

Họ và tên học sinh:.....

Lớp:.....

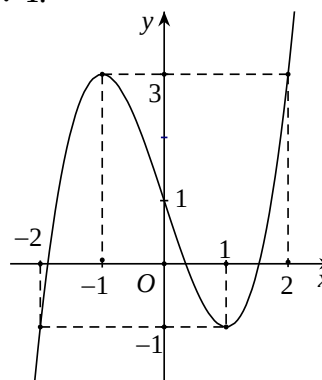
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(3x-2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số

$y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-1)$.
C. $(-\infty;1)$. D. $(-1;+\infty)$.



Câu 3. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. -2. D. 2.

Câu 4. Phương trình $\log_3 x = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 9$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = \log_2 3$.

Câu 5. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = -2$, giá trị của $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)]dx$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 7. D. 5.

Câu 6. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^3 + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = \frac{3}{4}x^3 + 2\sqrt{x}$. B. $y = x^4 + 2x^3$. C. $y = \frac{1}{4}x^2 + 2x$. D. $y = \frac{3}{4}x^2 + 2x$.

Câu 7. Biết điểm $M(1;-2)$ biểu diễn số phức $\bar{z}$, số phức z bằng

- A. $1-2i$. B. $1+2i$. C. $2+i$. D. $2-i$.

Câu 8. Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

- A. a^3 . B. $3a$. C. a^2 . D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 9. Diện tích xung quanh của một mặt nón tròn xoay có bán kính r , đường cao h , đường sinh l được tính bởi công thức

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = 2\pi rh$. D. $S_{xq} = \pi rh$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

- A. $x = y$. B. $y = z$. C. $z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;3;4)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=3t \\ z=4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2t \\ y=4t \\ z=3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2t \\ y=3t \\ z=4t \end{cases}$

Câu 12. Số cách lấy ra 5 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử bằng

A. C_{12}^5 . B. A_{12}^5 . C. 12^5 . D. 5^{12} .

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $2^{x^3-1} = 5$ bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 3 \\ u_n = u_{n-1} + 2u_{n-2}, \forall n \geq 3. \end{cases}$ Tìm u_3 .

A. $u_3 = 7$. B. $u_3 = 8$. C. $u_3 = 4$. D. $u_3 = 5$.

Câu 15. Cho số phức $z = 4 - 3i$, phần ảo của $\bar{z}$ là

A. -3 . B. $-3i$. C. 4. D. 3.

Câu 16. Gọi $M; m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \ln x$ trên đoạn $[1; e]$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. $2 - e$. B. $2 + e$. C. $1 - e$. D. $1 + e$.

Câu 17. Biết hàm số $y = x^3 - (m-1)x^2 - x + 2$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $3(x_1 + x_2) = 2$, khi đó

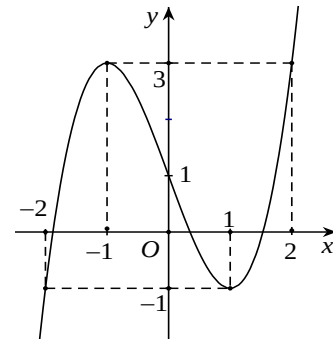
A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 18. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 4}}$ bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt không âm?

A. 0. B. 1.
C. 2. D. 3.



Câu 20. Cho các số thực dương a, b và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt{b}) = 4 \log_a b$. B. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt{b}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \log_a b$.
C. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt{b}) = 4 + \log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt{b}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_a b$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -2$ là

A. $(-\infty; 3)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; 4)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 22. Hàm số $y = x \ln x$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$. C. $(0; 1)$. D. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

Câu 23. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 - x^2$ và $y = -x$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{9}{4}$. C. 9. D. 18.

Câu 24. Nghịch đảo của số phức $3 + 4i$ có phần ảo bằng

- A. $-\frac{4}{25}$. B. $\frac{4}{25}$. C. 4. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 25. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$, thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 26. Cho hình nón có diện tích đáy bằng 4π , diện tích toàn phần bằng 24π . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. 10. B. 8. C. 5. D. 4.

