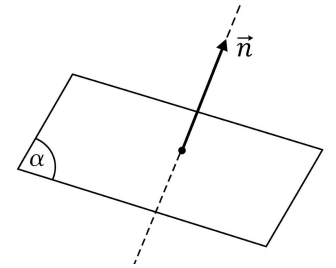
# CHƯƠNG 5
# PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

## BÀI 14
## PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

### 1. Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

#### a. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Vecto $\vec{n}\neq\vec{0}$ được gọi là **vectơ pháp tuyến** của mặt phẳng $(\alpha)$ nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)$.

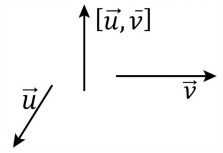



**Chú ý:**

- Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của nó.
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ thì $k\vec{n}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$.

#### b. Tích có hướng của hai vectơ

Trong không gian $Oxyz$, hai vecto $\vec{u}=(a;b;c)$ và $\vec{v}=(a';b';c')$. Khi đó vecto $\vec{n}=(bc'-b'c;ca'-c'a;ab'-a'b)$ vuông góc với cả hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$, được gọi là **tích có hướng** của $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $[\vec{u},\vec{v}]$.




**Chú ý:**

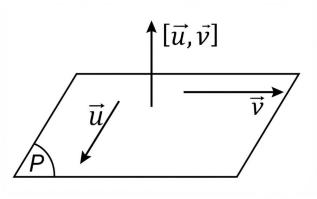
- $[\vec{u},\vec{v}]=\vec{0}$ khi và chỉ khi $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.
- Tích có hướng của hai vecto $\vec{u}=(a;b;c)$ và $\vec{v}=(a';b';c')$ là:

$$[\vec{u},\vec{v}]=\left(\begin{vmatrix}b & c\\ b' & c'\end{vmatrix};\begin{vmatrix}c & a\\ c' & a'\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a & b\\ a' & b'\end{vmatrix}\right)=(bc'-b'c;ca'-c'a;ab'-a'b)$$

### c. Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ được gọi là **cặp vectơ chỉ phương** của mặt phẳng $(P)$ nếu chúng không cùng phương và có giá nằm trong hoặc song song với mặt phẳng $(P)$.

Nếu vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ được gọi là **cặp vectơ chỉ phương** của mặt phẳng $(P)$ thì $[\vec{u},\vec{v}]$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.




## 2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, mỗi mặt phẳng đều có dạng phương trình: $Ax+By+Cz+D=0$ trong đó $A,B,C$ không đồng thời bằng $0$, được gọi là **phương trình tổng quát** của mặt phẳng đó.

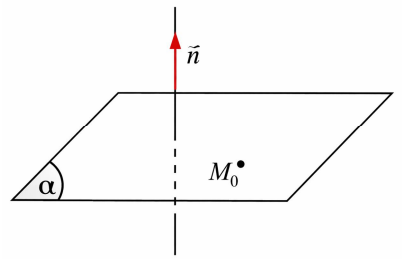
**Chú ý:** Trong không gian $Oxyz$, mỗi phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ (các hệ số $A,B,C$ không đồng thời bằng $0$) xác định một mặt phẳng nhận $\vec{n}=(A;B;C)$ làm một vectơ pháp tuyến.

## 3. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng

### a. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua một điểm và biết vectơ pháp tuyến

Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ thì có phương trình tổng quát là:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz+D=0 \text{ với } D=-Ax_0-By_0-Cz_0$$

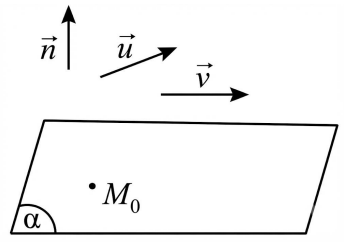



### b. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết cặp vectơ chỉ phương

Trong không gian $Oxyz$, bài toán viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M_0$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{u},\vec{v}$, ta thực hiện như sau:

**Bước 1:** Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=[\vec{u},\vec{v}]$.

**Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M_0$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.



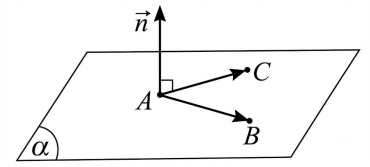
**c. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng**

Trong không gian $Oxyz$, bài toán viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua ba điểm $A, B, C$ không thẳng hàng, ta thực hiện như sau:

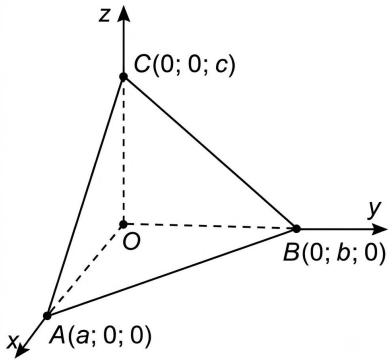
**Bước 1:** Tìm cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

**Bước 2:** Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$.

**Bước 3:** Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $A$ (hoặc điểm $B$ hoặc điểm $C$) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.



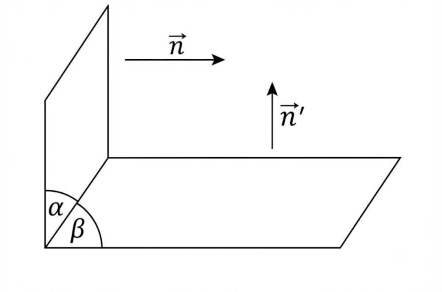

**Nhận xét:** Mặt phẳng $(\alpha)$ không đi qua gốc tọa độ $O$ và lần lượt cắt trục $Ox$ tại $A(a;0;0)$, cắt trục $Oy$ tại $B(0;b;0)$, cắt trục $Oz$ tại $C(0;0;c)$ thì có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ (với $a.b.c \neq 0$). Phương trình đó được gọi là **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.**




**4. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau**

Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$.

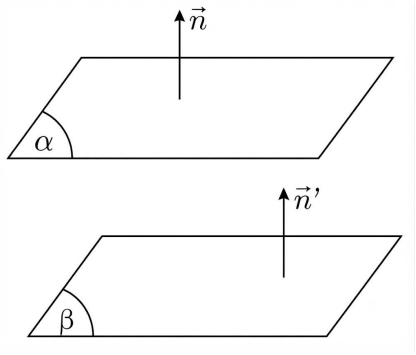
Khi đó: $(\alpha)\perp(\beta) \Leftrightarrow \vec{n}\perp\vec{n'} \Leftrightarrow AA'+BB'+CC'=0$




**Chú ý:** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì vectơ pháp tuyến của mặt phẳng này có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng kia.

## 5. Điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau

Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$. Khi đó: $(\alpha)\ //\ (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}=k\vec{n'} \\ D\neq kD' \end{cases} (k\in\mathbb{R})$

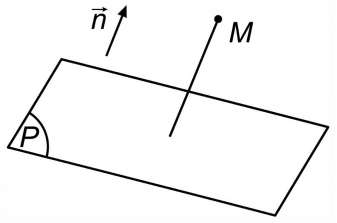



**Chú ý:**

- Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì vectơ pháp tuyến của mặt phẳng này cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.
- $(\alpha)\equiv(\beta) \Leftrightarrow A'=kA, B'=kB, C'=kC, D'=kD\ \ (k\neq 0)$
- $(\alpha)$ cắt $(\beta) \Leftrightarrow \vec{n}$ và $\vec{n'}$ không cùng phương.

## 6. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ là: $d(M,(P))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.



# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## CHỦ ĐỀ 1
## XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN CỦA MẶT PHẲNG

## DẠNG 1
## XÁC ĐỊNH VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẲNG
## XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC MẶT PHẲNG

### 1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- Mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$
- Nếu mặt phẳng $(\alpha)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a},\vec{b}$ thì $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$.
- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ là vectơ có giá vuông góc với $(\alpha)$.
- Vectơ chỉ phương của mặt phẳng $(\alpha)$ là vectơ có giá song song hoặc trùng với $(\alpha)$.
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của $(\alpha)$ thì $k.\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của $(\alpha)$.
- Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của $(\alpha)$ thì $k.\vec{a}$ cũng là một vectơ chỉ phương của $(\alpha)$.

**Chú ý:**

- Trục $Ox$ có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục $Oy$ có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục $Oz$ có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oxy)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oxz)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Mặt phẳng $(Oyz)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

### 2. Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng

Cho mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó:

- $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$
- $M_0(x_0;y_0;z_0)\notin(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng sau:

a) $(P): x-2y+2z-2026=0$.

b) $(Q): 2x-3y+2027=0$.

c) $(R): -x+3z-4=0$.

**Lời giải**

a) Mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2026=0$ nên suy ra một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;2)$.

b) Mặt phẳng $(Q): 2x-3y+2027=0$ nên suy ra một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;0)$.

c) Mặt phẳng $(R): -x+3z-4=0$ nên suy ra một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-1;0;3)$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;2), B(1;1;-2), C(-1;1;0)$. Biết mặt phẳng $(P)$ đi qua 3 điểm $A, B, C$, hãy xác định một vectơ pháp tuyến của $(P)$.

**Lời giải**

Ta có: $\overrightarrow{AC}=(-3;1;-2), \overrightarrow{AB}=(-1;-1;-4)$

nên $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]=(-6;-10;4)$.

Vì mặt phẳng $(P)$ đi qua 3 điểm $A, B, C$ nên vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]=(-6;-10;4)$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(2;0;3), C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$.

a) Biết mặt phẳng $(P)$ đi qua 3 điểm $A, B, C$, hãy xác định một vectơ pháp tuyến của $(P)$.

b) Tính $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}$.

**Lời giải**

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$; $\overrightarrow{AC}=(-3;3;3)$; $\overrightarrow{AD}=(-1;3;1)$.

nên $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]=(-3;-12;9)$

Vì mặt phẳng $(P)$ đi qua 3 điểm $A, B, C$ nên vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]=(-3;-12;9)$

b) Ta có: $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=(-3).(-1)+(-12).3+9.1=-24$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z-3=0$. Xét các điểm sau, điểm nào thuộc và không thuộc mặt phẳng $(\alpha)$ ?

a) $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$.

a) $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$.

c) $P(1;6;4)$.

d) $Q(0;3;0)$.

**Lời giải**

$(\alpha): x-y+2z-3=0$

a) Xét điểm $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$, ta có: $1-1+2.\frac{3}{2}-3=0$ nên $M\in(\alpha)$

b) Xét điểm $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$, ta có: $1+1+2.\left(-\frac{3}{2}\right)-3=-4\neq 0$ nên $N\notin(\alpha)$

c) Xét điểm $P(1;6;4)$, ta có: $1-6+2.4-3=0$ nên $P\in(\alpha)$ nên C sai.

d) Xét điểm $Q(0;3;0)$, ta có: $0-3+2.0-3=-6\neq 0$ nên $Q\notin(\alpha)$ nên D sai.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-5;3;-1)$, $\vec{b}=(1;2;1)$, $\vec{c}=(m;3;-1)$. Giá trị của $m$ sao cho $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]$.

**Lời giải**

Ta có: $\left[\vec{b},\vec{c}\right]=(-5;m+1;3-2m)$

Mà $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]\Leftrightarrow\begin{cases}-5=-5\\ m+1=3\\ 3-2m=-1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

**Bài 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2),\vec{v}=(-1;m;m-2)$. Tìm giá trị của $m$ sao cho $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{14}$.

**Lời giải**

Ta có: $[\vec{u},\vec{v}]=(-m-2;-m;m+1)\Rightarrow\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{(m+2)^2+m^2+(m+1)^2}=\sqrt{3m^2+6m+5}$

Mà $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{14}$ nên $3m^2+6m+5=14\Leftrightarrow 3m^2+6m-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-3\end{array}\right.$

# DẠNG 2
# HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC
# KHOẢNG CÁCH

## 1. Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$. Khi đó:

- $(\alpha)\perp(\beta)\Leftrightarrow \vec{n}.\vec{n'}=0\Leftrightarrow AA'+BB'+CC'=0$
- $(\alpha)\ //\ (\beta)\Leftrightarrow \begin{cases}\vec{n}=k\vec{n'}\\ D\neq kD'\end{cases}\ (k\in\mathbb{R})$
- $(\alpha)\equiv(\beta)\Leftrightarrow \begin{cases}\vec{n}=k\vec{n'}\\ D=kD'\end{cases}\ (k\neq 0)$
- $(\alpha)$ cắt $(\beta)\Leftrightarrow \vec{n}$ và $\vec{n'}$ không cùng phương.

**Chú ý:**

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$
- Nếu $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$
- Khi làm trắc nghiệm, nên dùng cách sau để xét vị trí tương đối hai mặt phẳng cho nhanh:

  + $(\alpha)\ //\ (\beta)\Leftrightarrow \dfrac{A}{A'}=\dfrac{B}{B'}=\dfrac{C}{C'}\neq\dfrac{D}{D'}$

  + $(\alpha)\equiv(\beta)\Leftrightarrow \dfrac{A}{A'}=\dfrac{B}{B'}=\dfrac{C}{C'}=\dfrac{D}{D'}$

  + $(\alpha)$ cắt $(\beta)\Leftrightarrow \dfrac{A}{A'}\neq\dfrac{B}{B'}$ hoặc $\dfrac{B}{B'}\neq\dfrac{C}{C'}$ hoặc $\dfrac{A}{A'}\neq\dfrac{C}{C'}$.

## 2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó khoảng cách từ điểm $M_0$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ được tính: $d(M_0,(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**Chú ý:**

- Mặt phẳng $(Oxy)$ có phương trình: $z=0$.
- Mặt phẳng $(Oxz)$ có phương trình: $y=0$.
- Mặt phẳng $(Oyz)$ có phương trình: $x=0$.

### 3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia *(Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).*

Để tính khoảng cách mặt phẳng $(\alpha)$ song song với $(\beta)$, ta thực hiện như sau:

**Bước 1:** Chọn điểm $M \in (\alpha)$

**Bước 2:** Tính khoảng cách điểm $M$ đến $(\alpha_2)$

**Bước 3:** Kết luận $d((\alpha),(\beta)) = d(M,(\beta))$

**Chú ý:**

- Cho 2 mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\beta): Ax+By+Cz+D'=0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là: $d((\alpha),(\beta)) = \dfrac{|D-D'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.
- Hai mặt phẳng trùng nhau hoặc cắt nhau thì khoảng cách giữa chúng bằng $0$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng : $(\alpha): x-2=0; (\beta): y-6=0; (\gamma): 2x+2027=0$.

a) Chứng minh rằng $(\alpha)\perp(\beta)$.

b) Chứng minh rằng $(\alpha)$ // $(\gamma)$.

**Lời giải**

$(\alpha): x-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;0;0)$

$(\beta): y-6=0$ có VTPT $\vec{b}=(0;1;0)$

$(\gamma): 2x+2027=0$ có VTPT $\vec{c}=(2;0;0)$

a) Ta có; $\vec{a}.\vec{b}=0 \Rightarrow (\alpha)\perp(\beta)$

b) Ta có; $\vec{a}=2\vec{c}$ và $\vec{a}.\vec{c}=2\neq 0$ nên $(\alpha)$ // $(\gamma)$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+1=0$; $(\beta): x+y-z+2=0$; $(\gamma): x-y+5=0$.

a) Chứng minh rằng $(\alpha)\perp(\beta)$.

b) Chứng minh rằng $(\alpha)\perp(\gamma)$.

c) Chứng minh rằng $(\beta)\perp(\gamma)$.

**Lời giải**

$(\alpha): x+y+2z+1=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;2)$

$(\beta): x+y-z+2=0$ có VTPT $\vec{b}=(1;1;-1)$

$(\gamma): x-y+5=0$ có VTPT $\vec{c}=(1;-1;0)$

a) Ta có $\vec{a}.\vec{b}=0 \Rightarrow (\alpha)\perp(\beta)$

b) Ta có $\vec{a}.\vec{c}=0\Rightarrow(\alpha)\perp(\gamma)$

c) Ta có $\vec{b}.\vec{c}=0\Rightarrow(\beta)\perp(\gamma)$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+my+2mz-9=0$ và $(Q):6x-y-z-10=0$. Tìm $m$ để $(P)\perp(Q)$.

**Lời giải**

$(P):2x+my+2mz-9=0$ có VTPT $\vec{a}=(2;m;2m)$

$(Q):6x-y-z-10=0$ có VTPT $\vec{b}=(6;-1;-1)$

Do đó $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow 2.6+m.(-1)+2m.(-1)=0\Leftrightarrow m=4$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):5x+my+z-5=0$ và $(Q):nx-3y-2z+7=0$. Tìm $m,n$ để $(P)//(Q)$.

**Lời giải**

$(P):5x+my+z-5=0$ có VTPT $\vec{a}=(5;m;1)$

$(Q):nx-3y-2z+7=0$ có VTPT $\vec{b}=(n;-3;-2)$

$$(P)\ //(Q)\Leftrightarrow\left[\vec{a};\vec{b}\right]=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}-2m+3=0\\ n+10=0\\ -15-mn=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\dfrac{3}{2}\\ n=-10\end{cases}$$

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$

a) Tính khoảng cách từ điểm $M(0;0;-2)$ đến mặt phẳng $(P)$.

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q):x+2y+2z-5=0$.

