

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Cho số phức  $z = 2 + 5i$ . Tìm số phức  $2\bar{z} + i$ .  
**A.**  $4 - 9i$ . **B.**  $4 + 10i$ . **C.**  $2 + 11i$ . **D.**  $4 + 11i$
- Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng  
**A.**  $\sqrt{15}$ . **B.**  $\sqrt{7}$ . **C.** 3. **D.** 9.
- Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-4}{x+2}$  cắt trục hoành tại điểm nào dưới đây.  
**A.** Điểm  $M(-2; 0)$ . **B.** Điểm  $N(0; -2)$ . **C.** Điểm  $P(4; 0)$ . **D.** Điểm  $Q(-2; 1)$ .
- Câu 4.** Thể tích  $V$  của khối cầu bán kính  $r = 3$  là  
**A.**  $V = 36\pi$ . **B.**  $V = 9\pi$ . **C.**  $V = 27\pi$ . **D.**  $V = 108\pi$ .
- Câu 5.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -\sqrt[3]{x}$  là  
**A.**  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + C$ . **B.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + C$ .  
**C.**  $\int f(x)dx = -\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ . **D.**  $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ .
- Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:
- |         |           |   |      |   |     |   |     |   |           |
|---------|-----------|---|------|---|-----|---|-----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | $-3$ |   | $1$ |   | $2$ |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0    | + | 0   | - | 0   | + |           |
- Khẳng định nào sau đây **sai**?  
**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ . **B.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = -3$ .  
**C.**  $x = 1$  là điểm cực trị của hàm số. **D.** Hàm số có hai điểm cực trị.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(2x) < \log(x+6)$  là  
**A.**  $(6; +\infty)$ . **B.**  $(0; 6)$ . **C.**  $[0; 6)$ . **D.**  $(-\infty; 6)$ .
- Câu 8.** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh  $a$  và chiều cao bằng  $4a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng  
**A.**  $16a^3$ . **B.**  $\frac{16}{3}a^3$ . **C.**  $4a^3$ . **D.**  $\frac{4}{3}a^3$ .
- Câu 9.** Hàm số  $y = (x-1)^{2022}$  có tập xác định là  
**A.**  $D = \mathbb{R}$ . **B.**  $D = [1; +\infty)$ . **C.**  $D = (1; +\infty)$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .
- Câu 10.** Phương trình  $\ln(2x-3) = 0$  có nghiệm là  
**A.**  $x = -2$ . **B.**  $x = 2$ . **C.**  $x = e$ . **D.**  $x = \frac{3}{2}$ .
- Câu 11.** Nếu  $\int_2^5 f(x)dx = 3$  và  $\int_2^5 g(x)dx = -2$  thì  $\int_2^5 [f(x) - g(x)]dx$  bằng  
**A.** 5. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 12.** Cho số phức  $z = 2 + 3i$ , phần ảo của số phức  $i\bar{z}$  bằng:

- A. 3.                      B. -3.                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{n} = (1; -1; -3)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây.

- A.  $x - y - 3z - 3 = 0$ .    B.  $x - 3z - 3 = 0$ .    C.  $x + y - 3z - 3 = 0$ .    D.  $x - y + 3z - 3 = 0$ .

**Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho hai vectơ  $\vec{a} = (-4; 5; -3)$ ,  $\vec{b} = (2; -2; 1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ .

- A.  $\vec{x} = (0; -1; 1)$ .    B.  $\vec{x} = (0; 1; -1)$ .    C.  $\vec{x} = (-8; 9; -5)$ .    D.  $\vec{x} = (2; 3; -2)$ .

**Câu 15.** Cho số phức  $z = 3 - 2i$ . Điểm nào sau đây biểu diễn số phức  $\bar{z}$ .

- A.  $M(3; -2)$ .    B.  $N(-3; -2)$ .    C.  $P(3; 2)$ .    D.  $Q(-3; 2)$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|      |           |   |   |           |           |
|------|-----------|---|---|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 1 |           | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - |   | -         |           |
| $y$  | 2         |   |   | $+\infty$ |           |

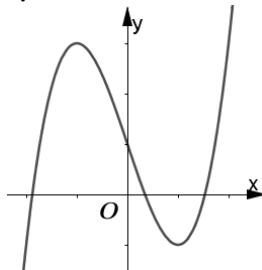
Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

- A.  $x = 1, y = 2$ .    B.  $x = 2, y = 1$ .    C.  $x = 2, y = 2$ .    D.  $x = 1, y = 1$ .

**Câu 17.** Với mọi số thực  $a$  dương,  $\log_2^2 a^2$  bằng

- A.  $2\log_2^2 a$ .    B.  $4\log_2^2 a$ .    C.  $2\log_2 a^2$ .    D.  $4\log_2 a$ .

**Câu 18.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .    B.  $y = x^3 + 3x + 1$ .    C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .    D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(-1; 2; 3), B(3; 2; -1)$ . Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

- A.  $\vec{u} = (1; 0; -1)$ .    B.  $\vec{u} = (4; 0; 4)$ .    C.  $\vec{u} = (1; 1; -1)$ .    D.  $\vec{u} = (2; 0; -1)$ .

**Câu 20.** Số cách xếp 5 người ngồi vào 6 chiếc ghế xếp hàng ngang là

- A.  $5!$ .    B.  $C_6^5$ .    C.  $A_6^5$ .    D.  $6!$ .

**Câu 21.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 3a^2$  và chiều cao  $h = a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{1}{2}a^3$ .    B.  $3a^3$ .    C.  $\frac{3}{2}a^3$ .    D.  $a^3$ .

**Câu 22.** Đạo hàm của hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$  bằng

- A.  $y' = \frac{2}{x-1}$ .    B.  $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$ .    C.  $y' = \frac{1}{x-1}$ .    D.  $y' = 2x - 2$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $AE \perp SD$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây.

|      |           |      |           |           |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$       | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$       | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ |      | $-\infty$ | $+\infty$ |           | $+\infty$ |

- A.  $(-1; 0)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(-\infty; -1)$ .      D.  $8a + d$ .

**Câu 24.** Cho khối trụ  $(T)$  có bán kính đáy  $r = 1$ , thể tích  $V = 5\pi$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng.

- A.  $S = 12\pi$ .      B.  $S = 11\pi$ .      C.  $S = 10\pi$ .      D.  $S = 7\pi$ .

**Câu 25.** Biết  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$  bằng

- A. 5.      B. 3.      C.  $\frac{13}{3}$ .      D.  $\frac{7}{3}$ .

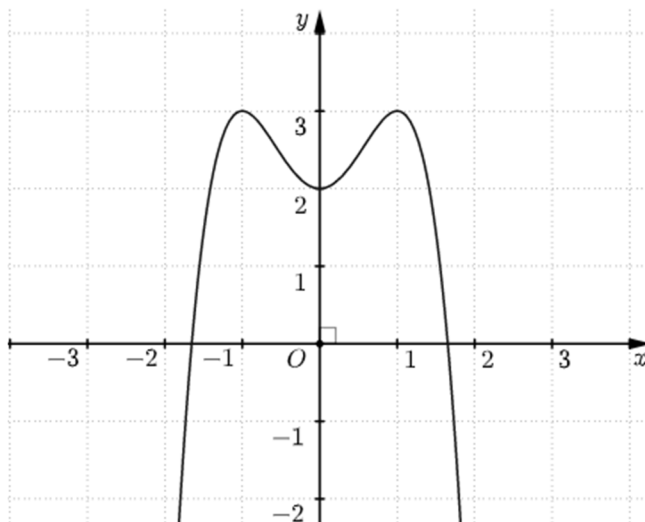
**Câu 26.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$ ,  $d = -4$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

- A. 7.      B. 5.      C. -5.      D. -7.