Câu 27. Mặt cầu tâm $I(1; 2; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 1.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) vuông góc với nhau, khoảng cách từ C đến (SAB) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

Câu 29. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Tính góc giữa d và (P) .

- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 30. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 31. Khi giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+2m-m^2}{x+3}$ với x thuộc đoạn $[1; 4]$ đạt giá trị lớn nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \in (-1; 2)$. B. $m \in (2; 4)$. C. $m \in (-3; -1)$. D. $m \in (4; 7)$.

Câu 32. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(10 - 2^x) + x = 4$, giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng

- A. 4. B. 68. C. 10. D. 60.

Câu 33. Biết rằng $\int_0^1 (2x-1)\ln(x^3+1)dx = \frac{a+b\ln 2}{2}$, với a, b là các số nguyên, giá trị của $a+b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -7. D. 7.

Câu 34. Giả sử tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$ bán kính

$R=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=(3-4i)z+1$ là một đường tròn có bán kính r , mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $r \in (8;11)$. B. $r \in (1;3)$. C. $r \in (5;8)$. D. $r \in (3;5)$.

Câu 35. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng a , đường sinh bằng $2a$. Trên hai đường tròn đáy tâm O và O' lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và $O'B$ bằng 60° . Cắt mặt trụ bởi mặt phẳng song song với trục và đi qua AB được thiết diện có diện tích bằng

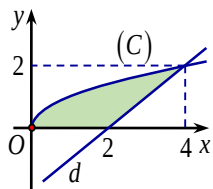
- A. $\sqrt{3}a^2$. B. a^2 . C. $2\sqrt{3}a^2$. D. $2a^2$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồng thời $f(0) = f(1) = 2020$. Tính tích phân

$$I = \int_0^1 f'(x) \cdot e^{f(x)} dx.$$

- A. $I = 2020$ B. $I = 4040$ C. $I = 0$ D. $I = 1010$

Câu 37. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (phần gạch chéo trong hình vẽ). Cho hình phẳng (H) quay xung quanh trục Ox tạo ra khối tròn xoay (T) . Tính thể tích của khối tròn xoay (T) .



- A. $\frac{16\pi}{3}$ B. $\frac{32\pi}{3}$ C. $\frac{8\pi}{3}$ D. 8π

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại B và C . Biết $AB = 4a, BC = 2a, CD = a$ và M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Hai mặt phẳng (SMN) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SB hợp với đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa SN và BD bằng

- A. $\frac{2a}{5}$. B. $\frac{a}{5}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{10}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó phải có mặt chữ số 8 và chữ số 9 đồng thời giữa hai chữ số này có đúng 2 chữ số khác ?

- A. 9240 số. B. 4620 số. C. 3150 số. D. 6300 số.

Câu 40. Xếp ngẫu nhiên 4 quyển sách Toán khác nhau và 4 quyển sách Hoá giống nhau vào một giá sách nằm ngang có 10 ô trống, mỗi quyển sách được xếp vào một ô. Xác suất để 4 quyển sách Toán xếp cạnh nhau và 4 quyển sách Hoá xếp cạnh nhau bằng

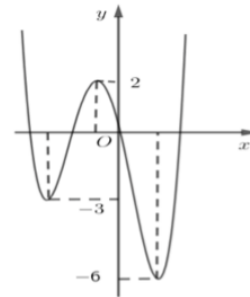
- A. $\frac{1}{175}$. B. $\frac{2}{525}$. C. $\frac{1}{105}$. D. $\frac{1}{1050}$.

