

BÙI ĐÌNH THÔNG

NGUYỄN HÀM TÍCH PHÂN

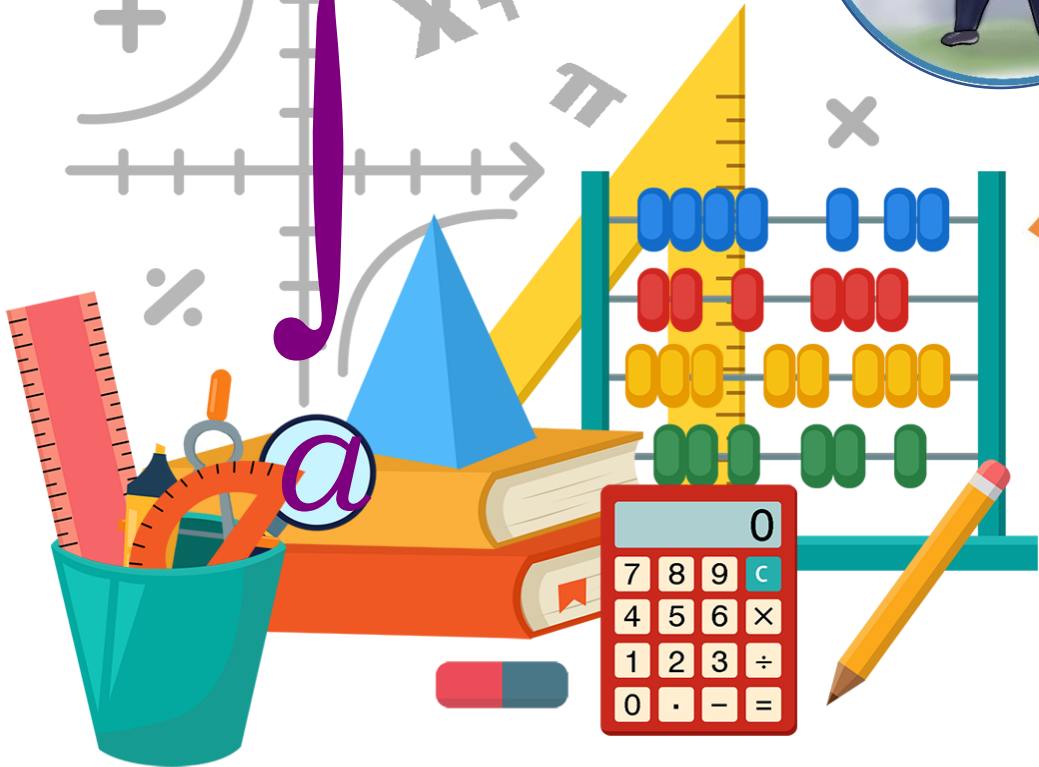
Sách này của:

b

$x + y =$

π

THÔNG MATH



& ỨNG DỤNG

BẢN DÀNH CHO HỌC SINH

Là tất cả những gì bạn cần biết về tích phân



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 - CHƯƠNG III

Lớp toán thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN MỤC LỤC

BÀI 1: NGUYÊN HÀM 01

Chuyên đề 1: NGUYÊN HÀM CƠ BẢN – NGUYÊN HÀM MỞ RỘNG – VI PHÂN 1

➤ Bài tập Rèn luyện: 13

Chuyên đề 2: PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM 23

➤ Phương pháp: Đổi biến số

➤ Phương pháp: Nguyên hàm từng phần

➤ Bài tập Rèn luyện: 30

BÀI 2: TÍCH PHÂN 40

Chuyên đề 1: Tích phân cơ bản 40

➤ Bài tập Rèn luyện: 47

Chuyên đề 2: Tính tích phân bằng phương pháp Đổi biến số 57

➤ Bài tập Rèn luyện: 65

Chuyên đề 3: Tính tích phân bằng phương pháp từng phần 70

➤ Bài tập Rèn luyện: 72

Chuyên đề 3: Tính tích phân Hàm ẩn 77

➤ Bài tập Rèn luyện: 82

BÀI 3: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN 96

Chuyên đề 1: Diện tích hình phẳng 96

Chuyên đề 2: Thể tích vật thể tròn xoay 100

➤ Bài tập Rèn luyện: 104

Chuyên đề 3: Bài toán thực tế - Đồ thị đặc biệt 122

➤ Bài tập Rèn luyện: 129





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp toán thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

CHƯƠNG III. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 1: NGUYÊN HÀM

Chuyên đề 1: NGUYÊN HÀM CƠ BẢN- NGUYÊN HÀM MỞ RỘNG

A: KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nguyên hàm.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu: $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

- Khi đó $F(x) + C$ được gọi là họ nguyên hàm của $f(x)$
- Kí hiệu: $\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$
- Lưu ý: $\int f(x)dx$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ theo biến x .
- Công thức biến đổi vi phân: $d[u(x)] = u'(x)dx$

2. Tính chất của nguyên hàm.

- Tính chất 1: $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$ và $\int f'(x)dx = f(x) + C$
- Tính chất 2: $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ với k là hằng số khác 0.
- Tính chất 3: $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

3. Bảng nguyên hàm.

Hàm số sơ cấp	Hàm số mở rộng	Hàm số hợp
$\int dx = x + C$	$\int adx = ax + C (a \neq 0)$	$\int du = u + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int u^\alpha dx = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$	$\int e^u du = e^u + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$	$\int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$



B: MỘT SỐ DẠNG TOÁN

Dạng 1: Các bài toán sử dụng định nghĩa, tính chất nguyên hàm và bảng nguyên hàm sơ cấp

Bài toán 1: Tìm nguyên hàm của hàm số bằng bảng nguyên hàm

Phương pháp:

- ✓ Cần nắm vững bảng nguyên hàm sơ cấp.
- ✓ Nguyên hàm của một tích (thương) của nhiều hàm số **không bao giờ** bằng tích (thương) của các nguyên hàm của những hàm thành phần.
- ✓ Muốn tìm nguyên hàm của một hàm số, ta phải **biến đổi** hàm số này **thành một tổng hoặc hiệu** của những hàm số tìm được nguyên hàm (dựa vào bảng nguyên hàm)

➤ Tìm nguyên hàm của hàm đa thức, phân thức

Sử dụng các công thức sau để tính:

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

Chú ý: Biểu diễn lũy thừa dạng chính tắc:

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{x}} = x^{-\frac{1}{n}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{x^m}} = x^{-\frac{m}{n}}$$

Ví dụ 1:

Tìm nguyên hàm các hàm số sau:

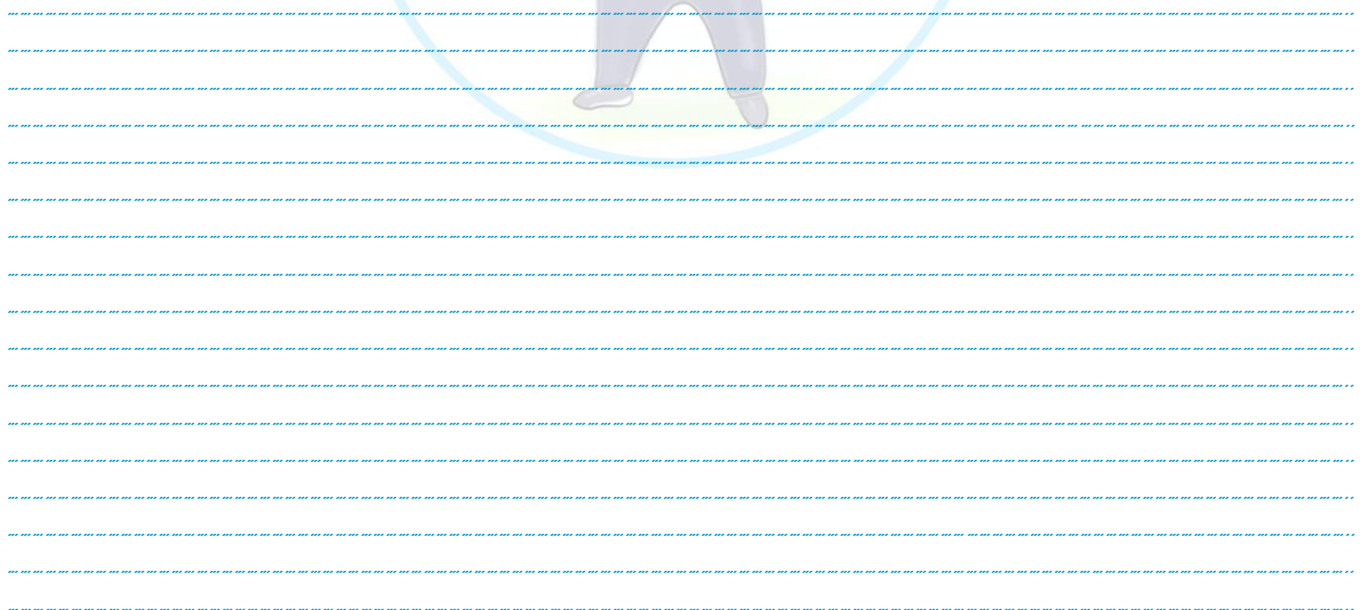
a. $f(x) = 6x^5 - 12x^3 + x^2 - 8$

c. $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

b. $f(x) = (x^2 - 3x)(x + 1)$

d. $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

Lời giải:



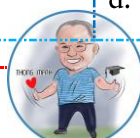
Đáp số:

a. $F(x) = x^6 - 3x^4 + \frac{x^3}{3} - 8x + C$

b. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + C$

c. $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{x} + 3\ln|x| + 3\sqrt[3]{x} + C$

d. Vậy $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + C$



➤ Tìm nguyên hàm của hàm mũ

Sử dụng các công thức sau để tính:

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$$

Ví dụ 2:

Tìm nguyên hàm các hàm số sau:

a. $f(x) = 7^x$

c. $f(x) = e^x (2 - e^{-x})$

Lời giải:

Đáp số: a. $F(x) = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

b. $F(x) = 2e^x - x + C$

➤ Tìm nguyên hàm của hàm lượng giác

Sử dụng các công thức sau để tính:

• $\int \cos x dx = \sin x + C$

• $\int \sin x dx = -\cos x + C$

• $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

• $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

Chú ý:

❖ $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

❖ $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$

❖ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

❖ $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

❖ $\cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - 1$

❖ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

Ví dụ 3:

Tìm nguyên hàm các hàm số sau:

a. $f(x) = \sin x - 2\cos x$

b. $f(x) = \tan^2 x$

c. $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

d. $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

Lời giải:



Đáp số: a. $F(x) = -\cos x - 2\sin x + C$.

b. $F(x) = \tan x - x + C$.

c. $F(x) = \tan x - \cot x + C$.

d. $F(x) = -\cot x - \tan x + C$.

Bài toán 2: Chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$

Phương pháp:

Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K ta cần chứng minh: $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in K$

Ví dụ 4:

Chứng minh rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết:

a. $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120$ và $f(x) = 15x^2 + 8x - 7$

b. $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$ và $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$

Lời giải:

THÔNG MATH

Ví dụ 5:

Chứng minh rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết: $F(x) = (4x - 5)e^x$ và $f(x) = (4x - 1)e^x$.

Lời giải:

Ví dụ 6:

Chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết:

$F(x) = \tan^4 x + 3x - 5$ và $f(x) = 4\tan^5 x + 4\tan^3 x + 3$

Lời giải:



Ví dụ 7:

Chứng minh rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ biết

$$F(x) = \begin{cases} e^x & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 + x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases} \quad \text{và } f(x) = \begin{cases} e^x & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

Lời giải:

Bài toán 3: Xác định nguyên hàm với điều kiện ràng buộc.

Phương pháp: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tức đi tính $\int f(x)dx = F(x) + C$.

Rồi sau đó thế $F(x_0) + C = \dots$ để tìm hằng số C .

Ví dụ 8:

Tìm nguyên hàm các hàm số sau:

a. $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, biết $F(1) = -2$ **b.** $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, biết $F(1) = \frac{3}{2}$

Lời giải:



Đáp số:

$$a. F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + 2\sqrt{x} - \frac{22}{5}$$

b.

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + 1$$

Ví dụ 9:

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2}\right)$ và $F(1) = e$.

Lời giải:

Đáp số:

$$F(x) = e^x + \frac{1}{x} - 1$$

Ví dụ 10:

Tìm hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - \cos x$ và $f(0) = 5$

Lời giải:

Đáp số:

$$f(x) = 3x - 5\sin x + 5.$$

Bài toán 4: Tìm giá trị của tham số để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Phương pháp: Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $K \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in K$. Từ đó, ta sử dụng đồng nhất thức, điều kiện cần và đủ, điều kiện tồn tại nguyên hàm để tìm ra tham số cần tìm.

Ví dụ 11:

Tìm m để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết
$$\begin{cases} F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3 \\ f(x) = 3x^2 + 10x - 4 \end{cases}$$

Lời giải:

Đáp số:

$$m = 1$$

Ví dụ 12:



Tìm a, b, c để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết

$$\begin{cases} F(x) = (2a+1)\sin x + (3b-2)\sin 2x + (5c-7)\sin 3x \\ f(x) = \cos 2x \end{cases}$$

Lời giải:

Đáp số: Điều kiện đủ: $F'(x) = \cos 2x$.

Ví dụ 13:

Xác định a, b để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ biết

$$F(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ ax+b & \text{khi } x > 1 \end{cases} \quad \text{và } f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Lời giải:



Đáp số: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$ thì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Dạng 2: Tìm nguyên hàm bằng công thức mở rộng

PHƯƠNG PHÁP CHUNG :

1. Phương pháp vi phân:

Sử dụng công thức vi phân $d[f(x)] = f'(x)dx$ để hiểu nếu có công thức $\int dx = x + C$ thì sẽ có công thức $\int d[f(x)] = f(x) + C$.

Một số biến đổi vi phân cần nhớ:

$(\cos x)dx = d(\sin x)$	$(\sin x)dx = d(-\cos x)$	$\frac{1}{\cos^2 x}dx = d(\tan x)$
$\frac{1}{\sin^2 x}dx = d(-\cot x)$	$e^x dx = d(e^x)$	$a^x dx = d\left(\frac{a^x}{\ln a}\right)$
$\frac{1}{x}dx = d(\ln x)$	$\frac{1}{\sqrt{x}}dx = d(2\sqrt{x})$	$\frac{1}{x+1}dx = d[\ln(x+1)]$
$(1 + \tan^2 x)dx = \frac{1}{\cos^2 x}dx = d(\tan x)$	$(1 + \cot^2 x)dx = \frac{1}{\sin^2 x}dx = d(-\cot x)$	

Sử dụng công thức $d(ax+b) = a \cdot dx \Rightarrow dx = \frac{1}{a} \cdot d(ax+b)$ và Bảng nguyên hàm mở rộng.

Bài toán 1: Tìm nguyên hàm của hàm đa thức.

Sử dụng các công thức sau để tính

$$1. \int (ax+b)dx = \int \frac{1}{a}(ax+b)d(ax+b) = \frac{1}{a}(ax+b) + C$$

$$2. \int (ax+b)^\alpha dx = \int \frac{1}{a}(ax+b)^\alpha d(ax+b) = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

Lưu ý: $x = \frac{(ax+b)-b}{a}$ đây là cách đổi biến thường dùng.

Ví dụ 1:

Tìm nguyên hàm:

a. $\int (x-9)^4 dx$

b. $\int (x+1)^6 x dx$

c. $\int x(2x-1)^3 dx$

Lời giải:



Đáp số: a.

$$\frac{(x-9)^5}{5} + C$$

b.

$$\frac{(x+1)^8}{8} - \frac{(x+1)^7}{7} + C$$

c.

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{(2x-1)^5}{5} + \frac{(2x-1)^4}{4} + C \right]$$

Ví dụ 2:

Tìm nguyên hàm các hàm số sau:

a. $f(x) = \frac{1}{5x+4}$

b. $f(x) = (2x+1)^{2019}$

c. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$

d. $f(x) = \frac{x^3}{x^4+1}$

Lời giải:

Đáp số: a.

$$F(x) = \frac{1}{5} \ln|5x+4| + C$$

b.

$$F(x) = \frac{(2x+1)^{2020}}{4040} + C$$

c.

$$F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x-2} + C$$

d.

$$F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + C$$

Bài toán 2: Tìm nguyên hàm của hàm phân thức

$$I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$$

Phương pháp giải: (deg là bậc của đa thức).

- Nếu $\deg P(x) \geq \deg Q(x) \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
- Nếu $\deg P(x) < \deg Q(x) \xrightarrow{PP}$ Xem xét mẫu số và khi đó:

Với $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức không chứa căn

- ✓ Nếu mẫu số được phân tích thành tích số, ta sẽ sử dụng đồng nhất thức để đưa về dạng tổng của các phân số.

Một số trường hợp đồng nhất thức thường gặp:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{1}{(ax+m)(bx+n)} &= \frac{1}{an-bm} \left(\frac{a}{ax+m} - \frac{b}{bx+n} \right) \\ \bullet \quad \frac{mx+n}{(x-a)(x-b)} &= \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} = \frac{(A+B)x - (Ab+Ba)}{(x-a)(x-b)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=m \\ Ab+Ba=-n \end{cases} \end{aligned}$$



$$\bullet \frac{1}{(x-a)^2(x-b)^2} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{(x-b)} + \frac{D}{(x-b)^2}.$$

✓ Nếu mẫu số không phân tích được thành tích số (biến đổi và đưa về dạng lượng giác)

Chú ý :

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{\ln|ax+b|}{a} + C$$

➤ Nếu $\frac{ax+b}{(x-x_1)(x-x_2)} = \frac{A}{(x-x_1)} + \frac{B}{(x-x_2)} \Rightarrow \begin{cases} A = \left(\frac{ax+b}{x-x_2} \right)_{x=x_1} = \frac{ax_1+b}{x_1-x_2} \\ B = \left(\frac{ax+b}{x-x_1} \right)_{x=x_2} = \frac{ax_2+b}{x_2-x_1} \end{cases}$

➤ $\ln A + \ln B = \ln(AB); \ln A - \ln B = \ln \frac{A}{B}$

Ví dụ 1:

Tìm nguyên hàm:

a. $\int \frac{x+5}{x+1} dx$

b. $\int \frac{x+5}{2x-1} dx$

c. $\int \frac{3x^2-2x+1}{3x-2} dx$

Lời giải:

Đáp số: a.

$$F(x) = x + 4\ln|x+1| + C$$

b.

$$F(x) = \frac{1}{2} \left[x + \frac{11}{2} \ln|2x-1| + C \right]$$

c.

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3} \ln|3x-2| + C$$

Ví dụ 2:

Tìm nguyên hàm:

a. $\int \frac{dx}{x^2-2x-3}$

b. $\int \frac{x}{x^2-1} dx$

c. $\int \frac{x^2+x}{x^2+4x+4} dx$

Lời giải:



Đáp số: a. $F(x) = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| + C$ b. $F(x) = \frac{1}{2} \ln |x^2 - 1| + C$ c. $F(x) = x - 3 \ln |x+2| - \frac{2}{x+2} + C$

Bài toán 3: Tìm nguyên hàm của hàm mũ.

Sử dụng công thức: 1. $\int e^{ax+b} dx = \int \frac{1}{a} e^{ax+b} d(ax+b) = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$.

2. $\int a^{\alpha x + \beta} dx = \frac{1}{\alpha} \int a^{\alpha x + \beta} d(\alpha x + \beta) = \frac{1}{\alpha} \frac{a^{\alpha x + \beta}}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1).$

Ví dụ 1:

Tìm nguyên hàm:

a. $\int e^{3x-2018} dx$

b. $\int (5^{2x-2000} + e^{2x}) dx$

c. $\int \frac{\ln x}{x} dx$

d. $\int \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx$

Lời giải:

Đáp số: a. $F(x) = \frac{e^{3x-2018}}{3} + C$ b. $F(x) = \frac{5^{2x-2000}}{2 \ln 5} + \frac{e^{2x}}{2} + C$ c. $F(x) = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$ d. $F(x) = \frac{-1}{e^x + 1} + C$.

Bài toán 4: Tìm nguyên hàm của hàm lượng giác.

Sử dụng các công thức:

1. $\int \sin(ax+b) dx = \frac{1}{a} \int \sin(ax+b) d(ax+b) = -\frac{\cos(ax+b)}{a} + C$.

2. $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \int \cos(ax+b) d(ax+b) = \frac{\sin(ax+b)}{ax+b} + C$.

3. $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} d(ax+b) = \frac{\tan(ax+b)}{a} + C$.

4. $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} d(ax+b) = -\frac{\cot(ax+b)}{a} + C$.

Chú ý:

✓ Tích lượng giác bậc một của sin và cosin $\xrightarrow{PP}$ khai triển theo công thức tích thành tổng.

• $\cos ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} [\cos(a-b)x + \cos(a+b)x]$



- $\sin ax \cdot \sin bx = \frac{1}{2} [\cos (a-b)x - \cos (a+b)x]$
- $\sin ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} [\sin (a-b)x + \sin (a+b)x]$

✓ Bậc chẵn của sin và cosin $\xrightarrow{PP}$ hạ bậc: $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$; $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$

Ví dụ 1:

Tìm nguyên hàm:

a. $\int \sin 3x \, dx$

b. $\int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx$

c. $\int \cos^2 x dx$

d. $\int 2 \sin 3x \cos 2x dx$

Lời giải:

Đáp số: a.

$$F(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$$

b.

$$F(x) = \frac{1}{2} x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$$

c.

$$F(x) = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 4x + C$$

d.

$$F(x) = -\cos x - \frac{1}{5} \cos 5x + C$$

Ví dụ 2:

Tìm nguyên hàm:

a. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$

b. $\int (2 \cos x - 1)^3 \cdot \sin x dx$

c. $\int \frac{\sin x dx}{3 \cos x + 1}$

d. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 + 2 \cos x}}$

Lời giải:

Đáp số: a.

$$F(x) = \ln |\sin x| + \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

b.

$$F(x) = -\frac{1}{8} (2 \cos x - 1)^4 + C$$

c.

$$F(x) = \ln |3 \cos x + 1| + C$$

d.

$$F(x) = -\sqrt{1 + 2 \cos x} + C$$



C: BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021
GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —
BÀI TẬP RL NGUYÊN HÀM CB – TMI

Câu 1: (THONGMATHS) Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- Ⓐ. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
Ⓑ. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
Ⓒ. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$
Ⓓ. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ ($k \neq 0; k \in \mathbb{R}$)

Lời giải:

Câu 2: (THONGMATHS) Trong các khẳng định dưới đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- (1): Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ đều có đạo hàm trên $[a; b]$.
(2): Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên $[a; b]$.
(3): Mọi hàm số đạo hàm trên $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên $[a; b]$.
(4): Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $[a; b]$.

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 3
Ⓒ. 1 Ⓓ. 4

Lời giải:

Câu 3: (THONGMATHS) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Giá trị của biểu thức $F'(4)$ là

- Ⓐ. 2
Ⓑ. 4
Ⓒ. 8
Ⓓ. 16

Lời giải:

Câu 4: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$ là

- Ⓐ. $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C$.
Ⓑ. $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C$.
Ⓒ. $x^4 + \frac{x^2}{2} + x + C$.
Ⓓ. $3x^2 + C$.

Lời giải:

Câu 5: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

- Ⓐ. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + x^2 + \sqrt{x} + C$.
Ⓑ. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + 2x + \sqrt{x} + C$.
Ⓒ. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + \sqrt{x} + C$.
Ⓓ. $\int f(x) dx = 12x^2 + 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}} + C$.

Lời giải:



Câu 6: (THONGMATHS) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ thỏa mãn $F(0) = 2$, giá trị của $F(1)$ bằng

- (A). 4
(B). $\frac{13}{3}$
(C). 2
(D). $\frac{11}{3}$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 7: (THONGMATHS) Kết quả của nguyên hàm $I = \int (x+1)(2x-3)dx$ là:

- (A). $I = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + C, C \in \mathbb{R}.$
(B). $I = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)(x^2 - 3x) + C, C \in \mathbb{R}.$
(C). $I = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C, C \in \mathbb{R}.$
(D). $I = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + C, C \in \mathbb{R}.$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 8: (THONGMATHS) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$ và $f(0) = 1, f(1) = 3$. Tính $f(-1)$.

- (A). $f(-1) = -5$
(B). $f(-1) = 3$
(C). $f(-1) = -3$
(D). $f(-1) = -1$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 9: (THONGMATHS) Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$.

- (A). $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}.$
(B). $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1.$
(C). $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{88}{3}.$
(D). $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x^2}{2} + 1.$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 10: (THONGMATHS) Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tính $T = a + b + c$.

- (A). $T = 8$
(B). $T = 5$
(C). $T = 6$
(D). $T = 7$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 11: (THONGMATHS) Tìm $\int \frac{1}{x^2} dx$

- (A). $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$
(B). $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$
(C). $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2x} + C$
(D). $\int \frac{1}{x^2} dx = \ln x^2 + C$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 12: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1+2x^2}{x}$ là	
(A). $\ln x + 2x^2 + C$. (B). $2\ln x + x^2 + C$. (C). $\ln x + x^2 + C$. (D). $\ln x^2 + 2x + C$.	Lời giải:
Câu 13: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^5 - \frac{1}{x} + 2018$ là	
(A). $\frac{4}{6}x^6 + \ln x + 2018x + C$ (B). $\frac{2}{3}x^6 - \ln x + 2018x + C$ (C). $20x^4 + \frac{1}{x^2} + C$ (D). $\frac{2}{3}x^6 - \ln x + 2018x + C$	Lời giải:
Câu 14: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.	
(A). $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$. (B). $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. (C). $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$. (D). $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$.	Lời giải:
Câu 15: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$ là	
(A). $x^7 + \ln x - \frac{1}{x} - 2x$ (B). $x^7 + \ln x + \frac{1}{x} - 2x + C$ (C). $x^7 + \ln x + \frac{1}{x} - 2x + C$ (D). $x^7 + \ln x - \frac{1}{x} - 2x + C$	Lời giải:
Câu 16: (THONGMATHS) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là	
(A). $-\sin x + C$ (B). $\sin x + C$ (C). $\cos x + C$ (D). $-\cos x + C$	Lời giải:
Câu 17: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \cos x$.	
(A). $\int f(x)dx = x^2 + \sin x + C$ (B). $\int f(x)dx = x^2 - \sin x + C$ (C). $\int f(x)dx = 2x^2 + \sin x + C$ (D). $\int f(x)dx = 1 - \sin x + C$	Lời giải:

Câu 18: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - \cos x$.