**Lời giải**

a) $d(M,(P))=\dfrac{|0+2.0+2.(-2)-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{14}{3}$

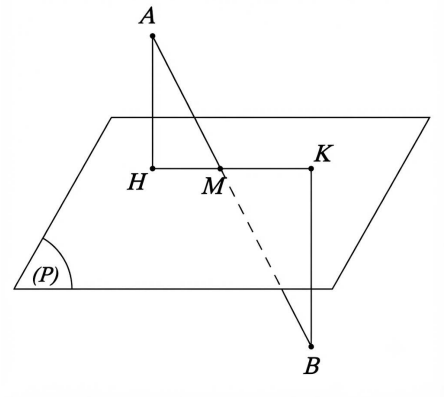
b) Vì $\dfrac{1}{1}=\dfrac{2}{2}=\dfrac{2}{2}\neq\dfrac{-10}{-5}$ nên hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ song song.

Lấy $M(10;0;0)\in(P)$.

Khi đó, $d((P),(Q))=d(M,(Q))=\dfrac{|10-5|}{\sqrt{9}}=\dfrac{5}{3}$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng $(P)$ lấy điểm $M$. Gọi $B$ là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách $d$ từ $B$ đến mặt phẳng $(P)$.

**Lời giải**




Ta có: $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AM}\Rightarrow BM=2.AM\Rightarrow \dfrac{d\left(B,\left(P\right)\right)}{d\left(A,\left(P\right)\right)}=\dfrac{BM}{AM}=2$

$\Rightarrow d\left(B,\left(P\right)\right)=2.d\left(A,\left(P\right)\right)=2.\dfrac{\left|3.2+4.4-12.\left(-1\right)+5\right|}{\sqrt{3^2+4^2+\left(-12\right)^2}}=2.3=6$.

**Bài 7.** Tìm trên trục $Oz$ điểm $M$ cách đều điểm $A\left(2;3;4\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+3y+z-17=0$.

**Lời giải**

Vì $M\in Oz\Rightarrow M\left(0;0;m\right)$. Ta có: $MA=\sqrt{2^2+3^2+\left(4-m\right)^2}$; $d\left(M,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|m-17\right|}{\sqrt{14}}$.

$M$ cách đều điểm $A\left(2;3;4\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+3y+z-17=0$ khi và chỉ khi

$\sqrt{2^2+3^2+\left(4-m\right)^2}=\dfrac{\left|m-17\right|}{\sqrt{14}}\Leftrightarrow 13\left(m-3\right)^2=0\Leftrightarrow m=3$. Vậy $M\left(0;0;3\right)$.

# CHỦ ĐỀ 2
# LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG

**Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng $(\alpha)$, thông thường ta có 3 trường hợp cơ bản sau:**

**Trường hợp 1:** Khi bài toán cho biết mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) thì viết dưới dạng sau:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

**Trường hợp 2:** Khi bài toán cho biết mặt phẳng $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ dưới dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị $D$.

**Chú ý:** Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

**Trường hợp 3:** Khi bài toán cho biết mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ dưới dạng:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm **hai phương trình** chứa 3 ẩn $A,B,C$.

**Chú ý:** Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

# DẠNG 1
# VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT MỘT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG VÀ MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

**1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và biết một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$**

Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ hay $Ax+By+Cz+D=0$ .

**Chú ý:**

- Phải nắm vững khái niệm **vectơ pháp tuyến** và **vectơ chỉ phương** của mặt phẳng.

+ Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là vectơ **có giá vuông góc** với mặt phẳng đó. Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng thì $k\vec{n}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

+ Vectơ vectơ chỉ phương của mặt phẳng là vectơ **có giá song song** với mặt phẳng đó. Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng thì $k\vec{a}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng đó.

- Mặt phẳng $(\alpha)$ có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ ($\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương) thì mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ .

- Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua ba điểm $A,B,C$ không thẳng hàng thì có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

- Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.

+ Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.

+ Hai mặt phẳng vuông góc thì vectơ chỉ phương của mặt phẳng này là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.

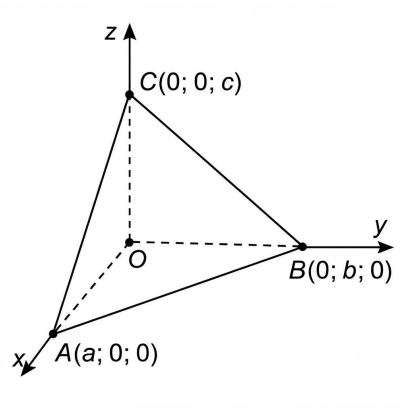
+ Đường thẳng song song mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ chỉ phương của mặt phẳng.

+ Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

## 2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

### a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

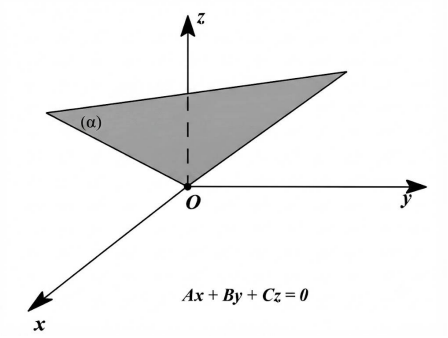
Mặt phẳng $(\alpha)$ không đi qua gốc tọa độ $O$ và lần lượt cắt trục $Ox$ tại $A(a;0;0)$, cắt trục $Oy$ tại $B(0;b;0)$, cắt trục $Oz$ tại $C(0;0;c)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. với $a.b.c\neq 0$




### b. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$

- Nếu $D=0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua gốc tọa độ $O$ và có dạng $(\alpha):Ax+By+Cz=0$.




- Nếu $A=0,B\neq 0,C\neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục $Ox$.

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ song song $Ox$ thì có dạng $(\alpha):By+Cz+D=0$. (Hình 1)

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $Ox$ thì có dạng $(\alpha):By+Cz=0$.

- Nếu $A\neq 0,B=0,C\neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục $Oy$.

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ song song $Oy$ thì có dạng $(\alpha):Ax+Cz+D=0$. (Hình 2)

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $Oy$ thì có dạng $(\alpha):Ax+Cz=0$.

- Nếu $A\neq 0,B\neq 0,C=0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục $Oz$.

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ song song $Oz$ thì có dạng $(\alpha):Ax+By+D=0$. (Hình 3)

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $Oz$ thì có dạng $(\alpha):Ax+By=0$.

- Nếu $A=B=0,C\neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc trùng với $(Oxy)$.

  + Mặt phẳng $(\alpha)$ song song $(Oxy)$ thì có dạng $(\alpha):Cz+D=0$. (Hình 4)

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $(Oxy)$ thì có dạng $(\alpha): z = 0$.

• Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc trùng với $(Oxz)$.

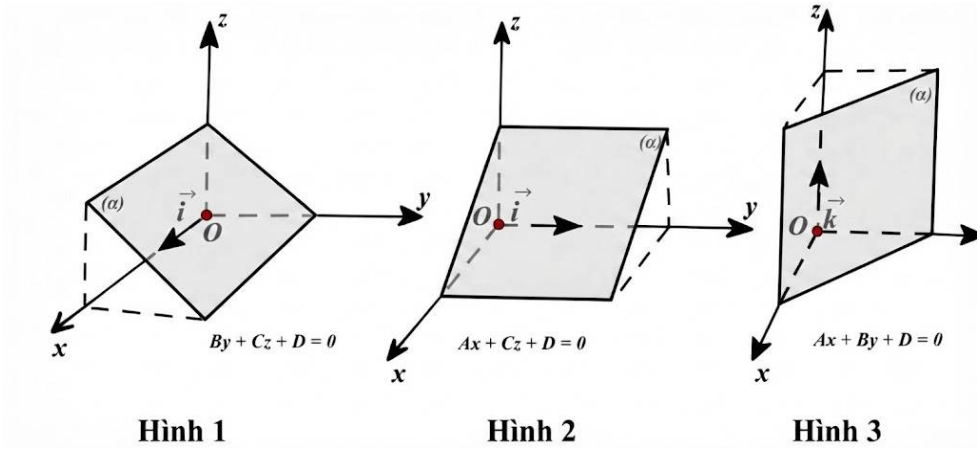
+ Mặt phẳng $(\alpha)$ song song $(Oxz)$ thì có dạng $(\alpha): By + D = 0$. (Hình 5)

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $(Oxz)$ thì có dạng $(\alpha): y = 0$.

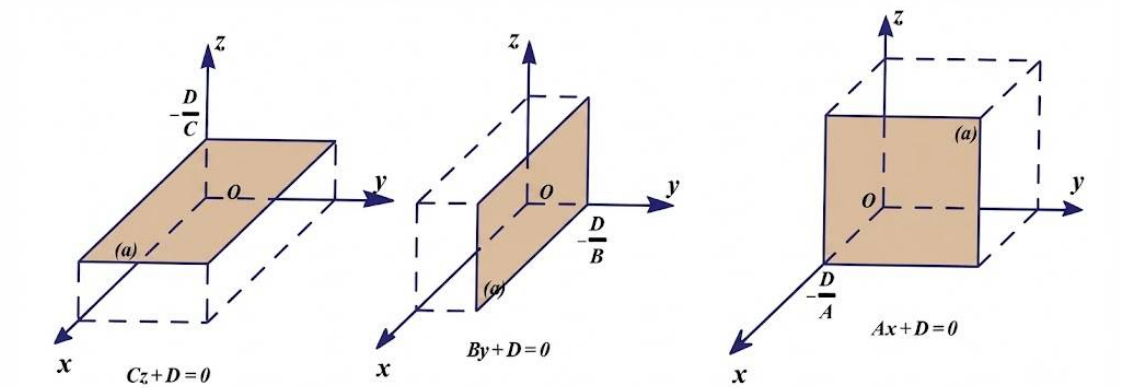
• Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc trùng với $(Oyz)$.

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ song song $(Oyz)$ thì có dạng $(\alpha): Ax + D = 0$. (Hình 6)

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $(Oyz)$ thì có dạng $(\alpha): x = 0$.




**Hình 1** **Hình 2** **Hình 3**




**Hình 4** **Hình 5** **Hình 6**

**Nhận xét:**

• Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình $(\alpha)$: $Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn:

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì $D = 0$ .

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục tương ứng nào ( trục $Ox, Oy, Oz$ ) thì ẩn đó không có (không chứa $Ax, By, Cz$ ) và $D = 0$ .

+ Mặt phẳng $(\alpha)$ song song trục tương ứng nào ( trục $Ox, Oy, Oz$ ) thì ẩn đó không có (không chứa $Ax, By, Cz$ ) và $D \neq 0$ .

- Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vectơ chỉ phương của các trục $Ox, Oy, Oz$ và vectơ pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến.

+ Trục $Ox$ có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.

+ Trục $Oy$ có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.

+ Trục $Oz$ có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

+ Mặt phẳng $(Oxy)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

+ Mặt phẳng $(Oxz)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{j} = (0;1;0)$.

+ Mặt phẳng $(Oyz)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng $(P)$ trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(2;1;-3)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;-2;6)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $N(2;-1;0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2;1;3), \vec{b} = (1;1;2)$.

**Lời giải**

a) Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(2;1;-3)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;-2;6)$ có dạng: $3(x-2)-2(y-1)+6(z+3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+6z+14=0$.

Mặt phẳng $(P)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2;1;3), \vec{b} = (1;1;2)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\vec{a};\vec{b}\right] = (-1;-1;1)$.

b) Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $N(2;-1;0)$ có véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-1;-1;1)$ có dạng: $-1(x-2)-1(y+1)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow -x-y+z+1=0$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng $(P)$ trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và vuông góc với trục $Ox$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxy)$.

**Lời giải**

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và vuông góc với trục $Ox$ thì nhận vectơ $\vec{i} = (1;0;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ cần tìm là: $1(x-1)+0(y-2)+0(z+1)=0$ hay $x-1=0$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxy)$ thì nhận vectơ $\vec{k} = (0;0;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ cần tìm là: $(x-1)+0(y-2)+1(z+1)=0$ hay $z+1=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng $(P)$ trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Oy$ và đi qua điểm $M(-2;1;-5)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ song song trục $Ox$ và đi qua hai điểm $M(0;-4;3)$, $N(-2;3;-1)$.

**Lời giải**

a) Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Oy$ nên có dạng: $Ax+Cz=0$

Mà $M(-2;1;-5)\in(P)$ nên: $-2A-5C=0\Leftrightarrow C=-\dfrac{2}{5}A$

Suy ra $(P):Ax-\dfrac{2}{5}Az=0\Leftrightarrow 5x-2z=0$

b) Mặt phẳng $(P)$ song song trục $Ox$ nên có dạng: $By+Cz+D=0$

Mà $M(0;-4;3)\in(P)$, $N(-2;3;-1)\in(P)$ nên: $\begin{cases}-4B+3C+D=0\\3B-C+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-B+4C=0\\D=C+3B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B=4C\\D=13C\end{cases}$

Suy ra $(P):4Cy+Cz+13C=0\Leftrightarrow 4y+z+13=0$

**Chú ý:** Câu a và b làm cách thông thường dễ hiểu hơn (làm như thế nào các em tự tìm hiểu nhé).

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng $(P)$ trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-2;4;-1)$ và song song với mặt phẳng $(Q):3x+7y+10z+1=0$

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $N(1;-1;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q):3x+2y-z=0$, $(R):x+y-z=0$.

c) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $K(2;3;-1)$, song song với trục $Ox$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):x+2y-3z+1=0$.

**Lời giải**

c) Mặt phẳng $(P)\,//\,(Q)\Rightarrow\vec{n}_{(P)}=\vec{n}_{(Q)}=(3;7;10)$

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-2;4;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(3;7;10)$ có phương trình là:

$3(x+2)+7(y-4)+10(z+1)=0\Leftrightarrow 3x+7y+10z-12=0$.

b) Mặt phẳng $(Q)$ và mặt phẳng $(R)$ lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(3;2;-1)$, $\vec{n}_R=(1;1;-1)$

Vì mặt phẳng $(P)$ vuông góc với cả hai mặt phẳng $(R)$, $(Q)$ nên giá của các vectơ $\vec{n}_R$, $\vec{n}_Q$ song song hoặc nằm trong mặt phẳng $(P)$.

Suy ra $\left[\vec{n}_Q,\vec{n}_R\right]=(-1;2;1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $N(1;-1;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(-1;2;1)$ có phương trình là:

$-1(x-1)+2(y+1)+1(z-5)=0$ hay $x-2y-z+2=0$.

c) Do $(P)//Ox$ nên mặt phẳng $(P)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u_1}=\vec{i}=(1;0;0)$.

Mặt khác: $(P)\perp(Q)\Rightarrow$ mặt phẳng $(P)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;2;-3)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(0;3;2)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $K(2;3;-1)$ có phương trình $(P):3y+2z-7=0$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng $(P)$ trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng $(P)$ qua gốc tọa độ $O$ đồng thời vuông góc với cả $(\alpha)$ và $(\beta)$ với $(\alpha):3x-2y+2z+7=0,(\beta):5x-4y+3z+1=0$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):\ x+2y-z=0$.

**Lời giải**

a) Vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha=(3;-2;2),\vec{n}_\beta=(5;-4;3)$.

Khi đó vecto pháp tuyến mặt phẳng cần tìm là $\vec{n}=\left[\vec{n}_\alpha;\vec{n}_\beta\right]=(2;1;-2)$

Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$ là : $2x+y-2z=0.$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$, vectơ pháp tuyến mặt phẳng $(Q):\ \overrightarrow{n_Q}=(1;2;-1)$.

Theo đề bài ta có vectơ pháp tuyến mặt phẳng $(P):\ \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_Q}\wedge\overrightarrow{AB}=(4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $4x-3y-2z+C=0$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A(0;1;0)$ nên: $-3+C=0\Leftrightarrow C=3$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $4x-3y-2z+3=0$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng $(P)$ trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A(1;0;0),B(0;2;0),C(0;0;3)$

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A(1;1;1);\ B(0;4;0);\ C(2;2;0)$.

**Lời giải**

a) Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0),B(0;2;0),C(0;0;3)$ có phương trình mặt chắn là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$

hay $6x+3y+2z-6=0$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;3;-1);\ \overrightarrow{AC}=(1;1;-1)$,

suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}3&-1\\1&-1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&-1\\-1&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&3\\1&1\end{vmatrix}\right)=(-2;-2;-4)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $B(0;4;0)$ và có vectơ pháp tuyến của $\vec{n}=(-2;-2;-4)$ nên c phương trình

$-2(x-0)-2(y-4)-4(z-0)=0\Leftrightarrow x+y+2z-4=0$

Vậy $(P):x+y+2z-4=0$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB$.

**Lời giải**

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng $AB$.

Do đó, ta có: $-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;1)$ và $B(5;-4;1)$. Gọi $M$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $(Oxy)$, và $N$ là điểm đối xứng với $B$ qua $(Oyz)$.

a) Tìm toạ độ điểm $M$ và $N$.

b) Viết phương trình mặt phẳng trung trực $(P)$ của đoạn thẳng $MN$.

**Lời giải**

a) $M$ là hình chiếu của $A(-3;2;1)$ trên trục $(Oxy)$ nên ta có $M(-3;2;0)$.

$N$ là đối xứng với $B(5;-4;1)$ qua $(Oyz)$ nên ta có $N(-5;-4;1)$.

b) Gọi $I$ là trung điểm $MN$.