**Câu 27.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

- A.  $x^3 + \cos x + C$ .      B.  $6x + \cos x + C$ .      C.  $x^3 - \cos x + C$ .      D.  $6x - \cos x + C$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. -1.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 29.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$  trên đoạn  $[0; 1]$ .

Tính  $M + 2m$ .

- A.  $M + 2m = -11$ .      B.  $M + 2m = -10$ .      C.  $M + 2m = 11$ .      D.  $M + m = 10$ .

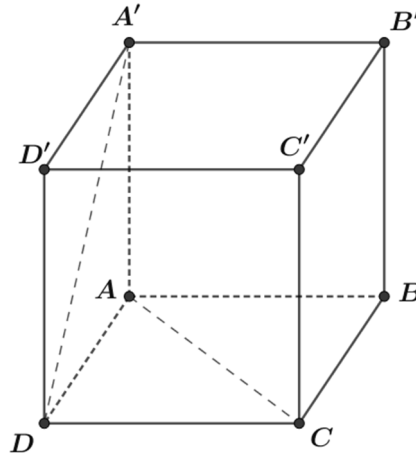
**Câu 30.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = -x^3 - x^2 - 4$ .      B.  $y = 5x^4 - x^2$ .      C.  $y = \frac{2x - 4}{x + 1}$ .      D.  $y = -2x^3 + 3x^2 - 6x$ .

**Câu 31.** Với mọi  $a, b$  thỏa mãn  $2\log_3 a - \log_3 b = 3$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $a^2 = 9b$ .      B.  $a^2 = 27b^3$ .      C.  $a^2 = 27b$ .      D.  $a^2 = 3b$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 33.** Cho  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$ .

- A.  $I = \frac{17}{2}$ .                      B.  $I = \frac{11}{2}$ .                      C.  $I = \frac{7}{2}$ .                      D.  $I = \frac{5}{2}$ .

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 2z - 5 = 0$ . Phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  đi qua tâm của  $(S)$  và vuông góc với  $(\alpha)$  là

- A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .                      B.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ .  
C.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ .                      D.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$ . Khi đó  $|z|$  bằng

- A.  $\sqrt{146}$ .                      B. 12.                      C.  $\sqrt{148}$ .                      D.  $\sqrt{142}$ .

**Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AC = a\sqrt{5}$  và  $AD = a\sqrt{2}$ . Tính khoảng cách giữa  $SD$  và  $BC$ .

- A.  $a\sqrt{3}$ .                      B.  $\frac{3a}{4}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{2a}{3}$ .

**Câu 37.** Cho 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 là

- A.  $P = \frac{2}{19}$ .                      B.  $P = \frac{15}{38}$ .                      C.  $P = \frac{1}{2}$ .                      D.  $P = \frac{3}{4}$ .

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(0; -1; 3)$ ,  $B(1; 0; 1)$  và  $C(-1; 1; 2)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là

- A.  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .                      B.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .  
C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .                      D.  $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\frac{(9^x + 3^{x+1} - 18)}{\sqrt{\log_2(-x^2 + x + 6)} - 2} \leq 0$ ?

- A. 5.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 40.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $5$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-3$ | $2$ | $-4$ | $+\infty$ |

Số nghiệm thực của phương trình  $f'(3 - 2f(x)) = 0$  là

- A. 10.                      B. 11.                      C. 9.                      D. 12.

**Câu 41.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \frac{1}{x-1} + 6x$ ,  $\forall x \in (1; +\infty)$  và  $f(2) = 12$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(2) = 6$ , khi đó giá trị biểu thức  $P = F(5) - 4F(3)$  bằng

- A. 20.                      B. 24.                      C. 10.                      D. 25.

**Câu 42.** Cho hình chóp  $SABCD$  biết  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có  $AB = 3a$ ,  $AD = 4a$ . Gọi  $H$ ,  $K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ ,  $SD$ . Mặt phẳng  $(AHK)$  hợp với mặt đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $20\sqrt{3}a^2$ .                      B.  $60\sqrt{3}a^3$ .                      C.  $\frac{20a\sqrt{3}a^3}{3}$ .                      D.  $20\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 43.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có đường cao  $h = a\sqrt{3}$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua đỉnh  $S$ , cắt đường tròn đáy tại hai điểm  $A$ ,  $B$  sao cho  $AB = 8a$  và tạo với mặt đáy một góc  $30^\circ$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A.  $\frac{10\sqrt{7}\pi}{3}a^2$ .                      B.  $20\sqrt{7}\pi a^2$ .                      C.  $10\sqrt{7}\pi a^2$ .                      D.  $5\sqrt{7}\pi a^2$ .

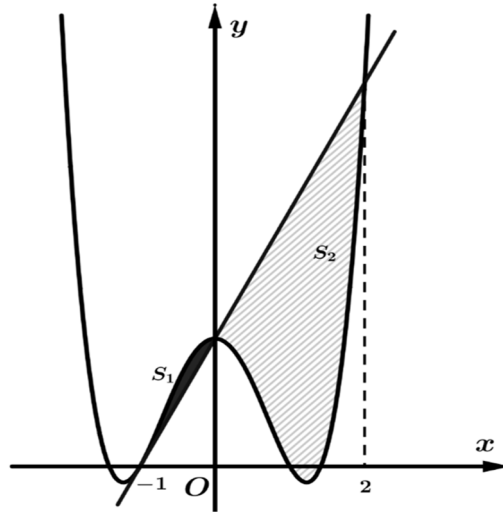
**Câu 44.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 + 2mz - m + 12 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$ ?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 45.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  sao cho  $iz\bar{z} + (1+2i)z - (1-2i)\bar{z} - 4i = 0$  và  $T$  là tập hợp tất cả các số phức  $w$  có phần thực khác 0 sao cho  $\frac{w}{w+6i}$  là số thực. Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$  và  $w \in T$  thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{5}$  và  $\frac{w-z_1}{z_2-z_1} = \frac{\bar{w}-\bar{z}_1}{\bar{z}_2-\bar{z}_1}$ . Khi  $|w-z_1| \cdot |w-z_1|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $|w-z_1| + |w-z_1|$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .                      B.  $2\sqrt{3}$ .                      C.  $3\sqrt{3}$ .                      D.  $4\sqrt{3}$ .

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , Biết  $f(-1) = 0$ . Tiếp tuyến  $d$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  của  $(C)$  cắt  $(C)$  tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2, Gọi  $S_1; S_2$  là diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính  $S_2$ , biết  $S_1 = \frac{401}{2022}$ .



- A.  $\frac{12431}{2022}$ .      B.  $\frac{5614}{1011}$ .      C.  $\frac{2005}{2022}$ .      D.  $\frac{2807}{1011}$ .

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 2; 2)$  song song với mặt phẳng  $(P): x - y + z + 3 = 0$  đồng thời cắt đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -2 - t \\ z = -2 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$ .