- ☐ A. $\int f(x)dx = -\sin x + \cos x + C$.
☐ B. $\int f(x)dx = \sin x + \cos x + C$.
☐ C. $\int f(x)dx = -\sin x - \cos x + C$.
☐ D. $\int f(x)dx = \sin x - \cos x + C$.

Lời giải:

Câu 19: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- ☐ A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$
☐ B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$
☐ C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$
☐ D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

Lời giải:

Câu 20: (THONGMATHS) Cho $f'(x) = 2 - 7\sin x$ và $f(0) = 14$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- ☐ A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$
☐ B. $f(\pi) = 2\pi$
☐ C. $f(x) = 2x + 7\cos x + 14$
☐ D. $f(x) = 2x - 7\cos x + 14$

Lời giải:

Câu 21: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$.

- ☐ A. $\int f(x)dx = 5^x + C$
☐ B. $\int f(x)dx = 5^x \ln 5 + C$
☐ C. $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$
☐ D. $\int f(x)dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C$

Lời giải:

Câu 22: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x + \cos x$.

- ☐ A. $e^x - \sin x + C$
☐ B. $\frac{e^{x+1}}{x+1} - \sin x + C$
☐ C. $e^x + \sin x + C$
☐ D. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + \sin x + C$

Lời giải:

Câu 23: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.

- ☐ A. $\int f(x)dx = e^{-x} + C$.
☐ B. $\int f(x)dx = e^x + x + C$.
☐ C. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$.
☐ D. $\int f(x)dx = e^x + C$.

Lời giải:

Câu 24: (THONGMATHS) Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

- ☐ A. $f(x) = e^{x^3}$
☐ B. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$

Lời giải:

©. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$ ©. $f(x) = x^3 \cdot e^{x^3-1}$	
Câu 25: (THONGMATHS) Nếu $\int f(x)dx = \frac{1}{x} + \ln 2x + C$ với $x \in (0; +\infty)$ thì hàm số $f(x)$ là	
Ⓐ. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$. Ⓑ. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2x}$. ©. $f(x) = \frac{1}{x^2} + \ln(2x)$. Ⓓ. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x}$.	Lời giải:

— *THÔNG* —




ÔN THI THIPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

BÀI TẬP RL NGUYÊN HÀM MỞ RỘNG – VI PHÂN – TM2

Câu 1: (THONGMATHS) Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?	
Ⓐ. $\int f(2x)dx = 2F(2x) + C$. Ⓑ. $\int f(2x)dx = \frac{1}{2}F(2x) + C$. ©. $\int f(2x)dx = \frac{1}{2}F(x) + C$. Ⓓ. $\int f(2x)dx = F(x) + C$.	Lời giải:
Câu 2: (THONGMATHS) Hàm số nào sau đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+1)^5$?	
Ⓐ. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18} + 8$. Ⓑ. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18} - 2$. ©. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18}$. Ⓓ. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{6}$.	Lời giải:



Câu 3: (THONGMATHS) Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - 5x$ thỏa $F(0) = m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |F(x)|$ có 7 điểm cực trị.

- Ⓐ. 4.
Ⓑ. 5.
Ⓒ. 6.
Ⓓ. 7.

Lời giải:

Câu 4: (THONGMATHS) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$.

- Ⓐ. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.
Ⓑ. $F(x) = \sqrt{x-1}$.
Ⓒ. $F(x) = 4\sqrt{x-1}$.
Ⓓ. $F(x) = 2\sqrt{x-1}$.

Lời giải:

Câu 5: (THONGMATHS) Tìm hàm số $F(x)$ thỏa mãn các điều kiện: $F'(x) = \frac{2x^3 - x}{\sqrt{x^4 - x^2 + 1}}$ và $F(0) = 1$

- Ⓐ. $F(x) = \sqrt{x^4 - x^2 + 1} + x$.
Ⓑ. $F(x) = \sqrt{x^4 - x^2 + 1} - x$.
Ⓒ. $F(x) = \sqrt{x^4 - x^2 + 1}$.
Ⓓ. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x^4 - x^2 + 1}}$.

Lời giải:

Câu 6: (THONGMATHS) Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- Ⓐ. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$. Ⓑ. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.
Ⓒ. $\ln|2x+3| + C$. Ⓓ. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$

Lời giải:

Câu 7: (THONGMATHS) Nguyên hàm $\int \frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}} dx$.

- Ⓐ. $\frac{1}{3} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$.
Ⓑ. $-\frac{1}{11} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$.
Ⓒ. $\frac{1}{33} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$.
Ⓓ. $\frac{1}{11} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$.

Lời giải:

Câu 8: (THONGMATHS) Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = \frac{2017x}{(x^2+1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

- Ⓐ. $m = -\frac{1}{2}$.
Ⓑ. $m = \frac{1-2^{2017}}{2^{2018}}$.
Ⓒ. $m = \frac{1+2^{2017}}{2^{2018}}$.
Ⓓ. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Câu 9: (THONGMATHS) Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$?

Ⓐ. $F(x) = \ln|2x+1| + 1.$

Ⓑ. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2.$

Ⓒ. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|4x+2| + 3.$

Ⓓ. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4x + 1) + 3.$

Lời giải:

Câu 10: (THONGMATHS) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

Ⓐ. $F(3) = \ln 2 - 1.$ Ⓑ. $F(3) = \ln 2 + 1.$

Ⓒ. $F(3) = \frac{1}{2}.$ Ⓓ. $F(3) = \frac{7}{4}.$

Lời giải:

Câu 11: (THONGMATHS) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$ và $F(-3) = \frac{4045}{2} + \ln 2$. Tính $F(-2)$.

Ⓐ. $F(-2)$ không xác định.

Ⓑ. $F(-2) = 2.$

Ⓒ. $F(-2) = 2018.$

Ⓓ. $F(-2) = 2020.$

Lời giải:

Câu 12: (THONGMATHS) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3x-1}{x+2}$, $f(0) = 1$ và $f(-4) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(2) + f(-6)$ bằng

Ⓐ. $10 - \ln 2.$

Ⓑ. $3 - 14 \ln 2.$

Ⓒ. $3 + 14 \ln 2.$

Ⓓ. $10 + \ln 2.$

Lời giải:

Câu 13: (THONGMATHS) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{2}{2x-1}, f(0) = 1, f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

Ⓐ. $4 + \ln 15.$

Ⓑ. $2 + \ln 15.$

Ⓒ. $3 + \ln 15.$

Ⓓ. $\ln 15.$

Lời giải:

Câu 14: (THONGMATHS) Biết $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx = \ln|(x-1)^m (x-2)^n (x-3)^p| + C$. Tính $4(m+n+p)$.

Ⓐ. 5.

Ⓑ. 0.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 4.

Lời giải:



Câu 15: (THONGMATHS) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, $f(-5) + f(5) = 0$, $f\left(-\frac{1}{4}\right) + f\left(\frac{1}{4}\right) = 4$. Tính $f(-2) + f(0) + f(4)$, kết quả bằng

- Ⓐ. $3 - \ln\left(\frac{3\sqrt{5}}{5}\right)$.
 Ⓑ. $2 + \ln\left(\frac{3\sqrt{5}}{5}\right)$.
 Ⓒ. $4 + \ln\left(\frac{3}{5}\right)$.
 Ⓓ. $5 - \ln 3$.

Lời giải:

Câu 16: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

- Ⓐ. $F(x) = \frac{-1}{2} \cos 2x + \frac{\pi}{6}$.
 Ⓑ. $F(x) = \cos^2 x - \frac{1}{4}$.
 Ⓒ. $F(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.
 Ⓓ. $F(x) = \frac{-1}{2} \cos 2x$.

Lời giải:

Câu 17: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1} + \cos x$ là

- Ⓐ. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + \sin x + C$.
 Ⓑ. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| - \sin x + C$.
 Ⓒ. $\frac{1}{2(2x+1)^2} + \sin x + C$.
 Ⓓ. $\ln|2x+1| + \sin x + C$.

Lời giải:

Câu 18: (THONGMATHS) Cho $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tính $f(\pi)$.

- Ⓐ. $f(\pi) = -3$.
 Ⓑ. $f(\pi) = 1$.
 Ⓒ. $f(\pi) = -1$.
 Ⓓ. $f(\pi) = 0$.

Lời giải:

Câu 19: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos x$ là

- Ⓐ. $-\cos 2x + \sin x + C$.
 Ⓑ. $\cos^2 x - \sin x + C$.
 Ⓒ. $\sin^2 x + \sin x + C$.
 Ⓓ. $\cos 2x - \sin x + C$.

Lời giải:

Câu 20: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$ là

- Ⓐ. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
 Ⓑ. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
 Ⓒ. $x^2 - 2 \cos 2x + C$.
 Ⓓ. $x^2 + 2 \cos 2x + C$.

Lời giải:

Câu 21: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

- Ⓐ. $F(x) = 2x^3 + \cos 3x - \frac{1}{3}$.
- Ⓑ. $F(x) = 2x^3 - \cos 3x + \frac{5}{3}$.
- Ⓒ. $F(x) = 2x^3 + \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{3}$.
- Ⓓ. $F(x) = 2x^3 - \frac{1}{3}\cos 3x + 1$.

 **Lời giải:**

Câu 22: (THONGMATHS) Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = x \cos ax$.

- Ⓐ. $x \sin x - \cos x + C$.
- Ⓑ. $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4}\cos 2x + C$.
- Ⓒ. $x \sin x + \cos x + C$.
- Ⓓ. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$.

 **Lời giải:**

Câu 23: (THONGMATHS) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- Ⓐ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. Ⓑ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$.
- Ⓒ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$. Ⓓ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

 **Lời giải:**

Câu 24: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là

- Ⓐ. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$. Ⓑ. $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C$.
- Ⓒ. $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C$. Ⓓ. $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

 **Lời giải:**

Câu 25: (THONGMATHS) Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích $a.b$

- Ⓐ. $ab = \frac{1}{8}$.
- Ⓑ. $ab = \frac{1}{4}$.
- Ⓒ. $ab = -\frac{1}{8}$.
- Ⓓ. $ab = -\frac{1}{4}$.

 **Lời giải:**

Câu 26: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2018x}$.

- Ⓐ. $\int f(x) dx = \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} + C$.
- Ⓑ. $\int f(x) dx = e^{2018x} + C$.
- Ⓒ. $\int f(x) dx = 2018e^{2018x} + C$.
- Ⓓ. $\int f(x) dx = e^{2018x} \ln 2018 + C$.

 **Lời giải:**

Câu 27: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$, biết $F(0) = 1$.

- Ⓐ. $F(x) = e^{2x}$. Ⓑ. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$.
- Ⓒ. $F(x) = 2e^{2x} - 1$. Ⓓ. $F(x) = e^x$.

 **Lời giải:**

Câu 28: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

Ⓐ. $\int f(x)dx = \ln^2 x + C.$

Ⓑ. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\ln^2 x + C.$

Ⓒ. $\int f(x)dx = \ln x + C.$

Ⓓ. $\int f(x)dx = e^x + C.$



Lời giải:

Câu 29: (THONGMATHS) Nguyên hàm $\int \frac{1+\ln x}{x} dx (x > 0)$ bằng

Ⓐ. $\frac{1}{2}\ln^2 x + \ln x + C.$

Ⓑ. $x + \ln^2 x + C.$

Ⓒ. $\ln^2 x + \ln x + C.$

Ⓓ. $x + \frac{1}{2}\ln^2 x + C.$



Lời giải:

Câu 30: (THONGMATHS) Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^{2x}$.

Ⓐ. $\int f'(x).e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C.$

Ⓑ. $\int f'(x).e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C.$

Ⓒ. $\int f'(x).e^{2x} dx = -x^2 + x + C.$

Ⓓ. $\int f'(x).e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C.$



Lời giải:

THONG MATH



THÔNG





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp toàn thầy Thông Định Định: -----**DAY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT**-----

CHƯƠNG III. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên Đề 2: CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM

A: KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Phương pháp đổi biến số:

Dựa vào định lý: Cho hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm và liên tục trên K, hàm số $y = f(u)$ liên tục sao cho $f[u(x)]$ xác định trên K.

Khi đó nếu F là một nguyên hàm của f tức là $\int f(u)du = F(u) + C$ thì $\int f[u(x)]dx = F[u(x)] + C$.

2. Phương pháp nguyên hàm từng phần:

Công thức:

$$I = \int P(x).Q(x)dx \rightarrow I = \int u dv = uv - \int v du$$

$$\text{Với } \begin{cases} u = P(x) \\ dv = Q(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = P'(x)dx \\ v = \int Q(x)dx \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u = Q(x) \\ dv = P(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = Q'(x)dx \\ v = \int P(x)dx \end{cases}$$

Thường sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần cho các nguyên hàm có dạng $\int f(x).g(x)dx$ là hai trong bốn loại: đa thức, lượng giác, mũ, loga.

Thứ tự ưu tiên chọn u: Loga $\rightarrow$ đa thức $\rightarrow$ lượng giác = mũ.

B: MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1

Cho $\int f(x)dx = \frac{5}{\sqrt{x^2+1}} + C$. Tính $\int f(5x)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $F(x) = \frac{1}{\sqrt{25x^2+1}} + C$.

Ví dụ 1

Cho $\int f(2x)dx = x^2 - 3x + C$. Tính $\int f(x-2)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $\int f(x-2)dx = \frac{x^2}{2} - 5x + C_1$.



Ví dụ 1

Tính các nguyên hàm sau:

a. $I = \int \cos(7x+5) dx$ **b.** $J = \int \cos x \cdot e^{\sin x} dx$ **c.** $K = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$ **d.** $H = \int \frac{dx}{x \cdot \ln x \cdot \ln(\ln x)}$

e. $M = \int \tan x dx$ **f.** $N = \int (2x+1)^{18} dx$ **g.** $A = \int x(1-x)^{28} dx$ **h.** $B = \int \frac{3x dx}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$

Lời giải:

THÔNG MINH

Đáp số: **a.** $I = \frac{1}{7} \sin(7x+5) + C$

b. $J = e^{\sin x} + C$

c. $K = -\ln|\sin x + \cos x| + C$

d. $H = \ln|\ln(\ln x)| + C$

e. $M = -\ln|\cos x| + C$

f. $N = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^{19}}{19} + C$

g. $A = \frac{(x-1)^{30}}{20} + \frac{(x-1)^{29}}{29} + C$

h. $B = x^3 - (x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + C$



Ví dụ 2

Tính nguyên hàm sau : $I = \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$

Lời giải:

Đáp số:

Khi đó: $I = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C$

Chú ý: Sở dĩ ta có $\sqrt{(1-x^2)^3} = \cos^3 t$ và $\tan t = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ là bởi $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos t > 0 \Rightarrow \sqrt{\cos^2 t} = \cos t$ và

$$\cos t = \sqrt{1 - \sin^2 t} = \sqrt{1 - x^2}$$

Ví dụ 3

Tính nguyên hàm sau : $I = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}}$

Lời giải:



Đáp số:

$$I = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln|x-x^2-1| + C$$

Chú ý: Trong ví dụ này sở dĩ ta có $\cot^2 t - \tan^2 t = \frac{\cos^4 t - \sin^4 t}{\cos^2 t \cdot \sin^2 t} = \frac{4\cos 2t}{\sin^2 2t} = \frac{4\sqrt{1-\sin^2 2t}}{\sin^2 2t} = \frac{4}{\sin 2t} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 2t} - 1}$

$$\tan t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{2\sin^2 t}{2\sin t \cdot \cos t} = \frac{1-\cos 2t}{\sin 2t} = \frac{1}{\sin 2t} - \sqrt{\frac{\cos^2 2t}{\sin^2 2t}} = \frac{1}{\sin 2t} - \sqrt{\frac{1}{\sin^2 2t} - 1}.$$

Ví dụ 4

Tính nguyên hàm sau: $I = \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$

Lời giải:

Đáp số:

$$I = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + C$$

Chú ý:

$$1. \text{ Sở dĩ ta có } \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \cos t; \sin t = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \text{ là do } -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos t > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\cos^2 t} = \cos t \\ \sin t = \tan t \cdot \cos t = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \end{cases}$$

$$2. \text{ Phương pháp trên được áp dụng để giải bài toán tổng quát } I = \int \frac{dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^{2k+1}}}, k \in \mathbb{Z}.$$

Ví dụ 5

Tính các nguyên hàm sau:

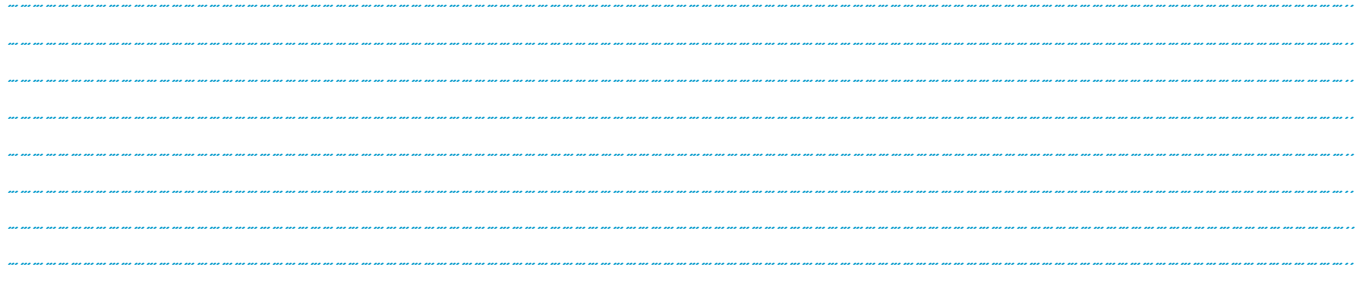
$$a. I = \int x^3(2-3x^2)^8 dx$$

$$b. J = \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x}}$$

$$c. K = \int x\sqrt{x^2+1} dx$$

Lời giải:





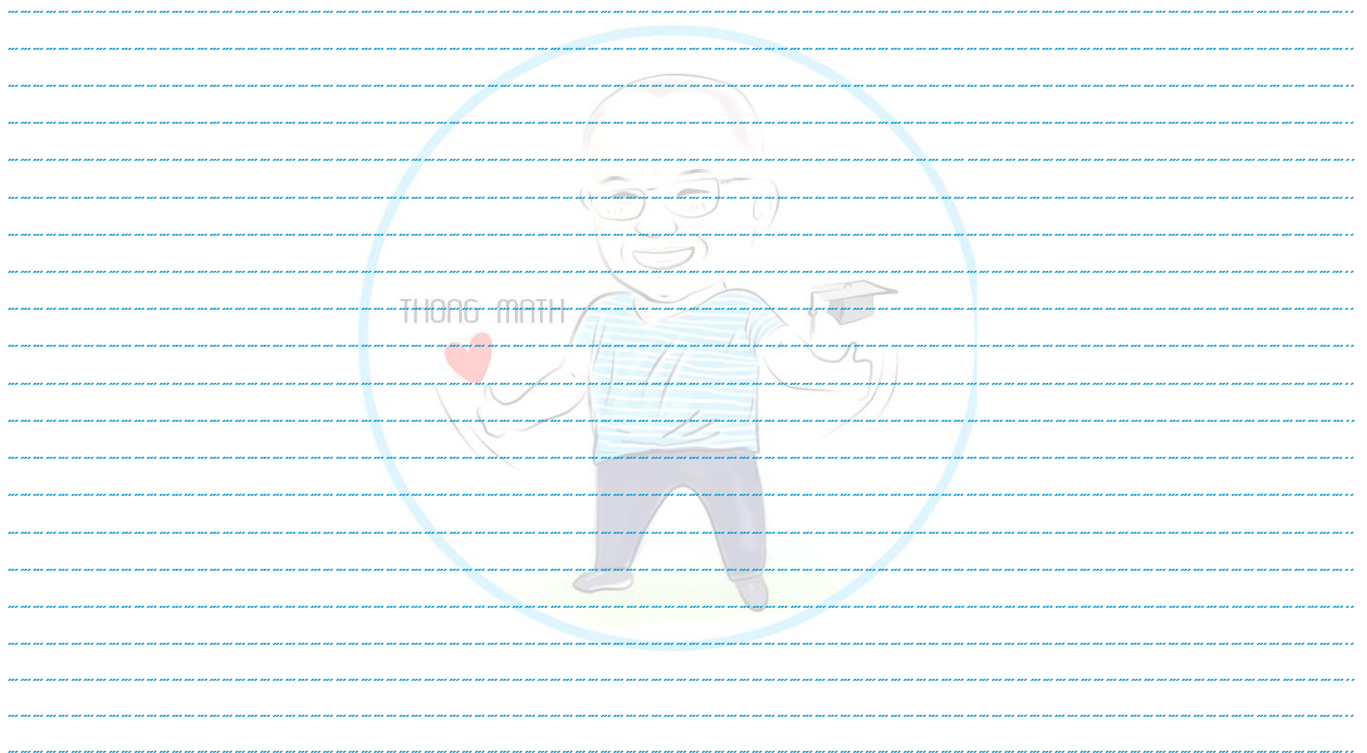
Đáp số: a. $I = \frac{1}{180}t^{10} - \frac{1}{81}t^9 + C$ **b.** $J = \frac{2}{15}(3x^2 + 4x + 8)\sqrt{1-x} + C$ **c.** $K = \frac{(x^2 + 1)\sqrt{1+x^2}}{3} + C$

Ví dụ 6

Tính các nguyên hàm sau:

a. $I = \int \sin^3 x \sqrt{\cos x} dx$ **b.** $J = \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$ **c.** $K = \int e^{2x^2+\ln x} dx$

Lời giải:



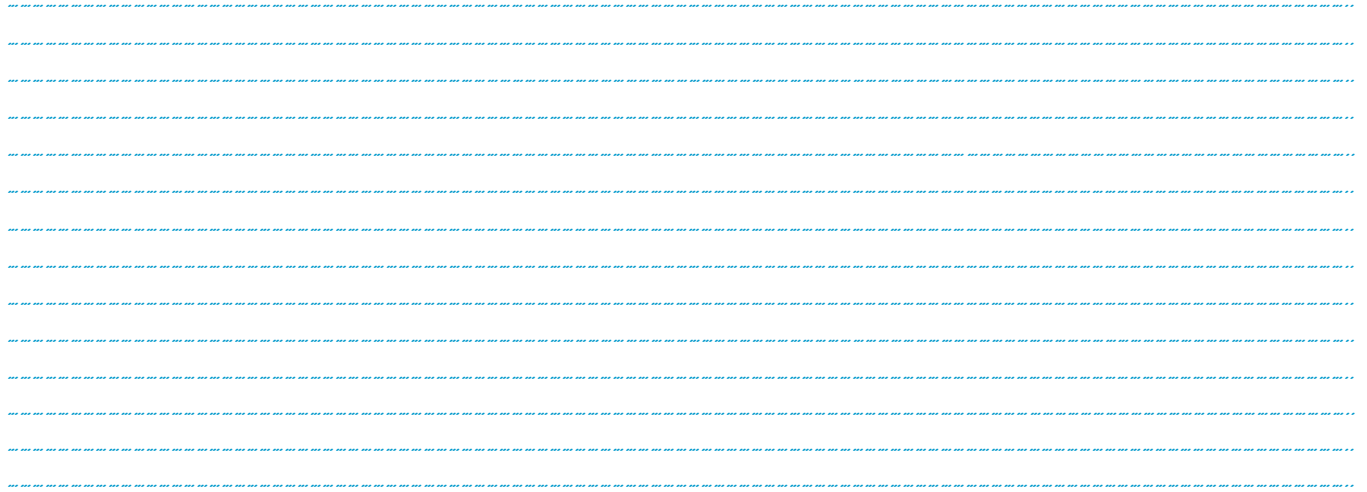
Đáp số: a. $I = \frac{2(\sqrt{\cos x})^7}{7} - \frac{2(\sqrt{\cos x})^3}{3} + C$ **b.** $J = \ln \left| \frac{\sqrt{1+e^x} - 1}{\sqrt{1+e^x} + 1} \right| + C$ **c.** $K = \frac{1}{4}e^{2x^2} + C$

Ví dụ 7

Tính các nguyên hàm sau:

a. $I = \int x^2 \ln x dx$ **b.** $J = \int e^x \sin x dx$ **c.** $K = \int (x^2 + 2x) \sin x dx$

Lời giải:



Đáp số: a. $I = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + C$

b. $J = -\frac{1}{2}e^x \cos x + \frac{1}{2}e^x \sin x + C$

c. $K = -(x^2 + 2x) \cos x + (2x + 2) \sin x + 2 \cos x + C$

Chú ý:

Ví dụ 8

Tính nguyên hàm sau: $I = \int \frac{x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

Lời giải:

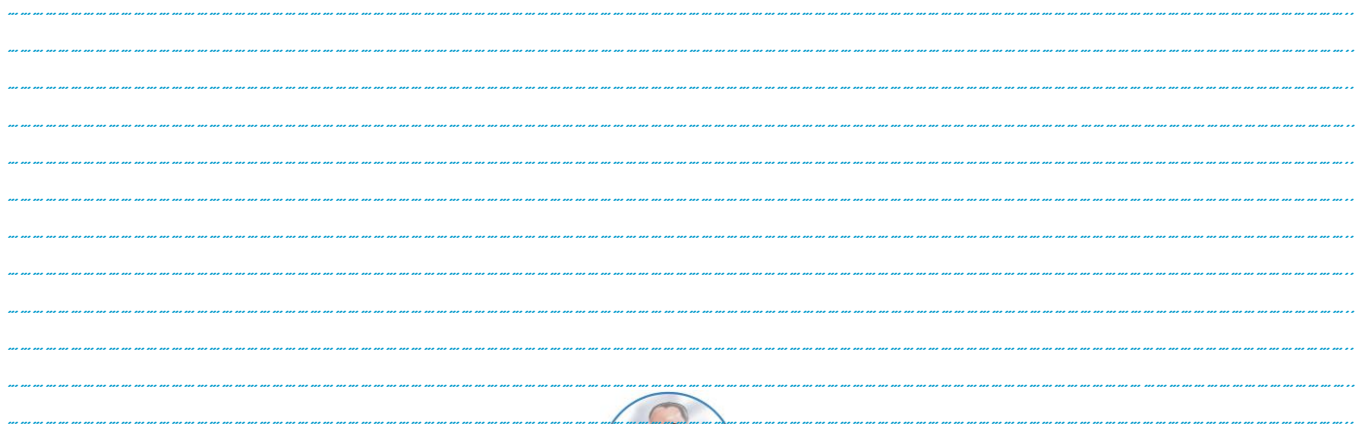


Đáp số: $I = \sqrt{x^2 + 1} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$

Ví dụ 9

Tính nguyên hàm sau: $I = \int \sqrt{x^2 + a} dx$

Lời giải:



Đáp số:

$$I = \frac{x\sqrt{x^2+a}}{2} + \frac{a \ln|x+\sqrt{x^2+a}|}{2} + C$$

Ví dụ 10

Tính nguyên hàm của hàm số sau: $f(x) = \sin(\ln x)$

Lời giải:

Đáp số:

$$\int f(x) dx = \frac{x \sin(\ln x) - x \cos(\ln x)}{2} + C.$$

Ví dụ 10

Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

Lời giải:

Đáp số:

$$-\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C.$$

Ví dụ 10

Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(2 + \ln x)$ thỏa mãn $F(1) = 1$. Tính giá trị của $F(e)$.