Câu 41. Gọi (C) là đường parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1$ và A, B là giao điểm của (C) với trục hoành. Khi $AB = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $m \in (4; 6)$. B. $m \in (2; 4)$. C. $m \in (-3; -1)$. D. $m \in (-1; 2)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x - 2019) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

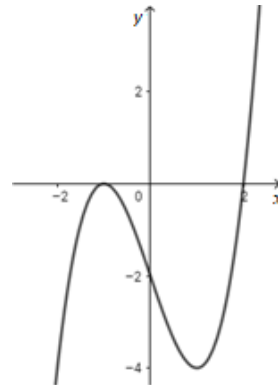
- A. 9. B. 12.
C. 18. D. 15.



Câu 43. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = f(x^2 - 2mx + m^2 + 1)$ nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{1}{2})$.

Tổng giá trị các phần tử của S bằng

- A. -10. B. 15.
C. -12. D. 14.



Câu 44. Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để phương trình $9^{x^2} - 3m \cdot 3^{x^2} + 2m^2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt ?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết $f(1) = 1$ và $f(x) = xf'(x) + \ln x \quad \forall x \in (0; +\infty)$, giá trị $f(e)$ bằng

- A. 2 B. e C. 1/e D. 1

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x - \log_2 x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 8]$?

- A. 4 B. 2 C. 5 D. 3

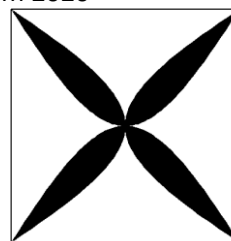
Câu 47. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm , người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô đậm như hình vẽ bên). Diện tích của phần viên gạch không được tô màu bằng

A. $\frac{3200}{3} \text{ cm}^2$.

B. $\frac{1600}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

D. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.



Câu 48. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$. Gọi M, N là hai điểm thuộc cạnh BB' và DD' sao cho $BM = DN = \frac{a}{3}$. Mặt phẳng (AMN) chia khối hộp thành hai phần, gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa A' và V_2 là thể tích phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 3.

Câu 49. Hàm số $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-2020)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1010

B. 1009

C. 1008

D. 2019

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình

vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x[f'(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu

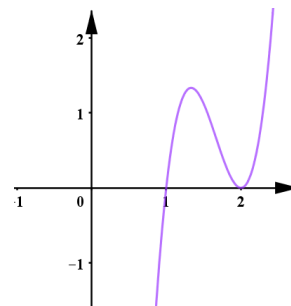
đường tiệm cận?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.



Hết

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	A	A	D	B	A	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	A	B	D	D	C	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	A	A	D	A	B	A	B	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	C	B	A	D	C	A	A	A	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	D	C	A	C	A	B	A	B

Hướng dẫn giải một số câu VD

Câu 31. Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } y' = \frac{3-2m+m^2}{(x+3)^2} = \frac{(m-1)^2+2}{(x+3)^2} > 0, \quad \forall x \in [1; 4]$$

$$\text{nên } a = \min_{[1;4]} y = y(1) = \frac{1+2m-m^2}{4}.$$

$$\text{Mặt khác, ta có } 1+2m-m^2 = 2-(m-1)^2 \leq 2, \text{ suy ra } a \leq \frac{1}{2}. \text{ Vậy } \max a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m=1.$$

Câu 32. Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $2^x < 10$

$$\log_2(10-2^x) = 4-x \Leftrightarrow 10-2^x = 2^{4-x} \Leftrightarrow 10-2^x = \frac{16}{2^x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = x_1^2 + x_2^2 = 10$$

Câu 33.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^3 + 1) \\ dv = (2x - 1)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{3x^2}{x^3 + 1} dx \\ v = x^2 - x + 1 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 (2x - 1) \ln(x^3 + 1) dx = (x^2 - x + 1) \ln(x^3 + 1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{3x^2}{x + 1} dx \\ \text{Khi đó} \quad &= \ln 2 - 3 \int_0^1 \left(x - 1 + \frac{1}{x + 1} \right) dx = \frac{3 - 4 \ln 2}{2}. \end{aligned}$$