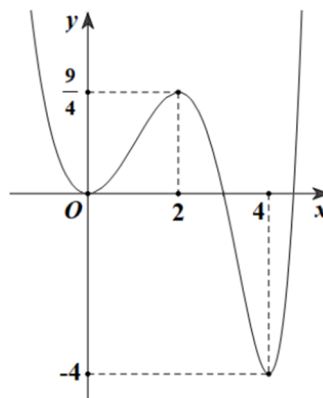
**Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  sao cho ứng với mỗi  $x$  có không quá 255 số nguyên  $y$  thỏa mãn  $\log_5(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$ ?

- A. 1250.      B. 1249.      C. 625.      D. 624.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét ba điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  thỏa mãn  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ . Biết rằng mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$  cắt mặt phẳng  $(ABC)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là 4. Giá trị của biểu thức  $a + b + c$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 5.

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(5 - 2x)$  như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-9; 9)$  thỏa mãn  $2m \in \mathbb{Z}$  và hàm số

$$y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right| \text{ có 5 điểm cực trị.}$$

- A. 26.      B. 25.      C. 27.      D. 24.

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.A  | 2.C  | 3.C  | 4.A  | 5.C  | 6.B  | 7.B  | 8.D  | 9.A  | 10.B |
| 11.A | 12.C | 13.A | 14.B | 15.C | 16.A | 17.B | 18.D | 19.A | 20.C |
| 21.B | 22.A | 23.A | 24.A | 25.A | 26.D | 27.C | 28.C | 29.A | 30.D |
| 31.C | 32.C | 33.A | 34.A | 35.A | 36.A | 37.C | 38.D | 39.D | 40.A |
| 41.B | 42.D | 43.C | 44.B | 45.D | 46.B | 47.D | 48.A | 49.B | 50.A |

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Cho số phức  $z = 2 + 5i$ . Tìm số phức  $2\bar{z} + i$   
**A.**  $4 - 9i$ . **B.**  $4 + 10i$ . **C.**  $2 + 11i$ . **D.**  $4 + 11i$

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $2\bar{z} + i = 2(2 - 5i) + i = 4 - 9i$ .

- Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng  
**A.**  $\sqrt{15}$ . **B.**  $\sqrt{7}$ . **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

**Chọn C**

Mặt cầu  $(S)$  có phương trình dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \Rightarrow (S)$  có bán kính là  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2 + 7} = 3$ .

- Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-4}{x+2}$  cắt trục hoành tại điểm nào dưới đây?  
**A.** Điểm  $M(-2; 0)$ . **B.** Điểm  $N(0; -2)$ . **C.** Điểm  $P(4; 0)$ . **D.** Điểm  $Q(-2; 1)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-4}{x+2}$  cắt trục hoành tại điểm  $P(4; 0)$ .

- Câu 4.** Thể tích  $V$  của khối cầu bán kính  $r = 3$  là  
**A.**  $V = 36\pi$ . **B.**  $V = 9\pi$ . **C.**  $V = 27\pi$ . **D.**  $V = 108\pi$ .

Lời giải

**Chọn A**

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính  $r$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$ .

- Câu 5.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -\sqrt[3]{x}$  là:

- A.**  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + C$ . **B.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + C$ .  
**C.**  $\int f(x)dx = -\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ . **D.**  $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $\int -\sqrt[3]{x}dx = \int -x^{\frac{1}{3}}dx = -\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$

- Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

|         |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-3$ |     | $1$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -3$ .

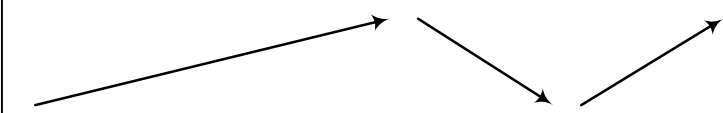
C.  $x = 1$  là điểm cực trị của hàm số.

D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số

| $x$     | $-\infty$                                                                          | $-3$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $f'(x)$ | $+$                                                                                | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |
| $f(x)$  |  |      |     |     |           |     |     |

Dựa theo bảng biến thiên, ta thấy phương án B sai.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(2x) < \log(x+6)$  là:

A.  $(6; +\infty)$ .

B.  $(0; 6)$ .

C.  $[0; 6)$ .

D.  $(-\infty; 6)$ .

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định:  $x > 0$ .

Bất phương trình  $\Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$ . Vậy tập nghiệm của bất phương trình là:  $(0; 6)$

Câu 8. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh  $a$  và chiều cao bằng  $4a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A.  $16a^3$ .

B.  $\frac{16}{3}a^3$ .

C.  $4a^3$ .

D.  $\frac{4}{3}a^3$ .

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp:  $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$ .

Câu 9. Hàm số  $y = (x-1)^{2022}$  có tập xác định là:

A.  $D = \mathbb{R}$ .

B.  $D = [1; +\infty)$ .

C.  $D = (1; +\infty)$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Lời giải

Chọn A

Hàm số lũy thừa có số mũ nguyên dương nên xác định với mọi giá trị  $x \Rightarrow D = \mathbb{R}$ .

Câu 10. Phương trình  $\ln(2x-3) = 0$  có nghiệm là:

A.  $x = -2$ .

B.  $x = 2$ .

C.  $x = e$ .

D.  $x = \frac{3}{2}$ .

Lời giải

Chọn B

Phương trình:  $\ln(2x-3) = 0 \Leftrightarrow 2x-3 = e^0 \Leftrightarrow 2x-3 = 1 \Leftrightarrow x = 2$ .

Câu 11. Nếu  $\int_2^5 f(x)dx = 3$  và  $\int_2^5 g(x)dx = -2$  thì  $\int_2^5 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

A. 5.

B. -5.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Cho số phức  $z = 2+3i$ , phần ảo của số phức  $i\bar{z}$  bằng:

A. 3.

B. -3.

C. 2.

D. -2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có :  $z = 2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 3i \Rightarrow i.\bar{z} = 3 + 2i$ , vậy phần ảo của số phức  $i.\bar{z}$  bằng 2.

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{n} = (1; -1; -3)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

- A.**  $x - y - 3z - 3 = 0$ .      **B.**  $x - 3z - 3 = 0$ .      **C.**  $x + y - 3z - 3 = 0$ .      **D.**  $x - y + 3z - 3 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có mặt phẳng  $x - y - 3z - 3 = 0$  có vector pháp tuyến là  $x - y - 3z - 3 = 0$ .

**Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho hai vectơ  $\vec{a} = (-4; 5; -3)$ ,  $\vec{b} = (2; -2; 1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ .

- A.**  $\vec{x} = (0; -1; 1)$ .      **B.**  $\vec{x} = (0; 1; -1)$ .      **C.**  $\vec{x} = (-8; 9; -5)$ .      **D.**  $\vec{x} = (2; 3; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\vec{a} = (-4; 5; -3)$ ,  $2\vec{b} = (4; -4; 2) \Rightarrow \vec{x} = (0; 1; -1)$ .

**Câu 15.** Cho số phức  $z = 3 - 2i$ . Điểm nào sau đây biểu diễn số phức  $\bar{z}$ ?

- A.**  $M(3; -2)$ .      **B.**  $N(-3; -2)$ .      **C.**  $P(3; 2)$ .      **D.**  $Q(-3; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $z = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 2i$  có điểm biểu diễn là  $P(3; 2)$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $1$       | $+\infty$ |
| $y'$ |           | -         | -         |
| $y$  | 2         | $+\infty$ | 2         |

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

- A.**  $x = 1, y = 2$ .      **B.**  $x = 2, y = 1$ .      **C.**  $x = 2, y = 2$ .      **D.**  $x = 1, y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow$  đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

Lại có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow$  đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 2$ .