Lời giải:



Đáp số: $F(e) = \frac{e^2}{2} \ln e + \frac{3e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5e^2 + 1}{4}$.

C: BÀI TẬP RÈN LUYỆN




ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

BÀI TẬP RL PP TÌM NGUYÊN HÀM ĐỔI BIẾN – TỪNG PHẦN – TMI

Phương pháp: Nguyên hàm đổi biến

Câu 1: (THONGMATHS) Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi đó $I = \int f(2x)dx$ bằng

- Ⓐ. $I = 2F(x) + C$.
- Ⓑ. $I = \frac{1}{2}F(x) + C$.
- Ⓒ. $I = 2F(2x) + C$.
- Ⓓ. $I = \frac{1}{2}F(2x) + C$.

Lời giải:

Câu 2: (THONGMATHS) Nguyên hàm $\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$ có kết quả là

- Ⓐ. $\ln|x^2 + 1| + C$.
- Ⓑ. $2 \cdot \ln|x^2 + 1| + C$.
- Ⓒ. $\frac{1}{2} \cdot \ln|x^2 + 1| + C$.
- Ⓓ. $2x \cdot \ln|x^2 + 1| + C$.

Lời giải:

Câu 3: (THONGMATHS) $\int x(x^2 + 3)^{15} dx$ có kết quả là

- Ⓐ. $\frac{(x^2 + 3)^{16}}{32} + C$.
- Ⓑ. $\frac{(x^2 + 3)^{16}}{16} + C$.
- Ⓒ. $\frac{(x^2 + 3)^{14}}{14} + C$.
- Ⓓ. $\frac{(x^2 + 3)^{14}}{28} + C$.

Lời giải:

Câu 4: (THONGMATHS) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng:

- Ⓐ. $\frac{1}{2}f(\sqrt{x}) + C$.
- Ⓑ. $f(\sqrt{x}) + C$.
- Ⓒ. $-2f(\sqrt{x}) + C$.

Lời giải:



Ⓓ. $2f(\sqrt{x}) + C$.

Câu 5: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2\sqrt{4+x^3}$ là

Ⓐ. $\frac{1}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.

Ⓑ. $2\sqrt{4+x^3} + C$.

Ⓒ. $\frac{2}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.

Ⓓ. $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.

Lời giải:

Câu 6: (THONGMATHS) Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số). Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

Ⓐ. -1 .

Ⓑ. 1 .

Ⓒ. 3 .

Ⓓ. -3 .

Lời giải:

Câu 7: (THONGMATHS) Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a + b + c$ bằng

Ⓐ. 4 .

Ⓑ. 3 .

Ⓒ. 5 .

Ⓓ. 6 .

Lời giải:

Câu 8: (THONGMATHS) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}$ là

Ⓐ. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$.

Ⓑ. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C$.

Ⓒ. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$.

Ⓓ. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C$.

Lời giải:

Câu 9: (THONGMATHS) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Ⓐ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$.

Ⓑ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$.

Ⓒ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

Ⓓ. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

Lời giải:

Câu 10: (THONGMATHS) Tìm họ của nguyên hàm $f(x) = \tan 2x$.

Ⓐ. $\int \tan 2x dx = 2(1 + \tan^2 2x) + C$.

Lời giải:



Ⓐ. $\int \tan 2x \, dx = -\ln \cos 2x + C.$ Ⓑ. $\int \tan 2x \, dx = \frac{1}{2}(1 + \tan^2 2x) + C.$ Ⓒ. $\int \tan 2x \, dx = -\frac{1}{2}\ln \cos 2x + C.$	
Câu 11: (THONGMATHS) Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x} (\cos x - \sin x)$	
Ⓐ. $y = 2^{\sin x + \cos x} + C.$ Ⓑ. $y = \frac{2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}}{\ln 2}.$ Ⓒ. $y = \ln 2 \cdot 2^{\sin x + \cos x}.$ Ⓓ. $y = -\frac{2^{\sin x + \cos x}}{\ln 2} + C$	 <i>Lời giải:</i>
Câu 12: (THONGMATHS) Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1 + \sin x}$ là	
Ⓐ. $F(x) = 1 + \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right).$ Ⓑ. $F(x) = 2 \tan \frac{x}{2}.$ Ⓒ. $F(x) = \ln(1 + \sin x).$ Ⓓ. $F(x) = -\frac{2}{1 + \tan \frac{x}{2}}.$	 <i>Lời giải:</i>
Câu 13: (THONGMATHS) Ta có $\int \frac{(2 + 3 \ln x)^2}{x} dx = \frac{1}{a}(2 + 3 \ln x)^b + C$, khi đó tích ab bằng:	
Ⓐ. $ab = 1.$ Ⓑ. $ab = \frac{1}{2}.$ Ⓒ. $ab = \frac{1}{3}.$ Ⓓ. $ab = 27.$	 <i>Lời giải:</i>
Câu 14: (THONGMATHS) Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x \cdot e^{x^2}$ là	
Ⓐ. $F(x) = 3e^{x^2}.$ Ⓑ. $F(x) = \frac{3}{2}e^{x^2}.$ Ⓒ. $F(x) = \frac{3x^2}{2}e^{x^2}.$ Ⓓ. $F(x) = \frac{x^2}{2}e^{x^2}.$	 <i>Lời giải:</i>
Câu 15: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$	
Ⓐ. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C.$ Ⓑ. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C.$ Ⓒ. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C.$ Ⓓ. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3}e^{x^3+1} + C.$	 <i>Lời giải:</i>
Câu 16: (THONGMATHS) Biết tích phân $I = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx = a + be$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó tích ab có giá trị bằng:	
Ⓐ. 1. Ⓑ. -1. Ⓒ. 2.	 <i>Lời giải:</i>

Ⓓ. 3.

Câu 17: (THONGMATHS) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = (4x - 5)\sin 2x$ và $F(0) = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng bao nhiêu?

- Ⓐ. 2.
Ⓑ. -3.
Ⓒ. -1.
Ⓓ. 3.

Lời giải:

Câu 18: (THONGMATHS) Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm khẳng định đúng.

- Ⓐ. $a^3 + b^3 = 28$.
Ⓑ. $a + 2b = 1$.
Ⓒ. $a - b = 2$.
Ⓓ. $ab = 3$.

Lời giải:

Câu 19: (THONGMATHS) Biết $\int xe^{2x} dx = axe^{2x} + be^{2x} + C$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính tích $a.b$

- Ⓐ. $a.b = -\frac{1}{4}$.
Ⓑ. $a.b = \frac{1}{4}$.
Ⓒ. $a.b = -\frac{1}{8}$.
Ⓓ. $a.b = \frac{1}{8}$.

Lời giải:

Câu 20: (THONGMATHS) Kết quả của $I = \int xe^x dx$ là

- Ⓐ. $I = xe^x - e^x + C$.
Ⓑ. $I = e^x + xe^x + C$.
Ⓒ. $I = \frac{x^2}{2}e^x + C$.
Ⓓ. $I = \frac{x^2}{2}e^x + e^x + C$.

Lời giải:

Câu 21: (THONGMATHS) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos 2x$ là

- Ⓐ. $\frac{x \sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C$.
Ⓑ. $x \sin 2x - \frac{\cos 2x}{2} + C$.
Ⓒ. $x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2} + C$.
Ⓓ. $\frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C$.

Lời giải:

Câu 22: (THONGMATHS) Cho $F(x) = \frac{a}{x}(\ln x + b)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$.

- Ⓐ. $S = -2$.
Ⓑ. $S = 1$.

Lời giải:



- Ⓒ. $S = 2$.
Ⓓ. $S = 0$.

Câu 23: (THONGMATHS) Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$

- Ⓐ. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$.
Ⓑ. $\int f'(x)\ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$.
Ⓒ. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$.
Ⓓ. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$.

Lời giải:

Câu 24: (THONGMATHS) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \tan x$, $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right) \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, $f(0) = 0$, $f(\pi) = 1$. Tỉ số giữa $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng:

- Ⓐ. $2(\log_2 e + 1)$.
Ⓑ. 2.
Ⓒ. $\frac{1(1+\ln 2)}{2+\ln 2}$.
Ⓓ. $2(1 - \log_2 e)$.

Lời giải:

Câu 25: (THONGMATHS) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0) = 2$. Hãy tính $F(-1)$.

- Ⓐ. $6 - \frac{15}{e}$.
Ⓑ. $4 - \frac{10}{e}$.
Ⓒ. $\frac{15}{e} - 4$.
Ⓓ. $\frac{10}{e}$.

Lời giải:

— HẾT —



ÔN THI THIPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp thầy Thông Minh Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

BÀI TẬP RL PP TÌM NGUYÊN HÀM ĐỐI BIẾN – TỪNG PHẦN – TM2

Câu 1: (THONGMATHS) Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi $\int f(3-2x)dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}F(3-2x) + C$.
- B. $\frac{1}{2}F(3-2x) + C$.
- C. $\frac{1}{2}F(2x) - 3 + C$.
- D. $-2F(2x) - 3 + C$.

Lời giải:

Câu 2: (THONGMATHS) $\int x^3\sqrt{x^2+1}dx$ có kết quả là

- A. $\frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$.
- B. $\frac{3}{4}x\sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$.
- C. $\frac{1}{8}\sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$.
- D. $\frac{3x}{8}\sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$.

Lời giải:

Câu 3: (THONGMATHS) Tính nguyên hàm $I = \int 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = 2\int \sqrt{u}du$.
- B. $I = \int \sqrt{u}du$.
- C. $I = \int udu$.
- D. $I = \frac{1}{2}\int \sqrt{u}du$.

Lời giải:

Câu 4: (THONGMATHS) Cho nguyên hàm $I = \int \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}}dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì $I = \int f(t)dt$ trong đó:

- A. $f(t) = t^2 + 2t$.
- B. $f(t) = 2t^2 + 4t$.
- C. $f(t) = t^2 - 2t$.
- D. $f(t) = 2t^2 - 4t$.

Lời giải:

Câu 5: (THONGMATHS) Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B \in \mathbb{Q}$ và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $12A + 7B$ bằng

- A. $\frac{23}{252}$.
- B. $\frac{241}{252}$.
- C. $\frac{52}{9}$.
- D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải:



Câu 6: (THONGMATHS) Nguyên hàm của hàm số $I = \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$.

- Ⓐ. $-\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + C$.
- Ⓑ. $-\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} + C$.
- Ⓒ. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + C$.
- Ⓓ. $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} + C$.

Lời giải:

Câu 7: (THONGMATHS) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

- Ⓐ. $\arcsin x + C$.
- Ⓑ. $\pm \arcsin x + C$.
- Ⓒ. $-\arcsin x + C$.
- Ⓓ. $\pm \arctan x + C$.

Lời giải:

Câu 8: (THONGMATHS) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính $F(0)$.

- Ⓐ. $F(0) = -\frac{1}{3}\ln 2 + 2$.
- Ⓑ. $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 + 2$.
- Ⓒ. $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 - 2$.
- Ⓓ. $F(0) = -\frac{1}{3}\ln 2 - 2$.

Lời giải:

Câu 9: (THONGMATHS) Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{\cos x}{(2+\sin x)^2}$.

- Ⓐ. $f(x) = \frac{\sin x}{(2+\sin x)^2} + C$.
- Ⓑ. $f(x) = \frac{1}{2+\cos x} + C$.
- Ⓒ. $f(x) = -\frac{1}{2+\sin x} + C$.
- Ⓓ. $f(x) = \frac{\sin x}{2+\sin x} + C$.

Lời giải:

Câu 10: (THONGMATHS) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^5 x$.

- Ⓐ. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
- Ⓑ. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.
- Ⓒ. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
- Ⓓ. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.

Lời giải:

Câu 11: (THONGMATHS) $\int \frac{\sin^3 x}{1+\cos^4 x} dx$ có kết quả là

- Ⓐ. $\frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x + \frac{1}{\cos x} - \sqrt{2}}{\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sqrt{2}} \right| + C.$
- Ⓑ. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x + \frac{1}{\cos x} - \sqrt{2}}{\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sqrt{2}} \right| + C.$
- Ⓒ. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos x + \frac{1}{\cos x} - \sqrt{2}}{\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sqrt{2}} \right| + C.$
- Ⓓ. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \frac{1}{\cos x} - \sqrt{2}}{\cos x - \frac{1}{\cos x} + \sqrt{2}} \right| + C.$

 **Lời giải:**

Câu 12: (THONGMATHS) Có bao nhiêu giá trị thực của a thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; 2\pi\right]$ thỏa mãn

$$\int_0^a \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}} = \frac{2}{3} ?$$

- Ⓐ. 2.
- Ⓑ. 1.
- Ⓒ. 4.
- Ⓓ. 3.

 **Lời giải:**

Câu 13: (THONGMATHS) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$, mà $F(1) = \frac{1}{3}$.

Giá trị $F^2(e)$ bằng

- Ⓐ. $\frac{8}{3}.$
- Ⓑ. $\frac{8}{9}.$
- Ⓒ. $\frac{1}{9}.$
- Ⓓ. $\frac{1}{3}.$

 **Lời giải:**

Câu 14: (THONGMATHS) Nguyên hàm $\int \frac{1+\ln x}{x} dx (x > 0)$ bằng

- Ⓐ. $\frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + C.$
- Ⓑ. $x + \ln^2 x + C.$
- Ⓒ. $\ln^2 x + \ln x + C.$
- Ⓓ. $x + \frac{1}{2} \ln^2 x + C.$

 **Lời giải:**

Câu 15: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}.$

- Ⓐ. $\int f(x) dx = \ln^2 x + C.$
- Ⓑ. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C.$
- Ⓒ. $\int f(x) dx = \ln x + C.$
- Ⓓ. $\int f(x) dx = e^x + C.$

 **Lời giải:**

Câu 16: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} \ln x$.

- Ⓐ. $\int f(x)dx = \frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 2) + C$.
- Ⓑ. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 2) + C$.
- Ⓒ. $\int f(x)dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 1) + C$.
- Ⓓ. $\int f(x)dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 2) + C$.

Lời giải:

Câu 17: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm $I = \int (x^2 - 2x + 3)\sin x \, dx$.

- Ⓐ. $I = -(x^2 - 2x - 3)\cos x + 2(x - 1)\sin x + C$.
- Ⓑ. $I = -(x - 1)^2 \cos x + 2(x - 1)\sin x + C$.
- Ⓒ. $I = -(x^2 - 2x - 5)\cos x - 2(x - 1)\sin x + C$.
- Ⓓ. $I = (x - 1)^2 \cos x - 2(x - 1)\sin x + C$.

Lời giải:

Câu 18: (THONGMATHS) $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(2 + \ln x)$ thỏa mãn $F(1) = 1$. Giá trị của $F(e)$ bằng

- Ⓐ. $\frac{5e^2 + 1}{4}$.
- Ⓑ. $5e^2 - 1$.
- Ⓒ. $\frac{5e^2 - 1}{4}$.
- Ⓓ. $5e^2 + 1$.

Lời giải:

Câu 19: (THONGMATHS) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln(x + 2)$.

- Ⓐ. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 + 4x}{4} + C$.
- Ⓑ. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 4}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 - 4x}{4} + C$.
- Ⓒ. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 + 4x}{2} + C$.
- Ⓓ. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 4}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 + 4x}{2} + C$.

Lời giải:

Câu 20: (THONGMATHS) Tính $F(x) = \int x \cos x \, dx$ ta được kết quả

- Ⓐ. $F(x) = x \sin x - \cos x + C$.
- Ⓑ. $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$.
- Ⓒ. $F(x) = x \sin x + \cos x + C$.
- Ⓓ. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$.

Lời giải:

Câu 21: (THONGMATHS) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là:

- Ⓐ. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$.
- Ⓑ. $F(x) = x \cos x - \sin x + C$.
- Ⓒ. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$.
- Ⓓ. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

Lời giải:

Câu 22: (THONGMATHS) Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

- Ⓐ. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$.
- Ⓑ. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$.
- Ⓒ. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$.
- Ⓓ. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$.

Lời giải:

Câu 23: (THONGMATHS) Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- Ⓐ. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$.
- Ⓑ. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$.
- Ⓒ. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$.
- Ⓓ. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$.

Lời giải:

Câu 24: (THONGMATHS) Cho a là số thực dương. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(\ln(ax) + \frac{1}{x} \right)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{a}\right) = 0$ và $F(2018) = e^{2018}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ. $a \in \left(\frac{1}{2018}; 1\right)$.
- Ⓑ. $a \in \left(0; \frac{1}{2018}\right]$.
- Ⓒ. $a \in [1; 2018)$.
- Ⓓ. $a \in [2018; +\infty)$.

Lời giải:

Câu 25: (THONGMATHS) Cho $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Biết $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a = 3$. Tính $F(a) - 10a^2 + 3a$.

- Ⓐ. $-\frac{1}{2}\ln 10$.
- Ⓑ. $-\frac{1}{4}\ln 10$.
- Ⓒ. $\frac{1}{2}\ln 10$.
- Ⓓ. $\ln 10$.

Lời giải:

— HẾT —





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 - CHƯƠNG III

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

CHƯƠNG III. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Bài 2: TÍCH PHÂN

A- LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b (hay tích phân xác định trên đoạn $[a; b]$) của hàm số $f(x)$, kí hiệu là $\int_a^b f(x) dx$.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Chú ý:

$$\checkmark \quad \int_a^a f(x) dx = 0 \quad \text{và} \quad \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

2. Tính chất

$$\checkmark \quad \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \quad (k \text{ là hằng số}).$$

$$\checkmark \quad \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

$$\checkmark \quad I = \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

$$\checkmark \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad a < c < b.$$

$$\text{Hay} \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^{c_1} f(x) dx + \int_{c_1}^{c_2} f(x) dx + \dots + \int_{c_n}^b f(x) dx, \quad (a < c_1 < c_2 < \dots < c_n < b)$$

B- PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

CHỦ ĐỀ 1: TÍCH PHÂN CƠ BẢN

Dạng 1: Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản, nguyên hàm mở rộng và phương pháp vi phân.

Ví dụ 1

Cho $\int_0^1 f(x) dx = -3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 2$, khi đó hãy tính $I = \int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 1$

Ví dụ 2



Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7$ và $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $P = 4$.

Ví dụ 3

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 1$.

Ví dụ 4

Tính tích phân $I = \int_0^1 (3x^2 - 4x)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = -1$.

Ví dụ 5

Biết $I = \int_0^a 5(1-2x)^4 dx = -\frac{31}{2}$, $(a \in \mathbb{R})$. Tìm a ?

Lời giải:

Đáp số: $a = -\frac{1}{2}$.

Ví dụ 6

Biết $\int_a^b (2x+1)dx = 1$ và $a-b=2$. Tính $A=a+b$.

Lời giải:

Đáp số: $a+b = -\frac{3}{2}$.

Ví dụ 7

Tính tích phân $I = \int_0^1 \sqrt{x}(x^2+1)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{20}{21}$.



Ví dụ 8

Tính tích phân $I = \int_1^8 \frac{x^2 - 5x + 3}{\sqrt[3]{x}} dx$.

Lời giải:

Đáp số:

$$I = \frac{192}{8}.$$

Ví dụ 9

Tính tích phân $I = \int_0^{2a} |a - x| dx, a > 0$.

Lời giải:

Đáp số:

$$I = a^2$$

Ví dụ 10

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$.

Lời giải:

Đáp số:

$$I = \frac{\pi}{4}$$

Ví dụ 11

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$

Lời giải:

Đáp số:

$$I = \frac{1}{3}$$

Ví dụ 12

Tính tích phân $I = \int_0^2 e^{2x+1} dx$.

Lời giải:

Đáp số:

$$I = \frac{1}{2} (e^5 - e)$$

Ví dụ 13



Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan^2 x} dx}{\cos^2 x}$.

Lời giải:

Đáp số: $I = e - 1$.

Dạng 2: Tích phân hàm phân thức đại số đặc biệt.

Bài toán Tổng Quát

Tính tích phân $I = \int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ với $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức không căn.

✓ Nếu bậc của tử số $P(x) <$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Xem xét mẫu số, ta có các trường hợp phổ biến sau:

(1) $\int_a^b \frac{A}{ax+b} dx = \frac{A}{a} \ln|ax+b| \Big|_a^b = \frac{A}{a} \ln \left| \frac{a\beta+b}{a\alpha+b} \right|$

(2) $I = \int_a^b \frac{A}{ax^2+bx+c} dx$

$$\left[\begin{array}{l} \Delta > 0: I = \int_a^b \frac{A}{a(x-x_1)(x-x_2)} dx = \frac{A}{a(x_2-x_1)} \int_a^b \left(\frac{1}{x-x_2} - \frac{1}{x-x_1} \right) dx \xrightarrow{\text{Quay Ve}} (1) \\ \Delta = 0: I = \int_a^b \frac{A dx}{a(x-x_0)^2} = -\frac{A}{a(x-x_0)} \Big|_a^b = \dots \quad (2.1) \\ \Delta < 0: I = \frac{A}{a} \int_a^b \frac{dx}{(x+x_0)^2+k^2} \xrightarrow[\substack{\text{Đặt } x+x_0=k\tan t \\ t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)}}{I = \frac{A}{ka} \int_a^b dt = \frac{A}{ka} t \Big|_a^b = \dots} \quad (2.2) \end{array} \right.$$

(3) $I = \int_a^b \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx$

$$\left[\begin{array}{l} \Delta > 0: I = \int_a^b \frac{C(x-x_1)+D(x-x_2)}{a(x-x_1)(x-x_2)} dx = \frac{1}{a} \int_a^b \left(\frac{C}{x-x_2} + \frac{D}{x-x_1} \right) dx \xrightarrow{\text{Quay Ve}} (1) \\ \Delta = 0: I = \int_a^b \frac{Ax+B}{a(x-x_0)^2} dx = \frac{1}{a} \int_a^b \frac{A(x-x_0)+C}{a(x-x_0)^2} dx \\ = \frac{1}{a} \int_a^b \left(\frac{A}{x-x_0} + \frac{C}{(x-x_0)^2} \right) dx \rightarrow (1) \& (2.1) \\ \Delta < 0: I = \int_a^b \frac{k(ax^2+bx+c)' + h}{ax^2+bx+c} dx = k \int_a^b \frac{d(ax^2+bx+c)}{ax^2+bx+c} + h \int_a^b \frac{dx}{ax^2+bx+c} \\ = \ln|ax^2+bx+c| \Big|_a^b + \text{TH} \quad (2.2) \end{array} \right.$$

(4) $Q(x)$ có bậc lớn hơn 2, ta thực hiện giảm bậc (bằng cách đổi biến, tách ghép, nhân, chia,...) để đưa Ví dụ về các trường hợp (1), (2), (3).

✓ Nếu bậc của tử số $P(x) \geq$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức (đã học ở lớp 8).

$$I = \int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \int_a^b \left[H(x) + \frac{R(x)}{Q(x)} \right] dx = \int_a^b H(x) dx + \int_a^b \frac{R(x)}{Q(x)} dx = I_1 + I_2$$

Chú ý: Đối với những Ví dụ phức tạp, để đưa về các dạng (1), (2), (3) ta phải thực hiện biến đổi phân số ban đầu thành tổng các phân số và tìm các hệ số bằng phương pháp đồng nhất thức.

Một số trường hợp thường gặp:

✓ $\frac{1}{(ax+b)(cx+d)} = \frac{1}{ad-bc} \cdot \left(\frac{a}{ax+b} - \frac{c}{cx+d} \right).$

✓ $\frac{mx+n}{(ax+b)(cx+d)} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{cx+d}.$

✓ $\frac{mx+n}{(ax+b)^2} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{(ax+b)^2}.$



- ✓ $\frac{mx+n}{(ax+b)^2(cx+d)} = \frac{A}{(ax+b)^2} + \frac{B}{cx+d} + \frac{C}{ax+b}.$
- ✓ $\frac{1}{(x-m) \cdot (ax^2+bx+c)} = \frac{A}{x-m} + \frac{Bx+C}{ax^2+bx+c},$ với $\Delta = b^2 - 4ac < 0.$
- ✓ $\frac{1}{(x-a)^2 \cdot (x-b)^2} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{x-b} + \frac{D}{(x-b)^2}.$
- ✓ $\frac{P(x)}{(x-x_0)^n} = \frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2} + \dots + \frac{C}{(x-x_0)^n}.$
- ✓ $\frac{P(x)}{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\dots} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{x-x_3} + \dots$

Ví dụ 1

Biết $\int_1^2 \frac{3}{5x-3} dx = \frac{3}{a} (\ln 7 - \ln b), (a, b \in \mathbb{Z}).$ Khi đó tính giá trị $a+2b.$

Lời giải:

Đáp số: $a+2b=9.$

Ví dụ 2

Cho $I = \int_2^a \frac{2x-1}{1-x} dx,$ xác định a để $I = -4 - \ln 3.$

Lời giải:

Đáp số: $a=4.$

Ví dụ 3

Kết quả của tích phân $\int_{-1}^0 \left(x+1 + \frac{2}{x-1} \right) dx$ được viết dưới dạng $a+b\ln 2.$ Tính giá trị $a+b.$

Lời giải:

Đáp số: $a+b=-\frac{3}{2}.$

Ví dụ 4

$\int_4^5 \frac{2x^2-x+5}{x-3} dx = a+b\ln 2.$ Khi đó tính giá trị của $|a-b|$ là bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: $|a-b|=6.$



Ví dụ 5

Biết $\int \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

Lời giải:

Đáp số: $S = a + b + c = 2$.