Câu 34. Hướng dẫn giải:

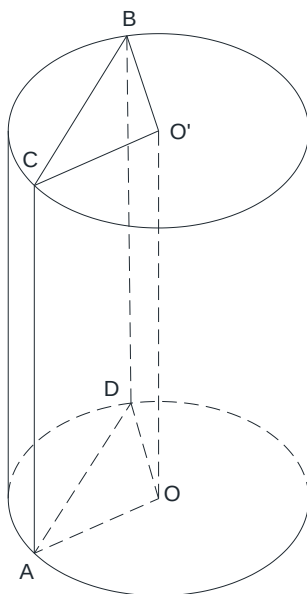
Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$ bán kính

$R = 2$ nên ta có $|z - i| = 2$.

Khi đó: $w = (3 - 4i)z + 1 = (3 - 4i)(z - i + i) + 1 = (3 - 4i)(z - i) + 3i + 5$

Suy ra $|w - 3i - 5| = |3 - 4i||z - i| = 10$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có bán kính $r = 10$.

Câu 35. Hướng dẫn giải:

+ Gọi thiết diện là hình chữ nhật $ADBC$ như hình vẽ.

+ Do $O'B \parallel OD$ nên $(OA, O'B) = (OA, OD) = AOD = 60^\circ$.

$\Rightarrow$ Tam giác OAD đều $\Rightarrow AD = OA = R = a$.

$\Rightarrow$ Diện tích thiết diện là: $S = AD \cdot BD = 2a^2$.

Câu 36. Hướng dẫn giải:

$$I = \int_0^1 f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = \int_0^1 e^{f(x)} df(x) = e^{f(x)} \Big|_0^1 = e^{f(1)} - e^{f(0)} = e^{2020} - e^{2020} = 0$$

Câu 37. Hướng dẫn giải:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx - \pi \int_2^4 (x-2)^2 dx$$

Câu 38. Hướng dẫn giải:

$$\text{Gọi } H = MN \cap BD \Rightarrow (SMN) \cap (SBD) = SH$$

Do hai mặt phẳng (SMN) và (SBD) cùng vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Dễ thấy BH là hình chiếu

vuông góc của SB lên mặt phẳng đáy, suy ra $SBH = 45^\circ$.

Do M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC mà $AB = 4CD$ nên suy ra ta chứng minh được $MN \perp BD$ tại H .

Xét tam giác BMN ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow BH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Xét tam giác SBH lại có:

$$\tan SBH = \frac{SH}{HB} \Rightarrow SH = HB \cdot \tan 45^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

* Tính khoảng cách giữa SN và BD .

Do $\begin{cases} BD \perp SH \\ BD \perp MN \end{cases} \Rightarrow BD \perp SMN$; dựng HK vuông góc với SN thì HK là đoạn vuông góc chung của SN và $BD \Rightarrow d(BD; SN) = HK$.

$$\text{Xét tam giác } BHN \text{ có: } HN = \sqrt{BN^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{4a^2}{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Trong tam giác } SHN \text{ vuông tại } H \text{ ta có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{25a^2}{4} \Rightarrow HK = \frac{2a}{5}.$$

Câu 39. Hướng dẫn giải:

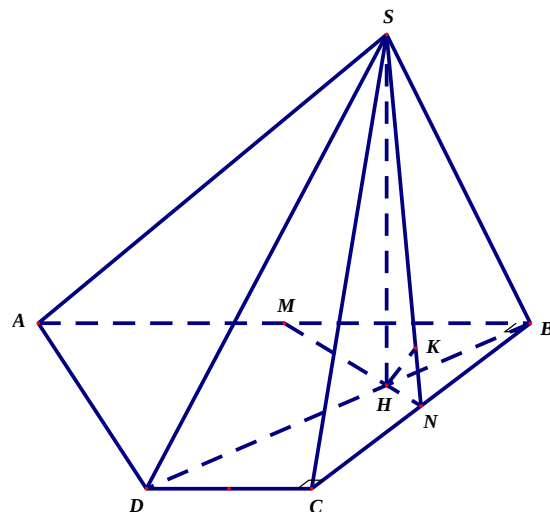
Gọi số cần lập có dạng $\overline{abcdef}$.