**Câu 17.** Với mọi số thực  $a$  dương,  $\log_2^2 a^2$  bằng

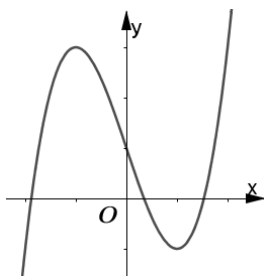
- A.**  $2\log_2^2 a$ .      **B.**  $4\log_2^2 a$ .      **C.**  $2\log_2 a^2$ .      **D.**  $4\log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\log_2^2 a^2 = (2\log_2 a)^2 = 4\log_2^2 a$$

**Câu 18.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A.**  $y = -x^3 + 3x + 1$ .    **B.**  $y = x^3 + 3x + 1$ .    **C.**  $y = x^3 - 3x - 1$ .    **D.**  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa theo đồ thị, suy ra:

+  $a > 0 \Rightarrow$  A sai.

+  $d > 0 \Rightarrow$  C sai.

+ Đồ thị có hai cực trị  $\Rightarrow$  B sai, vì  $y' = 3x^2 + 3 = 0$  vô nghiệm.

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(-1; 2; 3), B(3; 2; -1)$ . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng  $AB$ :

- A.**  $\vec{u} = (1; 0; -1)$ .    **B.**  $\vec{u} = (4; 0; 4)$ .    **C.**  $\vec{u} = (1; 1; -1)$ .    **D.**  $\vec{u} = (2; 0; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $AB$  có VTCP là  $\overrightarrow{AB} = (4; 0; -4) = 4(1; 0; -1) \Rightarrow AB$  có VTCP là  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = (1; 0; -1)$

**Câu 20.** Số cách xếp 5 người ngồi vào 6 chiếc ghế xếp hàng ngang là

- A.**  $5!$ .    **B.**  $C_6^5$ .    **C.**  $A_6^5$ .    **D.**  $6!$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mỗi cách chọn 5 chiếc ghế trong 6 chiếc để xếp 5 người vào là 1 chỉnh hợp chập 5 của 6.

Vậy số cách xếp 5 người ngồi vào 6 chiếc ghế là  $A_6^5$

**Câu 21.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 3a^2$  và chiều cao  $h = a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.**  $\frac{1}{2}a^3$ .    **B.**  $3a^3$ .    **C.**  $\frac{3}{2}a^3$ .    **D.**  $a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 22.** Đạo hàm của hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$  bằng

- A.**  $y' = \frac{2}{x-1}$ .    **B.**  $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$ .    **C.**  $y' = \frac{1}{x-1}$ .    **D.**  $y' = 2x - 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đạo hàm của hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$  là  $y' = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{2}{x-1}$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ |      |     |     | $+\infty$ |     |

**A.**  $(-1; 0)$ .

**B.**  $(-1; 1)$ .

**C.**  $(-\infty; -1)$ .

**D.**  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Trong khoảng  $(-1; 0)$  đạo hàm  $y' < 0$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

**Câu 24.** Cho khối trụ  $(T)$  có bán kính đáy  $r = 1$ , thể tích  $V = 5\pi$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng.

**A.**  $S = 12\pi$ .

**B.**  $S = 11\pi$ .

**C.**  $S = 10\pi$ .

**D.**  $S = 7\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{5\pi}{\pi \cdot 1^2} = 5.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng là: } S_{\text{tp}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 1 \cdot 5 + 2\pi \cdot 1^2 = 12\pi.$$

**Câu 25.** Biết  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$  bằng

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.**  $\frac{13}{3}$ .

**D.**  $\frac{7}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \int_1^2 [2 + f(x)] dx = \left( 2x + x^2 \right) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5$$

**Câu 26.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$ ,  $d = -4$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

**A.** 7.

**B.** 5.

**C.** -5.

**D.** -7.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Vậy } u_3 = u_1 + 2d = 1 + 2 \cdot (-4) = -7.$$

**Câu 27.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

**A.**  $x^3 + \cos x + C$ .

**B.**  $6x + \cos x + C$ .

**C.**  $x^3 - \cos x + C$ .

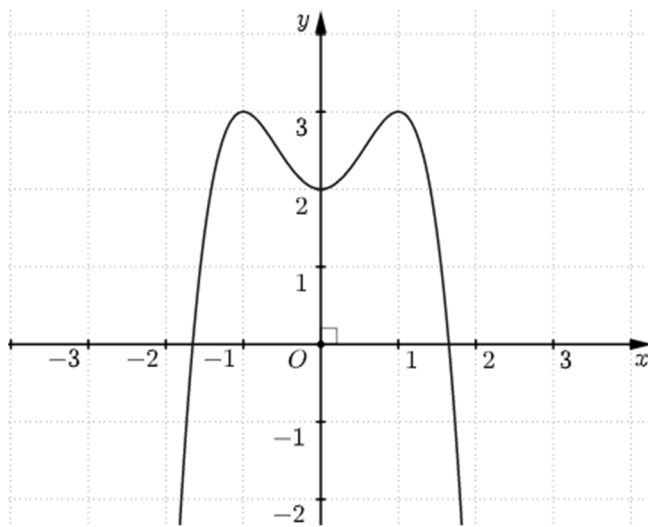
**D.**  $6x - \cos x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C.$$

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

**Chọn C**

♦ Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $y_{CT} = 2$ .

**Câu 29.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$  trên đoạn  $[0; 1]$ .

Tính  $M + 2m$ .

A.  $M + 2m = -11$ .

B.  $M + 2m = -10$ .

C.  $M + 2m = 11$ .

D.  $M + m = 10$ .

Lời giải

**Chọn A**

Hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$  xác định và liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ .

Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$ ;

$$\text{và } \begin{cases} y' = 0 \\ x \in [0; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x \in [0; 1] \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow M = \max_{[0; 1]} y = y(0) = -3; m = \min_{[0; 1]} y = y(1) = -4.$$

Suy ra  $M + 2m = -11$ .

**Câu 30.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $y = -x^3 - x^2 - 4$ .

B.  $y = 5x^4 - x^2$ .

C.  $y = \frac{2x - 4}{x + 1}$ .

D.  $y = -2x^3 + 3x^2 - 6x$

Lời giải

**Chọn D**

$$\begin{aligned} D. y = -2x^3 + 6x^2 - 6x &\Rightarrow y' = -6x^2 + 12x - 6 = -6(x^2 - 2x + 1) \\ &= -6(x^2 - 2x + 1) = -6(x - 1)^2 \leq 0 \forall x \end{aligned}$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31.** Với mọi  $a, b$  thỏa mãn  $2\log_3 a - \log_3 b = 3$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $a^2 = 9b$ .