Ta có $I\left(-4;-1;\frac{1}{2}\right)$ và $\overrightarrow{MN}=(-2;-6;1)$

Phương trình mặt phẳng $2(x+4)+6(y+1)-1\left(z-\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 4x+12y-2z+29=0$.

**Bài 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;2;1), B(3;0;0)$, $C(1;-1;-2), D(-1;1;-1)$. Gọi $I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và $G$ là trọng tâm $\Delta ABC$.

a) Tìm toạ độ điểm $I$ và $G$.

b) Viết phương trình mặt phẳng trung trực của $GI$.

**Lời giải**

a) Vì $ABCD$ là hình vuông nên tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ là giao điểm của hai đường chéo $AC$ và $BD$, khi đó $I\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Vì $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$ nên $G\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};\frac{-1}{3}\right)$.

b) Gọi $M$ là trung điểm của đoạn thẳng $GI$ nên $M\left(\frac{4}{3};\frac{5}{12};-\frac{5}{12}\right)$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn thẳng $GI$:

$-4\left(x-\frac{4}{3}\right)+\left(y-\frac{5}{12}\right)-\left(z+\frac{5}{12}\right)=0 \Leftrightarrow 8x-2y+2z-9=0$.

**Bài 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha_1): 3x-y+z-2=0, (\alpha_2): x+4y-5=0$ và song song với mặt phẳng $(\alpha_3): 2x+21y-z+7=0$. Viết phương trình của mặt phẳng $(P)$.

**Lời giải**

Ta có: $(P)//(\alpha_3) \Rightarrow (P): 2x+21y-z+m=0 \ (m \neq -7)$

Gọi $d$ là giao tuyến của $(\alpha_1);(\alpha_2)$ $d: \begin{cases} (\alpha_1): 3x-y+z-2=0 \\ (\alpha_2): x+4y-5=0 \end{cases}$

Cho $y=0 \Rightarrow \begin{cases} 3x+z-2=0 \\ x-5=0 \end{cases} \Rightarrow M(5;0;-13)$ $y=0$ và $z=0 \Rightarrow \begin{cases} 3x-y-2=0 \\ x+4y-5=0 \end{cases} \rightarrow N(1;1;0)$

$M \in (P) \Rightarrow 2.5+21.0-(-13)+m=0 \Rightarrow m=-23$

$N \in (P) \Rightarrow 2.1+21.1-0+m=0 \Rightarrow m=-23$.

Vậy $2x+21y-z-23=0$.

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa điểm $M(1;3;-2)$ cắt các tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $A$, $B$, $C$ sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

**Lời giải**

Phương trình mặt chắn cắt tia $Ox$ tại $A(a;0;0)$, cắt tia $Oy$ tại $B(0;b;0)$, cắt tia $Oz$ tại $C(0;0;c)$ có dạng là $(P)$: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ (với $a>0$, $b>0, c>0$).

Theo đề: $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{b}{2} \\ c=2b \end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng $(P)$ nên ta có: $\frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{3}{b}+\frac{-2}{2b}=1 \Leftrightarrow \frac{4}{b}=1 \Leftrightarrow b=4$

Khi đó $a=2$, $c=8$.

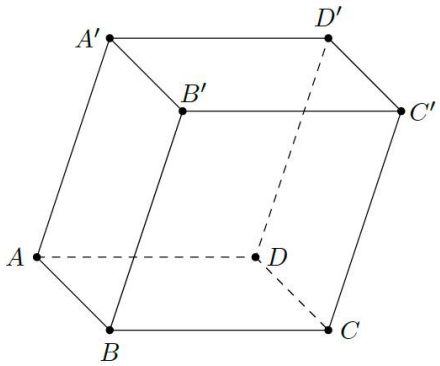
Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.

**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;-1;3)$, $B(0;2;4)$, $D(2;-1;1)$, $A'(0;1;2)$.

a) Tính tọa độ các điểm $C, B', D'$.

b) Viết phương trình mặt phẳng $(CB'D')$.

**Lời giải**




a) Tính tọa độ các điểm $C, B', D'$.

Ta có: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C - 2 = 0 \\ z_C - 4 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 2 \\ z_C = 2 \end{cases}$ suy ra $C(1;2;2)$.

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = -1 \\ y_{B'} - 2 = 2 \\ z_{B'} - 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 4 \\ z_C = 3 \end{cases}$ suy ra $B'(-1;4;3)$.

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{D'} = 1 \\ y_{D'} - 1 = 0 \\ z_{D'} - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{D'} = 1 \\ y_{D'} = 1 \\ z_{D'} = 0 \end{cases}$ suy ra $D'(1;1;0)$.

b) Viết phương trình mặt phẳng $(CB'D')$.

Ta có: $\overrightarrow{CB'} = (-2;2;1), \overrightarrow{CD'} = (0;-1;-2)$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng $(CB'D')$ nên $(CB'D')$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n} = \left[\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{CD'}\right] = (-3;-4;2)$ và đi qua điểm $C(1;2;2)$ có phương trình là: $3x + 4y - 2z - 7 = 0$.

# DẠNG 2
# VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG MÀ KHÔNG BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG

Khi viết phương trình tổng quát của mặt phẳng $(\alpha)$ mà có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ dưới dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị $D$.

**Chú ý:** Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $B(6;4;0)$, $C(4;5;1)$, $M(2;1;6)$. Mặt phẳng $(P)$ vuông góc với $BC$ và cách $M$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính $-3a+c$.

**Lời giải**

Mặt phẳng $(P)$ vuông góc với $BC$ nên $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)\Rightarrow(P):-2x+y+z+D=0$.

Lại có $d(M;(P))=\sqrt{6}\Leftrightarrow\dfrac{|D+3|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow|D+3|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-3\\D=3\end{array}\right.$

Với $D=-3\Rightarrow(P):-2x+y+z-3=0$.

Với $D=3\Rightarrow(P):-2x+y+z+3=0$.

Vậy $a=-2;c=1\Rightarrow-3a+c=7$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P):2x-y-2z+19=0$ và cách $(P)$ một khoảng bằng 5 có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính $a+c+d$.

**Lời giải**

Trên mặt phẳng $(P):2x-y-2z+4=0$ chọn điểm $M(0;4;0)$.

Do $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$ nên $(Q)$ có dạng: $2x-y-2z+D=0$ với $D\neq19$.

Vì $d((P),(Q))=5\Leftrightarrow d(M,(Q))=5\Leftrightarrow\dfrac{|-4+D|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=5.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-11\\D=19\end{array}\right.$

Mặt phẳng $(Q)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán: $2x-y-2z-11=0$

Vậy $a+c+d=11$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P)$ không qua $O$, song song mặt phẳng $(Q)$ và $d\big((P);(Q)\big)=1$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$

**Lời giải**

Gọi phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $x+2y+2z+d=0$ Với $d\neq 0; d\neq -3$.

Có $d\big((P);(Q)\big)=1 \Leftrightarrow \dfrac{|d+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=0 \\ d=-6 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow (P)$ có dạng: $x+2y+2z-6=0$.

**Bài 4.** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$, cách $(P)$ một khoảng bằng 3 và cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ dương.

**Lời giải**

Do $(Q)//(P)$ nên mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+C=0$; $C\neq -5$, chọn $M(0;0;5)\in(P)$

Ta có $d\big((P);(Q)\big)=d\big(M;(Q)\big)=\dfrac{|5+C|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C=4 \\ C=-14 \end{array}\right.$

Với $C=4 \Rightarrow (Q): 2x-2y+z+4=0$ khi đó $(Q)$ cắt $Ox$ tại điểm $M_1(-2;0;0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này $(Q)$ không thỏa đề bài.

Với $C=-14 \Rightarrow (Q): 2x-2y+z-14=0$ khi đó $(Q)$ cắt $Ox$ tại điểm $M_2(7;0;0)$ có hoành độ dương do đó $(Q): 2x-2y+z-14=0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

## DẠNG 3
## VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG VÀ KHÔNG BIẾT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC KHÔNG BIẾT HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

Khi bài toán cho biết mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ dưới dạng:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn $A,B,C$.

**Chú ý:**

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ qua điểm $A(1;-2;-2)$, vuông góc với mặt phẳng $(Oxz)$ đồng thời khoảng cách từ điểm $B(3;1;-3)$ đến $(P)$ bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$.

**Lời giải**

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$

Mặt phẳng $(P)$ vuông góc với mặt phẳng $(Oxz):y=0$ nên $\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Oxz)}=0\Leftrightarrow b=0$.

$(P)$ đi qua điểm $A(1;-2;-2)\Rightarrow (P):a(x-1)+c(z+2)=0\Leftrightarrow ax+cz-a+2c=0$.

$$d(B;(P))=\frac{|2a-c|}{\sqrt{a^2+c^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}\Leftrightarrow 5(2a-c)^2=9(a^2+c^2)\Leftrightarrow 11a^2-20ac-4c^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2c\\11a=-2c\end{array}\right.$$

Với $a=2c$ chọn $c=1\Rightarrow a=2\Rightarrow (P):2x+z=0$

Với $11a=-2c$ chọn $a=2\Rightarrow c=-11\Rightarrow (P):2x-11z-24=0$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $2x+z=0$ và $2x-11z-24=0$.

**Bài 2.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;1;0),N(0;0;-2),I(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $A$ và $B$, đồng thời khoảng cách từ $I$ đến $(P)$ bằng $\sqrt{3}$.

**Lời giải**

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;1;0)\Rightarrow (P):a(x+1)+b(z-1)+cz=0$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $N(0;0;-2)\Rightarrow a-b-2c=0\Rightarrow b=a-2c$.

$$d(I;(P))=\frac{|2a+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|2a+c|}{\sqrt{a^2+(a-2c)^2+c^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|2a+c|}{\sqrt{2a^2-4ac+5c^2}}=\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow|2a+c|=\sqrt{3}\sqrt{2a^2-4ac+5c^2}$$
$$\Leftrightarrow(2a+c)^2=3(2a^2-4ac+5c^2)$$
$$\Leftrightarrow a^2-8ac+7c^2=0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=c\\a=7c\end{array}\right.$$

Với $a=c$ chọn $c=1\Rightarrow a=1,b=-1\Rightarrow (P):x-y+z+2=0$

Với $a=7c$ chọn $c=1\Rightarrow a=7,b=5\Rightarrow (P):7x+5y+z+2=0$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $x-y+z+2=0$ và $7x+5y+z+2=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3),B(0;-1;2),C(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và gốc tọa độ $O$ sao cho khoảng cách từ $B$ đến $(P)$ bằng khoảng cách từ $C$ đến $(P)$.

**Lời giải**

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $O(0;0;0)\Rightarrow (P):ax+by+cz=0$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;2;3)\Rightarrow a+2b+3c=0\Rightarrow a=-2b-3c$.

$$d(B;(P))=d(C;(P))\Leftrightarrow\frac{|-b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|a+b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\Leftrightarrow|-b+2c|=|a+b+c|$$

$$\Leftrightarrow|-b+2c|=|-b-2c|$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-b+2c=-(-b-2c)\\-b+2c=-b-2c\end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\c=0\end{array}\right.$$

Với $b=0$ thì $a=-3c\Rightarrow (P):3x-z=0$

Với $c=0$ thì $a=-2b\Rightarrow (P):2x-y=0$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $3x-z=0$ và $2x-y=0$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1),B(1;1;2),C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua $A$, vuông góc với mặt phẳng $(P)$, cắt

đường thẳng $BC$ tại $I$ sao cho $IB = 2IC$.

**Lời giải**

Phương trình mặt phẳng $(Q)$ có dạng: $ax + by + cz + d = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Do $A(1;1;-1) \in (Q)$ nên: $a + b - c + d = 0$ (1);

$(Q) \perp (P)$ nên $a - 2b + 2c = 0$ (2)

$$IB = 2IC \Leftrightarrow d\left(B,(\alpha)\right) = 2d\left(C;(\alpha)\right) \Leftrightarrow \frac{|a+b+2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 2\frac{|-a+2b-2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a-3b+6c-d=0 \\ -a+5b-2c+3d=0 \end{array}\right. \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có 2 trường hợp sau :

Trường hợp 1 : $\begin{cases} a+b-c+d=0 \\ a-2b+2c=0 \\ 3a-3b+6c-d=0 \end{cases} \Leftrightarrow b = \frac{-1}{2}a;\ c = -a;\ d = \frac{-3}{2}a$.

Chọn $a = 2 \Rightarrow b = -1; c = -2; d = -3 \Rightarrow (Q): 2x - y - 2z - 3 = 0$

Trường hợp 2 : $\begin{cases} a+b-c+d=0 \\ a-2b+2c=0 \\ -a+5b-2c+3d=0 \end{cases} \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}a; c = a; d = \frac{-3}{2}a$.

Chọn $a = 2 \Rightarrow b = 3; c = 2; d = -3 \Rightarrow (Q): 2x + 3y + 2z - 3 = 0$

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q)$ là: $2x - y - 2z - 3 = 0$ và $2x + 3y + 2z - 3 = 0$

# CHỦ ĐỀ 3
# GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẲNG

## DẠNG 1
## GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT LIÊN QUAN ĐẾN BIỂU THỨC

**Bài toán 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ và mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $T=\left|\alpha_1\overrightarrow{MA_1}+\alpha_2\overrightarrow{MA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{MA_n}\right|$ nhỏ nhất (với $\alpha_1;\alpha_2...\alpha_n$ là các số thực cho trước thỏa mãn $\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\neq 0$).

**Phương pháp giải**

**Cách 1: Phương pháp hình học (Tâm tỉ cự)**

**Bước 1: Tìm tọa độ điểm phụ $I$**

Gọi $I$ là điểm thỏa mãn: $\alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}$

Dựa vào đẳng thức $\alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}$ ta tìm được tọa độ điểm $I$.

Ta có:

$$\alpha_1\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA_1}\right)+\alpha_2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA_2}\right)+...+\alpha_n\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA_n}\right)$$
$$=\left(\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\right)\overrightarrow{MI}+\alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}$$
$$=\left(\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\right)\overrightarrow{MI}\qquad\left(do\ \alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}\right)$$

$$\Rightarrow T=\left|\alpha_1\overrightarrow{MA_1}+\alpha_2\overrightarrow{MA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{MA_n}\right|=\left|\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\right|\left|\overrightarrow{MI}\right|$$

Vì $\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n$ là hằng số khác không nên $T_{\min}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MI}\right|_{\min}$

Mà $M\in(P)$ nên $MI$ nhỏ nhất khi điểm $M$ cần tìm là hình chiếu của $I$ trên mặt phẳng $(P)$

**Bước 2: Tìm tọa độ điểm $M$**

+ Lập phương trình tham số đường thẳng $IM$ với $\begin{cases}Qua\ I\\ \vec{u}_{IM}=\vec{n}_P=(A;B;C)\end{cases}$.

+ Ta có $M=IM\cap(P)\Rightarrow$ độ điểm $M$ cần tìm.

**Cách 2: Phương pháp đại số**

Dùng bất đẳng thức bộ 3 của Bunhiacốpxki

Với $a,b,c,x,y,z\in\mathbb{R}$, ta có:

$$(ax+by+cz)^2\le(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra}\Leftrightarrow\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$$

**Bài toán 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ và mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $T=\alpha_1 MA_1^2+\alpha_2 MA_2^2+...+\alpha_n MA_n^2$ nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) (với $\alpha_1;\alpha_2...\alpha_n$ là các số thực cho trước thỏa mãn $\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\neq 0$).

**Chú ý:**

$T_{\min} \Leftrightarrow \alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n>0$

$T_{\max} \Leftrightarrow \alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n<0$

**Phương pháp giải**

**Cách 1: Phương pháp hình học (Tâm tỉ cự)**

**Bước 1: Tìm tọa độ điểm phụ $I$**

+ Gọi $I$ là điểm thỏa mãn: $\alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}$

+ Dựa vào đẳng thức $\alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}$ ta tìm được tọa độ điểm $I$.

+ Ta có:

$$\begin{aligned}T&=\alpha_1 MA_1^2+\alpha_2 MA_2^2+...+\alpha_n MA_n^2\\&=\alpha_1\left(\overrightarrow{MA_1}\right)^2+\alpha_2\left(\overrightarrow{MA_2}\right)^2+...+\alpha_n\left(\overrightarrow{MA_n}\right)^2\\&=\alpha_1\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA_1}\right)^2+\alpha_2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA_2}\right)^2+...+\alpha_n\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA_n}\right)^2\\&=\left(\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\right)MI^2+\alpha_1 IA_1^2+\alpha_2 IA_2^2+...+\alpha_n IA_n^2+2\overrightarrow{MI}\left(\alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}\right)\\&=\left(\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\right)\overrightarrow{MI}+\alpha_1 IA_1^2+\alpha_2 IA_2^2+...+\alpha_n IA_n^2\qquad\left(do\ \alpha_1\overrightarrow{IA_1}+\alpha_2\overrightarrow{IA_2}+...+\alpha_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}\right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow T=\left(\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n\right)\overrightarrow{MI}+\alpha_1 IA_1^2+\alpha_2 IA_2^2+...+\alpha_n IA_n^2$$

+ Vì $\alpha_1 IA_1^2+\alpha_2 IA_2^2+...+\alpha_n IA_n^2$ không đổi nên:

- với $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n>0$ thì $T$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $MI$ nhỏ nhất.
- với $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n<0$ thì $T$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $MI$ nhỏ nhất.

