu 13 |                  |               |      |    |               |
| 8 | Hình học không gian                              |                   |        | Câu 18           | Câu 5         |      |    | Câu 4         |
| 9 | Đại số tổ hợp                                    |                   |        | Câu 19           |               |      |    |               |
|   | Xác suất                                         |                   | Câu 14 |                  | Câu 6         |      |    | Câu 6         |
|   |                                                  | 20                |        |                  | 6             |      |    | 6             |
|   | Tổng điểm                                        | 8,0               |        |                  | 6,0           |      |    | 6,0           |