B.  $a^2 = 27b^3$ .

C.  $a^2 = 27b$ .

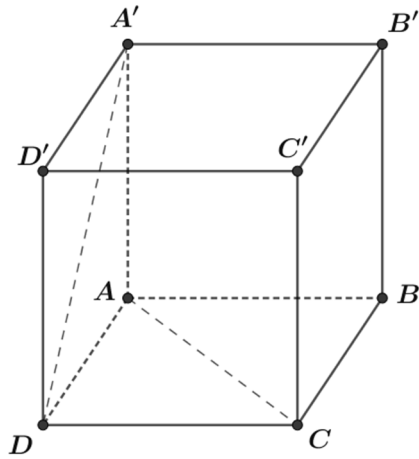
D.  $a^2 = 3b$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } 2\log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a^2 - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a^2}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a^2}{b} = 27 \Leftrightarrow a^2 = 27b.$$

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng

**A.**  $45^\circ$ .

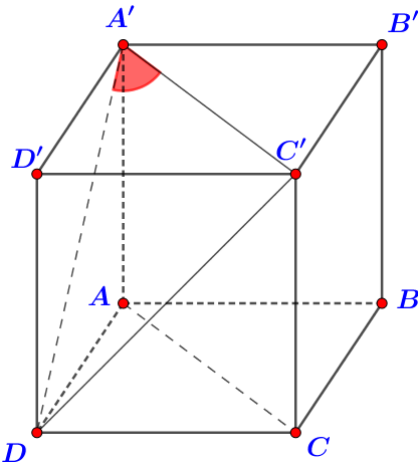
**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $AC \parallel A'C'$  nên  $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{DA'C'}$ .

Tam giác  $A'DC'$  có:  $A'D = A'C' = C'D \Rightarrow \Delta A'DC'$  đều  $\Rightarrow \widehat{DA'C'} = 60^\circ$ .

**Câu 33.** Cho  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$ .

**A.**  $I = \frac{17}{2}$ .

**B.**  $I = \frac{11}{2}$ .

**C.**  $I = \frac{7}{2}$ .

**D.**  $I = \frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 + 2 \int_{-1}^2 f(x)dx - 3 \int_{-1}^2 g(x)dx = \frac{17}{2}$ .

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 2z - 5 = 0$ . Phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  đi qua tâm của  $(S)$  và vuông góc với  $(\alpha)$  là

**A.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .

**B.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ .

**C.**  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ .

**D.**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm là  $I(1; -2; -1)$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}(2; -1; 2)$ .  
Do  $d$  vuông góc với  $(\alpha)$  nên véc tơ chỉ phương của  $d$  là véc tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ .

Nên phương trình chính tắc của  $d$  là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$ . Khi đó  $|z|$  bằng

**A.**  $\sqrt{146}$ .

**B.** 12.

**C.**  $\sqrt{148}$ .

**D.**  $\sqrt{142}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

Đặt  $z = a + bi$ ,  $(a, b \in \mathbb{R})$ , khi đó ta có

$$z + 2i\bar{z} = 1 + 17i \Leftrightarrow (a + bi) + 2i(a - bi) = 1 + 17i$$

$$\Leftrightarrow (a + 2b) + (2a + b)i = 1 + 17i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 2a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{11^2 + (-5)^2} = \sqrt{146}.$$

**Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AC = a\sqrt{5}$  và  $AD = a\sqrt{2}$ . Tính khoảng cách giữa  $SD$  và  $BC$ .

**A.**  $a\sqrt{3}$ .

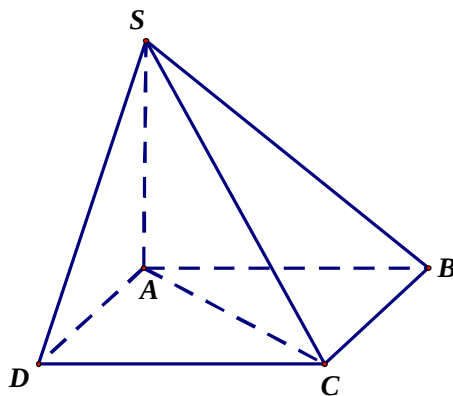
**B.**  $\frac{3a}{4}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**D.**  $\frac{2a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



$$\text{Có } BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD) \Rightarrow d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD))$$

$$\text{Có } \begin{cases} BA \perp AD \\ BA \perp SA \end{cases} \Rightarrow BA \perp (SAD) \Rightarrow d(B, (SAD)) = BA$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3} \\ \Rightarrow d(B, (SAD)) = AB = a\sqrt{3} \Rightarrow d(SD, BC) = a\sqrt{3}.$$

**Câu 37.** Cho 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 là

**A.**  $P = \frac{2}{19}$ .

**B.**  $P = \frac{15}{38}$ .

**C.**  $P = \frac{1}{2}$ .

**D.**  $P = \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$ .

Gọi  $A$ : “tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2”.

Chọn 3 tấm thẻ đánh số chẵn từ 10 tấm thẻ đánh số chẵn có:  $C_{10}^3 = 120$  (cách)

Chọn 1 tấm thẻ đánh số chẵn từ 10 thẻ đánh số chẵn và 2 tấm thẻ đánh số lẻ từ 10 tấm thẻ đánh số lẻ có  $C_{10}^1 \cdot C_{10}^2 = 450$  (cách)

Suy ra:  $n(A) = 120 + 450 = 570 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ .

**Câu 38.** Trong không gian Oxyz cho ba điểm  $A(0; -1; 3)$ ,  $B(1; 0; 1)$  và  $C(-1; 1; 2)$ . Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A.  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ . B.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .  
C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ . D.  $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi d là đường thẳng qua  $A(0; -1; 3)$  và song song với BC.

d nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2; 1; 1)$  làm vector chỉ phương.

Vậy  $d: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn  $\frac{(9^x + 3^{x+1} - 18)}{\sqrt{\log_2(-x^2 + x + 6) - 2}} \leq 0$  ?

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét bất phương trình:  $\frac{(9^x + 3^{x+1} - 18)}{\sqrt{\log_2(-x^2 + x + 6) - 2}} \leq 0$  (1).

ĐKXD:  $\begin{cases} -x^2 + x + 6 > 0 \\ \log_2(-x^2 + x + 6) - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 3 \\ -x^2 + x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ -1 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2.$

Với  $-1 < x < 2$  thì  $\sqrt{\log_2(-x^2 + x + 6) - 2} > 0$ , bất phương trình (1) trở thành:

$9^x + 3^{x+1} - 18 \leq 0 \Leftrightarrow 3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow (3^x - 3)(3^x + 6) \leq 0 \Leftrightarrow 3^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 1$

Kết hợp với điều kiện  $-1 < x < 2$  ta có  $x \in (-1; 1]$ . Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1\}$ .

Vậy có 2 giá trị nguyên x thỏa mãn.

**Câu 40.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

|         |           |    |   |    |           |
|---------|-----------|----|---|----|-----------|
| x       | $-\infty$ | -3 | 0 | 5  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0  | + | 0  | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | -3 | 2 | -4 | $+\infty$ |

Số nghiệm thực của phương trình  $f'(3-2f(x))=0$  là.

**A.** 10.

**B.** 11.

**C.** 9.

**D.** 12.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$ . Ta có:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$ .

$$\text{Khi đó: } f'(3-2f(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3-2f(x) = -3 \\ 3-2f(x) = 0 \\ 3-2f(x) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3 \\ f(x) = \frac{3}{2} \\ f(x) = -1 \end{cases}.$$

| $x$     | $-\infty$ | $-3$ |     | $0$ |     | $5$ |     | $+\infty$ |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     |     |     |     |     | $+\infty$ |

The graph shows a function  $f(x)$  with three horizontal asymptotes:  $y = 3$ ,  $y = \frac{3}{2}$ , and  $y = -1$ . The function has a local minimum at  $(-3, -3)$  and a local maximum at  $(0, 2)$ . It approaches  $+\infty$  as  $x \rightarrow -\infty$  and  $x \rightarrow +\infty$ , and  $-\infty$  as  $x \rightarrow 5^-$  and  $x \rightarrow 5^+$ .