+ Mà $M\in(P)$ nên $MI$ nhỏ nhất khi điểm $M$ cần tìm là hình chiếu của $I$ trên mặt phẳng $(P)$

**Bước 2: Tìm tọa độ điểm $M$**

+ Lập phương trình tham số đường thẳng $IM$ với $\begin{cases}Qua\ I\\ \vec{u}_{IM}=\vec{n}_P=(A;B;C)\end{cases}$.

+ Ta có $M=IM\cup(P)\Rightarrow$ độ điểm $M$ cần tìm.

**Cách 2: Phương pháp đại số**

Dùng bất đẳng thức bộ 3 của Bu–nhia–cốp–xki

Với $a,b,c,x,y,z\in\mathbb{R}$, ta có: $(ax+by+cz)^2\le(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)$

$$\text{Dấu "=" xảy ra}\Leftrightarrow\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$$

**Bài 1.** Trong hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;5)$, $B(2;6;-1)$, $C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-5=0$. Gọi $M$ là điểm di động trên $(P)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$.

**Lời giải**

Gọi $G(x_1;y_1;z_1)$ là trọng tâm tam giác $ABC$ suy ra $G(-1;-1;3)$

Vì $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$ và $M$ là điểm tùy ý nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MG}=3\overrightarrow{MG}.$

Vậy $S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG.$

$S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $M$ là hình chiếu của $G$ trên $(P)$

Do đó: $S=3MG=3d\left(G,(P)\right)=3.\dfrac{\left|-1+2.(-1)-2.3-5\right|}{\sqrt{1+4+4}}=\dfrac{14}{3}$

**Bài 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ,cho hai điểm $A(1;0;2), B(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=9a+3b+6c$.

**Lời giải**

**Cách 1:** Phương pháp hình học

Gọi $I(m;n;p)$ là điểm thỏa mãn: $3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}=\vec{0}.$

Ta có $\overrightarrow{IA}=(1-m;-n;2-p); \overrightarrow{IB}=(3-m;1-n;-1-p).$

$$3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}3(1-m)-2(3-m)=0\\3(-n)-2(1-n)=0\\3(2-p)-2(-1-p)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-3\\n=-2\\p=8\end{cases}\Rightarrow I(-3;-2;8).$$

Ta có $Oxyz$

Khi đó, $(P)$ đạt giá trị nhỏ nhất, $A(1;7;2)$ $M(-2;4;-1)$ nhỏ nhất, $(P): 3x+3y+3z-10=0$

$(P): x+y+z-1=0$ là hình chiếu vuông góc của $(P): x+y+z-10=0$ trên $(P): x+y+z+10=0$

Gọi $d\left(M,(P)\right)\le MA$ là đường thẳng qua $d\left(M,(P)\right)_{max}=MA$ và vuông góc với $A$ Khi đó $M$ nhận vecto pháp tuyến của $(P)$ là làm vecto chỉ phương $AM\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$

Tọa độ $(P)$ là nghiệm của hệ $(P)$

**Cách 2:** Phương pháp đại số

$M(a;b;c)\in(P)\Rightarrow a+b+c-1=0$

$3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=(-3-a;-2-b;8-c)\Rightarrow\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|=\sqrt{(a+3)^2+(b+2)^2+(c-8)^2}$

Ta có: $a+b+c-1=0\Leftrightarrow(a+3)+(b+2)+(c-8)=-1$

$$\left|(a+3)+(b+2)+(c-8)\right|=\left|1.(a+3)+1.(b+2)+1.(c-8)\right|\le\sqrt{\left(1^2+1^2+1^2\right)\left[(a+3)^2+(b+2)^2+(c-8)^2\right]}$$

$$\Rightarrow\sqrt{(a+3)^2+(b+2)^2+(c-8)^2}\ge\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Dấu "=" xảy ra $\frac{a+3}{1}=\frac{b+2}{1}=\frac{c-8}{1}\Leftrightarrow a+3=b+2=c-8\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=-1\\a-c=-11\end{cases}$.

Ta có hệ: $\begin{cases}a-b=-1\\a-c=-11\\a+b+c-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{11}{3}\\b=-\frac{8}{3}\\c=\frac{22}{3}\end{cases}$

$\Rightarrow S=9a+3b+6c=3$

**Bài 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;2;2)$, $B(1;1;-1)$, $C(2;-2;-2)$. Tìm tọa độ điểm $M$ thuộc $(Oxy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

**Lời giải**

**Cách 1:** Phương pháp hình học

Gọi $I$ là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OA}+2\left(\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OB}\right)-\left(\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OC}\right)=\vec{0}$

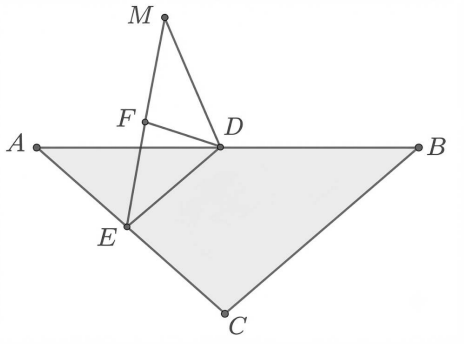
$\Leftrightarrow\overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{0C}\right)\Rightarrow I(2;3;1)$

$\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|2\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right|=2.MI$

$\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $M$ là hình chiếu của $I$ trên $mp(Oxy)$.

Vì $I(2;3;1)\Rightarrow M(2;3;0)$

**Cách 2:** Phương pháp hình học




Gọi $D;E;F$ lần lượt là trung điểm của $AB;AC;ME$. Ta có:

$$\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|2.\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{CB}\right|=\left|2.\overrightarrow{MD}+2.\overrightarrow{ED}\right|=2\left|2.\overrightarrow{FD}\right|=4.FD$$

Ta lại có: $M(x;y;0)$; $D\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$; $E(3;0;0)$; $F\left(\frac{x+3}{2};\frac{y}{2};0\right)$

$FD_{\min} \Leftrightarrow F$ là hình chiếu của $D$ trên $mp(Oxy) \Leftrightarrow x=2; y=3 \Leftrightarrow M(2;3;0)$

**Cách 3:** Phương pháp đại số

$M \in (Oxy) \Rightarrow M(x;y;0)$

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=(4-2x;6-2y;-1)$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\sqrt{(4-2x)^2+(6-2y)^2+1} \geq 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=2; y=3$. Khi đó $M(2;3;0)$.

**Bài 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z+3=0$. Tìm điểm $N \in (P)$ sao cho $S=2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

Với mọi điểm $I$ ta có

$S=2NA^2+NB^2+NC^2=2\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=4NI^2+2\overrightarrow{NI}\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+2IA^2+IB^2+IC^2$

Chọn điểm $I$ sao cho $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ Suy ra tọa độ điểm $I$ là: $I(0;1;2)$.

Khi đó $S=4NI^2+2IA^2+IB^2+IC^2$, do đó $S$ nhỏ nhất khi $N$ là hình chiếu của $I$ lên mặt phẳng $(P)$.

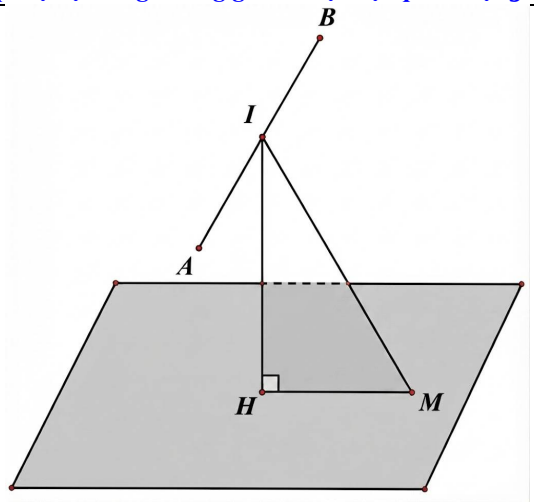
Phương trình đường thẳng đi qua $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là: $\begin{cases} x=0+t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$

Tọa độ điểm $N(t;1-t;2+t) \in (P) \Rightarrow t-1+t+2+t+2=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow N(-1;2;1)$.

**Bài 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(4;-2;6)$, $B(2;4;2)$ và điểm $M \in (\alpha): x+2y-3z-7=0$ . Tìm tọa độ của điểm $M$ sao cho biểu thức $T=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

**Cách 1:** Phương pháp hình học




Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. Suy ra $I$ là trung điểm $AB \Rightarrow I(3;1;4)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=MI^2+\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)=MI^2$

Gọi $H$ là hình chiếu của $I$ xuống mặt phẳng $(\alpha)$.

Do $IA$ không đổi nên $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi $MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI=IH \Leftrightarrow M\equiv H$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)$.

Khi đó $\Delta$ nhận $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(1;2;-3)$ làm vectơ chỉ phương. Do đó $\Delta$ có phương trình $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=4-3t\end{cases}$.

$H\in\Delta \Leftrightarrow H(3+t;1+2t;4-3t)$.

$H\in(\alpha)\Leftrightarrow(3+t)+2(1+2t)-3(4-3t)-7=0\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow H(4;3;1)$.

Vậy $M(4;3;1)$.

**Cách 2:** Phương pháp đại số

Gọi $M(x;y;z)\in(\alpha)\Rightarrow x+2y-3z-7=0$

$\overrightarrow{MA}=(4-x;-2-y;6-z);\overrightarrow{MB}=(2-x;4-y;2-z)$

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=(4-x)(2-x)+(-2-y)(4-y)+(6-z)(2-z)$

$=x^2+y^2+z^2-6x-2y-8z+12=(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2-12$

Áp dụng bất đẳng thức Bunnhiacopxki

$\left[1^2+2^2+(-3)^2\right]\left[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2\right]\geq\left[x-3+2(y-1)-3(z-4)\right]^2$

$\Leftrightarrow 14\left[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2\right]\geq\left[x+2y-3z+7\right]^2$

$\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2\geq\dfrac{(7+7)^2}{14}$

$\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2-12\geq 2$

$Min\left(\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}\right)=2$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2y-3z-7=0 \\ \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M\left(4;3;1\right)$

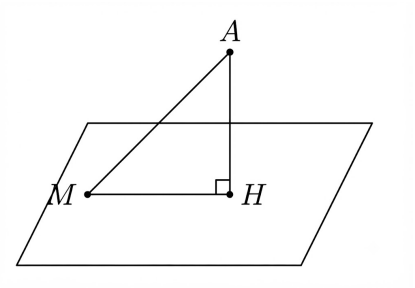
# DẠNG 2
# GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT LIÊN QUAN KHOẢNG CÁCH

**Bài toán 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ cố định và điểm $M$ di động trên mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$. Tìm tọa độ điểm $M$ để $AM$ có giá trị nhỏ nhất.

**Phương pháp giải**

**Cách 1: Phương pháp hình học**

**Bước 1:**




+ Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên mặt phẳng $(P)$.

+ Khi đó, tam giác $AHM$ vuông tại $H$ do đó $AM \geq AH$.

+ Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H$.

+ Do đó $AM$ nhỏ nhất khi $M$ là hình chiếu của $A$ trên mặt phẳng $(P)$.

**Bước 2: Tìm tọa độ điểm $M$ ($M \equiv H$)**

+ Lập phương trình tham số đường thẳng $AH$ với $\begin{cases} Qua\ A \\ \vec{u}_{AH} = \vec{n}_P = (A;B;C) \end{cases}$.

+ Ta có $M \equiv H = AH \cap (P) \Rightarrow$ độ điểm $M$ cần tìm.

**Cách 2: Phương pháp đại số**

Dùng bất đẳng thức bộ 3 của Bunhiacốpxki

Với $a,b,c,x,y,z \in \mathbb{R}$, ta có:

$$(ax+by+cz)^2 \leq (a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)$$

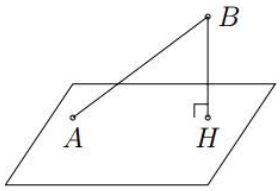
$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$$

**Bài toán 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A, B$ cố định. Lập phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và cách $B$ một khoảng lớn nhất.

**Phương pháp giải**

**Cách 1: Phương pháp hình học**

**Bước 1:**




+ Gọi $H$ là hình chiếu của $B$ lên mặt phẳng $(P)$.

+ Khi đó $\mathrm{d}(B,(P)) = BH \le BA$

+ Do đó $(P)$ là mặt phẳng đi qua $A$ vuông góc với $AB$

**Bước 2:** Lập phương trình mặt phẳng $(P)$ với $\begin{cases} Qua\ A \\ \vec{n}_P = \overrightarrow{AB} \end{cases}$.

**Cách 2: Phương pháp đại số**

+ Gọi $\vec{n}_P = (a;b;c)$, $(a^2+b^2+c^2 \ne 0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

+ Khi đó phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ là: $a(x-x_A)+(y-y_A)+(z-z_A)=0$

+ Khi đó $\vec{n}_P.\overrightarrow{AB}=0$ từ đây ta rút được $a$ theo $b,c$ (hoặc $b$ theo $a,c$ hoặc $c$ theo $a,b$).

+ Ta có: $d(B,(P)) = f(t)$, với $t=\dfrac{b}{c}, c \ne 0$.

+ Khảo sát $f(t)$ ta tìm được max của $f(t)$

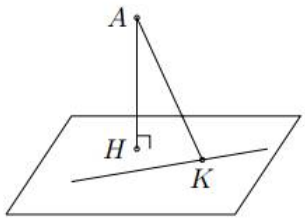
**Chú ý:** *Để tìm vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của mặt phẳng $(P)$ đơn giản hơn thì nên gọi $\vec{n}_P = (1;b;c)$.*

**Bài toán 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A$ và đường thẳng $\Delta$ cố định. Lập phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua đường thẳng $\Delta$ và cách $A$ một khoảng lớn nhất.

**Phương pháp giải**

**Cách 1: Phương pháp hình học**

**Bước 1:**




+ Gọi $H, K$ lần lượt là hình chiếu của $A$ lên mặt phẳng $(P)$ và đường thẳng $\Delta$.

+ Khi đó $d(A,(P)) = AH \le AK$

+ Do đó $(P)$ là mặt phẳng đi qua $K$ và vuông góc với $AK$.

**Bước 2:**

+ Tìm tọa độ điểm $K$.

+ Lập phương trình mặt phẳng $(P)$ với $\begin{cases} Qua\ \mathrm{K} \\ \vec{n}_P = \overrightarrow{AK} \end{cases}$.

**Cách 2: Phương pháp đại số**

+ Gọi $\vec{n}_P = (a;b;c)$, $(a^2+b^2+c^2 \ne 0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

+ Khi đó $\vec{n}_P.\vec{u}_\Delta = 0$ từ đây ta rút được $a$ theo $b,c$ (hoặc $b$ theo $a,c$ hoặc $c$ theo $a,b$).

+ Ta có: $d(A,(P)) = f(t)$, với $t = \dfrac{b}{c}, c \ne 0$.

+ Khảo sát $f(t)$ ta tìm được max của $f(t)$

**Chú ý:** *Để tìm vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của mặt phẳng $(P)$ đơn giản hơn thì nên gọi $\vec{n}_P = (1;b;c)$.*

**Bài toán 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ và hai điểm phân biệt $A,B$. Tìm điểm $M$ thuộc $(P)$ sao cho:

a) $MA+MB$ nhỏ nhất.

b) $|MA-MB|$ lớn nhất.

**Phương pháp giải**

a) $MA+MB$ nhỏ nhất.

Ta xét hai trường hợp sau:

- **Trường hợp 1**: Nếu $A$ và $B$ nằm về hai phía so với $(P)$.

  Khi đó $MA+MB \ge AB$ (bất đẳng thức tam giác)

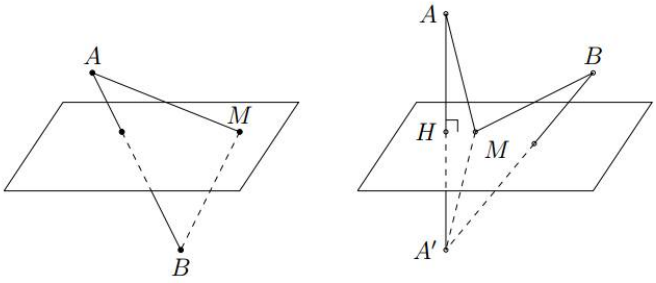
  Đẳng thức xảy ra khi $M$ là giao điểm của $AB$ với $(P)$.

- **Trường hợp 2**: Nếu $A$ và $B$ nằm cùng một phía so với $(P)$.

  Gọi $A'$ đối xứng với $A$ qua $(P)$, suy ra $MA = MA'$.

  Khi đó $MA+MB = MA'+MB \ge A'B$ (bất đẳng thức tam giác)

  Đẳng thức xảy ra khi $M$ là giao điểm của $A'B$ với $(P)$.



b) $|MA-MB|$ lớn nhất.

Ta xét hai trường hợp sau

- **Trường hợp 1**: Nếu $A$ và $B$ nằm cùng một phía so với $(P)$.

  Khi đó $|MA-MB| \le AB$ (bất đẳng thức tam giác)

  Đẳng thức xảy ra khi $M$ là giao điểm của $AB$ với $(P)$.

- **Trường hợp 2**: Nếu $A$ và $B$ nằm về hai phía so với $(P)$.

  Gọi $A'$ đối xứng với $A$ qua $(P)$, suy ra $MA = MA'$.