TH1: Số 8 luôn đứng trước số 9

+ Nếu $a=8 \Rightarrow d=9$. Khi đó, có A_8^4 cách chọn và sắp xếp cho b, c, e, f

+ Nếu $b=8 \Rightarrow e=9$. Khi đó:

Có C_7^1 cách chọn cho a .



Có A_7^3 cách chọn và sắp xếp cho c, d, f .

Suy ra có $C_7^1 \cdot A_7^3$ cách chọn cho trường hợp này.

+ Nếu $c=8 \Rightarrow f=9$. Tương tự ta cũng thu được $C_7^1 \cdot A_7^3$ cách chọn cho trường hợp này.

Vậy có $A_8^4 + 2C_7^1 \cdot A_7^3 = 4620$ (số) được lập trong trường hợp này.

TH2: Số 9 luôn đứng trước số 8.

Vai trò của 8 đứng trước 9 hay 9 đứng trước 8 là tương tự như nhau

Do đó, cũng có 4620 (số) được lập trong trường hợp này.

Vậy số các số tự nhiên thoả mãn yêu cầu bài toán là $2 \cdot 4620 = 9240$ (số)

Câu 40. Hướng dẫn giải:

Chọn 4 ô trống trong 10 ô để xếp 4 quyển sách Hoá học giống nhau có C_{10}^4 cách.

Chọn 4 ô trống trong 6 ô còn lại để xếp 4 quyển sách Toán khác nhau có A_6^4 cách.

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^4 \cdot A_6^4 = 75600 \text{ cách.}$$

Gọi A là biến cố "4 quyển sách Toán xếp cạnh nhau và 4 quyển sách Hoá xếp cạnh nhau"

Xem 4 quyển sách Toán là nhóm X , 4 quyển sách Hoá là nhóm Y .

Xếp X, Y vào các ô trống có A_4^2 cách.

Hoán vị 4 quyển sách Toán trong X có $4!$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = A_4^2 \cdot 4! = 288.$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{288}{75600} = \frac{2}{525}.$$

Câu 41: Hướng dẫn giải:

Điều kiện hàm số có ba cực trị là: $m > 0$.

Tọa độ ba điểm cực trị là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y' = 0 \\ y = mx^4 - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4mx^3 - 2(m^2 + 1)x = 0 \\ y = mx^4 - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2mx^3 = (m^2 + 1)x \\ y = \frac{1}{2}(m^2 + 1)x \cdot x - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx^3 = (m^2 + 1)x \\ y = -\frac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1 \end{cases}$$

Đường parabol (C) qua ba điểm cực trị là: $y = -\frac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1$

Giao điểm của (C) với trục hoành có hoành độ thỏa mãn phương trình

$$-\frac{1}{2}(m^2+1)x^2+m^2-m+1=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{2(m^2-m+1)}{m^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=\sqrt{2-\frac{2m}{m^2+1}} \\ x_B=-\sqrt{2-\frac{2m}{m^2+1}} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A\left(\sqrt{2-\frac{2m}{m^2+1}};0\right), B\left(-\sqrt{2-\frac{2m}{m^2+1}};0\right) \Rightarrow AB=2\sqrt{2-\frac{2m}{m^2+1}}=1 \Rightarrow m=1.$$

Câu 42. Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị, nhận thấy hàm số $y=f(x-1)+m$ luôn có 3 điểm cực trị.