Chú ý: Ta có công thức tính nhanh với dạng nguyên hàm $\int \frac{dx}{(ax + b)(cx + d)}$ như sau:

$$\int \frac{dx}{(ax + b)(cx + d)} = \frac{1}{ad - bc} \cdot \ln \left| \frac{ax + b}{cx + d} \right| + C.$$

Ví dụ 6

Tính $\int_3^4 \frac{x - 3}{x^2 - 3x + 2} dx$.

Lời giải:

Đáp số: $2 \ln 3 - 3 \ln 2$.

Ví dụ 7

Tính các tích phân sau: a) $I = \int_1^2 \frac{x^3}{2x + 3} dx$ b) $J = \int_{\sqrt{5}}^3 \frac{x^2 - 5}{x + 1} dx$ c) $K = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3}{x^2 - 1} dx$

Lời giải:

Đáp số: a) $I = -\frac{13}{6} - \frac{27}{16} \ln 35$

b) $J = \sqrt{5} - 1 + 4 \ln \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{4} \right)$

c) $K = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{4}$

Ví dụ 8

Tính các tích phân sau: a) $I = \int_0^3 \frac{x^3}{x^2 + 2x + 1} dx$ b) $J = \int_0^1 \frac{4x}{4x^2 - 4x + 1} dx$.



Lời giải:

Đáp số: a) $I = -\frac{9}{4} + 6\ln 2$

b) $J = -2$.

Ví dụ 9

Tính các tích phân sau: **a)** $I = \int_2^3 \frac{1}{(x-1)(x+1)^3} dx$ **b)** $K = \int_2^3 \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)} dx$.

Lời giải:

Đáp số: a) $I = \frac{3}{4} \ln 2$.

b) $K = \frac{17}{6} + \frac{4}{9} \ln 5 - \frac{7}{9} \ln 2$.

Ví dụ 10

Tính tích phân sau:

a) $I = \int_2^3 \frac{1}{x(x^2-1)} dx$ **b)** $J = \int_3^4 \frac{x+1}{x(x^2-4)} dx$ **c)** $K = \int_2^3 \frac{x^2}{(x^2-1)(x+2)} dx$

Lời giải:



Đáp số: a) $I = \frac{5}{2}\ln 2 - \frac{3}{2}\ln 3$ b) $J = \frac{5}{8}\ln 3 - \frac{3}{8}\ln 5 - \frac{1}{4}\ln 2$. c) $K = \frac{1}{2}\ln \frac{3}{2}$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN

PHIẾU BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN TÍCH PHÂN CƠ BẢN – TMI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- Ⓐ. $\int_a^b f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$
 Ⓑ. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$
 Ⓒ. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
 Ⓓ. $\int_a^a f(x)dx = 0$

Lời giải:

Câu 2: Cho $\int_1^3 f(x)dx = -5$, $\int_1^3 [f(x) - 2g(x)]dx = 9$. Tính $I = \int_1^3 g(x)dx$.

- Ⓐ. $I = 14$
 Ⓑ. $I = -14$
 Ⓒ. $I = 7$
 Ⓓ. $I = -7$

Lời giải:

Câu 3: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- Ⓐ. 1
 Ⓑ. -3
 Ⓒ. -1
 Ⓓ. 3

Lời giải:

Câu 4: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng



- Ⓐ. $I = \frac{11}{2}$. Ⓑ. $I = \frac{7}{2}$.
Ⓒ. $I = \frac{17}{2}$. Ⓓ. $I = \frac{5}{2}$.

 **Lời giải:**

Câu 5: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$, $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- Ⓐ. -2
Ⓑ. 2
Ⓒ. 3
Ⓓ. 4

 **Lời giải:**

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$.

- Ⓐ. $I = 8$
Ⓑ. $I = 12$
Ⓒ. $I = 36$
Ⓓ. $I = 4$

 **Lời giải:**

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$.

- Ⓐ. $I = 1$.
Ⓑ. $I = -1$.
Ⓒ. $I = 3$.
Ⓓ. $I = \frac{7}{2}$.

 **Lời giải:**

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 4]$, $f(4) = 2017$, $\int_{-1}^4 f'(x)dx = 2016$. Tính $f(-1)$.

- Ⓐ. $f(-1) = 3$
Ⓑ. $f(-1) = 1$
Ⓒ. $f(-1) = -1$
Ⓓ. $f(-1) = 2$

 **Lời giải:**

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và $f(1) - f(0) = 2$. Tính tích phân $\int_0^1 f'(x)dx$.

- Ⓐ. $I = -1$
Ⓑ. $I = 1$
Ⓒ. $I = 2$
Ⓓ. $I = 0$

 **Lời giải:**

Câu 10: Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

- Ⓐ. 3 Ⓑ. 0
Ⓒ. 2 Ⓓ. 1

 **Lời giải:**

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^1 x^{2018} (1+x)dx$

- Ⓐ. $I = \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}$.
Ⓑ. $I = \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}$.
Ⓒ. $I = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$.
Ⓓ. $I = \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$.

 **Lời giải:**



Câu 12: Giá trị nào của b để $\int_1^b (2x - 6) dx = 0$?

- Ⓐ. $b = 0$ hoặc $b = 3$.
 Ⓑ. $b = 0$ hoặc $b = 1$
 Ⓒ. $b = 5$ hoặc $b = 0$.
 Ⓓ. $b = 1$ hoặc $b = 5$

Lời giải:

Câu 13: Biết $\int_a^b (2x - 1) dx = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Ⓐ. $b - a = 1$
 Ⓑ. $a^2 - b^2 = a - b - 1$
 Ⓒ. $b^2 - a^2 = b - a + 1$
 Ⓓ. $a - b = 1$

Lời giải:

Câu 14: Tích phân $\int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{1-2x}} dx$ bằng

- Ⓐ. $1 - \sqrt{3}$
 Ⓑ. $\sqrt{3} - 1$
 Ⓒ. $\sqrt{3} + 1$
 Ⓓ. $-\sqrt{3} - 1$

Lời giải:

Câu 15: Tính tích phân $I = \int_0^2 \sqrt{4x+1} dx$.

- Ⓐ. 13
 Ⓑ. $\frac{13}{3}$
 Ⓒ. 4
 Ⓓ. $\frac{4}{3}$

Lời giải:

Câu 16: Biết rằng $I = \int_3^4 \frac{x^2 - x + 2}{x + \sqrt{x-2}} dx = \frac{a - 4\sqrt{b}}{c}$. Với a, b, c là số nguyên dương. Tính $a + b + c$.

- Ⓐ. 39
 Ⓑ. 27
 Ⓒ. 33
 Ⓓ. 41

Lời giải:

Câu 17: Tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng.

- Ⓐ. $2\ln 5$
 Ⓑ. $\frac{1}{2}\ln 5$
 Ⓒ. $\ln 5$
 Ⓓ. $4\ln 5$

Lời giải:

Câu 18: Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx$.

- Ⓐ. $2 + \ln \sqrt{3}$
 Ⓑ. $4 + \ln 3$
 Ⓒ. $2 + \ln 3$
 Ⓓ. $1 + \ln \sqrt{3}$

Lời giải:



Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + 2$, với a, b là các số hữu tỉ thỏa điều kiện $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = 2 - 3 \ln 2$. Tính

$$T = a + b.$$

- Ⓐ. $T = -1$.
 Ⓑ. $T = 2$.
 Ⓒ. $T = -2$.
 Ⓓ. $T = 0$.

Lời giải:

Câu 20: Biết $\int_1^2 \frac{x}{(x+2)(x+4)} dx = a \ln 3 + b \ln 4 + c \ln 5 + d \ln 6$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị của biểu thức

$$T = 2a + 3b - c - \frac{d}{2}.$$

- Ⓐ. $T = 2$.
 Ⓑ. $T = 5$.
 Ⓒ. $T = 0$.
 Ⓓ. $T = 3$.

Lời giải:

Câu 21: Biết $\int_0^3 \frac{dx}{(x+2)(x+4)} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của biểu thức $2a + 3b - c$ bằng

- Ⓐ. 5
 Ⓑ. 4
 Ⓒ. 2
 Ⓓ. 3

Lời giải:

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$; $f(0) = \frac{1}{3}$ và $f(-3) - f(3) = 0$.
 Tính giá trị của biểu thức $T = f(-4) + f(-1) - f(4)$.

- Ⓐ. $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$
 Ⓑ. $\ln 80 + 1$
 Ⓒ. $\frac{1}{3} \ln \left(\frac{4}{5} \right) + \ln 2 + 1$
 Ⓓ. $\frac{1}{3} \ln \left(\frac{8}{5} \right) + 1$

Lời giải:

Câu 23: Cho $\int_1^3 \frac{dx}{(x+1)(x+4)} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính $S = a + 4b - c$.

- Ⓐ. 2
 Ⓑ. 4
 Ⓒ. 3
 Ⓓ. 5

Lời giải:



Câu 24: Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx$ bằng

- A.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Lời giải:

Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx$.

- A.** $I = \frac{\pi}{4}$ **B.** $I = -1$
C. $I = 0$ **D.** $I = 1$

Lời giải:

Câu 26: Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx$ bằng.

- A.** $1 - e$
B. $e - 1$
C. $e + 1$
D. e

Lời giải:

Câu 27: Tìm các số a, b để hàm số $f(x) = a \sin(\pi x) + b$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$.

- A.** $a = \frac{\pi}{2}, b = 2$
B. $a = -\frac{\pi}{2}, b = 2$
C. $a = -\pi, b = 2$
D. $a = \pi, b = 2$

Lời giải:

Câu 28: Tích phân $\int_0^{2016} 7^x dx$ bằng

- A.** $\frac{7^{2016} - 1}{\ln 7}$
B. $(7^{2016} - 1) \ln 7$
C. $\frac{7^{2017}}{2017} - 7$
D. $2016 \cdot 7^{2015}$

Lời giải:

Câu 29: Tích phân $\int_1^2 5^{x-1} dx$ bằng

- A.** $\frac{15}{2}$ **B.** $4 \ln 5$

Lời giải:



Ⓒ. 4 Ⓓ. $\frac{4}{\ln 5}$	Ⓐ. $e - 1$ Ⓑ. $\frac{1}{e} - 1$ Ⓒ. $\frac{e - 1}{e}$ Ⓓ. $\frac{1}{e}$	Lời giải:
--	---	-------------------------



PHIẾU BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN TÍCH PHÂN CƠ BẢN – TM2

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $\forall c \in (a; b)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?		
Ⓐ. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$ Ⓑ. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ Ⓒ. $\int_a^b kdx = k(a - b)$, $\forall k \in \mathbb{R}$ Ⓓ. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	Lời giải:	
Câu 2: Biết $\int_1^8 f(x)dx = -2$; $\int_1^4 f(x)dx = 3$; $\int_1^4 g(x)dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây sai?		
Ⓐ. $\int_4^8 f(x)dx = 1$ Ⓑ. $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 10$ Ⓒ. $\int_4^8 f(x)dx = -5$ Ⓓ. $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = -2$	Lời giải:	
Câu 3: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng:		
Ⓐ. -1 Ⓑ. 3 Ⓒ. -3 Ⓓ. 1	Lời giải:	
Câu 4: Nếu $\int_a^d f(x)dx = 5$ và $\int_d^b f(x)dx = 2$ ($a < d < b$). Tích phân $\int_a^b f(x)dx$ bằng		
Ⓐ. 10. Ⓑ. 7. Ⓒ. -3. Ⓓ. 3.	Lời giải:	



Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$.

Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$.

- Ⓐ. $I = 6$
Ⓑ. $I = 10$
Ⓒ. $I = 3$
Ⓓ. $I = 9$

Lời giải:

Câu 6: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-1}^7 f(t) dt = 9$. Giá trị của $\int_2^7 f(z) dz$ là

- Ⓐ. 11
Ⓑ. 5
Ⓒ. 7
Ⓓ. 9

Lời giải:

Câu 7: Cho $f(x)$ là một hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^1 f(2x) dx$

- Ⓐ. $\int_0^1 f(2x) dx = 2$
Ⓑ. $\int_0^1 f(2x) dx = 4$
Ⓒ. $\int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2}$
Ⓓ. $\int_0^1 f(2x) dx = 1$

Lời giải:

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2$, $f(b) = -4$. Tính $T = \int_a^b f'(x) dx$.

- Ⓐ. $T = -6$
Ⓑ. $T = 2$
Ⓒ. $T = 6$
Ⓓ. $T = -2$

Lời giải:

Câu 9: Tích phân $\int_0^2 (x^2 - 1) dx$ bằng

- Ⓐ. $-\frac{2}{3}$ Ⓑ. $\frac{4}{3}$
Ⓒ. $-\frac{4}{3}$ Ⓓ. $\frac{2}{3}$

Lời giải:

Câu 10: Tích phân $I = \int_0^1 x^2 (x + 1) dx$ bằng:

- Ⓐ. $\frac{7}{12}$ Ⓑ. 2
Ⓒ. $\frac{1}{12}$ Ⓓ. $\frac{12}{7}$

Lời giải:

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.

- Ⓐ. $\frac{7}{2}$ Ⓑ. 1

Lời giải:



- Ⓒ. $\frac{5}{2}$ Ⓓ. $\frac{3}{2}$

Câu 12: Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 + 2ax + 1)dx$ bằng

- Ⓐ. $3b^2 + 2ab$.
 Ⓑ. $b^3 + b^2a + b$.
 Ⓒ. $b^3 + b$.
 Ⓓ. $a + 2$.

Lời giải:

Câu 13: Tích phân $I = \int_0^2 \frac{1}{2\sqrt{x+2}}dx$ bằng

- Ⓐ. $I = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓑ. $I = 2\sqrt{2}$
 Ⓒ. $I = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓓ. $I = 2 - \sqrt{2}$

Lời giải:

Câu 14: Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

- Ⓐ. $\frac{4}{3}$ Ⓑ. $\frac{3}{2}$
 Ⓒ. $\frac{1}{3}$ Ⓓ. $\frac{2}{3}$

Lời giải:

Câu 15: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x+2} + (x+2)\sqrt{x}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

- Ⓐ. $P = 2$.
 Ⓑ. $P = 8$.
 Ⓒ. $P = 46$.
 Ⓓ. $P = 22$.

Lời giải:

Câu 16: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{3-2x}$

- Ⓐ. $-\frac{1}{2}\ln 3$ Ⓑ. $-\ln 3$
 Ⓒ. $\frac{1}{2}\ln 3$ Ⓓ. $\frac{1}{2}\log 3$

Lời giải:



Câu 17: Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+5} dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{2} \log \frac{7}{5}$ **B.** $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$
C. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{7}$ **D.** $-\frac{4}{35}$

Lời giải:

Câu 18: Tính tích phân $I = \int_1^{2^{2018}} \frac{dx}{x}$.

- A.** $I = 2018 \cdot \ln 2 - 1$
B. $I = 2^{2018}$
C. $I = 2018 \cdot \ln 2$
D. $I = 2018$

Lời giải:

Câu 19: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{4x^2 - 4x + 1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, với a, b là các số nguyên thuộc khoảng $(-7; 3)$ thì a và b là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A.** $2x^2 - x - 1 = 0$
B. $x^2 + 4x - 12 = 0$
C. $x^2 - 5x + 6 = 0$
D. $x^2 - 9 = 0$

Lời giải:

Câu 20: Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

- A.** $S = -2$
B. $S = 5$
C. $S = 2$
D. $S = 10$

Lời giải:

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khí } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khí } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$.

- A.** $6 + \ln 4$
B. $4 + \ln 4$
C. $6 + \ln 2$
D. $2 + 2 \ln 2$

Lời giải:

Câu 22: Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$

- A.** $S = 9$
B. $S = 11$
C. $S = -3$
D. $S = 5$

Lời giải:



		
Câu 23: Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng bao nhiêu?		
Ⓐ. $I = 1$ Ⓑ. $I = -2$ Ⓒ. $I = 0$ Ⓓ. $I = -1$		Lời giải:.....
Câu 24: Tính tích phân $\int_0^{\pi} \sin 3x dx$.		
Ⓐ. $-\frac{1}{3}$ Ⓑ. $\frac{1}{3}$ Ⓒ. $-\frac{2}{3}$ Ⓓ. $\frac{2}{3}$		Lời giải:.....
Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$.		
Ⓐ. $I = 1 - \frac{\pi}{4}$ Ⓑ. $I = 2$ Ⓒ. $I = \ln 2$ Ⓓ. $I = \frac{\pi}{12}$		Lời giải:.....
Câu 26: Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = \pi \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{b} \right) + c$, $(a, b, c \in \mathbb{Q})$. Tính $a - b + c$		
Ⓐ. $\frac{1}{2}$ Ⓑ. 1 Ⓒ. -2 Ⓓ. $\frac{1}{3}$		Lời giải:.....
Câu 27: Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx$ được viết ở dạng $\pi \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{b} \right) - 1$ $a, b \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây là sai?		
Ⓐ. $a + 2b = 8$ Ⓑ. $a + b = 5$ Ⓒ. $2a - 3b = 2$ Ⓓ. $a - b = 2$		Lời giải:.....
Câu 28: Tích phân $\int_1^2 3^{x-1} dx$ bằng		
Ⓐ. $\frac{2}{\ln 3}$ Ⓑ. $2 \ln 3$ Ⓒ. $\frac{3}{2}$ Ⓓ. 2		Lời giải:.....
Câu 29: Tính $I = \int_0^1 e^{3x} \cdot dx$.		
Ⓐ. $I = e^3 - 1$ Ⓑ. $I = e - 1$		Lời giải:.....



©. $\frac{e^3 - 1}{3}$ ④. $I = e^3 + \frac{1}{2}$

Câu 30: Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng

①. $e^2 - 1$. ②. $e^2 - e$.
③. $e^2 + e$. ④. $e - e^2$.

— *ĐỀ* —

CHỦ ĐỀ 2- TÍNH TÍCH PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

A. LÝ THUYẾT

Phương pháp đổi biến số dạng 1

Lý Thuyết cần biết

a) Định lý

- ✓ 1) Hàm $x = u(t)$ có đạo hàm liên tục trên $[a; \beta]$.
- ✓ 2) Hàm hợp $f(u(t))$ được xác định trên $[a; \beta]$.
- ✓ 3) $u(a) = a, u(\beta) = b$

b) Phương pháp chung

- ✓ Bước 1: Đặt $x = u(t)$
- ✓ Bước 2: Tính vi phân hai vế: $x = u(t) \Rightarrow dx = u'(t)dt$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \beta \\ t = a \end{cases}$$

- ✓ Bước 3: Chuyển tích phân đã cho sang tích phân theo biến t

$$\text{Vậy: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^\beta f[u(t)]u'(t)dt = \int_a^\beta g(t)dt = G(t) \Big|_a^\beta = G(\beta) - G(a)$$

Phương pháp đổi biến số dạng 2

Lý Thuyết cần biết

a) Định lý

Nếu hàm số $u = u(x)$ đơn điệu và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ sao cho $f(x)dx = g(u(x))u'(x)dx = g(u)du$ thì:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du.$$

b) Phương pháp chung

- ✓ Bước 1: Đặt $u = u(x) \Rightarrow du = u'(x)dx$

- ✓ Bước 2: Đổi cận: $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = u(b) \\ u = u(a) \end{cases}$

- ✓ Bước 3: Chuyển tích phân đã cho sang tích phân theo u

$$\text{Vậy: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b g[u(x)].u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du$$

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Tính các tích phân sau:

a) $A = \int_0^1 x.(x-1)^{2019} dx.$

b) $B = \int_0^1 \frac{16x^3}{x^4 + 1} dx.$

Lời giải:



Đáp số: a) $A = -\frac{1}{2021 \cdot 2020}$. b) $B = 4 \ln 2$.

Ví dụ 2

Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 x \cdot (1-x)^{19} dx$. b) $K = \int_0^1 x^5 \cdot (1-x^3)^6 dx$. c) $L = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$.
d) $M = \int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)^3} dx$. e) $N = \int_0^1 (1+3x) \cdot (1+2x+3x^2)^{10} dx$.

Lời giải:

THÔNG MATH

TOÁN THẦY THÔNG

Đáp số: $I = \frac{1}{120}; K = \frac{1}{168}; L = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \ln 2; M = \frac{1}{16}; N = \frac{6^{11} - 1}{22}$

Ví dụ 3

Tính các tích phân sau

a) $A = \int_2^5 (x+2) \sqrt{x-1} dx$. b) $B = \int_0^2 6x^2 \sqrt{x^3+1} dx$. c) $C = \int_0^3 \frac{2x+1}{\sqrt{x+1}} dx$. d) $D = \int_2^7 \frac{x+3}{x+\sqrt{x+2}} dx$.

Lời giải:



Đáp số:

$$A = \frac{132}{5}; B = \frac{104}{3}; C = \frac{22}{3}; D = 3 + \frac{20}{3} \ln 5 - \frac{36}{3} \ln 2$$

Ví dụ 4

Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 x \sqrt{1-x} dx.$

b) $K = \int_0^1 x \sqrt{2-x^2} . dx.$

c) $L = \int_1^9 x \cdot \sqrt[3]{1-x} \cdot dx .$

d) $M = \int_1^3 x \sqrt[3]{x^2-1} . dx.$

e) $N = \int_0^{\frac{7}{3}} \frac{(x+2) \cdot dx}{\sqrt[3]{3x+1}} .$

f) $P = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2+1}} .$

Lời giải:

THÔNG MATH

TOÁN THẦY THÔNG

Đáp số:

$$I = \frac{4}{15}; K = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}; L = -\frac{468}{7}; M = 6; N = \frac{137}{30}; P = \frac{141}{20}$$

Chú ý: Một số hàm số đặc biệt thường gặp:



Bài toán 1: Tính $I = \int_a^b f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} dx$ ————— Phương pháp ————— đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} \cdot dx$.

Nếu $f(\ln x)$ có chứa $m + n \cdot \ln x$ với m, n là hằng số thì ta đặt luôn $t = m + n \cdot \ln x$.

Bởi lẽ khi vi phân $dt = n \cdot \frac{1}{x} \cdot dx$ sẽ không bị mất tính tổng quát so với khi đặt $t = \ln x$ và làm cho việc xử lý bài toán sau khi đặt ẩn phụ sẽ đơn giản hơn. Ngoài ra, khi gặp căn thức, ta cũng đặt $t = \sqrt[n]{f(\ln x)}$.

Nếu có chứa $\log_a x$ thì ta chuyển về $\ln x$ bằng công thức: $\log_a x = \log_a e \cdot \log_e x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Bài toán 2: Hàm lượng giác

- Dạng $f(\sin x) \cdot \cos x \xrightarrow{PP}$ đặt $t = \sin x$ hoặc $t = a + b \sin x$
- Dạng $f(\cos x) \cdot \sin x \xrightarrow{PP}$ đặt $t = \cos x$ hoặc $t = a + b \cos x$
- Dạng $f(\tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{PP}$ đặt $t = \tan x$
- Dạng $f(\sin x \pm \cos x) \cdot (\sin x \pm \cos x) \xrightarrow{PP}$ đặt $t = \sin x \pm \cos x$

Chú ý: phải luôn luôn thu gọn các biểu thức lượng giác nằm dưới dấu tích phân trước khi đặt ẩn phụ.

Ví dụ 5

Tính các tích phân sau : a) $A = \int_0^1 \frac{x \ln(x^2 + 4)}{x^2 + 4} dx$ b) $B = \int_0^1 (2x - 1) \cdot e^{-x^2} dx$

Lời giải:

Đáp số: $A = \frac{\ln^2 5 - 4 \ln^2 2}{4}; B = 0$

Ví dụ 6

Tính các tích phân sau

a) $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3 \sin x) \cdot \cos x \cdot dx$

b) $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$

c) $C = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2 + 3 \tan x}}{1 + \cos 2x} dx$

d) $D = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$

e) $E = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3} dx$

Lời giải:



Đáp số: $A = -\frac{1}{2}; B = \ln 2; C = \frac{2}{15}; D = 2 - \sqrt{2}; E = \frac{1 - \sqrt{2}}{2} + \frac{2}{9}$

Ví dụ 7

Tính các tích phân sau

a) $A = \int_{\frac{5}{e^4}}^e \frac{\sqrt{\ln x + 1}}{x \ln x} dx.$

b) $B = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x} + e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx$

c) $C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$

Lời giải:

THÔNG MATH

TOÁN THẦY THÔNG

Đáp số: $A = 1 - \ln 3 + \ln 5; B = \frac{26}{3}; C = \frac{2}{15}$

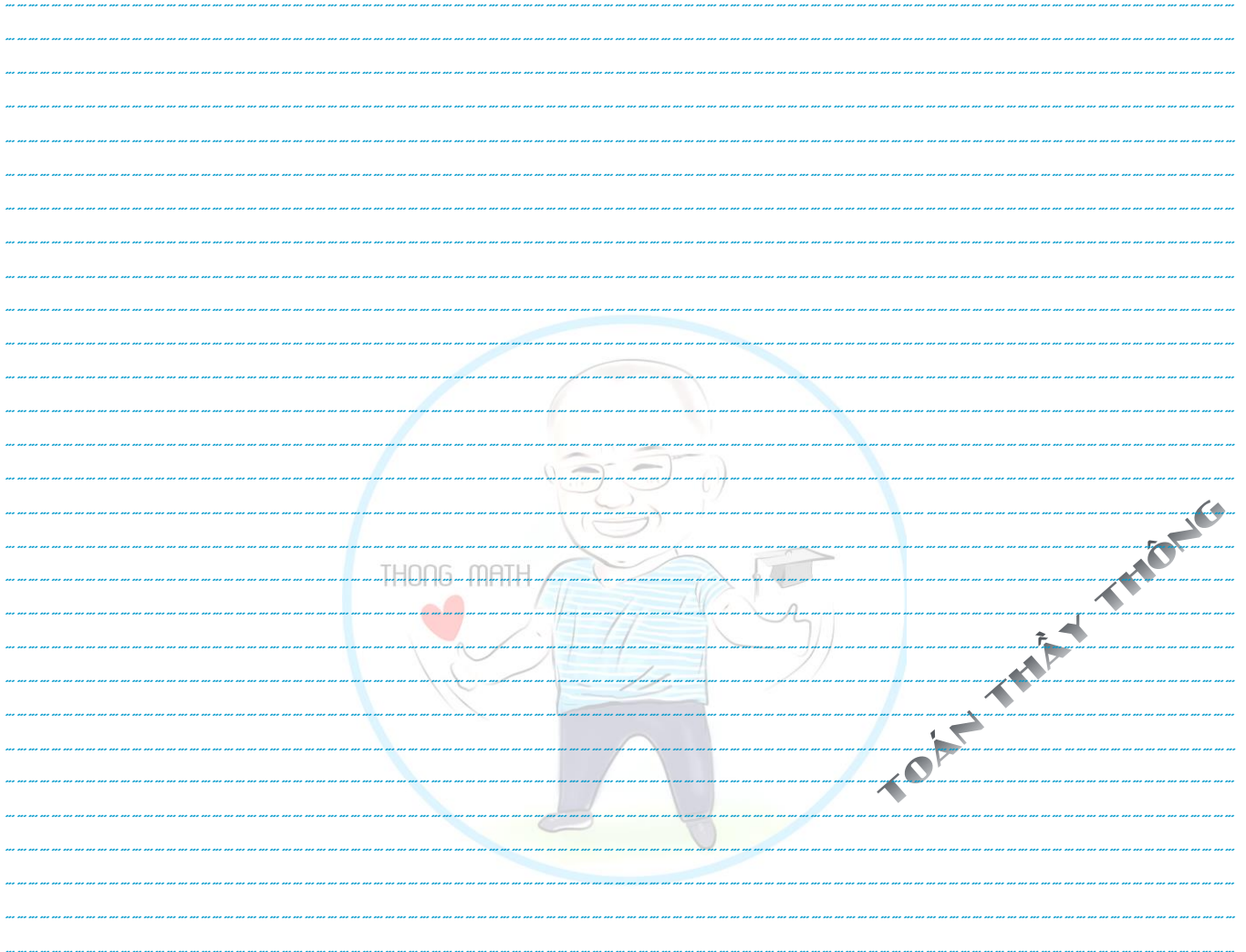


Ví dụ 8

Tính các tích phân sau:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad I &= \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx. & \text{b)} \quad K &= \int_1^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x+1}} dx. & \text{c)} \quad L &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx \\ \text{d)} \quad M &= \int_0^{\ln 2} e^x \cdot \sqrt{5 - e^x} \cdot dx. & \text{e)} \quad N &= \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx. & \text{f)} \quad P &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3 \cos x}} dx. \end{aligned}$$

Lời giải:



Đáp số: $I = \frac{4-2\sqrt{2}}{3}; K = \frac{76}{15}; L = \frac{14}{9}; M = \frac{16}{3} - 2\sqrt{3}; N = \frac{20}{3}; P = \frac{34}{27}$

Phương pháp đổi biến số dạng 3

Phương pháp lượng giác hóa

- **Bài toán tổng quát 1:** Tính tích phân $I = \int_a^b f(\sqrt{a^2 - x^2}) \cdot x^{2n} \cdot dx$, với $n \in \mathbb{Z}$.
- **Phương pháp:** Đặt $x = a \sin t$ hoặc $x = a \cos t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Mấu chốt việc đặt ẩn phụ này là xuất phát từ công thức $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$.