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình:  $f(x) = 3$  có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình:  $f(x) = \frac{3}{2}$  có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình:  $f(x) = -1$  có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình  $f'(3-2f(x))=0$  có 10 nghiệm phân biệt.

**Câu 41.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \frac{1}{x-1} + 6x$ ,  $\forall x \in (1; +\infty)$  và  $f(2) = 12$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(2) = 6$ , khi đó giá trị biểu thức  $P = F(5) - 4F(3)$  bằng

**A.** 20.

**B.** 24.

**C.** 10.

**D.** 25.

**Lời giải**

**Chọn B**

Trên  $(1; +\infty)$  ta có  $f(x) = \int \left( \frac{1}{x-1} + 6x \right) dx = \ln(x-1) + 3x^2 + C$ . Vì  $f(2) = 12$  nên  $C = 0$ .

$$F(x) = \int (\ln(x-1) + 3x^2) dx = (x-1)\ln(x-1) - (x-1) + x^3 + C_1.$$

Vì  $F(2) = 6$  nên  $C_1 = -1$ .

$$F(x) = (x-1)\ln(x-1) + x^3 - x. \text{ Vậy } P = F(5) - 4F(3) = 24.$$

**Câu 42.**

Cho hình chóp  $SABCD$  biết  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có  $AB = 3a$ ,  $AD = 4a$ . Gọi  $H$ ,  $K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ ,  $SD$ . Mặt phẳng  $(AHK)$  hợp với mặt đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

**A.**  $20\sqrt{3}a^2$ .

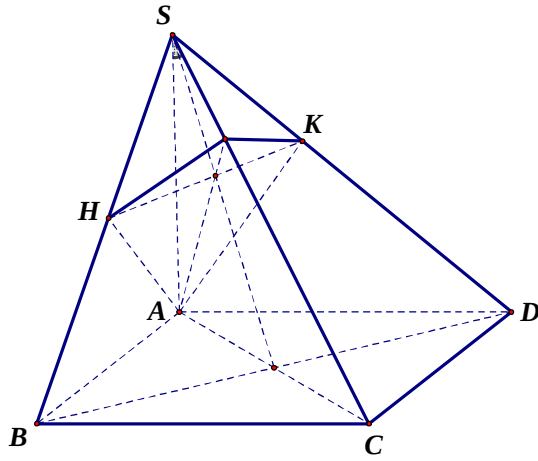
**B.**  $60\sqrt{3}a^3$ .

**C.**  $\frac{20a\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**D.**  $20\sqrt{3}a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AHK)$  và  $(ABCD)$ .

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ \text{và } AH \perp SB \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC \quad (1)$$

$$\text{Tương tự ta có: } AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $(AHK) \perp SC$  và  $(ABCD) \perp SA$  nên  $\varphi = \widehat{ASC} = 30^\circ$

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a. \quad SA = \frac{AC}{\tan \varphi} = 5\sqrt{3}a.$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 4a \cdot 5\sqrt{3}a = 20\sqrt{3}a^3.$$

**Câu 43.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có đường cao  $h = a\sqrt{3}$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua đỉnh  $S$ , cắt đường tròn đáy tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 8a$  và tạo với mặt đáy một góc  $30^\circ$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

**A.**  $\frac{10\sqrt{7}\pi}{3}a^2.$

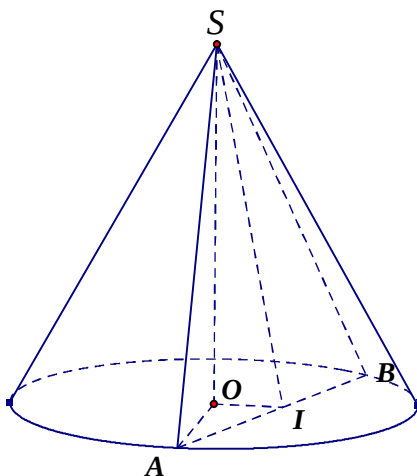
**B.**  $20\sqrt{7}\pi a^2.$

**C.**  $10\sqrt{7}\pi a^2.$

**D.**  $5\sqrt{7}\pi a^2.$

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $O$  là tâm đường tròn đáy,  $I$  là trung điểm  $AB$ . Khi đó, góc giữa mặt phẳng  $(\alpha)$  và mặt đáy là  $\widehat{SIO} = 30^\circ$ .

Trong tam giác  $SOI$ , ta có  $OI = \frac{SO}{\tan \widehat{SIO}} = 3a$ .

Trong tam giác  $AIO$ , ta có  $OA^2 = OI^2 + AI^2 = 9a^2 + 16a^2 = 25a^2$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{3a^2 + 25a^2} = 2\sqrt{7}a.$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi.OA.SA = 10\sqrt{7}\pi a^2.$$

**Câu 44.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 + 2mz - m + 12 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$  ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

**Chọn B**

Phương trình đã cho có  $\Delta' = m^2 + m - 12$ .

**Trường hợp 1:**  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 3 \end{cases}$ .

Khi đó, phương trình đã cho có hai nghiệm thực  $z_1, z_2$  phân biệt.

$$\text{Do đó, } |z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$$

$$\Leftrightarrow (|z_1| + |z_2|)^2 = (\sqrt{2}|z_1 - z_2|)^2$$

$$\Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 + 2|z_1 z_2| = 2(z_1^2 + z_2^2 - 2z_1 z_2)$$

$$\Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 + 2|z_1 z_2| = 2[(z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2]$$

$$\Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 6z_1 z_2 - 2|z_1 z_2| = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 6(-m + 12) - 2|-m + 12| = 0 (*)$$

$$\text{Nếu } m < -4 \text{ hoặc } 3 < m < 12 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow 4m^2 - 8(-m + 12) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Nếu } m \geq 12 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow 4m^2 - 4(-m + 12) = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 = 0 \text{ (không thỏa mãn)}.$$

**Trường hợp 2:**  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 3$ .

Khi đó, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  là hai số phức liên hợp:

$$-m + i\sqrt{-m^2 - m + 12} \text{ và } -m - i\sqrt{-m^2 - m + 12}.$$

$$\text{Do đó, } |z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 + (-m^2 - m + 12)} = 2\sqrt{-m^2 - m + 12}$$

$$\Leftrightarrow -m + 12 = -m^2 - m + 12$$

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 45.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  sao cho  $iz.\bar{z} + (1 + 2i)z - (1 - 2i)\bar{z} - 4i = 0$  và  $T$  là tập hợp tất cả các số phức  $w$  có phần thực khác 0 sao cho  $\frac{w}{w + 6i}$  là số thực. Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$

và  $w \in T$  thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{5}$  và  $\frac{w - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{\overline{w - z_1}}{\overline{z_2 - z_1}}$ . Khi  $|w - z_1| \cdot |w - z_1|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $|w - z_1| + |w - z_1|$  bằng

A.  $\sqrt{3}$ .

B.  $2\sqrt{3}$ .

C.  $3\sqrt{3}$ .

D.  $4\sqrt{3}$ .

Lời giải

Chọn D

Giả sử  $z = x + yi$ , ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Ta có

$$iz\bar{z} + (1+2i)z - (1-2i)\bar{z} - 4i = 0$$

$$\Leftrightarrow i(x+yi)(x-yi) + (1+2i)(x+yi) - (1-2i)(x-yi) - 4i = 0$$

$$\Leftrightarrow i(x^2 + y^2) + (x-2y) + (2x+y)i - (x-2y) - (-2x-y)i - 4i = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$$

Suy ra  $S$  là tập hợp các số phức có điểm biểu diễn thuộc đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(-2; -1)$ , bán kính  $R = 3$ .