Do đó hàm số $y=|f(x-2019)+m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x-2019)=-m$ có tổng số nghiệm đơn là 2.

$$\text{Dựa vào đồ thị, ta có } \begin{cases} -m \geq 2 \\ -6 < m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ 3 \leq m < 6 \end{cases}$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow S = \{3; 4; 5\}.$$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 12.

Câu 43. Hướng dẫn giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\forall x \leq 2$ thì $f'(x) \leq 0$. $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2)$.

Ta có $g'(x) = 2(x-m) \cdot f'(x^2-2mx+m^2+1)$.

$$g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 2(x-m) \cdot f'(x^2-2mx+m^2+1) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-m \geq 0 \\ f'(x^2-2mx+m^2+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-m \leq 0 \\ f'(x^2-2mx+m^2+1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x^2-2mx+m^2+1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ m-1 \leq x \leq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq m \\ x^2-2mx+m^2+1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq m \\ x \geq m+1 \\ x \leq m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq x \leq m+1 \\ x \leq m-1 \end{cases}.$$

$$\text{Để hàm số } y=g(x) \text{ nghịch biến trên } \left(0; \frac{1}{2}\right) \text{ thì } \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq -\frac{1}{2} \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq m \leq 0 \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Do $m \in [-5; 5]$ nên $S = \{0; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy tổng các phần tử trong S bằng 14.

Câu 44. Hướng dẫn giải:

Đặt $t = 3^{x^2}$, đk $t \geq 1$.

Ta có phương trình $t^2 - 3mt + 2m^2 = 0$ (2). Để pt đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi pt (2) có $t_1 = 1; t_2 > 1$. Dễ tìm được $m = 1$ thỏa mãn.

Câu 45. Hướng dẫn giải:

Ta có $-xf'(x) + f(x) = \ln x \Leftrightarrow f'(x) - \frac{1}{x}f(x) = -\frac{\ln x}{x}$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x}f'(x) - \frac{1}{x^2}f(x) = -\frac{\ln x}{x^2} \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = -\frac{\ln x}{x^2}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = -\int \frac{\ln x}{x^2} dx \Leftrightarrow f(x) = x\left(\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} + C\right).$$

Mà $f(1) = 1 \Rightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = 1 + \ln x \Rightarrow f(e) = 2$.

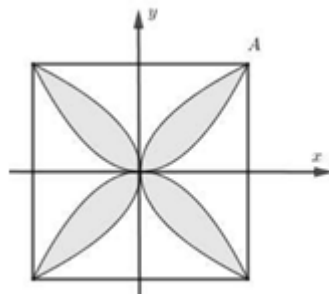
Câu 46. Hướng dẫn giải:

Đặt $\log_2 x = t$. Với $x \in [1; 8] \Rightarrow t \in [0; 3]$. Quy về tìm m để pt $t^2 - 2t + 3 - m = 0$ có nghiệm t thuộc đoạn $[0; 3]$.

Ta có: $t^2 - 2t + 3 = m$. Khảo sát và lập BBT của hàm số $g(t) = t^2 - 2t + 3$ trên đoạn $[0; 3]$. Ta được điều kiện của m là $2 \leq m \leq 6$. Vậy có 5 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 47. Hướng dẫn giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Với $A(20; 20)$ xét hình phẳng ở góc phần tư thứ nhất.

Hai Parabol lần lượt có phương trình là $y = ax^2 (P_1)$ và $x = ay^2 (P_2)$

Do Parabol (P_1) qua điểm $A(20;20) \Rightarrow a = \frac{20}{20^2} = \frac{1}{20} \Rightarrow y = \frac{x^2}{20}$.

Do Parabol (P_2) qua điểm $A(20;20) \Rightarrow a = \frac{20}{20^2} = \frac{1}{20} \Rightarrow x = \frac{y^2}{20} \Rightarrow y = \sqrt{20x}$.