  Khi đó $|MA-MB| = |MA'-MB| \le A'B$ (bất đẳng thức tam giác)

  Đẳng thức xảy ra khi $M$ là giao điểm của $A'B$ với $(P)$.

**Bài toán 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho các số thực dương $\alpha, \beta$ và ba điểm $A, B, C$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $C$ và có $T = \alpha \mathrm{d}(A,(P)) + \beta \mathrm{d}(B,(P))$ nhỏ nhất.

**Phương pháp giải**

1. Xét $A, B$ nằm về cùng phía so với $(P)$.

- Nếu $AB \,//\, (P)$ thì $P = (\alpha+\beta)\mathrm{d}(A,(P)) \le (\alpha+\beta)AC$

- Nếu đường thẳng $AB$ cắt $(P)$ tại $I$. Gọi $D$ là điểm thỏa mãn $\vec{IB} = \dfrac{\alpha}{\beta}\vec{ID}$ và $E$ là trung điểm $BD$.

Khi đó: $P = \alpha \mathrm{d}(A,(P)) + \beta \cdot \dfrac{IB}{ID} \cdot \mathrm{d}(D,(P)) = 2\alpha \mathrm{d}(E,(P)) \le 2(\alpha+\beta)EC$

2. Xét $A, B$ nằm về hai phía so với $(P)$.

Gọi $I$ là giao điểm của $AB$ và $(P)$, $B'$ là điểm đối xứng với $B$ qua $I$.

Khi đó $P = \alpha \mathrm{d}(A,(P)) + \beta \mathrm{d}\left(B',(P)\right)$

Đến đây ta chuyển về **bài toán 4** trên.

**Bài toán 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $n$ điểm $A_1, A_2, \ldots, A_n$ và diểm $A$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và tổng khoảng cách từ các điểm $A_i (i = \overline{1,n})$ lớn nhất.

**Phương pháp giải**

- Xét $n$ điểm $A_1, A_2, \ldots, A_n$ nằm cùng phía so với $(P)$. Gọi $G$ là trọng tâm của $n$ điểm đã cho.

Khi đó: $\sum_{i=1}^{n} \mathrm{d}\left(A_i,(P)\right) = n\mathrm{d}(G,(P)) \le nGA$

- Trong $n$ điểm trên có $m$ điểm nằm về một phía và $k$ điểm nằm về phía khác $(m+k=n)$. Khi đó, gọi $G_1$ là trọng tâm của $m$ điểm, $G_2$ là trọng tâm của $k$ điểm $G_3$ đối xứng với $G_1$ qua $A$.

Khi đó $P = m\mathrm{d}\left(G_3,(P)\right) + k\mathrm{d}\left(G_2,(P)\right)$

Đến đây ta chuyển về **bài toán 5** trên.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;5;6); B(1;1;2)$, $M$ là một điểm di động trên mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+1=0$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $|MA-MB|$.

**Lời giải**

Ta có $|MA-MB| \le AB$ với mọi điểm $M \in (P)$

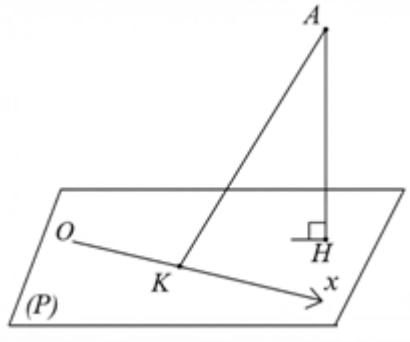
Vì $(2.4+5+2.6+1).(2.1+1+2.2+1)=208>0$ nên hai điểm $A, B$ nằm cùng phía với $(P)$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $M = AB \cap (P)$

Khi đó, $|MA-MB|$ nhận giá trị lớn nhất là: $AB=\sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2+(6-2)^2}=\sqrt{41}$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Ox$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất. Lập phương trình của mặt phẳng $(P)$.

**Lời giải**




Gọi $K$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;-2)$ lên trục $Ox$.

Ta có $K(1;0;0)$, $\overrightarrow{AK}=(0;-2;2)$.

Gọi $H$ là điểm chiếu của $A$ lên mặt phẳng $(P)$.

Ta có $d(A,(P))=AH \le AK=2\sqrt{2}$.

Suy ra $\max d(A,(P))=2\sqrt{2}$, đạt được khi $H \equiv K(1;0;0)$.

Khi đó mặt phẳng $(P)$ qua $O(0;0;0)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}=(0;-2;2)$.

Nên phương trình mặt phẳng $(P)$ là $0.(x-1)-2(y-0)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow y-z=0$.

Vậy $(P): y-z=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):(m-1)x+y+mz-1=0$, với $m$ là tham số. Biết khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ lớn nhất. Tính $m$.

**Lời giải**

Ta có $d(A;(P))=\dfrac{|m-1+1+2m-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1+m^2}}=\sqrt{\dfrac{(3m-1)^2}{2(m^2-m+1)}}$.

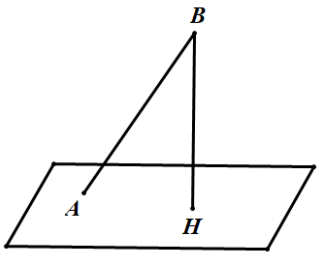
Xét $f(m)=\dfrac{(3m-1)^2}{2(m^2-m+1)} \Rightarrow f'(m)=\dfrac{(5-m)(3m-1)}{2(m^2-m+1)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{1}{3} \\ m=5 \end{array}\right.$.

| $m$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{3}$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(m)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(m)$ | $\frac{9}{2}$ | ↘ | $0$ | ↗ | $\frac{14}{3}$ | ↘ | $\frac{9}{2}$ |

Vậy $\max d\left(A;(P)\right)=\sqrt{\dfrac{14}{3}}$ khi $m=5$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(3;0;3)$. Biết mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và cách $B$ một khoảng lớn nhất. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$.

**Lời giải**




Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4) \Rightarrow AB=2\sqrt{6}$.

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $B$ trên mặt phẳng $(P)$.

Ta có $d\left(B,(P)\right)=BH \le BA=2\sqrt{6} \Rightarrow \max d\left(B,(P)\right)=2\sqrt{6}$, đạt được khi $H \equiv A$.

Khi đó mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$ là véctơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P)$ là $2(x-1)-2(y-2)+4(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z+3=0$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;1;1)$ cắt các tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Tính $T=a+2b+3c$.

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có $a>0, b>0, c>0$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc$.

Ta có phương trình đoạn chắn mặt phẳng $(P)$ có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mà $M \in (P) \Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho ba số ta có: $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}\Rightarrow abc\ge 27$.

Do đó $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc\ge\frac{9}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=3$.

Vậy $\min_{V_{OABC}}=\frac{9}{2}\Leftrightarrow a=b=c=3$. Khi đó $T=a+2b+3c=18$.

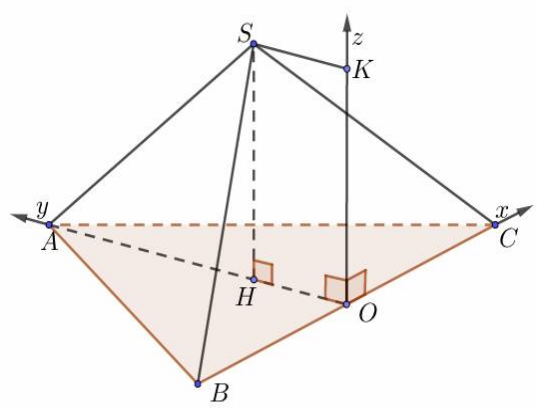
# CHỦ ĐỀ 4
# ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

## DẠNG 1
## TOẠ ĐỘ HOÁ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

### I. GẮN TRỤC TỌA ĐỘ ĐỐI VỚI MỘT SỐ HÌNH CHÓP ĐẶC BIỆT

#### 1. Hình chóp đều

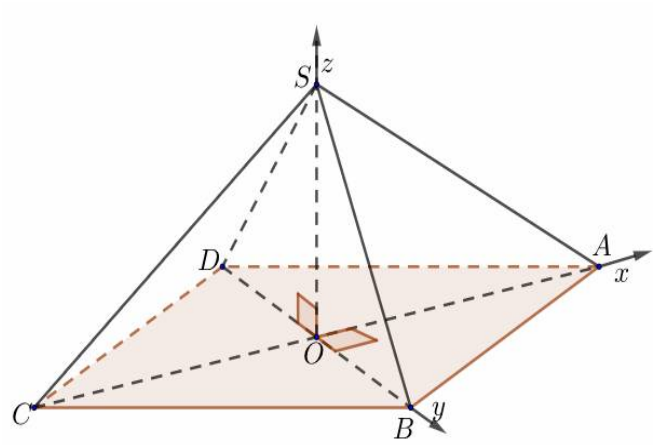
#### a. Hình chóp tam giác đều và tứ diện đều




- Gọi $O$ là trung điểm một cạnh đáy, đặt $AB = a$.
- Dựng hệ trục như hình vẽ , khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0), A\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), B\left(-\frac{a}{2};0;0\right), C\left(\frac{a}{2};0;0\right), S(0;OH;OK).$$

#### b. Hình chóp tứ giác đều

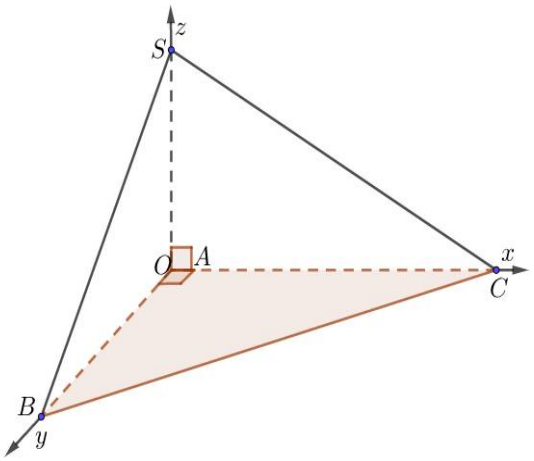



Chọn hệ trục như hình, đặt $AB = a$, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0), A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right), B\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), C\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right), D\left(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), S(0;0;SO).$$

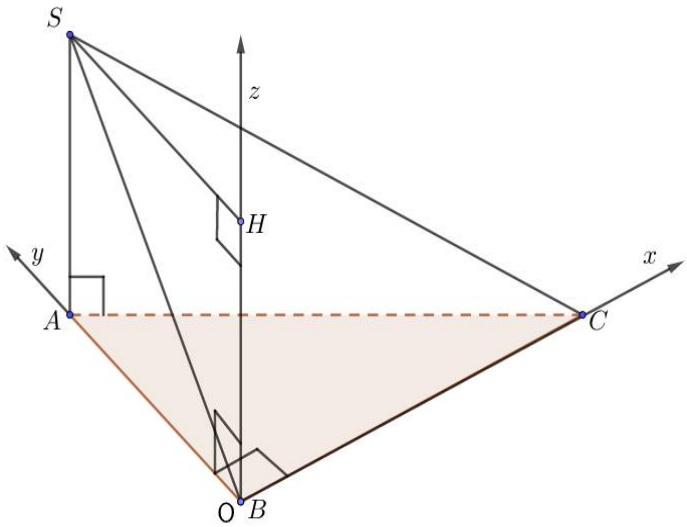
## 2. Hình chóp có cạnh bên $(SA)$ vuông góc với mặt đáy

### a. Đáy là tam giác vuông tại $A$



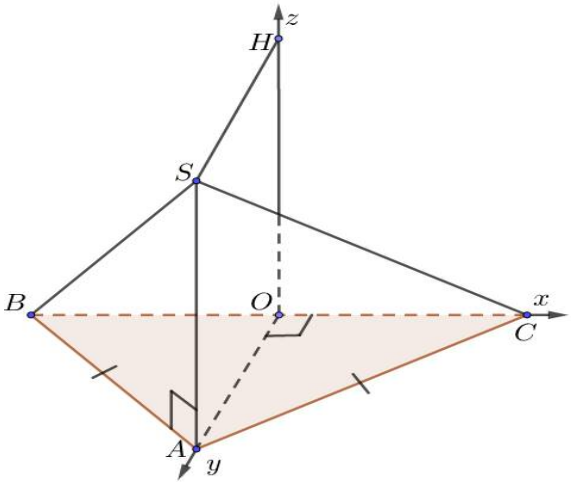

Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm: $A \equiv O(0;0;0), B(0;OB;0), C(AC;0;0), S(0;0;SA)$.

### b. Đáy là tam giác vuông tại $B$




Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm: $B \equiv O(0;0;0), A(0;AB;0), C(BC;0;0), S(0;AB;SA)$.

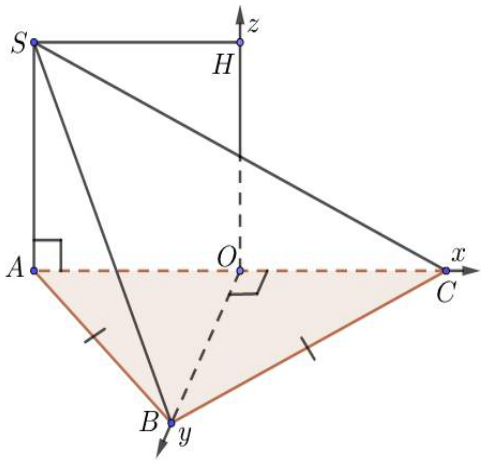
### c. Đáy là tam giác cân tại $A$




Gọi $O$ là trung điểm $BC$. Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0),\ A(0;OA;0), B(-OB;0;0), C(OC;0;0),\ S(0;OA;OH).$$

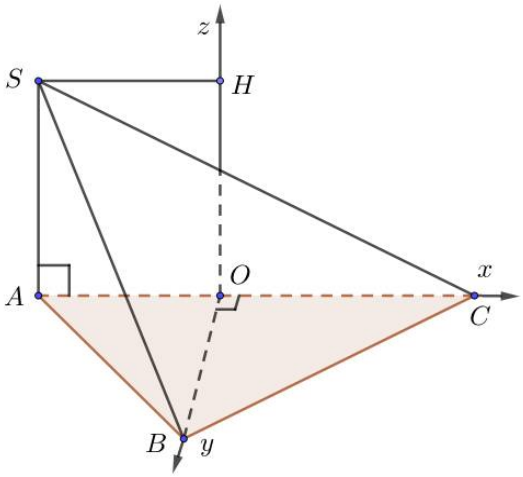
**d. Đáy là tam giác cân tại $B$**




Gọi $O$ là trung điểm $AC$. Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0), A(-OA;0;0), B(0,OB;0), C(OC;0;0), S(-OA;0;OH).$$

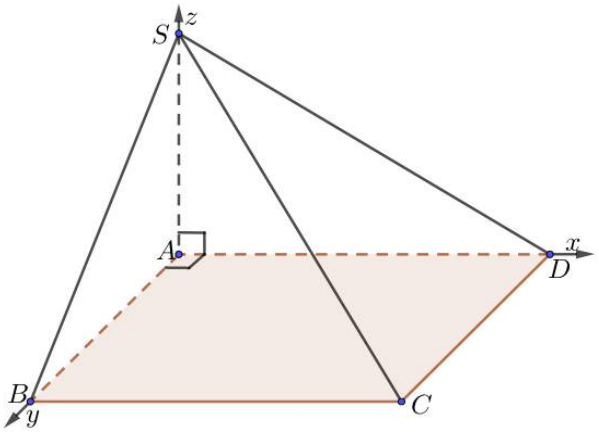
**e. Đáy là tam giác thường**




Dựng đường cao $BO$ của $\Delta ABC$. Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0), A(-OA;0;0), B(0,OB;0), C(OC;0;0), S(-OA;0;OH).$$

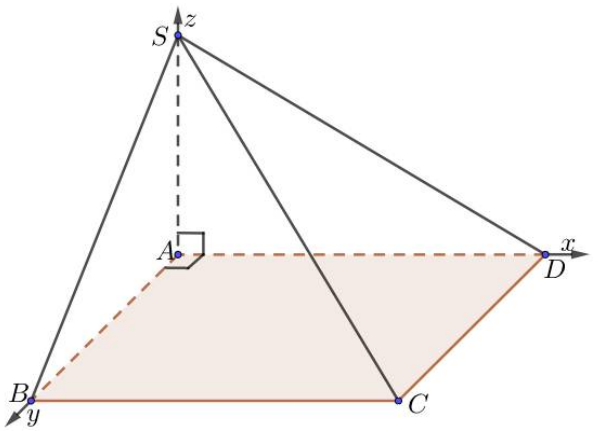
**f. Đáy là hình vuông**




Chọn hệ trục như hình vẽ, đặt $AB = a$, khi đó tọa độ điểm:

$$A \equiv O(0;0;0), B(0;a;0), C(1;a;0), D(a;0;0), S(0;0;SA),$$

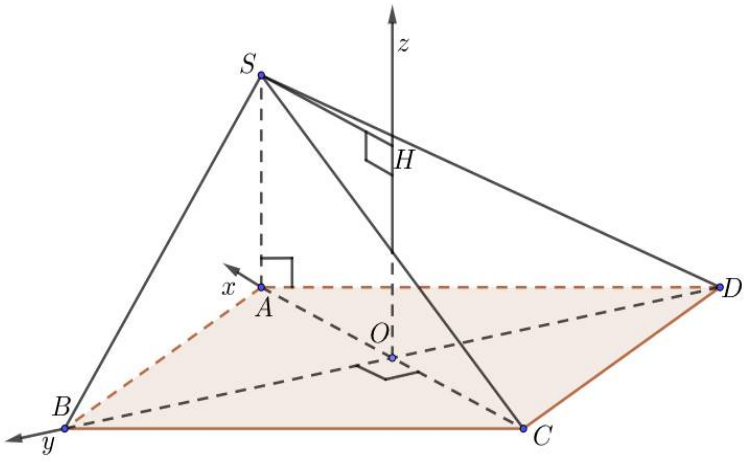
**g. Đáy là hình chữ nhật**




Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$A \equiv O(0;0;0), B(0;AB;0), C(AD;AB;0),\ D(AD;0;0),\ S(0;0;SA),$$