Giả sử  $w = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0$ ). Ta có

$$\frac{w}{w+6i} = \frac{a+bi}{a+(6-b)i} = \frac{(a+bi)[a+(b-6)i]}{a^2+(b-6)^2} = \frac{a^2-b^2+6b}{a^2+(b-6)^2} + \frac{2ab-6a}{a^2+(b-6)^2}i$$

Do đó  $\frac{w}{w+6i}$  là số thực khi và chỉ khi  $\frac{2ab-6a}{a^2+(b-6)^2} = 0 \Leftrightarrow b = 3$ .

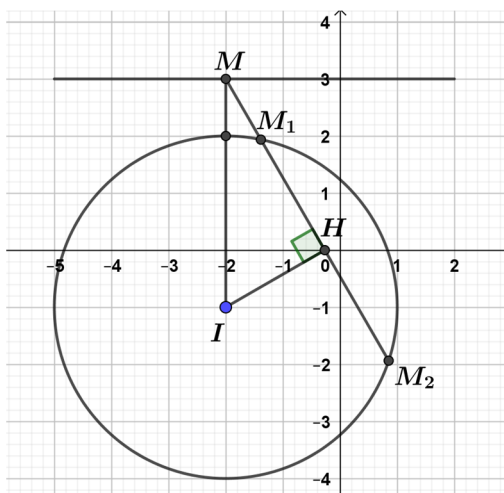
Suy ra  $T$  là tập hợp các số phức có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng  $\Delta: y = 3$ .

Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$  và  $w \in T$  thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$  và  $\frac{w - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{\overline{w - z_1}}{\overline{z_2 - z_1}}$ .

Giả sử  $z_1 = x_1 + y_1i, z_2 = x_2 + y_2i$  ( $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$ ) và  $w = x + 3i$ , ( $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ ).

Gọi  $M_1, M_2, M$  lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và  $w$ .

Khi đó,  $M_1, M_2 \in (C)$  và  $M \in \Delta$ , đồng thời  $|w - z_1| \cdot |w - z_1| = MM_1 \cdot MM_2$ .



Do  $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{5}$  nên  $M_1M_2 = 2\sqrt{5}$  và do  $\frac{w - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{\overline{w - z_1}}{\overline{z_2 - z_1}}$  nên ba điểm  $M_1, M_2, M$  thẳng hàng.

Suy ra  $MM_1 \cdot MM_2 = IM^2 - R^2$ .

Vì vậy  $|w - z_1| \cdot |w - z_1| = IM^2 - R^2$ .

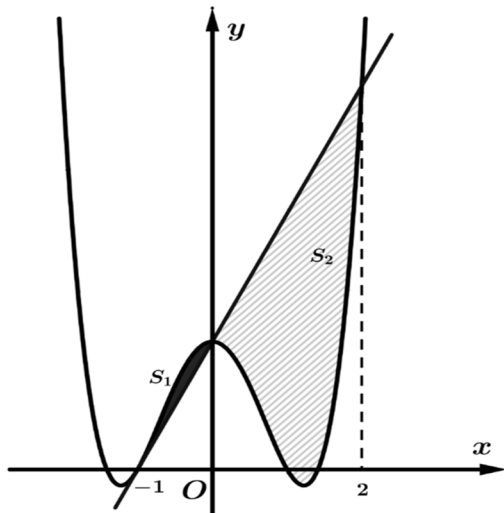
Do đó,  $|w - z_1| \cdot |w - z_1|$  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  $IM$  đạt giá trị nhỏ nhất. Lúc đó,  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $\Delta$  và  $M = (-2; 3)$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $M_1M_2$ , ta có  $IH = \sqrt{IM_1^2 - M_1H^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} = 2$ .

Vì bốn điểm  $M_1, M_2, M, H$  thẳng hàng nên  $\Delta MIH$  vuông tại  $H$  suy ra  $MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$  và do đó,

$$|w - z_1| + |w - z_1| = MM_1 + MM_2 = MH - HM_1 + MH + HM_2 = 2MH = 4\sqrt{3}.$$

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , Biết  $f(-1) = 0$ . Tiếp tuyến  $d$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  của  $(C)$  cắt  $(C)$  tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2, Gọi  $S_1; S_2$  là diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính  $S_2$ , biết  $S_1 = \frac{401}{2022}$ .



A.  $\frac{12431}{2022}$ .

B.  $\frac{5614}{1011}$ .

C.  $\frac{2005}{2022}$ .

D.  $\frac{2807}{1011}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị  $(C)$  nhận thấy  $a > 0; b < 0; c > 0$ .

Ta có:  $f(-1) = 0$  suy ra:  $a + b + c = 0$  (1); gọi  $A(-1; 0)$

Phương trình tiếp tuyến tại  $A(-1; 0)$  là  $(d): y = y'(-1)(x + 1) = (-4a - 2b)(x + 1)$

Phương trình hoành độ giao điểm của tiếp tuyến  $(d)$  và đồ thị  $(C)$ :  
 $(-4a - 2b)(x + 1) = ax^4 + bx^2 + c$  (\*)

Mà  $x = 0, x = 2$  là nghiệm của (\*) suy ra  $\begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases}$  (2).

Từ (1) và (2) ta có:  $\begin{cases} c = -a - b \\ -4a - 2b = -a - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a - b \\ b = -3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2a \\ b = -3a \end{cases}$

Ta có:  $S_1 = \int_{-1}^0 (ax^4 + bx^2 + c - (-4a - 2b)(x + 1)) dx = \int_{-1}^0 (ax^4 - 3ax^2 + 2a - 2a(x + 1)) dx$

$$\Rightarrow S_1 = a \int_{-1}^0 (x^4 - 3x^2 - 2x) dx = \frac{a}{5} = \frac{401}{2022} \Rightarrow a = \frac{2005}{2022}.$$

$$\Rightarrow S_2 = \int_0^2 [(-4a - 2b)(x + 1) - (ax^4 + bx^2 + c)] dx = a \int_0^2 (-x^4 + 3x^2 + 2x) dx = \frac{28a}{5} = \frac{5614}{1011}.$$

Vậy  $S_2 = \frac{5614}{1011}$ .

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(1;2;2)$  song song với mặt phẳng  $(P): x - y + z + 3 = 0$  đồng thời cắt đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$  có phương trình là

**A.**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -2 - t \\ z = -2 \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng cần tìm và  $A = \Delta \cap d \Rightarrow A(1+t; 2+t; 3+t)$ .

Một vectơ chỉ phương của  $\Delta$  là  $\overrightarrow{MA} = (t; t; 1+t)$ .

Một vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; -1; 1)$ .

Do  $\Delta // (P)$  nên  $\overrightarrow{MA} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow t = -1$ .

Khi đó đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(1;2;2) \notin (P)$  nhận  $\overrightarrow{MA} = (-1; -1; 0)$  làm vectơ chỉ phương có

phương trình là:  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$

**Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  sao cho ứng với mỗi  $x$  có không quá 255 số nguyên  $y$  thỏa mãn  $\log_5(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$ ?