Thật vậy $\sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 t} = \sqrt{a^2(1 - \sin^2 t)} = a\sqrt{\cos^2 t} = a|\cos t|$, ta sẽ tương tự nếu đặt $x = a \cos t$. Mục đích chính của việc đặt ẩn này là giúp khai căn dễ dàng.

- **Bài toán tổng quát 2:** Tính tích phân $I = \int_a^b f(\sqrt{x^2 + a^2})^m \cdot x^{2n} \cdot dx$ với $n \in \mathbb{Z}$, $2 \leq m \in \mathbb{N}$.



- **Phương pháp:** đặt $x = a \tan t$ hoặc $x = a \cot t$. $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Có phép đặt ẩn phụ này là xuất phát từ công thức $\tan^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$ nên biểu thức:

$$\sqrt{x^2 + a^2} = \sqrt{a^2 \tan^2 t + a^2} = \sqrt{a^2 (\tan^2 t + 1)} = \sqrt{\frac{a^2}{\cos^2 t}} = \frac{a}{|\cos t|}.$$

Mục đích chính của việc đặt ẩn này là giúp khai căn dễ dàng.

Bài toán tổng quát 3: Tính tích phân $I = \int_a^b f(\sqrt{x^2 - a^2})^m \cdot x^{2n} \cdot dx$ với $n \in \mathbb{Z}$.

- **Phương pháp:** Đặt $x = \frac{a}{\cos t}$ hoặc $x = \frac{a}{\sin t}$, chẳng hạn đặt $x = \frac{a}{\cos t}$ thì biểu thức:

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{\frac{a^2}{\cos^2 t} - a^2} = a \sqrt{\frac{1 - \cos^2 t}{\cos^2 t}} = a \sqrt{\frac{\sin^2 t}{\cos^2 t}} = a \left| \frac{\sin t}{\cos t} \right| = a \tan t \text{ khi và chỉ khi } \sin t \text{ và } \cos t \text{ cùng dấu, nghĩa là } t$$

thuộc góc phần tư thứ nhất và thứ ba $\Rightarrow t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{\pi}{6}$.

Ví dụ 2

Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}} dx$

Lời giải:

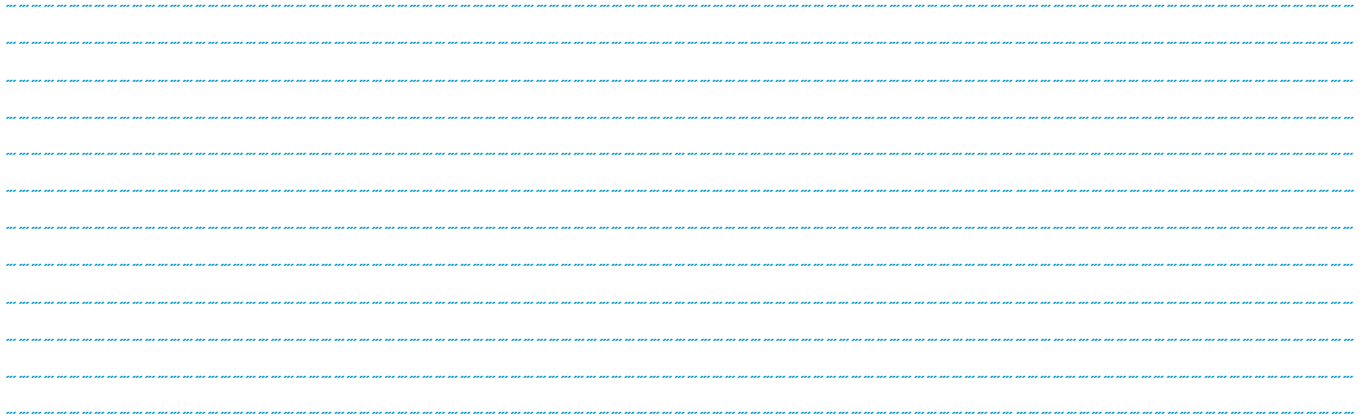
Đáp số: $I = \ln(1 + \sqrt{2})$.

Ví dụ 3

Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$

Lời giải:



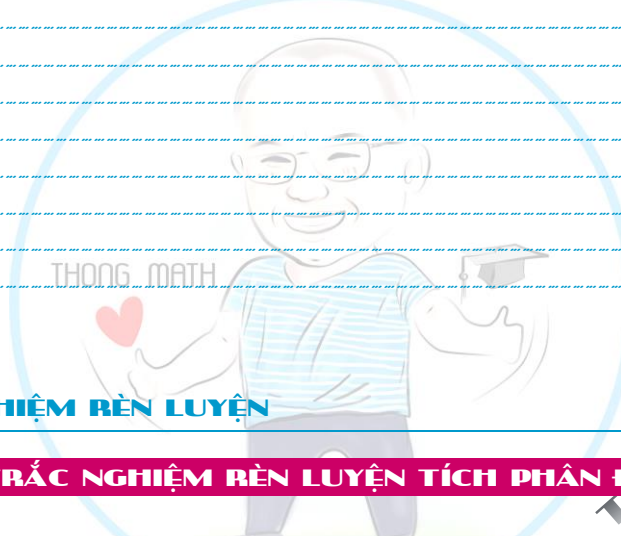


Đáp số: $I = 2\sqrt{2} + \frac{3}{2} \ln \frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

Ví dụ 4

Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2} dx$

Lời giải:



Đáp số: $I = \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}}{2}$

B - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN

PHIẾU BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN TÍCH PHÂN ĐỔI BIẾN SỐ – TMI

Câu 1: Tính $I = \int_a^b \frac{a - x^2}{(a + x^2)^2} dx$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

- Ⓐ. $I = \frac{2b}{a^2 + b^2}$
Ⓑ. $I = \frac{b}{a + b^2}$
Ⓒ. $I = \frac{(a-1)(b-1)}{(a+b^2)(a+1)}$
Ⓓ. $I = \frac{b}{a^2 + b}$

Lời giải:

Câu 2: Biết $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 1} dx = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2$.

- Ⓐ. 13
Ⓑ. 5
Ⓒ. 4
Ⓓ. 10

Lời giải:



Câu 3: Tích phân $\int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$ có giá trị bằng

- Ⓐ. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$.
- Ⓑ. $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$.
- Ⓒ. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$.
- Ⓓ. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

 **Lời giải:**

Câu 4: Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. $a - b = -c$
- Ⓑ. $a + b = c$
- Ⓒ. $a + b = 3c$
- Ⓓ. $a - b = -3c$

 **Lời giải:**

Câu 5: Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$ ta được kết quả $I = a \ln 3 + b \ln 5$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $S = a^2 + ab + 3b^2$ là

- Ⓐ. 0
- Ⓑ. 4
- Ⓒ. 1
- Ⓓ. 5

 **Lời giải:**

Câu 6: Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1} dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = 2a + b + c$.

- Ⓐ. $T = 4$
- Ⓑ. $T = 2$
- Ⓒ. $T = 1$
- Ⓓ. $T = 3$

 **Lời giải:**

Câu 7: Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- Ⓐ. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2 (x^2 - 1) dx$
- Ⓑ. $I = \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du$
- Ⓒ. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$

 **Lời giải:**



Ⓐ. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du$

Câu 8: Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với a, b, c là các số hữu tỷ, tính $P = a + 2b + c - 7$.

- Ⓐ. $-\frac{1}{9}$
 Ⓑ. $\frac{86}{27}$
 Ⓒ. -2
 Ⓓ. $\frac{67}{27}$

Lời giải:

Câu 9: Biết $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{5x^2 + 4}} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và phân thức $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

- Ⓐ. $T = 13$
 Ⓑ. $T = 26$
 Ⓒ. $T = 29$
 Ⓓ. $T = 34$

Lời giải:

Câu 10: Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a\ln 3 + b\ln 5 + c$ (với a, b, c là các số nguyên). Tính tổng $a + b + c$.

- Ⓐ. 2.
 Ⓑ. -1.
 Ⓒ. 3.
 Ⓓ. 1.

Lời giải:

Câu 11: Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$ và $t = \sqrt{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ. $I = \int_0^1 5t^2 dt$.
 Ⓑ. $I = \int_1^2 (t^2 - t) dt$.
 Ⓒ. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.
 Ⓓ. $I = \int_0^1 (2t^2 + 2t) dt$

Lời giải:

Câu 12: Cho $\int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx = a - \sqrt{b} + \ln \frac{c + \sqrt{d}}{e}$ với c nguyên dương và a, b, d, e là các số nguyên tố. Giá trị biểu thức $a + b + c + d + e$ bằng:

- Ⓐ. 10.
 Ⓑ. 14.
 Ⓒ. 24.
 Ⓓ. 17.

Lời giải:



Câu 13: Biết $\int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}} = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số thực. Tính $T = a^2 - 5ab + 24ac$.

- (A). -2.
(B). 3.
(C). 1.
(D). 4.

 **Lời giải:**

Câu 14: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

- (A). $I = -\frac{1}{4}\pi^4$
(B). $I = -\pi^4$
(C). $I = 0$
(D). $I = -\frac{1}{4}$

 **Lời giải:**

Câu 15: Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{1 + \sin x} dx = a + b\pi$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = 1 + a^3 + b^2$.

- (A). $P = 9$
(B). $P = 29$
(C). $P = 11$
(D). $P = -25$

 **Lời giải:**

Câu 16: Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A). $2a + b = 0$.
(B). $a - 2b = 0$.
(C). $2a - b = 0$.
(D). $a + 2b = 0$.

 **Lời giải:**

Câu 17: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $S = a + b + c$.

- (A). $S = 1$.
(B). $S = 4$.
(C). $S = 3$.
(D). $S = 3$.

 **Lời giải:**



Câu 18: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sqrt{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}} dx$ với $ab \neq 0$ và $a^2 \neq b^2$.	
Ⓐ. $I = \frac{1}{ a + b }$. Ⓑ. $I = \frac{2}{ a + b }$. Ⓒ. $I = \frac{2}{a + b}$. Ⓓ. $I = \frac{ab}{ a + b }$.	
Câu 19: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính: $I = F(e) - F(1)$?	
Ⓐ. $I = \frac{1}{2}$ Ⓑ. $I = \frac{1}{e}$ Ⓒ. $I = 1$ Ⓓ. $I = e$	
Câu 20: Biết $\int_1^2 \frac{(3x+1)dx}{3x^2 + x \ln x} = \ln\left(a + \frac{\ln b}{c}\right)$ với a, b, c là các số nguyên dương và $c \leq 4$. Tổng $a + b + c$ bằng	
Ⓐ. 7 Ⓑ. 6 Ⓒ. 8 Ⓓ. 9	
Câu 21: Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2 + x \ln x} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2 + ab$.	
Ⓐ. 10. Ⓑ. 8. Ⓒ. 12. Ⓓ. 6.	
Câu 22: Cho $\int_0^3 e^{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = a.e^2 + b.e + c$. Với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.	
Ⓐ. $S = 1$. Ⓑ. $S = 2$. Ⓒ. $S = 0$. Ⓓ. $S = 4$.	



	
Câu 23: Xét tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} x.e^{x^2} dx$. Sử dụng phương pháp đổi biến số với $u = x^2$, tích phân I được biến đổi thành dạng nào sau đây:	
Ⓐ. $I = 2 \int_1^2 e^u du$. Ⓑ. $I = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{2}} e^u du$. Ⓒ. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 e^u du$. Ⓓ. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} e^u du$.	.....
Câu 24: Cho số thực $a \neq 0$, đặt $b = \int_{-a}^a \frac{1}{(2a+x)e^x} dx$. Tính $I = \int_0^{2a} \frac{e^x}{3a-x} dx$ theo a, b.	
Ⓐ. $I = be^a$. Ⓑ. $I = \frac{b}{\sqrt{e^a}}$. Ⓒ. $I = \frac{b}{e^x}$. Ⓓ. $I = \frac{a}{\sqrt{e^b}}$.	.....
Câu 25: Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b}.e + c$ với a, c là các số nguyên, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b + c$.	
Ⓐ. 3 Ⓑ. 0 Ⓒ. 2 Ⓓ. -3	.....

— HẾT —



CHỦ ĐỀ 3- PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN từng phần

A- LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Định lí

Nếu $u = u(x), v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\int_a^b u(x).v'(x) dx = [u(x).v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x).v(x) dx \text{ hay } \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

2. Tính tích phân

$$I = \int_a^b P(x).Q(x) dx$$

Dạng 1: Nếu $P(x)$ là hàm đa thức, $Q(x)$ không phải là hàm logarit thì đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = Q(x) dx \end{cases}$.

Dạng 2: Nếu $P(x)$ là hàm Logarit, $Q(x)$ là hàm bất kì còn lại thì đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = Q(x) dx \end{cases}$.

Thông thường nên chú ý đặt u: "Nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ".

VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

$$\text{Tích phân } I = \int_0^1 (x+1)e^x dx.$$

Lời giải:

Đáp số: $I = e$.

Ví dụ 2

Biết $\int_1^e x \ln x dx = \frac{a+e^2}{b}$. Khi đó hãy tính giá trị của $a^2 + b^2$.

Lời giải:

Đáp số: $a^2 + b^2 = 17$.

Ví dụ 3

Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \cos x dx = \frac{\pi-a}{b}$. Khi đó hãy tính $a^2 - b^2$.

Lời giải:



Đáp số: $a^2 - b^2 = 12$.

Ví dụ 4

Biết $\int_0^a x \sin 2x dx = \frac{\pi}{4}$, $a \in (0; \pi)$. Khi đó giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: $a = \frac{\pi}{2}$.

Ví dụ 5

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(a - x) dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{\pi}{2} \cos a + \sin a - \cos a$.

MỘT SỐ TÍNH CHẤT ĐẶC BIỆT TRONG TÍCH PHÂN

Bổ đề 1

Cho hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kì T , ta có $\int_a^b f(x) dx = \int_{a+T}^{b+T} f(x) dx$.

Bổ đề 2

Cho hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kì T , ta có $\int_a^b f(x) dx = \int_0^T f(x) dx$ với $b - a = T$

Bổ đề 3

Cho hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ, ta có $I = \int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

Bổ đề 4

Cho hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn, ta có $I = \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

Bổ đề 5

Cho hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn, ta có $I = \int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^b f(x) dx$.



VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

$$\text{Tính tích phân } I = \int_{-2}^2 (x^3 + x) \sin^4 x dx.$$

Lời giải:

Đáp số: $I = 0$.

Ví dụ 2

$$\text{Tính } I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2018}}{4^x + 1} dx$$

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{2^{2019}}{2019}$

B · BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN

PHIẾU BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN – TMI

Câu 1: Tính $I = \int_1^2 xe^x dx$.

- (A).** $I = 3e^2 - 2e$.
(B). $I = e$.
(C). $I = -e^2$.
(D). $I = e^2$.

Lời giải:

Câu 2: Biết rằng $\int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A).** $a - b + c = 0$.
(B). $a + b + c = 1$.
(C). $2a + b + c = -1$.
(D). $a + 2b + c = 0$.

Lời giải:



Câu 3: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx$ bằng cách đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$
- Ⓑ. $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$
- Ⓒ. $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$
- Ⓓ. $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$

Lời giải:

Câu 4: Tích phân $I = \int_1^2 x^2 \ln x dx$ có giá trị bằng:

- Ⓐ. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$.
- Ⓑ. $24 \ln 2 - 7$.
- Ⓒ. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{3}$.
- Ⓓ. $8 \ln 2 - \frac{7}{3}$.

Lời giải:

Câu 5: Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + 3b + c$.

- Ⓐ. 4.
- Ⓑ. -6.
- Ⓒ. 6.
- Ⓓ. 5.

Lời giải:

Câu 6: Cho biết tích phân $\int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 + \frac{-7}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Ⓐ. $a = b$.
- Ⓑ. $a < b$.
- Ⓒ. $a > b$.
- Ⓓ. $a = b + 3$.

Lời giải:

Câu 7: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x \cos x dx$.

- Ⓐ. $I = 2$
- Ⓑ. $I = -2$
- Ⓒ. $I = 0$
- Ⓓ. $I = 1$

Lời giải:



Câu 8: Cho $\int_1^e (1 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. $a + b = c$
 Ⓑ. $a + b = -c$
 Ⓒ. $a - b = c$
 Ⓓ. $a - b = -c$

Lời giải:

Câu 9: Biết $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x} dx = m\pi + n \ln 2$ ($m, n \in \mathbb{R}$), hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2m + n$

- Ⓐ. $P = 1$
 Ⓑ. $P = 0,75$
 Ⓒ. $P = 0,25$
 Ⓓ. $P = 0$

Lời giải:

Câu 10: Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$ được biểu diễn dưới dạng $a\pi^2 + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$).

Khi đó tích $a.b$ bằng

- Ⓐ. 0
 Ⓑ. $-\frac{1}{32}$
 Ⓒ. $-\frac{1}{16}$
 Ⓓ. $-\frac{1}{64}$

Lời giải:

Câu 11: Tìm $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$.

- Ⓐ. $\frac{\pi}{4}$
 Ⓑ. $1 + \frac{\pi}{4}$
 Ⓒ. $\frac{\pi}{2}$
 Ⓓ. 0

Lời giải:

Câu 12: Tích phân $\int_0^{\pi} (3x + 2) \cos^2 x dx$ bằng

- Ⓐ. $\frac{3}{4}\pi^2 - \pi$
 Ⓑ. $\frac{3}{4}\pi^2 + \pi$
 Ⓒ. $\frac{1}{4}\pi^2 + \pi$
 Ⓓ. $\frac{1}{4}\pi^2 - \pi$

Lời giải:



Câu 13: Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ. $a + b = -c$
 Ⓑ. $a + b = c$
 Ⓒ. $a - b = c$
 Ⓓ. $a - b = -c$

Lời giải:

Câu 14: Biết $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x + 1)^2} dx = a(1 + \ln 3) - b \ln 2$, $(a, b \in \mathbb{Q})$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng

- Ⓐ. $a^2 + b^2 = \frac{7}{16}$
 Ⓑ. $a^2 + b^2 = \frac{16}{9}$
 Ⓒ. $a^2 + b^2 = \frac{25}{16}$
 Ⓓ. $a^2 + b^2 = \frac{3}{4}$

Lời giải:

Câu 15: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \ln(\tan x + 1) dx = a\pi + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $T = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - c$.

- Ⓐ. $T = 2$
 Ⓑ. $T = 4$
 Ⓒ. $T = 6$
 Ⓓ. $T = -4$

Lời giải:

Câu 16: Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = a\sqrt{e} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a.b$.

- Ⓐ. $P = 4$
 Ⓑ. $P = -8$
 Ⓒ. $P = -4$
 Ⓓ. $P = 8$

Lời giải:

Câu 17: Cho $I = \int_0^m (2x - 1)e^{2x} dx$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $I < m$ là khoảng $(a; b)$. Tính $P = a - 3b$.

- Ⓐ. $P = -3$
 Ⓑ. $P = -2$
 Ⓒ. $P = -4$
 Ⓓ. $P = -1$

Lời giải:



Câu 18: Cho số hữu tỷ dương m thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2m}} x \cdot \cos mx dx = \frac{\pi-2}{2}$. Hỏi số m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- Ⓐ. $\left(\frac{7}{4}; 2\right)$
 Ⓑ. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$
 Ⓒ. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$
 Ⓓ. $\left(\frac{5}{6}; \frac{8}{7}\right)$

 **Lời giải:**

Câu 19: Cho tích phân $I = \int_{\frac{1}{12}}^{12} \left(1 + x - \frac{1}{x}\right) \cdot e^{x + \frac{1}{x}} \cdot dx = \frac{a}{b} \cdot e^{\frac{c}{d}}$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và các phân số $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $bc - ad$.

- Ⓐ. 24.
 Ⓑ. $\frac{1}{6}$.
 Ⓒ. 12.
 Ⓓ. 1.

 **Lời giải:**

Câu 20: Cho các số thực a, b khác không. Xét hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$ với mọi x khác -1 . Biết

$f'(0) = -22$ và $\int_0^1 f(x) dx = 5$. Tính $a + b$

- Ⓐ. 19
 Ⓑ. 7
 Ⓒ. 8
 Ⓓ. 10

 **Lời giải:**

— HẾT —



CHỦ ĐỀ 4- TÍNH TÍCH PHÂN hàm ẩn

A- LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

Dạng 1. Tích phân sử dụng phương pháp đổi biến số

$$I = \int_a^b f(u(x))dx \rightarrow \int_c^d f(t)dt = \int_c^d f(x)dx$$

Chú ý:

$$\text{Tích phân không phụ thuộc vào biến số nên } I = \int_a^b f(u)du \rightarrow \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(x)dx.$$

Ví dụ 1

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^7 f(x)dx = 2$. Tính $I = \int_1^3 f(2x+1)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 1$.

Ví dụ 2

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x.f(x^2)dx = 2$, hãy tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 4$.

Ví dụ 3

Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x) \sin x \cos x dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{1}{2}$

Ví dụ 4

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx = 3$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 1$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

Lời giải:



Đáp số: $I = \int_0^1 f(x) dx = 4$.

Ví dụ 5

Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 7$; $f(-1) = 1$; $g(2) = 9$; $g(-1) = 3$.

Tính $I = \int_{-1}^2 \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[f(x) + g(x)]^2} dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{3}{16}$

Ví dụ 6

Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x).f'(x) = 3x^5 + 6x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 100$

Ví dụ 7

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $f(1)$.

Lời giải:

Đáp số: $f(1) = -\frac{2}{3}$.

Ví dụ 8

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x.f(x^2) dx = 2$, hãy tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.



Lời giải:

Đáp số: $I = 4$.

Ví dụ 9

Cho số dương a và hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(-x) = a, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_{-a}^a f(x) dx$.

Lời giải:

Đáp số: $\int_{-a}^a f(x) dx = a^2$.

Ví dụ 10

Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0; a]$ thỏa mãn $f(x) \cdot f(a - x) = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^a \frac{1}{1 + f(x)} dx$?

Lời giải:

Đáp số: $I = \frac{a}{2}$.

Ví dụ 11

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ và thỏa mãn các điều kiện $f(x) + 2 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \forall x \in \mathbb{R}^*$.
Tính $I = \int_{1/2}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

Lời giải:



Đáp số: $I = \frac{3}{2}$.

Dạng 2. Tích phân sử dụng phương pháp tích phân từng phần

$$I = \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

Ví dụ 1

Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên đoạn $[1; 2]$, biết $F(2) = 1$ và $\int_1^2 F(x) dx = 5$.

Tính $I = \int_1^2 (x-1)f(x) dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = -4$.

Ví dụ 2

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = -8$.

Ví dụ 3

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-2) = 1$, $\int_1^2 f(2x-4) dx = 1$.

Tính $I = \int_{-2}^0 xf'(x) dx$.

Lời giải:



Đáp số: $I = 0$.

Ví dụ 4

Cho $f(x) = \frac{\sin^{2017} x}{\sin^{2017} x + \cos^{2017} x}$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x) dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 1 - \frac{\pi}{4}$.

Dạng 3. Tích phân sử dụng tính chẵn lẻ

- ✓ Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-a; a]$. Khi đó $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.
- ✓ Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-a; a]$. Khi đó: $\int_{-a}^a \frac{f(x)}{b^x + 1} dx = \int_0^a f(x) dx$, với $b > 0$.
- ✓ Cho $f(x)$ là hàm số lẻ, liên tục trên đoạn $[-a; a]$. Khi đó: $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

Ví dụ 1

Biết hàm số $y = f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ là hàm số chẵn trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ và $f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin x + \cos x$.

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

Lời giải:

Đáp số: $I = 1$.

Ví dụ 2

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ, liên tục trên $[-4; 4]$, biết $\int_{-2}^0 f(-x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(-2x) dx = 4$.

Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

Lời giải:



Đáp số: $I = -6$.