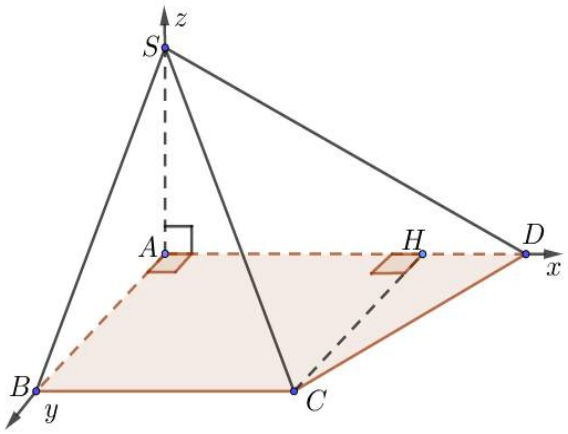
**h. Đáy là hình thoi**




Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0), A(OA;0;0), B(0;OB;0), C(-OC;0;0), D(0;-OD;0),\ S(OA;0;OH)$$

**m. Đáy là hình thang vuông**

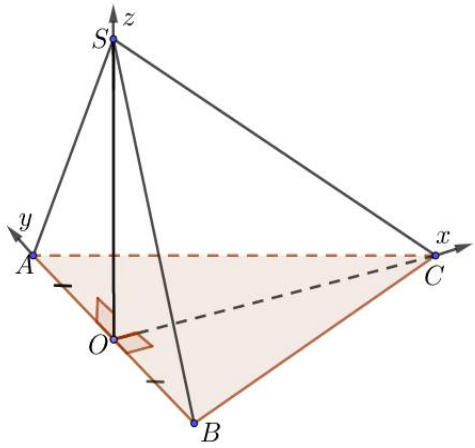



Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$A \equiv O(0;0;0), B(0;AB;0), C(AH;AB;0), D(AD;0;0),\ S(0;0;SA).$$

### 3. Hình chóp có mặt bên $(SAB)$ vuông góc với mặt đáy

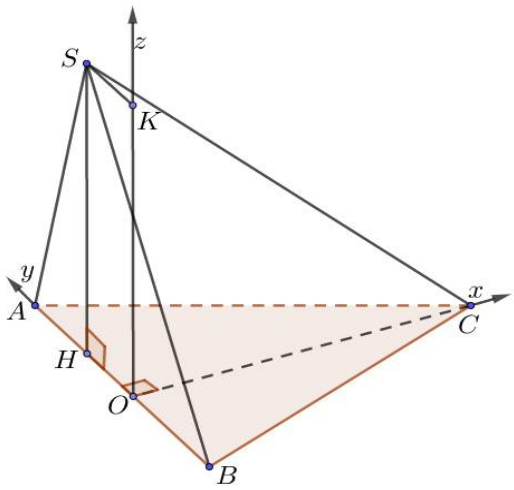
#### a. Đáy là tam giác cân tại $C$ (hoặc đều)




Gọi $O$ là trung điểm $BC$, chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0),\ A(0;OA;0), B(0;-OB;0),\ C(OC;0;0),\ S(0;0;SO)$$

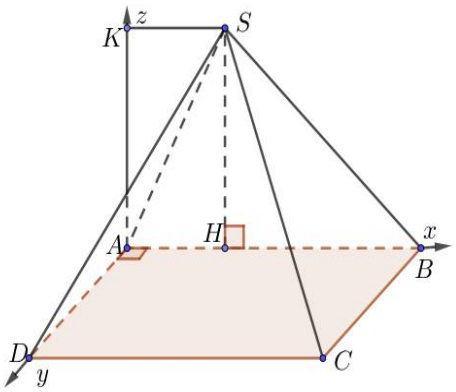
#### b. Đáy là tam giác, mặt bên là tam giác thường




Vẽ đường cao $CO$ trong $\Delta ABC$, chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0),\ A(0;OA;0), B(0;-OB;0),\ C(OC;0;0),\ S(0;OH;OK)$$

#### c. Đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật



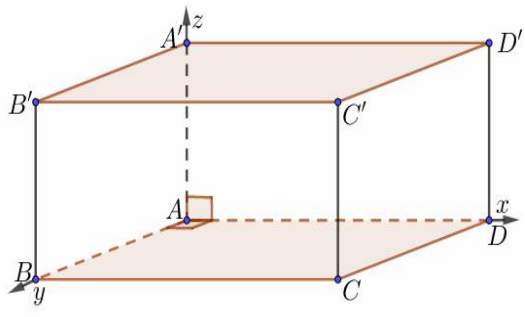

Vẽ đường cao $SH$ trong $SAB$, chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$A\equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0), D(0;AD;0), S(AH;0;AK)$$

## II. GẮN TRỤC TỌA ĐỘ ĐỐI VỚI MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT

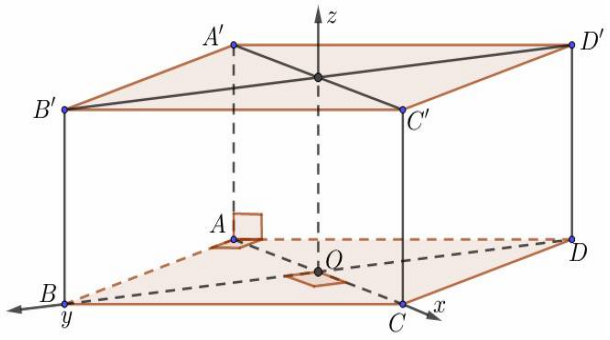
### 1. Lăng trụ đứng

#### a. Hình lập phương, hình hộp chữ nhật




Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm: $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$, $C(AD;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $A'(0;0;AA')$, $B'(0;AB;AA')$, $C'(AD;AB;AA')$, $D'(AD;0;AA')$.

#### b. Lăng trụ đứng đáy là hình thoi

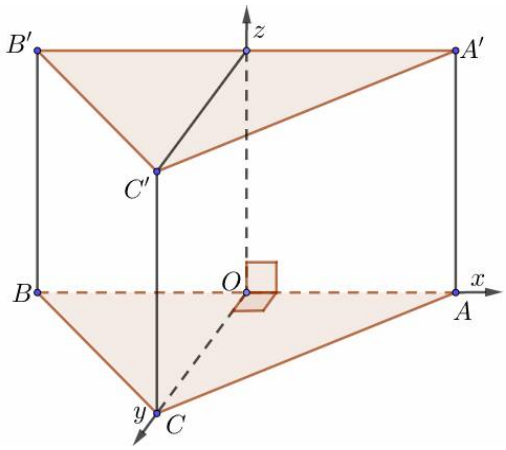



Gọi $O$ là tâm hình thoi đáy, chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0),\ A(-OA;0;0),\ B(0;OB;0),\ C(OC;0;0),\ D(0;-OD;0),$$

$$A'(-OA;0;AA'),\ B'(0;OB;AA'),\ C'(OC;0;CC'),\ D'(0;-OD;DD')$$

#### c. Lăng trụ có đáy tam giác đều hoặc cân

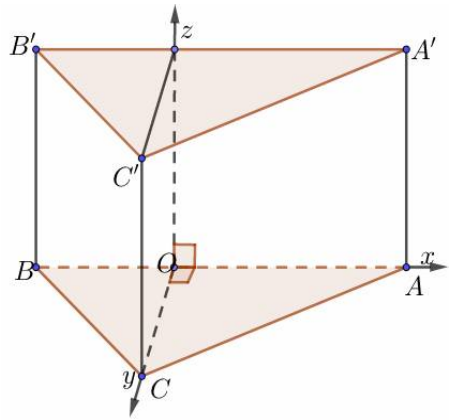



Gọi $O$ là trung điểm một cạnh đáy, chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$$O(0;0;0),\ A\left(\frac{AB}{2};0;0\right),\ B\left(-\frac{AB}{2};0;0\right),\ C(0;OC;0),$$

$$A'(OA;0;AA'),\ B'\left(-\frac{AB}{2};0;BB'\right),\ C'(0;OC;CC').$$

**c. Lăng trụ đứng có đáy tam giác thường**

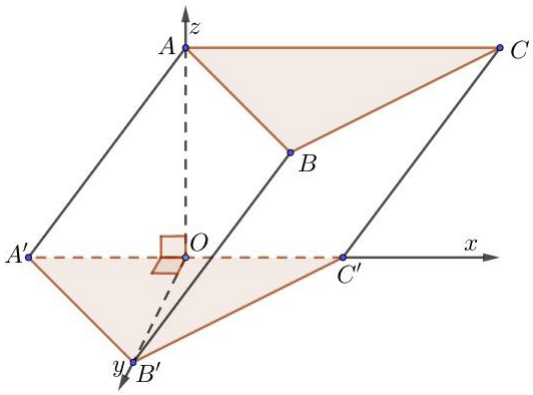



Vẽ đường cao $CO$ trong tam giác $ABC$, chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó tọa độ điểm:

$O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(-OB;0;0)$, $C(0;OC;0)$, $A'(OA;0;AA')$, $B'(-OB;0;BB')$, $C'(0;OC;CC')$.

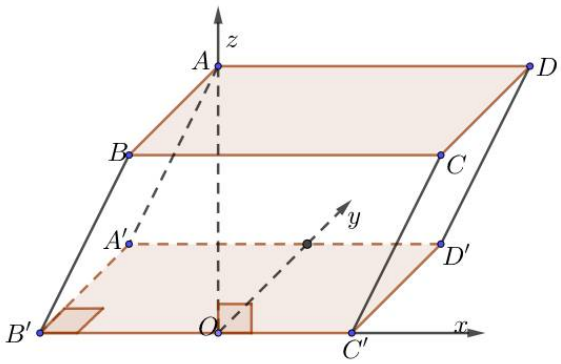
**2. Lăng trụ xiên**

**a. Lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đối diện là trung điểm một cạnh tam giác đáy**



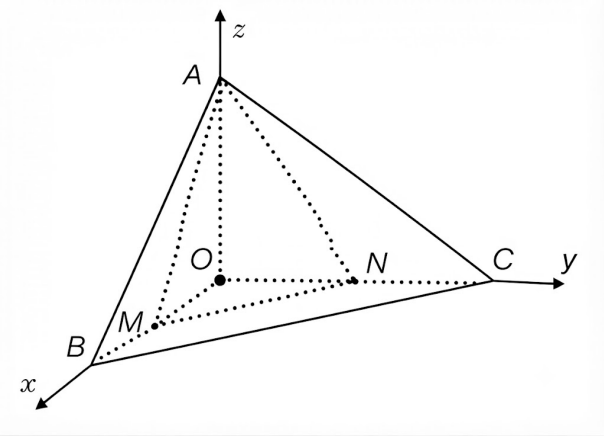

- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm $O$, $A'$, $B'$, $C'$, $A$.
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}$.

**b. Lăng trụ xiên có đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật, hình chiếu của một đỉnh là một điểm thuộc cạnh đáy không chứa đỉnh đó**




- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm $O$, $A'$, $B'$, $C'$, $D'$, $A$.
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{DD'}$.

**Bài 1.** Cho tứ diện $OABC$, có $OA,OB,OC$ đôi một vuông góc và $OA=5,OB=2,OC=4$. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $OB$ và $OC$. Gọi $G,K$ lần lượt là trọng tâm của tam giác $ABC$ và $AMN$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.




a) Tìm tọa độ các đỉnh của tứ diện $OABC$.

b) Tìm tọa độ các điểm $M,N$.

c) Tìm tọa độ các điểm $G,K$.

e) Lập phương trình mặt phẳng $(ABC)$.

f) Tính khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AMN)$.

**Lời giải**

a) Từ hình vẽ ta có:

Ta có $O(0;0;0), A(0;0;5), B(2;0;0), C(0;4;0)$,

b) $M$ là trung điểm $OB$ nên $M(1;0;0)$

$N$ là trung điểm $OC$ nên $N(0;2;0)$.

c) $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$ nên $G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$

$K$ là trọng tâm tam giác $AMN$ nên $K\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$

d) Mặt phẳng $(ABC)$ cắt ba trục tọa độ $B(2;0;0), C(0;4;0), A(0;0;5)$ nên theo phương trình mặt chắn, ta có:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1\Leftrightarrow 10x+5y+4z-20=0$$

e) Tính khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AMN)$.

$A(0;0;5)$ $M(1;0;0)$ $N(0;2;0)$

Ta có:

$\overrightarrow{AM}=(1;0;-5)$

$\overrightarrow{AN}=(0;2;-5)$

Mặt phẳng $(AMN)$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(1;0;-5),\overrightarrow{AN}=(0;2;-5)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=(10;5;2)$

Phương trình mặt phẳng $(AMN)$ đi qua $A(0;0;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;5;2)$ là:

$10(x-0)+5(y-0)+2(z-5)=0\Leftrightarrow 10x+5y+2z-10=0$

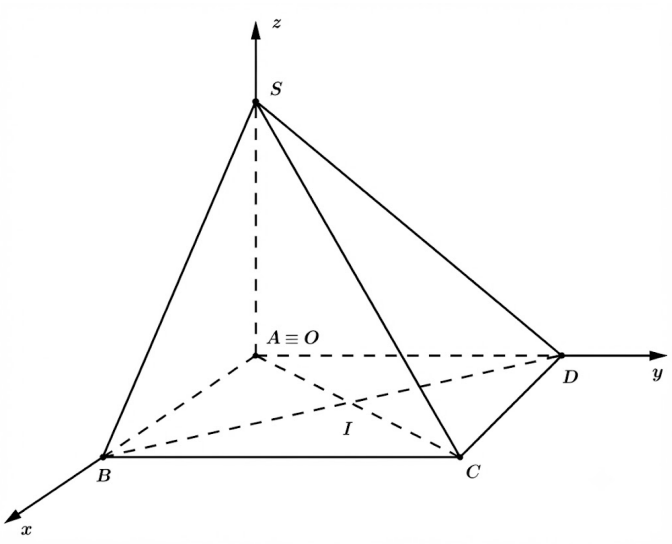
Do đó khoảng cách từ $B(2;0;0)$ đến mặt phẳng $(AMN)$ là:

$$d\left(B,(AMN)\right)=\frac{|10.2+5.0+2.0-10|}{\sqrt{10^2+5^2+2^2}}=\frac{10}{\sqrt{129}}=\frac{10\sqrt{129}}{129}$$

**Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm $I$, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(ABCD)$ và $\tan\alpha=\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm $I$ đến mặt phẳng $(SAB)$

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.




Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng $a$.

Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\SI\perp BD\\AI\perp BD\end{cases}\Rightarrow\left((SBD);(ABCD)\right)=(SI;AI)=\widehat{SIA}.$

Ta có $\tan\alpha=\tan\widehat{SIA}=\frac{SA}{AI}\Leftrightarrow SA=a$.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a)\Rightarrow I\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$

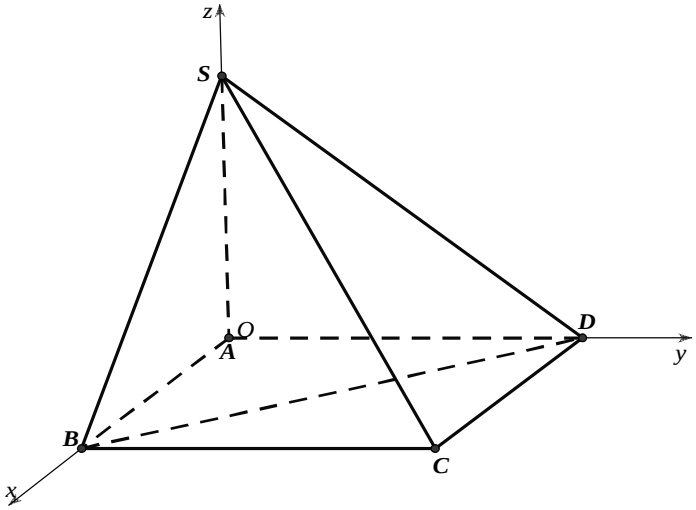
Mặt phẳng $(SAB)$ có phương trình: $z=0$

Khoảng cách từ điểm $I$ đến mặt phẳng $(SAB)$ là: $d\left(I;(SAB)\right)=\dfrac{\left|\dfrac{a}{2}\right|}{1}=\dfrac{a}{2}$

**Chú ý:** Để tính tọa độ các điểm và các vectơ ta chọn $a=1$ để bài toán đơn giản hơn.

**Bài 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và $SA$ vuông góc với đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(SBD)$

**Lời giải**




Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có:

$A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C\left(a;a\sqrt{3};0\right)$, $D\left(0;a\sqrt{3};0\right)$, $S(0;0;a)$.