**A.** 1250.

**B.** 1249.

**C.** 625.

**D.** 624.

**Lời giải**

**Chọn A**

Bất phương trình đã cho tương đương  $\log_2(x + y) - \log_5(x^2 + y) \leq 0$  (1)

Xét hàm số  $f(y) = \log_2(x + y) - \log_5(x^2 + y)$ .

Tập xác định  $D = (-x; +\infty)$ .

Với mọi  $x \in \mathbb{Z}$  ta có  $x^2 \geq x$  nên  $f'(y) = \frac{1}{(x+y)\ln 2} - \frac{1}{(x^2+y)\ln 5} \geq 0, \forall x \in D$

$\Rightarrow f(y)$  đồng biến trên khoảng  $(-x; +\infty)$ .

Do  $y$  là số nguyên thuộc  $(-x; +\infty)$  nên  $y = -x + k, k \in \mathbb{Z}^+$ .

Giả sử  $y = -x + k$  là nghiệm của bất phương trình (1) thì  $f(y) = f(-x + k) \leq 0$ .

Mà  $-x + 1 < -x + 2 < \dots < -x + k$  và  $f(y)$  đồng biến trên khoảng  $(-x; +\infty)$ , suy ra

$f(-x + 1) < f(-x + 2) < \dots < f(-x + k) \leq 0$ , nên các số nguyên  $-x + 1, -x + 2, \dots, -x + k$  đều là nghiệm của (1), hay nói cách khác bất phương trình (1) sẽ có  $k$  số nguyên  $y$  thỏa mãn yêu cầu ứng với mỗi  $x$ .

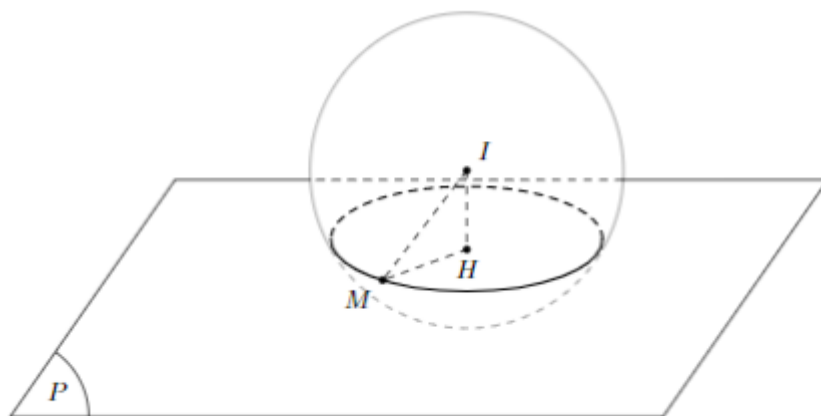
Để có không quá 255 số nguyên  $y$  thì  $f(-x + 256) > 0 \Leftrightarrow \log_2 256 - \log_5(x^2 - x + 256) > 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 390369 < 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{1561477}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{1561477}}{2}.$$

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên có 1250 số nguyên  $x$  thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét ba điểm  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  thỏa mãn  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ . Biết rằng mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$  cắt mặt phẳng  $(ABC)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là 4. Giá trị của biểu thức  $a+b+c$  là
- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 5.

Lời giải



**Chọn B**

Theo phương trình đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Với giả thiết  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ . Ta thấy mặt phẳng luôn đi qua điểm  $H(1;-1;1)$ .

Mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$  có tâm  $I(2;1;3), R_{mc} = 5$ .

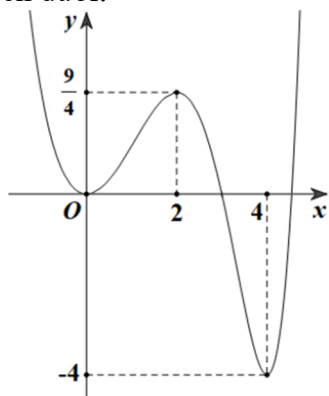
Ta gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

$IK = \sqrt{R_{mc}^2 - r^2} = 3$  và ta thấy  $IH = 3$  và  $IH \geq IK$  nên ta có H trùng với điểm K.

$(ABC)$  qua  $H(1;-1;1)$  và có VTPT  $\vec{n} = \overrightarrow{HI} = (1;2;2) \Rightarrow x + 2y + 2z - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{\frac{1}{2}} + \frac{z}{\frac{1}{2}} = 1$ .

Vậy  $a+b+c = 2$ .

- Câu 50.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(5-2x)$  như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-9;9)$  thỏa mãn  $2m \in \mathbb{Z}$  và hàm số

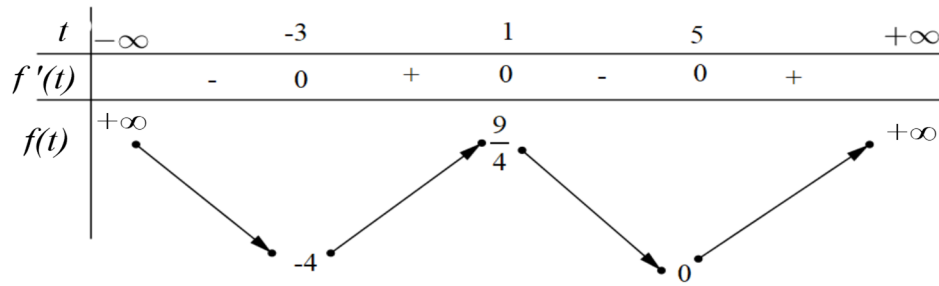
$y = \left| 2f(4x^3+1) + m - \frac{1}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị?

- A. 26.                                      B. 25.                                      C. 27.                                      D. 24.

Lời giải

**Chọn A**

Đặt  $t = 5 - 2x \Rightarrow x = \frac{5-t}{2}$ . Bảng biến thiên của hàm số  $f(t)$ :



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(t)$  có 3 điểm cực trị.

Đặt:  $g(x) = f(4x^3 + 1) \Rightarrow g'(x) = 12x^2 f'(4x^3 + 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(4x^3 + 1) = 0 (*) \end{cases} \text{ có 3 nghiệm đơn}$$

$\Rightarrow$  hàm số  $y = f(4x^3 + 1)$  có 3 điểm cực trị.

Hàm số  $y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  Hàm số  $\frac{y}{2} = \left| f(4x^3 + 1) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} \right|$  có 5

điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  Phương trình  $f(4x^3 + 1) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0$  (1) có 2 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ.

Đặt  $t = 4x^3 + 1 \Rightarrow t' = 12x^2$ . Suy ra  $t$  là hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Ứng với mỗi giá trị của  $t$  ta có một giá trị của  $x$ . Số nghiệm của phương trình bằng số nghiệm của phương trình

$$f(t) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0.$$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình  $f(t) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0$  có 2 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{m}{2} \geq \frac{9}{4} \\ -4 < \frac{1}{4} - \frac{m}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ \frac{1}{2} \leq m < \frac{17}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq -8 \\ 1 \leq 2m < 17 \end{cases}.$$

Kết hợp yêu cầu  $m$  thuộc khoảng  $(-9; 9)$  và  $2m \in \mathbb{Z}$  ta có 26 giá trị thực của  $m$  thỏa mãn đề bài.