Dạng 4. Tích phân chứa biểu thức dạng $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = h(x)$

✓ Nhân hai vế với $e^{\int p(x)dx}$ ta được :

$$f'(x) \cdot e^{\int p(x)dx} + p(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \cdot f(x) = h(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \Leftrightarrow \left[f(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \right]' = h(x) \cdot e^{\int p(x)dx}$$

✓ Suy ra $f(x) \cdot e^{\int p(x)dx} = \int e^{\int p(x)dx} \cdot h(x) dx$. Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$

Một số trường hợp đặc biệt

Dạng 1. Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)$.

Phương pháp:

- Dễ dàng thấy rằng $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'$
 - Do đó $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x)$
 - Suy ra $u(x)f(x) = \int h(x) dx$
- Từ đây ta tính được $f(x)$.

Dạng 2. Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức $f'(x) + f(x) = h(x)$.

Phương pháp:

- Nhân hai vế với e^x ta được $e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x)$
 - Suy ra $e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x) dx$
- Từ đây ta tính được $f(x)$

Dạng 3. Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức $f'(x) - f(x) = h(x)$.

Phương pháp:

- Nhân hai vế với e^{-x} ta được $e^{-x} \cdot f'(x) - e^{-x} \cdot f(x) = e^{-x} \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^{-x} \cdot f(x)]' = e^{-x} \cdot h(x)$
 - Suy ra $e^{-x} \cdot f(x) = \int e^{-x} \cdot h(x) dx$
- Từ đây ta tính được $f(x)$

B - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN

BÀI TẬP TÍCH PHÂN HÀM ẨN – TMI

DẠNG 1. Tích phân có sẵn dạng $f(u(x))$

Câu 1: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

(A) $I = 36$

(B) $I = 4$

(C) $I = 6$

(D) $I = 5$

Lưu ý:



Câu 2: Cho $\int_{-1}^5 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_{-1}^2 f(2x+1)dx$.

Ⓐ $I = 2$

Ⓑ $I = \frac{5}{2}$

Ⓒ $I = 4$

Ⓓ $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x)dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^2 [f(1-3x) + 9]dx$.

Ⓐ 27

Ⓑ 21

Ⓒ 15

Ⓓ 75

Lời giải:

DẠNG 2. Tích phân hàm ẩn sử dụng phương pháp đổi biến số

Câu 4: Cho $\int_1^2 f(x^2+1)xdx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x)dx$ bằng:

Ⓐ 2

Ⓑ 1

Ⓒ -1

Ⓓ 4.

Lời giải:

Câu 5: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x)dx = -2$, $\int_1^3 f(2x)dx = 10$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$

Ⓐ $I = 8$

Ⓑ $I = 6$

Ⓒ $I = 4$

Ⓓ $I = 2$

Lời giải:



Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx = 8$. Tích phân $I = \int_1^2 xf(x)dx$ bằng:

Ⓐ $I = 16$ Ⓑ $I = 2$ Ⓒ $I = 8$ Ⓓ $I = 4$

Lời giải:

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = 4$ và $\int_0^{\pi/2} f(\sin x)\cos xdx = 2$. Tích phân $I = \int_0^3 f(x)dx$ bằng

Ⓐ $I = 2$. Ⓑ $I = 6$. Ⓒ $I = 4$. Ⓓ $I = 10$.

Lời giải:

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot f(\sin^2 x)dx = \int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{x}dx = 1$. Tính tích phân $\int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{f(4x)}{x}dx$.

Ⓐ $I = 3$ Ⓑ $I = \frac{3}{2}$ Ⓒ $I = 2$ Ⓓ $I = \frac{5}{2}$

Lời giải:



Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^{2018} f(x)dx = 2$. Khi đó tích phân $\int_0^{\sqrt{e^{2018}-1}} \frac{x}{x^2+1} f(\ln(x^2+1))dx$ bằng

Ⓐ 4 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3

Lời giải:

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)dx = 1$. Giá trị của tích phân $I = \int_1^2 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ $I = 5$. Ⓑ $I = 3$. Ⓒ $I = 8$. Ⓓ $I = 2$.

Lời giải:

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, đồng biến trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f(x^2 + 3x + 1) = x + 2$. Tính $I = \int_1^5 f(x)dx$.

Ⓐ $\frac{527}{3}$. Ⓑ $\frac{61}{6}$. Ⓒ $\frac{464}{3}$. Ⓓ $\frac{2}{15}$.

Lời giải:



Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(x) - 8x^3 \cdot f(x^4) + \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0$. Tích phân

$I = \int_0^1 f(x)dx$ có kết quả dạng $\frac{a - b\sqrt{2}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

Ⓐ $T = 6$.

Ⓑ $T = -4$.

Ⓒ $T = 4$.

Ⓓ $T = -10$.

Lời giải:

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $3f'(x) + 2f^2(x) = 0$. Tính $f(1)$ biết $f(0) = 1$.

Ⓐ $\frac{1}{5}$.

Ⓑ $\frac{2}{5}$.

Ⓒ $\frac{3}{5}$.

Ⓓ $\frac{4}{5}$.

Lời giải:

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f^2(x) \cdot f'(x) dx$.

Ⓐ $\frac{2}{3}$

Ⓑ 2

Ⓒ $-\frac{2}{3}$

Ⓓ -2

Lời giải:

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$

Ⓐ $f^2(2) = \frac{313}{15}$

Ⓑ $f^2(2) = \frac{332}{15}$

Ⓒ $f^2(2) = \frac{324}{15}$

Ⓓ $f^2(2) = \frac{323}{15}$.

Lời giải:



DẠNG 3. Tích phân hàm ẩn sử dụng phương pháp tích phân từng phần

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x.f(x)dx = f(0) = 1$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f'(x)dx$.

Ⓐ $I = 1$. Ⓑ $I = 0$. Ⓒ $I = 2$. Ⓓ -2 .

Lời giải:

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $\int_1^2 (x-1)f'(x)dx = a$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$ theo a và $b = f(2)$.

Ⓐ $a - b$ Ⓑ $b - a$ Ⓒ $a + b$ Ⓓ $-b - a$.

Lời giải:

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0) = 6, \int_0^1 (2x-2).f'(x)dx = 6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$.

Ⓐ -3 Ⓑ -9 Ⓒ 3 Ⓓ 6

Lời giải:



Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $\int_0^1 x[f'(x)-2]dx = f(1)$. Giá trị của

$$I = \int_0^1 f(x)dx \text{ bằng}$$

Ⓐ -2

Ⓑ 2

Ⓒ -1

Ⓓ 1

Lời giải:

Câu 20: Xét hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f(1)=1$ và $f(2)=4$. Tính

$$J = \int_1^2 \left(\frac{f'(x)+2}{x} - \frac{f(x)+1}{x^2} \right) dx.$$

Ⓐ $J=1+\ln 4$

Ⓑ $J=4-\ln 2$

Ⓒ $J=\ln 2 - \frac{1}{2}$

Ⓓ $J=\frac{1}{2} + \ln 4$

Lời giải:

Câu 21: Cho $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R , có $f(2)=1$ và $\int_0^2 f(x).dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 x.f'(2x)dx$ bằng

Ⓐ 1

Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $-\frac{1}{4}$

Ⓓ $\frac{5}{4}$

Lời giải:



Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = -2$; $\int_0^2 f(x)dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x})dx$.

Ⓐ $I = -10$

Ⓑ $I = -5$

Ⓒ $I = 0$

Ⓓ $I = -18$

Lời giải:

Câu 23: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^1 f(2x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng.

Ⓐ 30

Ⓑ 28

Ⓒ 36

Ⓓ 16

Lời giải:

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_2^5 f(x)dx = 4$, $f(5) = 3$, $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 x^3 f'(x^2 + 1)dx$

Ⓐ 3

Ⓑ 4

Ⓒ 1

Ⓓ 6

Lời giải:

DẠNG 4. Tích phân hàm ẩn sử dụng phương pháp đổi biến số đặc biệt

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(3-x) + f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x$. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x)dx$ bằng

Ⓐ $-\frac{1}{3}$

Ⓑ $-\frac{1}{18}$

Ⓒ $-\frac{2}{15}$

Ⓓ $-\frac{5}{36}$

Lời giải:



Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx.$$

A $I = -6$

B $I = 0$

C $I = -2$

D $I = 6$

Lời giải:

Câu 27: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A $\frac{\pi}{4}$

B $\frac{\pi}{6}$

C $\frac{\pi}{20}$

D $\frac{\pi}{16}$

Lời giải:

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $f(4-x) = f(x), \forall x \in [1;3]$ và $\int_1^3 xf(x) dx = -2$.

Giá trị $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A 2

B -1

C -2

D 1

Lời giải:



Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và với $\forall x \in [0; 2018]$ ta có $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(2018 - x) = 1$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^{2018} \frac{1}{1 + f(x)} dx$ là

Ⓐ 2018 Ⓑ 0 Ⓒ 1009 Ⓓ 4016

Lời giải:

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $2 \cdot f(3x) + 3 \cdot f\left(\frac{2}{x}\right) = -\frac{15x}{2}$, $\int_3^9 f(x) dx = k$. Tính $I = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ theo k .

- Ⓐ $I = -\frac{45+k}{9}$ Ⓑ $I = \frac{45-k}{9}$ Ⓒ $I = \frac{45+k}{9}$ Ⓓ $I = \frac{45-2k}{9}$

Lời giải:

DẠNG 5. Tích phân hàm chẵn lẻ

Câu 31: Cho $f(x)$ là một hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^1 f(2x) dx$

- Ⓐ $\int_0^1 f(2x) dx = 2$ Ⓑ $\int_0^1 f(2x) dx = 4$ Ⓒ $\int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2}$ Ⓓ $\int_0^1 f(2x) dx = 1$

Lời giải:



Câu 32: Cho hàm số chẵn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1+2^x} dx = 8$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

- Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 8. Ⓓ 16.

Lời giải:

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ và số thực a dương thỏa $\int_0^a f(x) dx = 3$. Tính

$$I = \int_{-a}^a (f(x) - x) dx.$$

- Ⓐ $I = 3$. Ⓑ $I = 6$. Ⓒ $I = 0$. Ⓓ $I = 9$.

Lời giải:

Câu 34: Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và $\int_1^3 f(-2x) dx = 3$.

Tính $\int_{-1}^6 f(x) dx$.

- Ⓐ $I = 11$ Ⓑ $I = 5$ Ⓒ $I = 2$ Ⓓ $I = 14$

Lời giải:



- Câu 35:** Cho hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 2018$ và $g(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g(x) + g(-x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x).g(x)dx$.
- Ⓐ $I = 2018$ Ⓑ $I = \frac{1009}{2}$ Ⓒ $I = 4036$ Ⓓ $I = 1008$

Lời giải:

- Câu 36:** Chọn Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-1}^{-1} f(|2x|)dx$.
- Ⓐ $I = 0$. Ⓑ $I = \frac{3}{2}$. Ⓒ $I = 3$. Ⓓ $I = 6$.

Lời giải:

- Câu 37:** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x)dx = 4, \int_0^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x+1|)dx$.
- Ⓐ $I = 3$. Ⓑ $I = 5$. Ⓒ $I = 6$. Ⓓ $I = 4$.

Lời giải:

Dạng 6. Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức $f'(x) + p(x).f(x) = h(x)$

- Câu 38:** Cho hàm số $y = f(x)$. Có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = e$ và $(x+2)f(x) = xf'(x) - x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(2)$.
- Ⓐ $4e^2 - 4e + 4$. Ⓑ $4e^2 - 2e + 1$. Ⓒ $2e^3 - 2e + 2$. Ⓓ $4e^2 + 4e - 4$.

Lời giải:



Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại mọi $x \in (0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện:

$$f(x) = x(\sin x + f'(x)) + \cos x \text{ và } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \sin x dx = -4 \text{ Khi đó, } f(\pi) \text{ nằm trong khoảng nào?}$$

A (6; 7).

B (5; 6).

C (12; 13).

D (11; 12).

Lời giải:

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot [f(x)]^{2018} = x \cdot e^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Hỏi phương trình

$$f(x) = -\frac{1}{e} \text{ có bao nhiêu nghiệm?}$$

A 0

B 1

C 3

D 2

Lời giải:

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn: $x^2 f^2(x) + (2x - 1)f(x) = x \cdot f'(x) - 1$

$$\text{với đồng thời } f(1) = 2. \text{ Tính } \int_1^4 f(x) dx.$$

A $-2\ln 2 - \frac{1}{4}$

B $-2\ln 2 - \frac{3}{4}$

C $-\ln 2 - \frac{3}{4}$

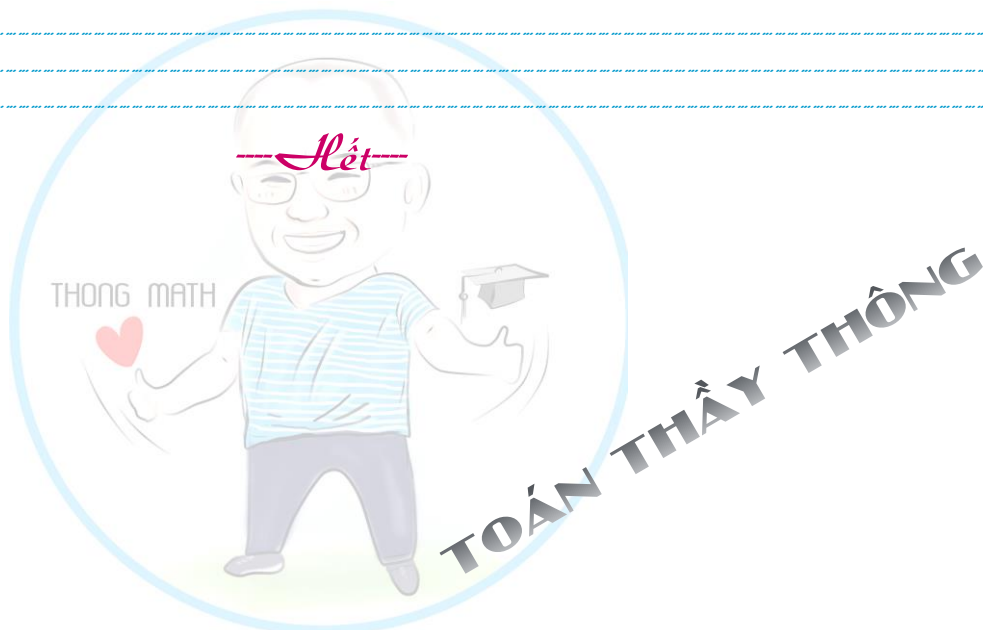
D $-\ln 2 - \frac{1}{4}$

Lời giải:



- Câu 42:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0;1)$ và $f(x) \neq 0, \forall x \in (0;1)$. Biết rằng $f\left(\frac{1}{2}\right) = a$, $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = b$ và $x + xf'(x) = 2f(x) - 4, \forall x \in (0;1)$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^2 x \cdot \cos x + 2 \sin 2x}{f^2(\sin x)} dx$ theo a và b .
- A** $I = \frac{3a+b}{4ab}$
B $I = \frac{3b+a}{4ab}$
C $I = \frac{3b-a}{4ab}$
D $I = \frac{3a-b}{4ab}$.

Lời giải:





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG III

Lớp toàn thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

CHƯƠNG III. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 3: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

CHUYÊN ĐỀ 1: TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

A: KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Cần biết

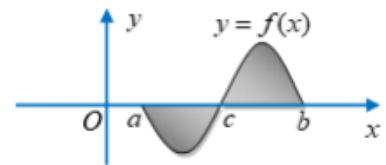
Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ có các nghiệm là $a < x_1 < x_2 < \dots < x_n < b$ thì:

$$\int_a^b |f(x)| dx = \int_a^{x_1} |f(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^b |f(x)| dx = \left| \int_a^{x_1} f(x) dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b f(x) dx \right|.$$

1. Dạng 1. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục $Ox (y = 0)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$.

Diện tích hình phẳng cần tính có công thức là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$



Chú ý:

1) Để phá bỏ dấu giá trị tuyệt đối ta thường làm như sau:

- ✓ Giải phương trình: $f(x) = 0$ tìm nghiệm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a; b)$ với $(x_1 < x_2 < \dots < x_n)$.
- ✓ Tính: $S = \int_a^{x_1} |f(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^b |f(x)| dx = \left| \int_a^{x_1} f(x) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b f(x) dx \right|.$

Ngoài cách trên, ta có thể dựa vào đồ thị hoặc dùng máy tính **CasiO** để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

- ✓ Nếu phần đồ thị nằm trên trục hoành thì $|f(x)| = f(x)$.
- ✓ Nếu phần đồ thị nằm dưới trục hoành thì $|f(x)| = -f(x)$.

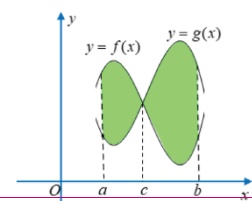
2) Trong nhiều trường hợp, bài toán yêu cầu tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C_1): y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó, ta có công thức tính như sau: $S = \int_{x_1}^{x_n} |f(x)| dx$.

Trong đó: x_1, x_n tương ứng là nghiệm nhỏ nhất, lớn nhất của phương trình: $f(x) = 0$.

2. Dạng 2. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$.

Diện tích hình phẳng cần tính có công thức là: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx - \int_c^b [f(x) - g(x)] dx$$



Chú ý:

1) Để phá bỏ dấu giá trị tuyệt đối ta thường làm như sau:

✓ Giải phương trình: $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a; b)$ với $(x_1 < x_2 < \dots < x_n)$.

✓ Tính: $S = \int_a^{x_1} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^b |f(x) - g(x)| dx$
 $= \left| \int_a^{x_1} (f(x) - g(x)) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b (f(x) - g(x)) dx \right|.$

Ngoài cách trên, ta có thể dựa vào đồ thị để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

✓ Nếu phần đồ thị $f(x)$ nằm trên phần đồ thị $g(x)$ thì $|f(x) - g(x)| = f(x) - g(x)$.

✓ Nếu phần đồ thị $f(x)$ nằm dưới phần đồ thị $g(x)$ thì $|f(x) - g(x)| = -[f(x) - g(x)]$

2) Trong nhiều trường hợp, bài toán yêu cầu tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1): y = f(x)$,

$(C_2): y = g(x)$. Khi đó, ta có công thức tính như sau: $S = \int_{x_1}^{x_n} |f(x) - g(x)| dx$.

Trong đó: x_1, x_n tương ứng là nghiệm nhỏ nhất, lớn nhất của phương trình: $f(x) = g(x)$.

Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $x = g(y)$, trục $Oy (x = 0)$ và các đường thẳng $y = a, y = b$ là

$$S = \int_a^b |g(y)| dy.$$

B: MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1

Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$

Lời giải:

Đáp số: $S = \frac{15}{4}.$

Ví dụ 2

Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$.

Lời giải:

Đáp số: $S = 2.$

Ví dụ 3

Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $x = y^2 - y - 2$, trục tung và hai đường thẳng $y = 1, y = 3$.

Lời giải:

Đáp số: $S = 3.$



Ví dụ 4

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x$ và $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải:

Đáp số: $S = \frac{1}{6}$.

Ví dụ 5

Tính tích diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số $y = 3^x$, $y = 4 - x$ và trục tung.

Lời giải:

Đáp số: $S = \frac{7}{2} - \frac{2}{\ln 3}$.

Ví dụ 6

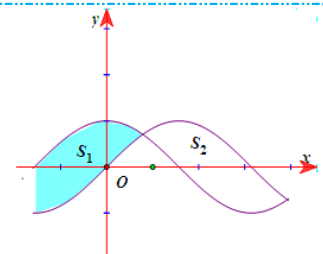
Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = x^3 - 3x + 2$, $x = -1$ và tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -2$.

Lời giải:

Đáp số: $S = \frac{425}{4}$.

Ví dụ 7

Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ và S_1 , S_2 là diện tích của các phần được gạch chéo như hình vẽ. Tính $S_1^2 + S_2^2$?



Lời giải:

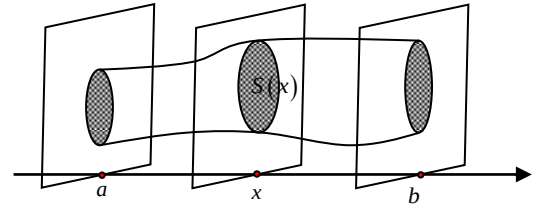


CHUYÊN ĐỀ 2: TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY

A: KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Dạng 1. Thể tích của vật thể: Một vật thể V được giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = a, x = b$ ($a \leq b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của V , vuông góc với trục Ox tại $x \in [a; b]$ (hình vẽ).

Thể tích V cho bởi công thức: $V = \int_a^b S(x) dx$,
(với $S(x)$ không âm và liên tục trên đoạn $[a; b]$)



Chú ý:

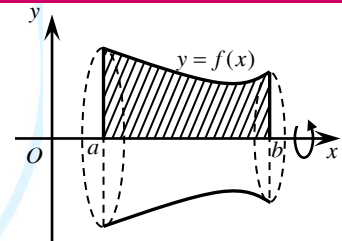
Diện tích một số mặt quen thuộc hay gặp.

- ✓ Tam giác đều cạnh x có diện tích $S(x) = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$.
- ✓ Hình vuông cạnh x có diện tích $S(x) = x^2$.
- ✓ Hình chữ nhật có hai cạnh a và b có diện tích $S = a.b$.
- ✓ Hình tròn có bán kính R có diện tích $S(x) = \pi R^2$.

2. Dạng 2. Thể tích khối tròn xoay: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh Ox , ta được khối tròn xoay (hình vẽ bên).

Thể tích V của khối tròn xoay là:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$



Chú ý:

- ✓ Nếu đổi vai trò của x cho y ta được: $V_y = \pi \int_a^b [g(y)]^2 dy$

3. Dạng 3. Thể tích khối tròn xoay: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh Ox , ta được khối tròn xoay (V).

Thể tích V của khối tròn xoay là:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 - [g(x)]^2 dx$$

Chú ý:

- ✓ Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường

$x = g(y), y = a, y = b, Oy$ quanh trục Oy được tính theo công thức: $V = \pi \int_a^b g^2(y) dy$.

Nhận xét: Trong quá trình làm bài toán thể tích vật thể tròn xoay Dạng 2, Dạng 3 thì phương pháp tìm cận phụ như đã làm trong bài toán tính diện tích hình phẳng là xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong.

B: MỘT SỐ VÍ DỤ



Ví dụ 1

Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \sqrt{3}$, biết thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \sqrt{3}$) là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{1+x^2}$.

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{7}{3}$ (đvtt).

Ví dụ 2

Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 1$, biết thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một đường tròn có độ dài bán kính $R = x\sqrt{x+1}$.

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{7\pi}{12}$ (đvtt).

Ví dụ 3

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0; x = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{4}{3}\pi$.

Ví dụ 4

Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành.

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{729\pi}{35}$.

Ví dụ 5

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0; x = \pi$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

Lời giải:

Đáp số: $V = 2\pi(\pi + 1)$.

Ví dụ 6

Cho hình phẳng (D) có giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

Lời giải:

Đáp số: $V = \pi\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$.

Ví dụ 7

Cho hình phẳng (H) có giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{\ln x}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$ và $x = k$ ($k > 1$). Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox . Biết rằng $V_k = \pi$. Tìm k .

Lời giải:

Đáp số: $k = e$.

Ví dụ 8

Tính thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = (1 - x^2)$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$ khi quay quanh trục Ox

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{46}{15}\pi$.

Ví dụ 9

Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành.

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{6\pi}{5}$.

Ví dụ 10

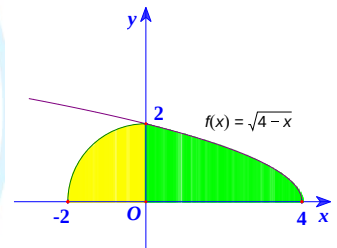
Tính thể tích khối tròn xoay khi ta quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0$ quanh trục Oy .

Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{32\pi}{15}$.

Ví dụ 11

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4 - x}$ và trục hoành (miền tô đậm như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

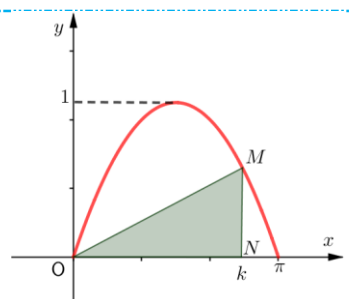


Lời giải:

Đáp số: $V = \frac{40\pi}{3}$.

Ví dụ 12

Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\sin x}$, hai trục tọa độ và $x = \pi$, quay quanh trục hoành. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \pi$) cắt đồ thị hàm số tại điểm M và trục hoành tại điểm N (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMN quanh trục Ox . Biết rằng $V = \frac{12}{k} V_1$, tìm giá trị của k .



Lời giải:

.....

Đáp số: $k = \frac{\pi}{6}$.

C: BÀI TẬP RÈN LUYỆN



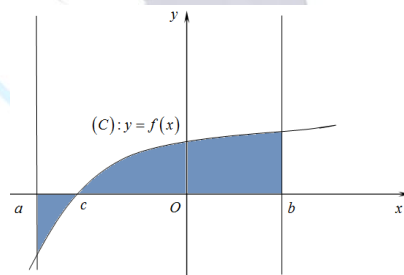
ÔN THI THIPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 - CHƯƠNG I

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN ĐỀ ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 1: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức:



Ⓐ $S = \int_a^b f(x)dx$.

Ⓑ $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Ⓒ $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$.

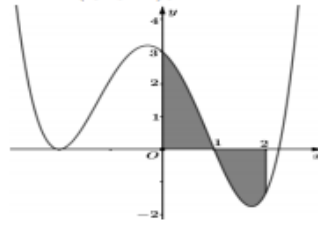
Ⓓ $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Lời giải:

.....



Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ bên.



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ (phần tô đen) là

- Ⓐ $S = \int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$. Ⓑ $S = \left| \int_0^2 f(x)dx \right|$.
 Ⓒ $S = -\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$. Ⓓ $S = \int_0^2 f(x)dx$.

Lời giải:

Câu 3: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$ có công thức tính là

- Ⓐ $S = \int_{-2}^3 xe^x dx$. Ⓑ $S = \int_{-2}^3 |xe^x| dx$. Ⓒ $S = \left| \int_{-2}^3 xe^x dx \right|$. Ⓓ $S = \pi \int_{-2}^3 xe^x dx$.

Lời giải:

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

- Ⓐ 3. Ⓑ $\frac{23}{3}$. Ⓒ $\frac{25}{3}$. Ⓓ $\frac{32}{3}$.