Ta có:

$\overrightarrow{SB}=(a;0;-a)=a(1;0;-1)$

$\overrightarrow{SD}=\left(0;a\sqrt{3};-a\right)=a\left(0;\sqrt{3};-1\right)$

Mặt phẳng $(SBD)$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{SB}=(1;0;-1),\overrightarrow{SD}=\left(0;\sqrt{3};-1\right)$ nên có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SD}\right]=\left(-\sqrt{3};1;\sqrt{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng $(SBD)$ đi qua $S(0;0;a)$ và có vectơ pháp tuyến $\left(-\sqrt{3};1;\sqrt{3}\right)$ là:

$-\sqrt{3}x+y+\sqrt{3}(z-a)=0\Leftrightarrow\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}z+a\sqrt{3}=0$

Do đó khoảng cách từ $C\left(a;a\sqrt{3};0\right)$ đến mặt phẳng $(SBD)$ là:

$$d\left(C,(SBD)\right)=\frac{\left|\sqrt{3}.a-a\sqrt{3}-\sqrt{3}.0+a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+(-1)^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$$

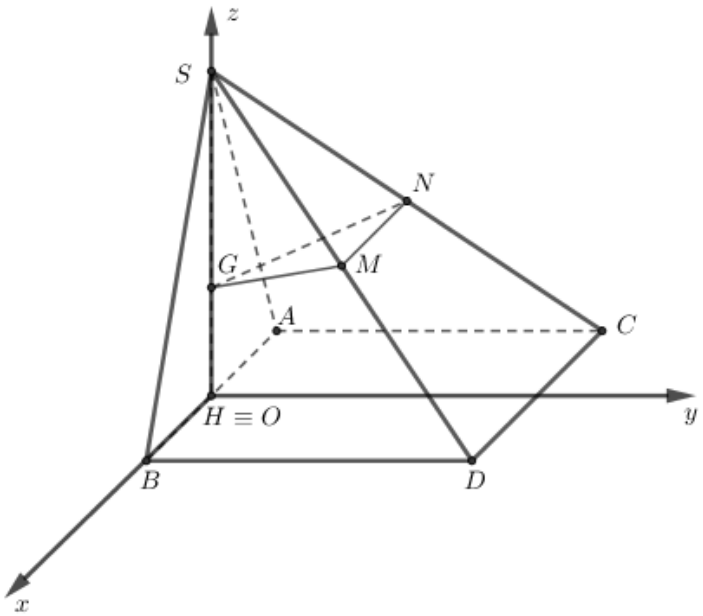
**Chú ý:** Để tính tọa độ các điểm và các vectơ ta chọn $a=1$ để bài toán đơn giản hơn.

**Bài 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $G$ là trọng tâm của tam giác $SAB$ và $M, N$ lần lượt là trung điểm của $SC, SD$.

a) Tính khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(SBD)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm $S$ đến mặt phẳng $(GMN)$.

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

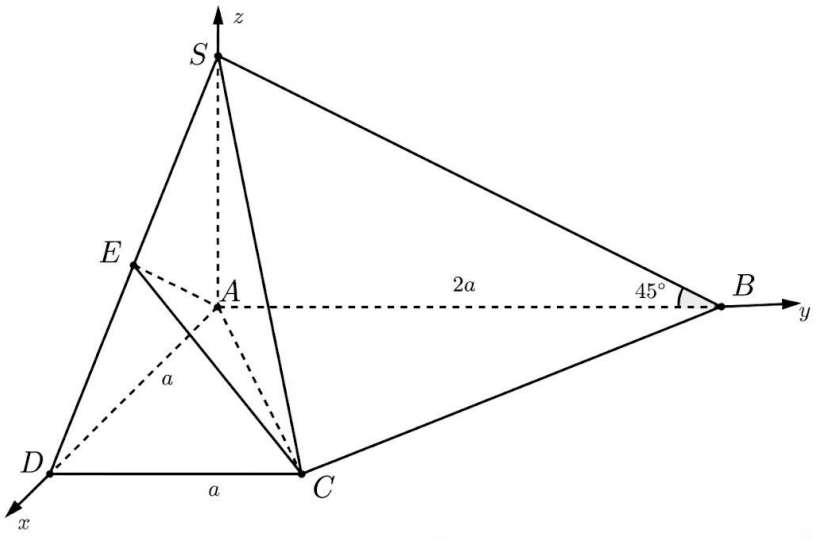
$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A\left(\frac{-a}{2};0;0\right)$; $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$; $C\left(\frac{a}{2};a;0\right)$; $D\left(\frac{-a}{2};a;0\right)$

suy ra $G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$; $M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$; $N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

a) Tính khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(SBD)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm $S$ đến mặt phẳng $(GMN)$.

**Bài 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại $A$ và $D$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa $SB$ và mặt phẳng đáy bằng $45^\circ$, $E$ là trung điểm của $SD$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Gọi $G$ là trọng tâm của tam giác $ACE$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.




a) Lập phương trình mặt phẳng $(SAC)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AEC)$.

**Lời giải**

Hình chiếu của $SB$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ là $AB \Rightarrow$ Góc giữa $SB$ và mặt đáy là góc giữa $SB$ và $AB$ và bằng góc $\widehat{SBA} = 45^{\circ}$.

Tam giác $SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = 2a$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $A(0;0;0)$, $B(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$, $D(a;0;0)$, $S(0;0;2a)$, $E\left(\frac{a}{2};0;a\right)$.

a) Lập phương trình mặt phẳng $(SAC)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AEC)$.

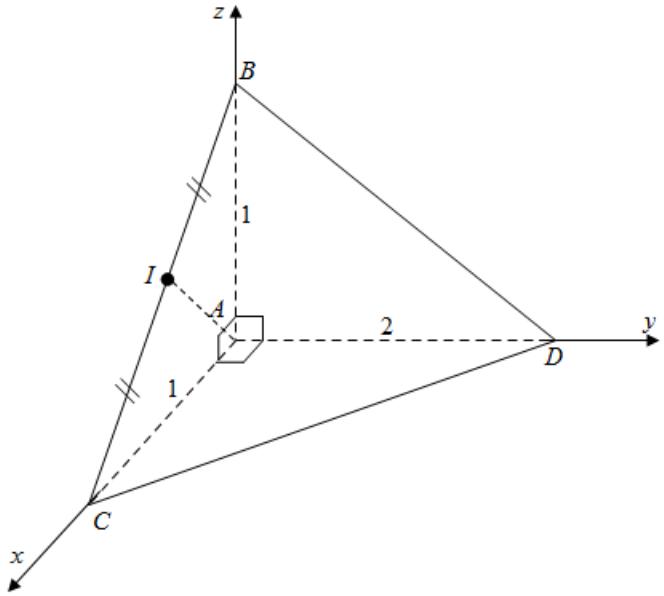
**Bài 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB, AC, AD$ đôi một vuông góc với nhau và $AD = 2, AB = AC = 1$. Gọi $I$ là trung điểm của đoạn thẳng $BC$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $ABD$.

a) Tính độ dài cạnh $IG$.

b) Tính khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(AIG)$.

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ




Vì tứ diện $ABCD$ có $AB, AC, AD$ đôi một vuông góc với nhau, nên ta chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ (với $A$ là gốc tọa độ, đường thẳng $AC$ nằm trên trục $Ax$, $AD$ nằm trên trục $Ay$ và $AB$ nằm trên trục $Az$).

Từ đó suy ra: $A(0;0;0)$, $B(0;0;1)$ vì $B \in Az$, $C(1;0;0)$ vì $C \in Ax$, $D(0;2;0)$ vì $D \in Ay$.

Vì $I$ là trung điểm của $BC$ nên $I\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$.

$G$ là trọng tâm của tam giác $ABD \Rightarrow G\left(\frac{1}{6};0;\frac{1}{2}\right)$

a) Tính độ dài cạnh $IG$.

b) Tính khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(AIG)$.

## DẠNG 2
## ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

**Bài 1.** Một công trường xây dựng nhà cao tầng đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Các mặt phẳng kính $(P)$, $(Q)$, $(R)$ (hình vẽ) của một tòa nhà trên có phương trình lần lượt là: $(P):3x+y-z+2=0$; $(Q):6x+2y-2z+11=0$; $(R):x-3y+1=0$.

a) Hãy kiểm tra tính song song hoặc vuông góc giữa các mặt kính $(P)$, $(Q)$, $(R)$

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng kính $(P)$ và $(Q)$.




**Lời giải**

a) Các mặt phẳng $(P)$, $(Q)$ và $(R)$ lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(3;1;-1)$, $\vec{n}_Q=(6;2;-2)$ và $\vec{n}_R=(1;-3;0)$.

Khi đó ta có: $\begin{cases}\vec{n}_P=\dfrac{1}{2}\vec{n}_Q\\ 2\neq\dfrac{1}{2}.11\end{cases}\Rightarrow(P)\,//\,(Q)$.

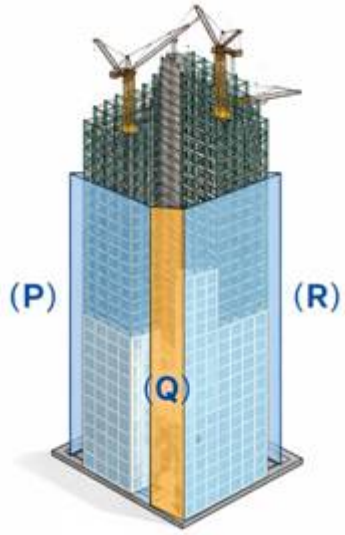
Mặt khác $\vec{n}_P.\vec{n}_R=0\Rightarrow(P)\perp(R)$ và $\vec{n}_Q.\vec{n}_R=0\Rightarrow(Q)\perp(R)$.

b) Lấy điểm $M\in(P)$: Chọn $x=0;y=0\Rightarrow z=2\Rightarrow M(0;0;2)$

Ta có $(P)\,//\,(Q)$ nên $d\big((P),(Q)\big)=d\big(M,(Q)\big)=\dfrac{|6.0+2.0-2.2+11|}{\sqrt{6^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{7\sqrt{11}}{22}(m)$

Vậy khoảng cách giữa hai mặt phẳng kính $(P)$ và $(Q)$ bằng $\dfrac{7\sqrt{11}}{22}(m)$

**Bài 2.** Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P):x+2y-2z+1=0$, $(Q):2x+y+2z-3=0$, $(R):2x+4y-4z-19=0$.




a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R)$ của tòa nhà.

b) Tính khoảng giữa hai bức tường $(P)$ và $(R)$ của tòa nhà.

**Lời giải**

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R)$ của tòa nhà.

$(P): x+2y-2z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;2;-2)$

$(Q): 2x+y+2z-3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(2;1;2)$

$(R): 2x+4y-4z-19=0$ . có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_R=(2;4;-4)$

Ta có $\vec{n}_R=(2;4;-4)=2(1;2;-2)\Rightarrow \vec{n}_R=2\vec{n}_P$ nên hai bức tường $(P)$ và $(R)$ song song nhau

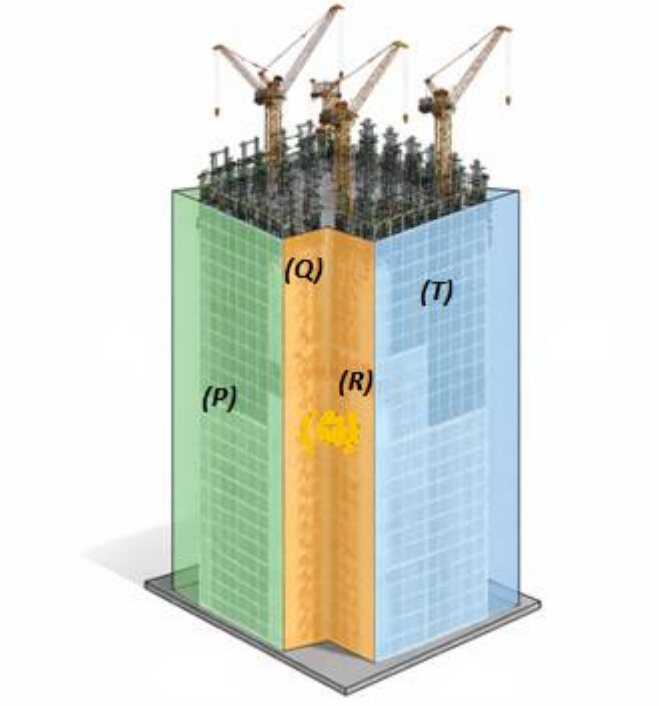
$\vec{n}_P.\vec{n}_Q=1.2+2.1+(-2).2=0\Rightarrow \vec{n}_P\perp\vec{n}_Q$ nên bức tường $(Q)$ vuông góc với hai bức tường $(P)$ và $(R)$,

b) Chọn điểm $M(-1;0;0)\in(P)$

Do hai bức tường $(P)$ và $(R)$ song song nhau nên:

$$d((P),(R))=d(M,(R))=\frac{|2.(-1)+4.0-4.0-19|}{\sqrt{4+16+16}}=\frac{21}{6}=3,5m$$

**Bài 3.** Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Bốn bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): 2x-y-z+1=0$, $(Q): x+3y-z-2=0, (R): 4x-2y-2z+9=0, (T): 2x+6y-2z+15=0$.




a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ của tòa nhà.

b) Tính khoảng giữa hai bức tường $(Q)$ và $(T)$ của tòa nhà.

c) Tính chiều rộng bức tường $(Q)$ của tòa nhà.

**Lời giải**

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ của tòa nhà.

$(P):2x-y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;-1;-1)$

$(Q):x+3y-z-2=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(1;3;-1)$

$(R):4x-2y-2z+9=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_R=(4;-2;-2)$

$(T):2x+6y-2z+15=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_T=(2;6;-2)$

Ta có:

$\vec{n}_R=(4;-2;-2)=2(2;-1;-1)\Rightarrow\vec{n}_R=2\vec{n}_P$ nên hai bức tường $(P)$ và $(R)$ song song nhau

$\vec{n}_T=(2;6;-2)=2(1;3;-1)\Rightarrow\vec{n}_T=2\vec{n}_Q$ nên hai bức tường $(T)$ và $(Q)$ song song nhau

$\vec{n}_P.\vec{n}_Q=2.1+(-1).3+(-1).(-1)=0\Rightarrow\vec{n}_P\perp\vec{n}_Q$ nên bức tường $(Q)$ vuông góc với hai bức tường $(P)$ và $(R)$

$\vec{n}_R.\vec{n}_Q=4.1+(-2).3+(-2).(-1)=0\Rightarrow\vec{n}_R\perp\vec{n}_Q$ nên bức tường $(R)$ vuông góc với hai bức tường $(Q)$ và $(T)$

b) Tính khoảng giữa hai bức tường $(Q)$ và $(T)$ của tòa nhà.

Chọn điểm $M(2;0;0)\in(Q)$

Do hai bức tường $(Q)$ và $(T)$ song song nhau nên:

$$d\left((Q),(T)\right)=d\left(M,(T)\right)=\frac{|2.2+6.0-2.0+15|}{\sqrt{4+36+4}}=\frac{19}{\sqrt{44}}\approx 2,9m$$

c) Tính chiều rộng bức tường $(Q)$ của tòa nhà.

Do hai bức tường $(P)$ và $(R)$ song song nhau nên chiều rộng bức tường $(Q)$ là khoảng cách giữa hai bức tường $(P)$ và $(R)$.

Chọn điểm $N(0;0;1)\in(P)$

Do hai bức tường $(P)$ và $(R)$ song song nhau nên:

$$d\left((P),(R)\right)=d\left(N,(R)\right)=\frac{|4.0-2.0-2.1+9|}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{7}{\sqrt{6}}\approx 2,9m$$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà có sàn nhà thuộc mặt phẳng $Oxy$ và trần nhà tầng 1 thuộc mặt phẳng $z-1=0$, mái nhà tầng 2 thuộc mặt phẳng $x+y+50z-100=0$. Hỏi trong 3 mặt phẳng tương ứng chứa sàn nhà, trần nhà tầng 1, mái nhà tầng 2, hai mặt nào song song với nhau?

**Lời giải**

Vì mặt phẳng $Oxy$ vuông góc với $Oz$ nên mặt phẳng $Oxy$ nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Vì mặt phẳng $Oxy$ đi qua điểm O(0; 0; 0) và có vectơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$ nên có phương trình là: $z-0=0\Leftrightarrow z=0$

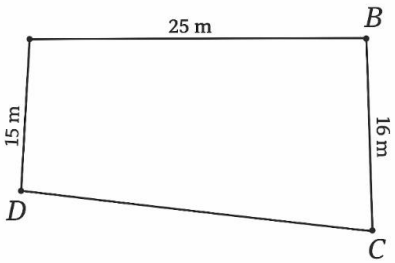
Mặt phẳng $z-1=0$ có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$.

Vì $\overrightarrow{n_1}=\vec{k}$ và $-1\neq 0$ nên mặt phẳng chứa sàn nhà song song với trần tầng 1.

Mặt mái tầng 2 có phương trình $x+y+50z-100=0$ và có nhận một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1;1;50)$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_1},\vec{k}$ nên không song song với hai mặt phẳng còn lại .