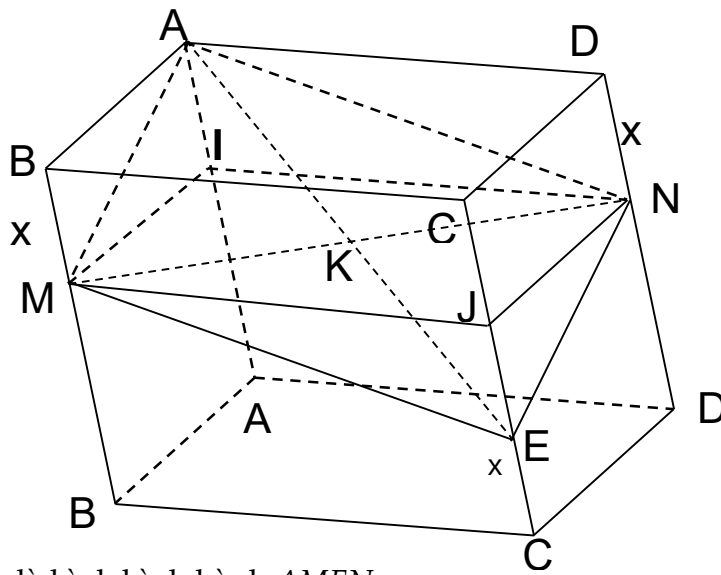
Suy ra diện tích một cánh hoa bằng $S = \int_0^{20} \left(\sqrt{20x} - \frac{x^2}{20} \right) dx = \left(\frac{2}{3} \sqrt{20x^3} - \frac{x^3}{60} \right) \Big|_0^{20} = \frac{400}{3} (cm^2)$

Diện tích của viên gạch bằng $S_0 = 40^2 = 1600 (cm^2)$.

Khi đó diện tích phần viên gạch không được tô màu bằng

$$S_1 = S_0 - 4S = 1600 - 4 \cdot \frac{400}{3} = \frac{3200}{3} (cm^2).$$

Câu 48. Hướng dẫn giải:



+ Dễ thấy thiết diện là hình bình hành $AMEN$.

+ Mặt phẳng qua MN và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt hộp theo miền hình bình hành $MJNI$.

+ Gọi V_1 là phần thể tích của phần chứa A', B', C', D' thì $V_1 = V_{IMJN.A'B'C'D'} - V_{EJMN} + V_{AIMN}$

+ Gọi K là tâm hình bình hành $AMEN$ suy ra: $d(A, (IMN)) = d(E, (JMN))$

Từ đó suy ra: $V_{AIMN} = V_{EJMN}$ suy ra $V_1 = V_{IMJN.A'B'C'D'}$ và $V_2 = V_{ABCD.IMJN}$

$$\text{Vậy } k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{MB'}{MB} = \frac{a - \frac{a}{3}}{\frac{a}{3}} = 2.$$

Câu 49. Hướng dẫn giải:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 2020 điểm lần lượt có hoành độ $1, 2, 3, \dots, 2020$. Đạo hàm $f'(x)$ có 2019 nghiệm phân biệt lần lượt thuộc các khoảng $(1; 2), (2; 3), \dots, (2019; 2020)$.

Hàm số có 2019 điểm cực trị trong đó có 1010 điểm cực tiểu và 1009 điểm cực đại.

Câu 50. Hướng dẫn giải:

Pt $f(x) = 0$ có nghiệm đơn $x = 1$ và nghiệm kép $x = 2$.

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} \text{ chú ý điều kiện xác định ở TS: } x \geq 1$$

xét $MS = 0$ ta được: nghiệm đơn: $x = 0$, nghiệm đơn $x = 1$; nghiệm kép $x = 2$ và ba nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3 cùng lớn hơn 1, khác 2.

Vậy số đường tiệm cận đứng là 4, bao gồm các đt $x = 2, x = x_1, x = x_2, x = x_3$

Đths có một đường tiệm cận ngang bên phải $y = 0$.

Vậy tổng có 5 đường tiệm cận.

Hết