Lời giải:

Câu 5: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox , các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là

Ⓐ $S = \frac{7}{3}$.

Ⓑ $S = \frac{8}{3}$.

Ⓒ $S = 7$.

Ⓓ $S = 8$.

Lời giải:

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \pi$ bằng

Ⓐ 3.

Ⓑ 2.

Ⓒ 4.

Ⓓ 1.

Lời giải:

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + 4x$ là

Ⓐ 34.

Ⓑ 18.

Ⓒ 17.

Ⓓ 9

Lời giải:

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Xác định mệnh đề đúng

Ⓐ $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

Ⓑ $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.

Ⓒ $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx$.

Ⓓ $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx$.

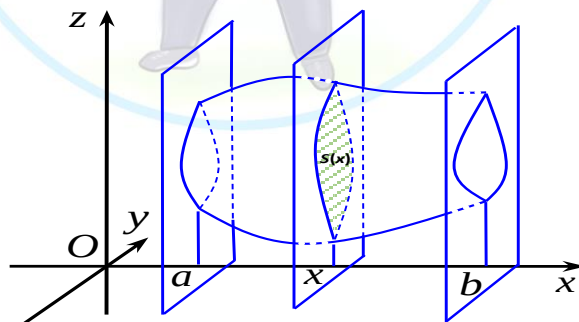
Lời giải:

Câu 9: Cắt một vật thể $\mathcal{G}$ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$) cắt $\mathcal{G}$ theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó phần vật thể $\mathcal{G}$ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) có thể tích bằng

- Ⓐ $V = \int_a^b S^2(x) dx$. Ⓑ $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. Ⓒ $V = \int_a^b S(x) dx$. Ⓓ $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$.

Lời giải:

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x , ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của thể tích đó được tính theo công thức



- Ⓐ $V = \int_a^b S^2(x) dx$. Ⓑ $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$. Ⓒ $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. Ⓓ $V = \int_a^b S(x) dx$.

Lời giải:

Câu 11: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

Ⓐ $V = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

Ⓑ $V = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3|^2 dx$.

Ⓒ $V = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx$.

Ⓓ $V = \pi \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

Lời giải:

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) quay quanh trục Ox .

Ⓐ $\frac{\pi}{3}$.

Ⓑ $\frac{\pi}{2}$.

Ⓒ π .

Ⓓ $\sqrt{\pi}$.

Lời giải:

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

Ⓐ $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Ⓑ $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$.

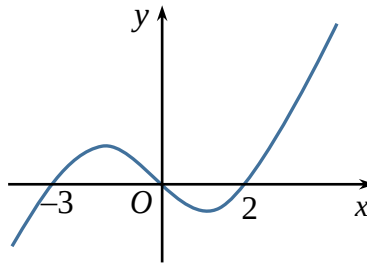
Ⓒ $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Ⓓ $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải:

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.





Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên với trục hoành là:

Ⓐ $S = \int_{-3}^2 f(x) dx$.

Ⓑ $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$.

Ⓒ $S = \int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

Ⓓ $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

Lời giải:

Câu 15: Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành, $x = 1$ và $x = 2$ là:

Ⓐ $S = \frac{31}{4}$.

Ⓑ $S = \frac{49}{4}$.

Ⓒ $S = \frac{21}{4}$.

Ⓓ $S = \frac{39}{4}$.

Lời giải:

Câu 16: Diện tích (S) của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$, đường thẳng $x = 2$, trục tung và trục hoành là

Ⓐ $S = \frac{9}{2}$.

Ⓑ $S = 4$.

Ⓒ $S = 2$.

Ⓓ $S = \frac{7}{2}$.

Lời giải:

Câu 17: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$ là

A $S = 22$. **B** $S = 36$. **C** $S = 44$. **D** $S = 8$.

Lời giải:

Câu 18: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$; $y = x^2$; $y = 1$ trên miền $x \geq 0$; $y \geq 1$ bằng

A $\frac{27}{4}$. **B** $\frac{11}{12}$. **C** $\frac{5}{12}$. **D** $\frac{7}{12}$.

Lời giải:

Câu 19: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ là

A $S = \frac{9}{4}$. **B** $S = \frac{4}{3}$. **C** $S = \frac{7}{3}$. **D** $S = \frac{37}{12}$.

Lời giải:

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$ và $y = x^5$ bằng

A 0. **B** 4. **C** $\frac{1}{6}$. **D** 2.

Lời giải:



Câu 21: Gọi S là diện tích hình phẳng bởi giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $y = x - 1$ và các đường thẳng $x = m$, $x = 2m$ ($m > 1$). Giá trị của m sao cho $S = \ln 3$ là

- Ⓐ $m = 5$. Ⓑ $m = 4$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 3$

Lời giải:

Câu 22: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$ và hai đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.

- Ⓐ $S = 27$. Ⓑ $S = \frac{269}{27}$. Ⓒ $S = 9$. Ⓓ $S = \frac{256}{27}$.

Lời giải:

Câu 23: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$ là

- Ⓐ $S = \frac{16}{3}$. Ⓑ $S = \frac{10}{3}$. Ⓒ $S = 2$. Ⓓ $S = \frac{17}{2}$.

Lời giải:

Câu 24: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(P): y = x^2 - 4x + 5$ và các tiếp tuyến của (P) tại $A(1;2)$ và $B(4;5)$.

Ⓐ $\frac{9}{4}$.

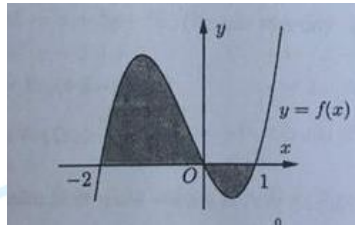
Ⓑ $\frac{4}{9}$.

Ⓒ $\frac{9}{8}$.

Ⓓ $\frac{5}{2}$.

Lời giải:

Câu 25: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là



Ⓐ $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$.

Ⓑ $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$.

Ⓒ $S = \int_0^1 f(x)dx - \int_{-2}^0 f(x)dx$.

Ⓓ $\left| \int_{-2}^1 f(x)dx \right|$.

Lời giải:

Câu 26: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{3}$. Cắt phần vật thể

B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}\right)$ ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\cos x$. Thể tích vật thể B bằng:

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}\pi + 3}{6}$.

Ⓑ $\frac{\sqrt{3}\pi - 3}{3}$.

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}\pi - 3}{6}$.

Ⓓ $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.

Lời giải:



Câu 27: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

Ⓐ $\frac{16\pi}{3}$.

Ⓑ $\frac{16}{3}$.

Ⓒ π .

Ⓓ $\frac{8}{3}$.

Lời giải:

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

Ⓐ $V = \pi(e-2)$.

Ⓑ $V = e-2$.

Ⓒ $V = \frac{9\pi}{4}$.

Ⓓ $V = \pi^2 e$.

Lời giải:

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ xung quanh trục Ox là

Ⓐ $V = 2\pi$.

Ⓑ $V = 2\pi^2$.

Ⓒ $V = \frac{\pi}{2}$.

Ⓓ $V = \frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải:

Câu 30: Cho hình phẳng giới hạn bằng các đường $y = \sqrt{x} - 1$, $y = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành là

Ⓐ $V = \frac{2\pi}{3}$.

Ⓑ $V = \frac{7\pi}{6}$.

Ⓒ $V = \frac{5\pi}{6}$.

Ⓓ $V = \frac{7}{6}$.



Lời giải:

Câu 31: Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành quanh trục hoành là

Ⓐ $\frac{\pi}{5}$.

Ⓑ $\frac{\pi}{3}$.

Ⓒ $\frac{\pi}{30}$.

Ⓓ $\frac{\pi}{15}$.

Lời giải:

Câu 32: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = 1 - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox là $V = \frac{a\pi}{b}$ với a , b là số nguyên. Khi đó $a + b$ bằng

Ⓐ 11.

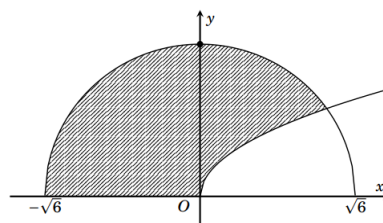
Ⓑ 17.

Ⓒ 31.

Ⓓ 25.

Lời giải:

Câu 33: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{6 - x^2}$ ($-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$) và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox .



Ⓐ $V = 8\pi\sqrt{6} - 2\pi$.

Ⓑ $V = 8\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.

Ⓒ $V = 8\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}$.

Ⓓ $V = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.



Lời giải:

Câu 34: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

Ⓐ $\frac{64\pi}{15}$.

Ⓑ $\frac{16\pi}{15}$.

Ⓒ $\frac{20\pi}{3}$.

Ⓓ $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải:

Câu 35: Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

Ⓐ $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.

Ⓑ $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

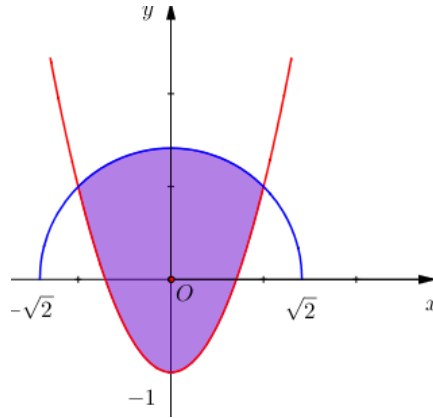
Ⓒ $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$.

Ⓓ $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Lời giải:

Câu 36: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ (với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$) (phần tô đậm trong hình vẽ).

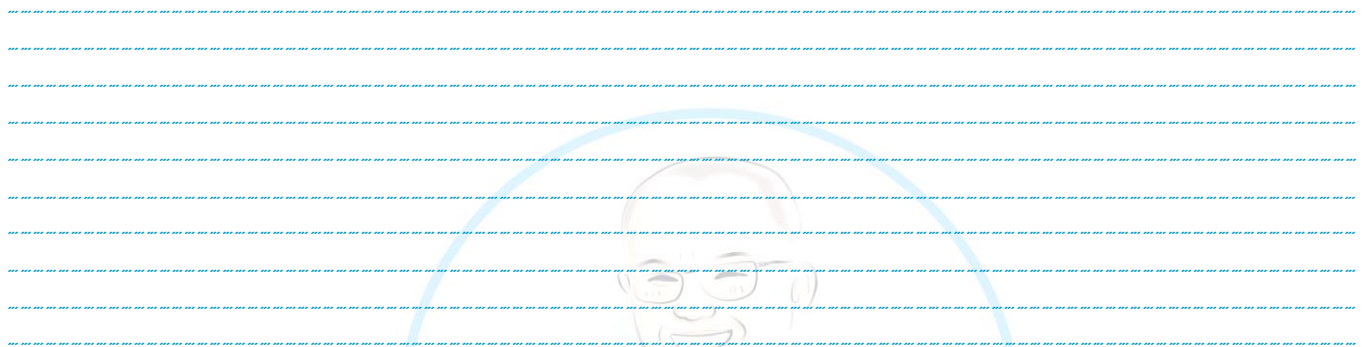




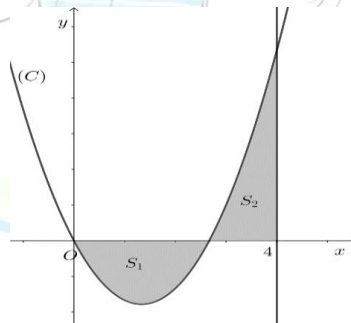
Diện tích của (H) bằng

- Ⓐ $\frac{3\pi - 2}{6}$. Ⓑ $\frac{3\pi + 10}{3}$. Ⓒ $\frac{3\pi + 2}{6}$. Ⓓ $\frac{3\pi + 10}{6}$.

Lời giải:

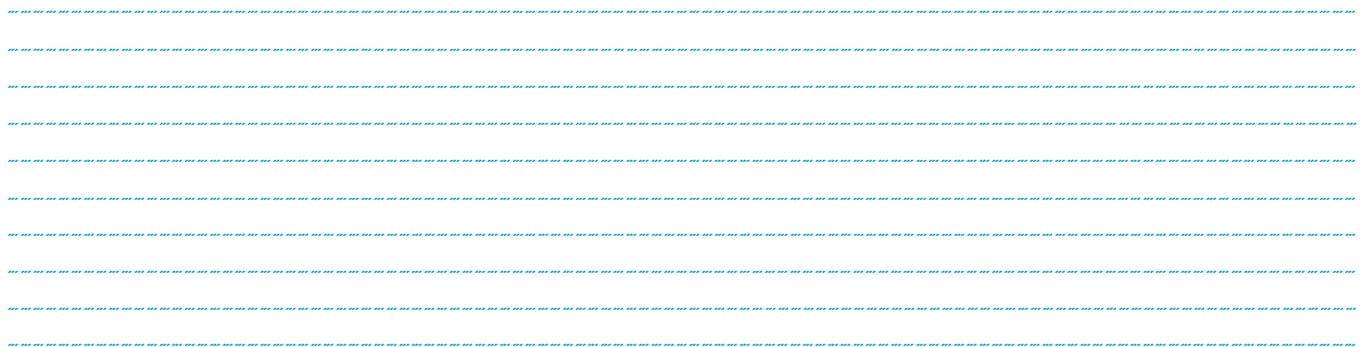


Câu 37: Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C) . Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



- Ⓐ $m = 3$. Ⓑ $m = \frac{10}{3}$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = \frac{8}{3}$.

Lời giải:



Câu 38: Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AB .



A $\frac{3}{2}$.

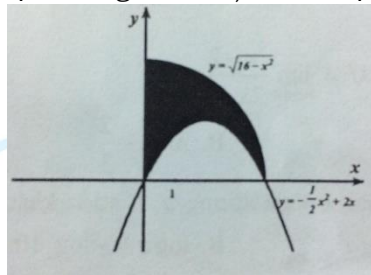
B $\frac{4}{3}$.

C $\frac{3}{4}$.

D $\frac{5}{6}$.

Lời giải:

Câu 39: Cho hình phẳng D giới hạn bởi parabol $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{16 - x^2}$, với $(0 \leq x \leq 4)$, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích của hình D .



A $8\pi - \frac{16}{3}$.

B $2\pi - \frac{16}{3}$.

C $4\pi + \frac{16}{3}$.

D $4\pi - \frac{16}{3}$.

Lời giải:

Câu 40: Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng

A 62.

B 67.

C 33.

D 66.

Lời giải:

Câu 41: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C): x^2 + (y - 3)^2 = 1$ xung quanh trục hoành là



Ⓐ $V = 6\pi$.

Ⓑ $V = 6\pi^3$.

Ⓒ $V = 3\pi^2$.

Ⓓ $V = 6\pi^2$.

Lời giải:

Câu 42: Gọi (H) là hình được giới hạn bởi nhánh parabol $y = 2x^2$ (với $x \geq 0$), đường thẳng $y = -x + 3$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình (H) khi quay quanh trục Ox bằng

Ⓐ $V = \frac{52\pi}{15}$.

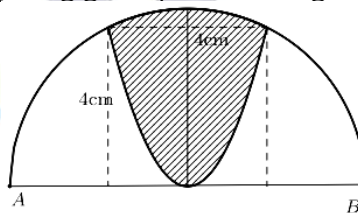
Ⓑ $V = \frac{17\pi}{5}$.

Ⓒ $V = \frac{51\pi}{17}$.

Ⓓ $V = \frac{53\pi}{17}$.

Lời giải:

Câu 43: Cho nửa hình tròn đường kính $AB = 4\sqrt{5}$ cm. Trên đó người ta vẽ một parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa hình tròn, trục đối xứng là đường kính vuông góc với AB . Parabol cắt nửa đường tròn tại hai điểm cách nhau 4 cm và khoảng cách từ hai điểm đó đến AB bằng nhau và bằng 4 cm. Sau đó người ta cắt bỏ phần hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và parabol.



Đem phần còn lại quay xung quanh trục AB . Thể tích của khối tròn xoay thu được bằng

Ⓐ $V = \frac{\pi}{5}(800\sqrt{5} - 928)\text{cm}^3$.

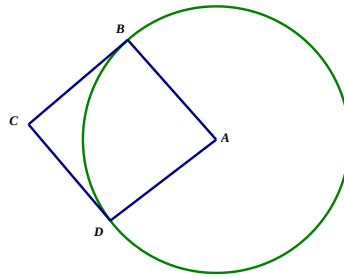
Ⓑ $V = \frac{\pi}{15}(800\sqrt{5} - 928)\text{cm}^3$.

Ⓒ $V = \frac{\pi}{3}(800\sqrt{5} - 928)\text{cm}^3$.

Ⓓ $V = \frac{\pi}{15}(800\sqrt{5} - 464)\text{cm}^3$.

Lời giải:

Câu 44: Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6 và hình tròn (C) có tâm A, đường kính bằng 12 (hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục là đường thẳng AC.



Ⓐ $V = 36(12 + \sqrt{2})\pi$.

Ⓑ $V = 36(4 + 3\sqrt{2})\pi$.

Ⓒ $V = 36(6 + \sqrt{2})\pi$.

Ⓓ $V = 36(4 - \sqrt{2})\pi$.

Lời giải:

Câu 45: Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi nhánh parabol $y = 2x^2$ (với $x \geq 0$), đường thẳng $y = -x + 3$ và trục hoành. Thể tích V của khối tròn xoay tạo bởi hình (H) khi quay quanh trục Ox.

Ⓐ $V = \frac{17\pi}{5}$.

Ⓑ $V = \frac{52\pi}{15}$.

Ⓒ $V = \frac{51\pi}{17}$.

Ⓓ $V = \frac{53\pi}{17}$.

Lời giải:

Câu 46: Cho parabol (P): $y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

Ⓐ $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$.

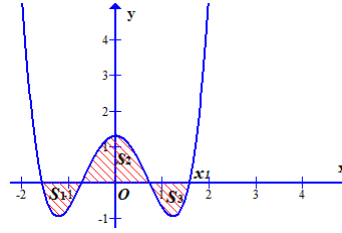
Ⓑ $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.

Ⓒ $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$.

Ⓓ $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.

Lời giải:

Câu 47: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ

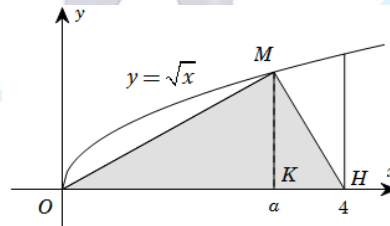


Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

- Ⓐ $-\frac{5}{2}$. Ⓑ $\frac{5}{4}$. Ⓒ $-\frac{5}{4}$. Ⓓ $\frac{5}{2}$.

Lời giải:

Câu 48: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Giá trị của a thỏa mãn



- Ⓐ $a \in [3; 4)$. Ⓑ $a \in [2; 3)$. Ⓒ $a \in [1; 2)$. Ⓓ $a \in (0; 1)$.

Lời giải:

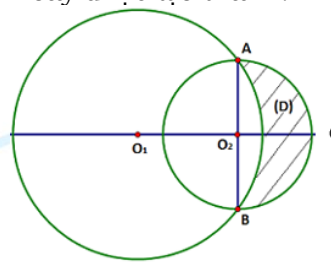
Câu 49: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình tròn $(C): (x+2)^2 + (y-3)^2 \leq 1$ quanh trục Ox .

- Ⓐ $V = 2\pi^2$ (đvtt). Ⓑ $V = 6\pi^2$ (đvtt). Ⓒ $V = \pi^2$ (đvtt). Ⓓ $V = 6\pi$ (đvtt).



Lời giải:

Câu 50: Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A $V = 36\pi$.

B $V = \frac{68\pi}{3}$.

C $V = \frac{14\pi}{3}$.

D $V = \frac{40\pi}{3}$.

Lời giải:

THÔNG MATH



Chuyên Đề 3:

BÀI TOÁN THỰC TẾ - ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT

A: KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Bài toán chuyển động:

- ✓ Một vật chuyển động theo phương trình vận tốc $v(t)$ trong khoảng thời gian từ $t = a$ đến $t = b$ ($a < b$) sẽ di chuyển được quãng đường là :

$$S = \int_a^b v(t) dt$$

- ✓ Một vật chuyển động có phương trình gia tốc $a(t)$ thì vận tốc của vật đó sau khoảng thời gian $T = t_2 - t_1$ là:

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt .$$

2. Bài toán liên quan đến các yếu tố vật lý.

- ✓ Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để giữ lò xo giãn thêm x mét từ độ dài tự nhiên là $f(x) = kx$, với $k(N/m)$ là độ cứng của lò xo. Công cần để kéo dãn lò xo từ độ dài l_1 đến độ dài l_2 là:

$$A = \int_{l_1}^{l_2} f(x) dx .$$

- ✓ Điện lượng chuyển qua tiết diện của dây dẫn của đoạn mạch trong thời gian từ t_1 đến t_2 là:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$$

Chú ý:

- ✓ Xét Elip (E) có độ dài trục lớn $2a$, trục bé $2b$ và tiêu cự $2c$: Pt (E) : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).

Với $c^2 = a^2 - b^2$. Khi đó Elip có diện tích là: $S = \pi \cdot a \cdot b$

- ✓ Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ bán kính R có phương trình là: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

Nếu (C) có tâm $O(0;0)$ thì suy ra phương trình của (C) : $x^2 + y^2 = R^2$.

B: VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1

Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 120 - 10t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật chuyển động từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm mà vật dừng lại.

Lời giải:

Đáp số: $S = 720(m)$.

Ví dụ 2



Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 12\text{ (m/s)}$, (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: $S = 60\text{ m}$.

Ví dụ 3

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t\text{ (m/s)}$. Đi được 5 (s) , người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70\text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường $S\text{ (m)}$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

Lời giải:

Đáp số: $S = 96,25\text{ (m)}$.

Ví dụ 4

Dòng điện xoay chiều hình sin chạy qua một đoạn mạch LC có có biểu thức cường độ là $i(t) = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$. Biết $i = q'$ với q là điện tích tức thời ở tụ điện. Tính từ lúc $t = 0$, tính điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của đoạn mạch đó trong thời gian bằng $\frac{\pi}{\omega}$.

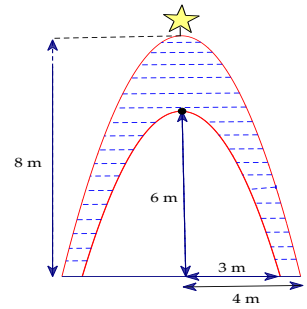
Lời giải:

Đáp số: $Q = \frac{2I_0}{\omega}$.



Ví dụ 5

Nhà chú Long cần sơn mặt trước của cổng có dạng như hình bên, biết các đường cong có dạng là parabol với các kích thước được cho như hình. Biết giá thuê nhân công là 100.000 đồng/ $1 (m^2)$. Hỏi chú Long phải trả cho bên thi công bao nhiêu tiền để sơn cổng kể trên? (Số tiền được làm tròn đến hàng đồng).

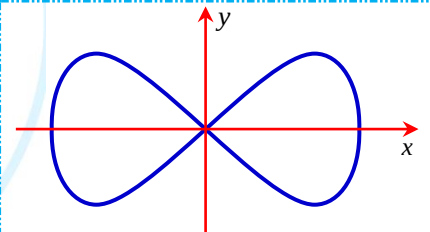


Lời giải:

Đáp số: Vậy chú Long phải trả cho bên thi công số tiền là $P = S.100\,000 \approx 1866667$ (đ).

Ví dụ 6

Trong Công viên Toán học có những mảnh đất mang hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh được trồng một loài hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ Oxy là $16y^2 = x^2(25 - x^2)$ như hình vẽ bên. Tính diện tích S của mảnh đất Bernoulli biết rằng mỗi đơn vị trong hệ tọa độ Oxy tương ứng với chiều dài 1 mét.

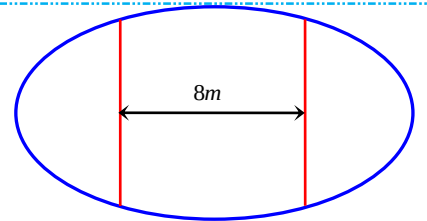


Lời giải:

Đáp số: Nên $S = \frac{125}{3}(m^3)$.

Ví dụ 7

Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8m$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)

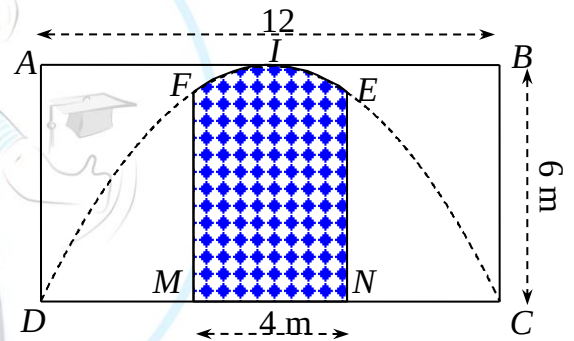


Lời giải:

Đáp số: Khi đó số tiền là $T \simeq 7.653.000$.

Ví dụ 8

Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6m$, chiều dài $CD = 12m$ (hình vẽ bên). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN = 4m$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/ m^2 . Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?

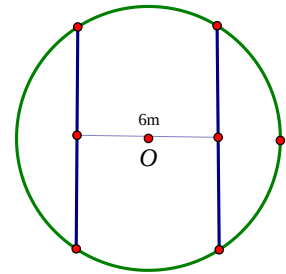


Lời giải:

Đáp số: $\$ = \frac{208}{9} \times 900.000 = 20.800.000$ đồng.

Ví dụ 9

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính $6m$. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng / m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

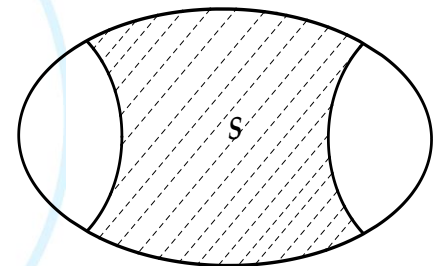


Lời giải:

Đáp số: Do đó số tiền cần dùng là $\$ \approx 4821322$ đồng.

Ví dụ 10

Ông Hiền có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 10 (m) và độ dài trục bé bằng 6 (m). Tại vị trí hai đỉnh trục lớn của mảnh vườn, ông kẻ hai đường tròn có bán kính 3 (m). Ông muốn trồng hoa trên một dải đất giới hạn như phần gạch của hình vẽ. Biết kinh phí để trồng hoa là 500.000 đồng / 1 (m^2). Hỏi ông Hiền cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đồng).

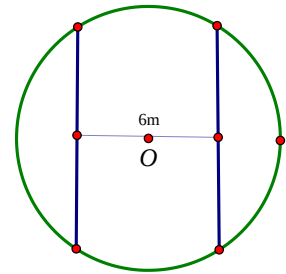


Lời giải:

Đáp số: Vậy số tiền ông Hiền cần bỏ ra là $P = S.100000 \approx 13775361$ (đồng).

Ví dụ 11

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính $6m$. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng / m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

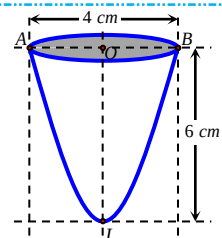


Lời giải:

Đáp số: Do đó số tiền cần dùng là $\$ = 70000.S \approx 4821322$ đồng.

Ví dụ 12

Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao là $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V(cm^3)$ của vật thể đã cho.

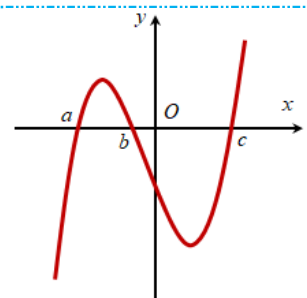


Lời giải:

Đáp số: $V = 12\pi (cm^3)$

Ví dụ 13

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định liên tục trên R và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. So sánh các giá trị $f(a), f(b), f(c)$.

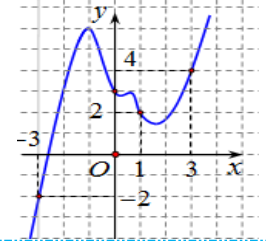


Lời giải:

Đáp số: $f(c) < f(a)$

Ví dụ 14

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Khi đó, so sánh hai giá trị $g(-3)$ và $g(3)$.

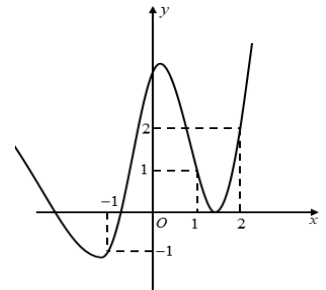


Lời giải:

Đáp số: Vậy $g(1) > g(3) > g(-3)$.

Ví dụ 15

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $y = g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. So sánh giá trị $g(-1)$ và $g(2)$.



Lời giải:



Đáp số: $\boxed{g(1) > g(2) > g(-1)}.$



C: BÀI TẬP RÈN LUYỆN.

BÀI TẬP TN TOÁN THỰC TẾ VÀ ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT TMI

Câu 1: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3}$ (m/s). Tính quãng đường vật đi được trong 4 giây đầu (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2).

Ⓐ 1,64m

Ⓑ 11,01m

Ⓒ 11,81m

Ⓓ 11,18m

Lời giải:

Câu 2: Một vật chuyển động có phương trình vận tốc là $v(t) = t^3 - 3t + 1$ (m/s). Quãng đường vật đi được kể từ khi bắt đầu chuyển động đến khi gia tốc bằng 24 m/s^2 là:

Ⓐ $\frac{15}{4} \text{ m}$

Ⓑ 20 m

Ⓒ 19 m

Ⓓ $\frac{39}{4} \text{ m}$

Lời giải:

Câu 3: Một chiếc ô tô đang chuyển động với vận tốc $v(t) = 2 + \frac{t^2 - 4}{t + 4}$ (m/s). Quãng đường ô tô đi được từ thời điểm $t = 5(\text{s})$ đến thời điểm $t = 10(\text{s})$ là

Ⓐ 12,23 m

Ⓑ 32,8 m

Ⓒ 45,03 m

Ⓓ 10,24 m

Lời giải:

Câu 4: Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?



Ⓐ 18m

Ⓑ $\frac{45}{2}m$

Ⓒ 36m

Ⓓ $\frac{27}{4}m$

Lời giải:

Câu 5: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

Ⓐ 0,2m

Ⓑ 2m

Ⓒ 10m

Ⓓ 20m

Lời giải:

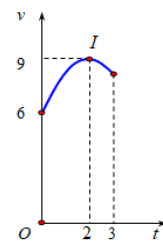
Câu 6: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

Ⓐ $s = 26,75(\text{km})$

Ⓑ $s = 25,25(\text{km})$

Ⓒ $s = 24,25(\text{km})$

Ⓓ $s = 24,75(\text{km})$



Lời giải:

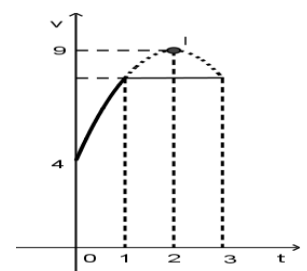
Câu 7: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km} / \text{h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Ⓐ $s = 15,50(\text{km})$

Ⓑ $s = 23,25(\text{km})$

Ⓒ $s = 13,83(\text{km})$

Ⓓ $s = 21,58(\text{km})$



Lời giải:



Câu 8: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- Ⓐ 15(m/s) Ⓑ 9(m/s) Ⓒ 42(m/s) Ⓓ 25(m/s)

Lời giải:

Câu 9: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- Ⓐ 25(m/s) Ⓑ 36(m/s) Ⓒ 30(m/s) Ⓓ 21(m/s)

Lời giải:

Câu 10: Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc 10(m/s) thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$ (m/s²), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian 10(s) kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

- Ⓐ 1100m Ⓑ 100m Ⓒ 1010m Ⓓ 1110m

Lời giải:



Câu 11: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45 m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu?

Ⓐ 4 m

Ⓑ 5 m

Ⓒ 3 m

Ⓓ 6 m

Lời giải:

Câu 12: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

Ⓐ $s = 168$ (m)

Ⓑ $s = 166$ (m)

Ⓒ $s = 144$ (m)

Ⓓ $s = 152$ (m)

Lời giải:

Câu 13: Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

Ⓐ $\frac{2500}{3}$ (m).

Ⓑ 2000 (m).

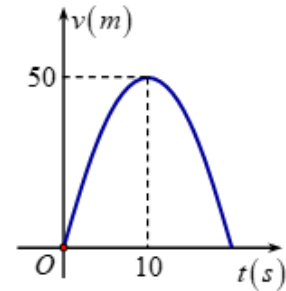
Ⓒ 500 (m).

Ⓓ $\frac{4000}{3}$ (m).

Lời giải:

Câu 14: Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên. Biết rằng sau 10s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 50m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- Ⓐ $\frac{1000}{3}$ m Ⓑ $\frac{1100}{3}$ m
Ⓒ $\frac{1400}{3}$ m Ⓓ 300m



Lời giải:

Câu 15: Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì bắt đầu tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t + 12t^2$ (m/s²). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là

- Ⓐ $\frac{4300}{3}$ m Ⓑ 11100 m Ⓒ 4300 m Ⓓ $\frac{98}{3}$ m

Lời giải:

Câu 16: Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ mét trên giây, người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.

- Ⓐ 25 mét Ⓑ 22 mét Ⓒ 20 mét Ⓓ 24 mét

Lời giải:

Câu 17: Một ô tô đang chạy với vận tốc $10(\text{m/s})$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5 + 10t(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn ô tô đi được bao nhiêu mét?

- Ⓐ $0,2\text{m}$. Ⓑ 2m . Ⓒ 10m . Ⓓ 20m .

Lời giải:

Câu 18: Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là 280 cm . Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì bơm được số nước bằng $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi (làm tròn đến giây)?

- Ⓐ 2 giờ 36 giây. Ⓑ 2 giờ 34 giây. Ⓒ 2 giờ 35 giây. Ⓓ 2 giờ 36 giây.

Lời giải:

Câu 19: Một bác thợ xây bơm nước vào bể nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây với $h'(t) = 3at^2 + bt$. Ban đầu bể không có nước, sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m^3 và sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m^3 . Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

- Ⓐ 8400 m^3 . Ⓑ 2200 m^3 . Ⓒ 6000 m^3 . Ⓓ 4200 m^3 .

Lời giải:

Câu 20: Dòng điện xoay chiều hình sin chạy qua mạch dao động LC lí tưởng có phương trình $i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Ngoài ra $i = q'(t)$ với q là điện tích tức thời trong tụ. Tính từ lúc $t = 0$, điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của mạch trong thời gian $\frac{\pi}{2\omega}$ là

(A) $\frac{\pi I_0}{\omega\sqrt{2}}$

(B) 0

(C) $\frac{\pi\sqrt{2}I_0}{\omega}$

(D) $\frac{I_0}{\omega}$

Lời giải:

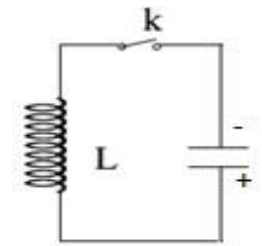
Câu 21: Cho mạch điện như hình vẽ. Lúc đầu tụ điện có điện tích Q_0 (C). Khi đóng khóa K, tụ điện phóng điện qua cuộn dây L. Giả sử cường độ dòng điện tại thời điểm t phụ thuộc vào thời gian theo công thức $i = I(t) = Q_0\omega \cos(\omega t)$ (A), trong đó ω (rad/s) là tốc độ góc, $t \geq 0$ có đơn vị là giây (s). Tính điện lượng chạy qua một tiết diện thẳng của dây từ lúc bắt đầu đóng khóa K ($t = 0$) đến thời điểm $t = 6$ (s).

(A) $Q_0 \cos 6\omega$ (C).

(B) $Q_0 \sin 6\omega$ (C).

(C) $Q_0\omega \cos 6\omega$ (C).

(D) $Q_0\omega \sin 6\omega$ (C).



Lời giải:

Câu 22: Gọi $F(t)$ là số lượng vi khuẩn phát triển sau t giờ. Biết $F(t)$ thỏa mãn $F'(t) = \frac{10000}{1+2t}$ với $\forall t > 0$ và ban đầu có 1000 con vi khuẩn. Hỏi sau 2 giờ số lượng vi khuẩn là

(A) 17094.

(B) 9047.

(C) 8047.

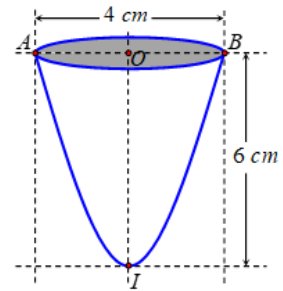
(D) 32118.

Lời giải:



Câu 23: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ bên. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm . Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V(\text{cm}^3)$ của vật thể đã cho.

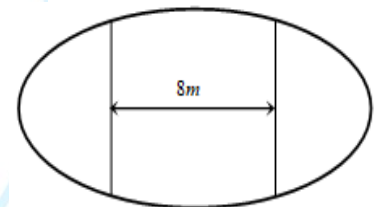
- Ⓐ $V = 12\pi$. Ⓑ $V = 12$.
 Ⓒ $V = \frac{72}{5}\pi$. Ⓓ $V = \frac{72}{5}$.



Lời giải:

Câu 24: Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m . Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)

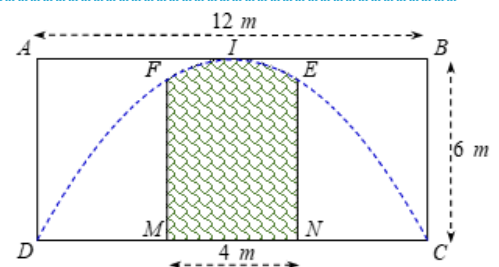
- Ⓐ $7.862.000$ đồng Ⓑ $7.653.000$ đồng
 Ⓒ $7.128.000$ đồng Ⓓ $7.826.000$ đồng



Lời giải:

Câu 25: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6\text{m}$, chiều dài $CD = 12\text{m}$ (hình vẽ bên). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN = 4\text{m}$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/ m^2 . Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?

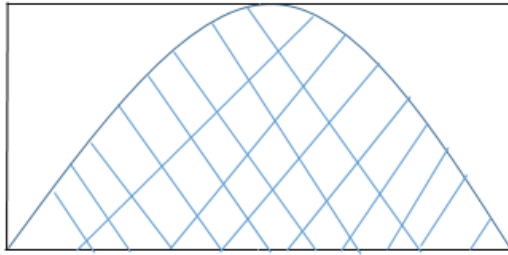
- Ⓐ $20.400.000$ đồng Ⓑ $20.600.000$ đồng Ⓒ $20.800.000$ đồng Ⓓ $21.200.000$ đồng



Lời giải:



Câu 26: Một sân bóng hình chữ nhật với diện tích $200m^2$. Người ta muốn trồng cỏ trên sân bóng theo hình một parabol bậc hai sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của sân bóng như hình vẽ bên. Biết chi phí trồng cỏ là 300 ngàn đồng cho mỗi mét vuông. Xác định chi phí trồng cỏ cần có cho sân bóng trên?



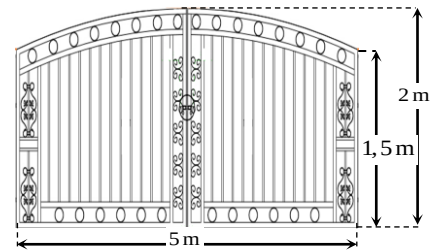
- Ⓐ 30 triệu đồng. Ⓑ 60 triệu đồng. Ⓒ 50 triệu đồng. Ⓓ 40 triệu đồng.

Lời giải:

THÔNG MATH

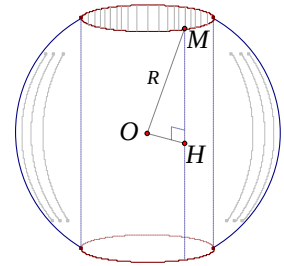
Câu 27: Ông Khang muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông Khang phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).

- Ⓐ 6.520.000 đồng Ⓑ 6.320.000 đồng
Ⓒ 6.417.000 đồng Ⓓ 6.620.000 đồng



Lời giải:

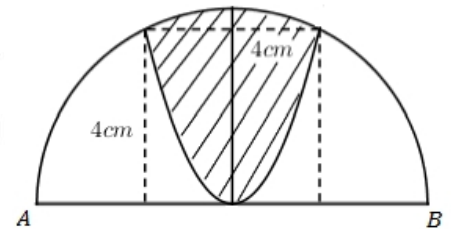
Câu 28: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R = 10\text{cm}$. Sau khi cửa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu gỗ. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).



- Ⓐ $V = 2828,441\text{cm}^3$ Ⓑ $V = 2774,570\text{cm}^3$ Ⓒ $V = 2811,293\text{cm}^3$ Ⓓ $V = 2720,699\text{cm}^3$

Lời giải:

Câu 29: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 4\sqrt{5}$. Trên đó người ta vẽ một parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa hình tròn, trục đối xứng là đường kính vuông góc với AB . Parabol cắt nửa đường tròn tại hai điểm cách nhau 4 cm và khoảng cách từ hai điểm đó đến AB bằng nhau và bằng 4 cm. Sau đó người ta cắt bỏ phần hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và parabol (phần tô màu trong hình vẽ). Đem phần còn lại quay xung quanh trục AB . Thể tích của khối tròn xoay thu được bằng

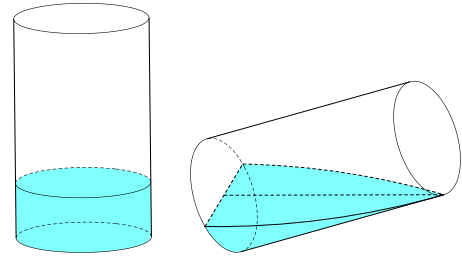


- Ⓐ $V = \frac{\pi}{15}(800\sqrt{5} - 464) \text{ cm}^3$ Ⓑ $V = \frac{\pi}{3}(800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$
 Ⓒ $V = \frac{\pi}{5}(800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$ Ⓓ $V = \frac{\pi}{15}(800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$

Lời giải:

Câu 30: Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6cm, chiều cao lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

- (A) 240cm^3 . (B) $240\pi\text{cm}^3$.
 (C) 120cm^3 . (D) $120\pi\text{cm}^3$.



Lời giải:

Câu 31: Bỏ đục một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28cm, trục nhỏ 25cm. Biết cứ 1000cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

- (A) 183000 đồng. (B) 180000 đồng. (C) 185000 đồng. (D) 190000 đồng.

Lời giải:

THÔNG MATH

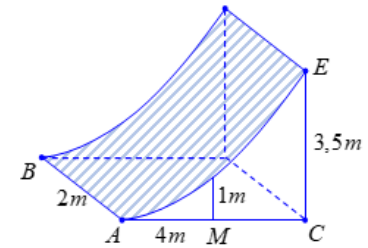
Câu 32: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 10m và chiều rộng 6m, được phân chia thành các phần bởi một đường chéo và một đường elip nội tiếp bên trong như hình vẽ. Hãy tính diện tích phần gạch chéo (theo đơn vị m^2)

- (A) $5(\pi - 2)$. (B) $5(4 - \pi)$.
 (C) $\frac{45(4 - \pi)}{8}$. (D) $\frac{45(4 - \pi)}{7}$.



Lời giải:

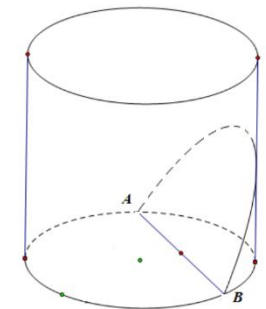
Câu 33: Chương ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5m$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2m$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4m$, $CE = 3,5m$ và cạnh cong AE nằm trên một parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao $1m$ (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên tường cong.



- Ⓐ $10m^3$. Ⓑ $10,25m^3$. Ⓒ $9,75m^3$. Ⓓ $10,5m^3$.

Lời giải:

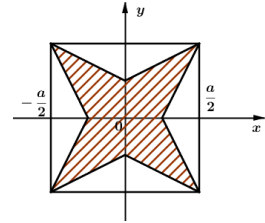
Câu 34: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $4cm$ và chiều cao bằng $5cm$. Gọi AB là một dây cung của đáy dưới sao cho $AB = 4\sqrt{3}cm$. Người ta dựng mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° như hình vẽ. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .



- Ⓐ $\frac{4(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$ Ⓑ $\frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$
 Ⓒ $\frac{8(4\pi - \sqrt{3})}{3}$ Ⓓ $\frac{4(4\pi - \sqrt{3})}{3}$

Lời giải:

Câu 35: Bên trong hình vuông cạnh a , dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox .



Ⓐ $V = \frac{5\pi a^3}{24}$

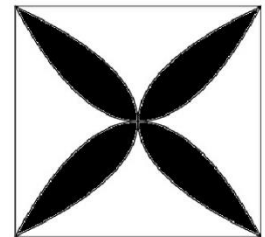
Ⓑ $V = \frac{5\pi a^3}{48}$

Ⓒ $V = \frac{5\pi a^3}{96}$

Ⓓ $V = \frac{7\pi a^3}{24}$

Lời giải:

Câu 36: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng



Ⓐ 800cm^2

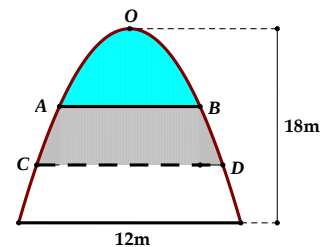
Ⓑ $\frac{800}{3}\text{cm}^2$

Ⓒ $\frac{400}{3}\text{cm}^2$

Ⓓ 250cm^2 .

Lời giải:

Câu 37: Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân để 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau. Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ⓑ $\frac{4}{5}$.

Ⓒ $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Ⓓ $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Lời giải:



Câu 38: Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



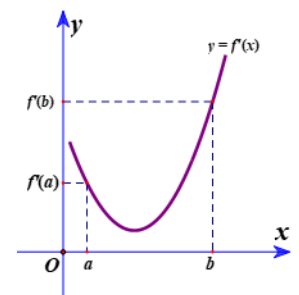
- Ⓐ $V = 1,52\text{m}^3$. Ⓑ $V = 1,31\text{m}^3$. Ⓒ $V = 1,27\text{m}^3$. Ⓓ $V = 1,19\text{m}^3$.

Lời giải:

THÔNG MATH

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định **đúng** là

- Ⓐ $\frac{f'(b) + f'(a)}{2} < \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 Ⓑ $\frac{f'(b) + f'(a)}{2} \leq \frac{f(b) - f(a) + 2(a - b)}{b - a}$.
 Ⓒ $(f'(b) + f'(a))(b - a) \geq 2(f(b) - f(a))$.
 Ⓓ $\frac{f'(b) + f'(a)}{2} \leq \frac{f(b) - f(a) + (a - b)}{b - a}$.

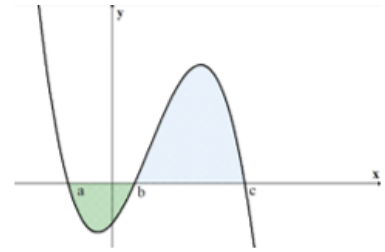


Lời giải:



Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

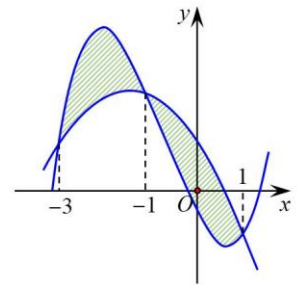
- Ⓐ $f(c) > f(b) > f(a)$. Ⓑ $f(b) > f(a) > f(c)$.
Ⓒ $f(a) > f(b) > f(c)$. Ⓓ $f(c) > f(a) > f(b)$.



Lời giải:

Câu 41: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng

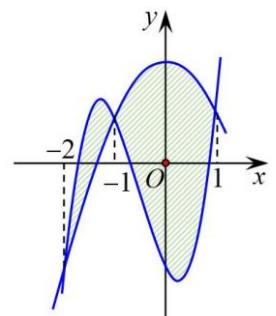
- Ⓐ $\frac{9}{2}$ Ⓑ 8
Ⓒ 4 Ⓓ 5



Lời giải:

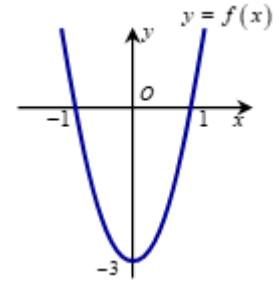
Câu 42: Cho hai hàm số $f(x) = ax^2 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- Ⓐ $\frac{37}{6}$ Ⓑ $\frac{13}{2}$
Ⓒ $\frac{9}{2}$ Ⓓ $\frac{37}{12}$



Lời giải:

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.



A $S = 9$

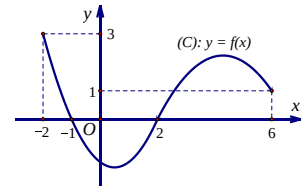
B $S = \frac{27}{4}$

C $S = \frac{21}{4}$

D $S = \frac{5}{4}$

Lời giải:

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$

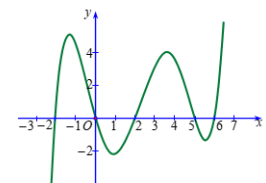
B $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$

C $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$

D $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$

Lời giải:

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M = \max_{[-2;6]} f(x)$, $m = \min_{[-2;6]} f(x)$, $T = M + m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A $T = f(0) + f(-2)$

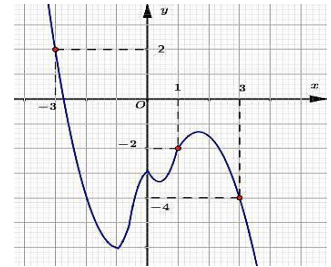
B $T = f(5) + f(-2)$

C $T = f(5) + f(6)$

D $T = f(0) + f(2)$

Lời giải:





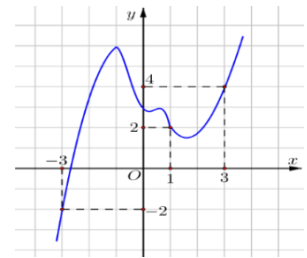
Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ của hàm số như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $g(1) < g(3) < g(-3)$
- Ⓑ $g(1) < g(-3) < g(3)$
- Ⓒ $g(-3) < g(3) < g(-1)$
- Ⓓ $g(3) < g(-3) < g(1)$

Lời giải:

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

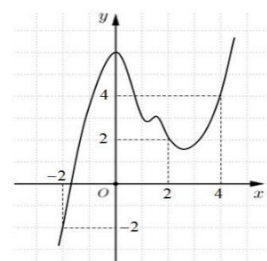
- Ⓐ $g(3) > g(-3) > g(1)$
- Ⓑ $g(-3) > g(3) > g(1)$
- Ⓒ $g(1) > g(-3) > g(3)$
- Ⓓ $g(1) > g(3) > g(-3)$



Lời giải:

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $h(2) > h(4) > h(-2)$
- Ⓑ $h(2) > h(-2) > h(4)$
- Ⓒ $h(4) = h(-2) > h(2)$
- Ⓓ $h(4) = h(-2) < h(2)$

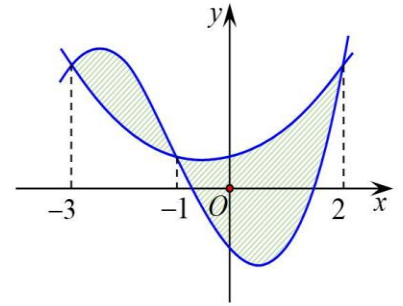


Lời giải:

Câu 49: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A $\frac{253}{12}$
C $\frac{253}{48}$

B $\frac{125}{12}$
D $\frac{125}{48}$

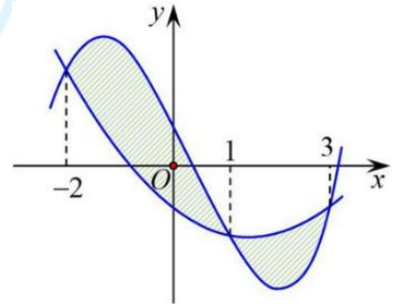


Lời giải:

Câu 50: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A $\frac{253}{48}$
C $\frac{125}{48}$

B $\frac{125}{24}$
D $\frac{253}{24}$



Lời giải:



Go: **Bùi Đình Thông**

Tổng hợp và Biên soạn

Tài liệu được biên soạn theo chuyên đề ôn tập và luyện thi.

Các dạng toán được phân chia đa dạng từ cơ bản đến nâng cao

Bám sát các dạng đề thi THPTQG các năm qua

Được tổng hợp từ các nguồn tài liệu chất lượng, đề thi thử và chính thức trên cả nước.

Mong tài liệu này sẽ mang đến cho các em những kiến thức tốt và đạt kết quả cao trong chương Nguyên hàm – Tích phân

Trong quá trình biên soạn không tránh khỏi sai sót, mong nhận được sự góp ý xây dựng từ quý thầy cô và các em học sinh.