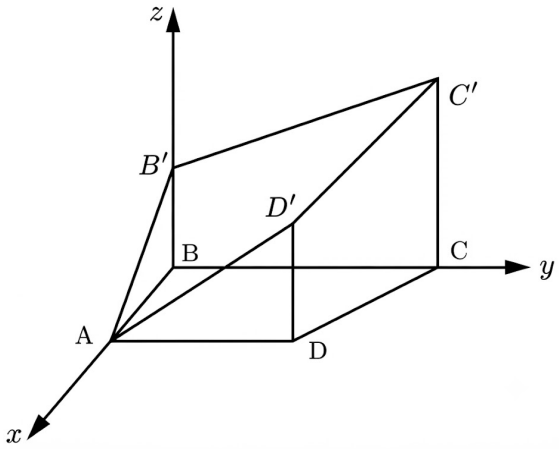
**Bài 5.** Một phần sân trường được định vị bởi các điểm $A,B,C,D$ như hình vẽ.




Bước đầu chúng ta lấy thăng bằng để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở $A$ và $B$ với độ dài $AB=25m, AD=15m, BC=18m.$ Do yêu cầu kỹ thuật khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở $C$ nên người ta lấy độ cao ở các điểm $B,C,D$ xuống thấp hơn so với độ cao ở $A$ lần lượt là $10\,cm, a\,cm, 6\,cm$ tương ứng sao cho 4 điểm $A',B',C',D'$ đồng phẳng. Tìm $a$.

**Lời giải**




Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $B(0;0;0), A(25;0;0), C(0;18;0), D(25;15;0)$

Gọi $B', C', D'$ lần lượt là các điểm $B, C, D$ sau khi hạ xuống ta có: $B'(0;0;10), C'(0;18;a), D'(25;15;6)$

Ta có

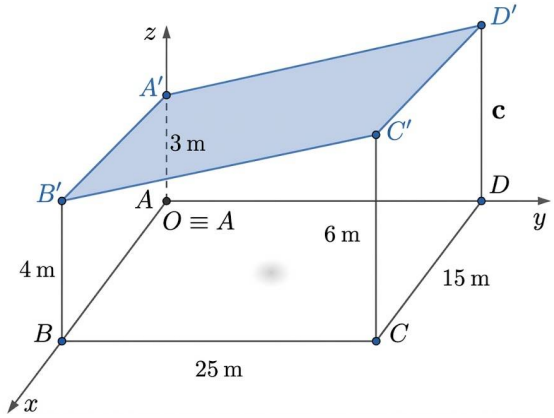
$\overrightarrow{AB'} = (-25;0;10); \overrightarrow{AC'} = (-25;18;a); \overrightarrow{AD'} = (0;15;6)$

$\left[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}\right] = (-150;150;-375) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}\right].\overrightarrow{AC'} = 3750 + 2700 - 375a = 6450 - 375a$

Do $A, B', C', D'$ đồng phẳng nên $\left[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}\right].\overrightarrow{AC'} = 0 \Leftrightarrow 6450 - 375a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$

**Bài 6.** Để chuẩn bị cho ngày hội thao, ban tổ chức trường Nguyễn Văn Trỗi dựng bốn chiếc cột $AA', BB', CC', DD'$ lần lượt tại bốn góc của một sân bóng hình chữ nhật $ABCD$ với kích thước là $CD = 15(m), AB = 25(m)$. Bốn chiếc cột $AA', BB', CC', DD'$ vuông góc với mặt sân và có chiều cao lần lượt là $AA' = 3(m), BB' = 4(m), CC' = 6(m), DD' = c(m)$, với $c \in \mathbb{R}$. Một tấm bạt lớn $A'B'C'D'$ được căng phẳng với bốn góc được cố định vào đầu bốn cột như hình vẽ. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét) sao cho $O \equiv A$ và các trục $Ox, Oy, Oz$ trùng với $AB, AD, AA'$ như hình vẽ bên dưới.

Khi đó điểm $D'$ có tọa độ là $(a;b;c)$. Tính $a + 2b + c$.




**Lời giải**

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $A(0;0;0), B(15;0;0), C(15;25;0), D(0;25;0)$

$A'(0;0;3), B'(15;0;4), C'(15;25;6), D'(0;25;c)$

Ta có

$\overrightarrow{A'B'} = (15;0;1)$

$\overrightarrow{A'C'} = (15;25;3)$

$\overrightarrow{A'D'} = (0;25;c-3)$

$\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}\right] = (-25;-15;375)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}\right].\overrightarrow{A'D'} = -375 + 375(c-3) = 375c - 1500$

Do $A', B', C', D'$ đồng phẳng nên $\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}\right].\overrightarrow{A'D'} = 0 \Leftrightarrow 375c - 1500 = 0 \Leftrightarrow c = 4$

Vậy $D'(0;25;4) \Rightarrow a + 2b + c = 54$

# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

**A.** $(2;3;-1)$. **B.** $(3;-5;-2)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(3;-5;-1)$.

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

**A.** $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

**A.** $\vec{n}=(8;4;-3)$. **B.** $\vec{n}=(-18;0;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-18;4;-3)$. **D.** $\vec{n}=(1;4;-3)$.

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

**A.** $x-3y^2+z-1=0$. **B.** $x^2+2y+4z-2=0$.

**C.** $2x-3y+4z-2027=0$. **D.** $2x-3y+4z^2+2028=0$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

**A.** $2x+5y=0$. **B.** $x+2y+\dfrac{4}{z}+1=0$. **C.** $x-2026=0$. **D.** $y+2027=0$.

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+3z-4=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ có tọa độ là

**A.** $(3;-1;2)$. **B.** $(2;-1;3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(2;1;3)$.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của $(P)$?

**A.** $\vec{n}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(3;1;2)$ **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$ **D.** $\vec{n}=(6;-2;4)$

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-2026=0$

**A.** $\vec{n}=(2;-3;-2026)$ **B.** $\vec{n}=(-2;3;2026)$ **C.** $\vec{n}=(2;-3;0)$ **D.** $\vec{n}=(3;2;0)$

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxy)$?

**A.** $\vec{k}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{k}=(0;1;0)$ **C.** $\vec{k}=(1;1;1)$ **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxz)$?

**A.** $\vec{j}=(0;1;0)$ **B.** $\vec{j}=(0;1;1)$ **C.** $\vec{j}=(1;0;0)$ **D.** $\vec{j}=(0;0;1)$

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oyz)$?

**A.** $\vec{i}=(0;1;0)$ **B.** $\vec{i}=(1;0;0)$ **C.** $\vec{i}=(0;0;1)$ **D.** $\vec{i}=(0;0;0)$

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+z-5=0$ ?

**A.** $M(1;-1;0)$. **B.** $N(1;-1;2)$. **C.** $P(1;-1;4)$. **D.** $Q(1;-1;3)$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z+2=0$.

**A.** $K(1;0;1)$. **B.** $N(3;4;-2)$. **C.** $M(-1;3;0)$. **D.** $P(2;-3;1)$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng $(P):x+2y-4=0$ ?

**A.** $M(2;2;1)$. **B.** $N(-2;3;-2)$. **C.** $P(0;2;-5)$. **D.** $Q(-2;-2;4)$.

**Câu 15.** Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 2;\ 1)$ đến mặt phẳng (P): $Ax+Cz+D=0$, với $A.C.D\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

**A.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$ **B.** $d(M,(P))=\dfrac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

**C.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$. **D.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$.

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng

**A.** $\dfrac{5}{3}$. **B.** $2$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$.

**A.** $\dfrac{11}{3}$. **B.** $3$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-4=0$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-2)$ lên mặt phẳng $(P)$. Độ dài đoạn thẳng $MH$ là

**A.** $2$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng $AH$ là

**A.** $3$. **B.** $7$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Câu 20.** Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*) lần lượt bằng:

**A.** 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

**Câu 21.** Trong không gian *Oxyz*, khoảng cách từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): y+1=0$ là:

**A.** $y_0$. **B.** $|y_0|$. **C.** $\dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{2}}$. **D.** $|y_0+1|$.

**Câu 22.** Trong không gian *Oxyz*, khoảng cách từ điểm $C(-2;\,0;\,0)$ đến mặt phẳng (*Oxy*) bằng:

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

**Câu 23.** Trong không gian *Oxyz*, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

**A.** $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 3.

**Câu 24.** Trong không gian *Oxyz*, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

**A.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ **B.** $\dfrac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\dfrac{5}{\sqrt{14}}$

**Câu 25.** Trong không gian *Oxyz*, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-8=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$ bằng

**A.** 1. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

**Câu 26.** Trong không gian *Oxyz*, mặt phẳng $(P): 2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

**A.** $2x-y-z-2=0$. **B.** $x-y-z-2=0$. **C.** $x+y+z-2=0$. **D.** $2x+y+z-2=0$.

**Câu 27.** Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $(\alpha)$?

**A.** $(S): x+y+2z-1=0$. **B.** $(Q): x+y-2z-2=0$.

**C.** $(P): x-y+2z-2=0$. **D.** $(R): x+y-2z+1=0$.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định $m,n$ để $(P)$ song song với $(Q)$.

**A.** $m=n=-4$. **B.** $m=4;n=-4$. **C.** $m=-4;n=4$. **D.** $m=n=4$.

**Câu 29.** Trong không gian *Oxyz*, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của *m* thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

**A.** $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-6$ **D.** $m=6$

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, $(Q):2x+my+2z+3=0$ và $(R):-x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)//(Q)$

**A.** $-6$. **B.**1. **C.** 0. **D.** 6.

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):x+y-2z+5=0$ và $(Q):4x+(2-m)y+mz-3=0$, $m$ là tham số thực. Tìm tham số $m$ sao cho mặt phẳng $(Q)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):x+2y-z-1=0$ và $(\beta):2x+4y-mz-2=0$. Tìm $m$ để hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau.

**A.** $m=1$. **B.** Không tồn tại $m$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với $(P)$ và cách $(P)$ một khoảng bằng $3$.

**A.** $(Q):x+2y-2z+8=0$. **B.** $(Q):x+2y-2z+5=0$.

**C.** $(Q):x+2y-2z+1=0$. **D.** $(Q):x+2y-2z+2=0$.

**Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(Oyz)$ là

**A.** $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(Oxy)$ là:

**A.** $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

**Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(0;-2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxy)$ là:

**A.** $x-1=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $z-1=0$. **D.** $z+1=0$.

**Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Oyz)$ là:

**A.** $x-1=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y+1=0$. **D.** $y-1=0$.

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình phẳng $(Q):x-3y+z-2027=0$. Phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua gốc toạ độ $O$ và song song với mặt phẳng $(Q)$ là:

**A.** $x-3y+z+2027=0$. **B.** $x+3y-z=0$. **C.** $x+3y+z=0$. **D.** $x-3y+z=0$.

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$ là:

**A.** $2y+3x=0$. **B.** $3y+2x=0$. **C.** $2y-3x=0$. **D.** $3y-2x=0$.

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Oz$ và đi qua điểm $M(4;-1;-2)$ là:

**A.** $4x-y=0$. **B.** $x+4y=0$. **C.** $4x+y=0$. **D.** $x-4y=0$.

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ song song trục $Oy$ và đi qua hai điểm $M(1;-1;2)$, $N(0;1;3)$ là:

**A.** $x+y+z-3=0$. **B.** $y+z-3=0$. **C.** $x+z-3=0$. **D.** $x+y-3=0$.

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ song song trục $Oz$ và đi qua hai điểm $M(0;3;-4)$, $N(2;2;-1)$ là:

**A.** $x+2y+6=0$. **B.** $x+y+3=0$. **C.** $x+y-3=0$. **D.** $x+2y-6=0$.

**Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-1)$ có phương trình là

**A.** $3x-y-z+5=0$. **B.** $3x-y-z-5=0$. **C.** $2x+y-5=0$. **D.** $x+3y+z-5=0$.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2),\vec{b}=(1;0;3)$ là

**A.** $3x-5y-z-9=0$. **B.** $3x-5y-z-6=0$. **C.** $3x+5y-z+6=0$. **D.** $3x-5y+z-9=0$.

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a}=(2;1;-2),\vec{b}=(1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng $(P)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $C(1;1;3)$ là

**A.** $2x+6y-z-7=0$. **B.** $2x-6y-z+5=0$. **C.** $2x+6y+z+5=0$. **D.** $2x-6y-z+7=0$.

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua $A$ và song song với $(P)$ có phương trình là:

**A.** $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

**C.** $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

**Câu 47.** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $AB$ có phương trình là:

**A.** $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.

**C.** $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc $(\alpha)$ và $(\beta)$ là:

**A.** $x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$ **D.** $2x-y+2z=0$

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0);B(0;-2;0);C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là:

**A.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1.$ **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=0.$ **C.** $\frac{x}{-4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1.$ **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1.$

**Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;3;0);B(2;0;0);C(0;0;-1)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là:

**A.** $2x+3y-6z+6=0$ **B.** $2x+3y-6z-6=0$ **C.** $3x+2y-6z-6=0$ **D.** $3x+2y-6z+6=0$

**Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;1)$; $B(0;4;0)$; $C(2;2;0)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là:

**A.** $x+y+2z+4=0$ **B.** $x+y+2z-4=0$ **C.** $x+y-2z-4=0$ **D.** $x+y-2z+4=0$

**Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với $(P)$ và cách $(P)$ một khoảng bằng 3?

**A.** $(Q):2x+2y-z+10=0.$ **B.** $(Q):2x+2y-z+4=0.$

**C.** $(Q):2x+2y-z+8=0.$ **D.** $(Q):2x+2y-z-8=0.$

**Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng $(P)$ qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $2x+3y-6z+1=0.$ **B.** $3x+2y-6z+1=0.$

**C.** $3x+2y-5z=0.$ **D.** $6x+2y-3z-5=0.$

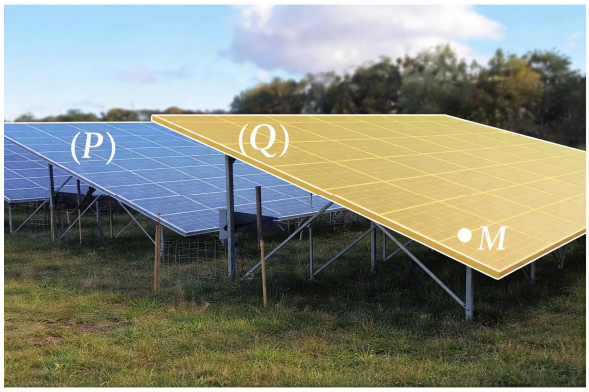
**Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(P):2x+y-2z-1=0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(Q):6x+3y-6z+15=0$ như hình bên dưới.




Khoảng cách giữa hai pin mặt trời trên bằng bao nhiêu?

**A.** 1 mét. **B.** 2 mét.. **C.** 3 mét. **D.** 4 mét.

**Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(Q): x+y-3z-2=0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q)$ như hình bên dưới. Phương trình mặt phẳng $(P)$ là:




**A.** $x+y-3z+3=0$.
**B.** $x+y-3z+2=0$.
**C.** $x+y-3z-3=0$.
**D.** $x+y-3z-2=0$.

**Câu 56.** Trong không gian $Oxyz$, trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng $(Q)$ và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1;0;-2), B(-3;1;1), C(5;5;-5)$ (như hình bên dưới). Lập phương trình mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin điện gió đó.




**A.** $3x+4z+5=0$.
**B.** $3x+2y+4z+5=0$.
**C.** $3x-2y+4z+5=0$.
**D.** $3x+4z-5=0$.

**Câu 57.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng $(Q)$ và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$, ngoài ra có điểm $M(5;7;-8)$ nằm ở mép tuabin (như hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin là:




**A.** 13,3 mét.
**B.** 12,3 mét.
**C.** 10,3 mét.
**D.** 11,3 mét.

**Câu 58.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một căn phòng có bức tường nằm trong mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$ và một bóng điện có tọa độ $(1;-2;3)$ như hình bên dưới. Khoảng cách từ bóng điện đó đến bức tường là:




**A.** 3 mét. **B.** 2 mét. **C.** 4 mét. **D.** 1 mét.

**Câu 59.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét), phần mềm điều khiển máy in 3D cho biết đầu in phun của máy đang đặt tại điểm $M(5;6;30)$. Tính khoảng cách từ đầu in đến khay đặt vật in có phương trình $z-2=0$.



**A.** $32cm$. **B.** $16cm$. **C.** $28cm$. **D.** $14cm$.

**Câu 60.** Một ngôi nhà có các bậc thang của cầu thang đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là decimét). Biết hai mặt bậc thang song song nằm trên hai mặt phẳng phân biệt: $(P): 2x-y+2z+8=0$ và $(Q): 2x-y+2z+2=0$. Khoảng cách giữa hai bậc thang này bằng bao nhiêu decimét?




**A.** $5(dm)$. **B.** $4(dm)$. **C.** $3(dm)$. **D.** $2(dm)$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 61.** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(1;-2;-1)$ và ba điểm $M(2;1;-3), A(1;1;2), B(2;-1;0)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$

b) $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-2;1;0)$.

c) Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ nhận hai vectơ $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ là cặp vectơ chỉ phương là $2x-y-5=0$.

d) Khoảng cách từ gốc toạ độ $O$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\sqrt{5}$.

**Câu 62.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0.$

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$.

b) Phương trình mặt phẳng qua $A$ và song song mặt phẳng $(P)$ là $2x+y-2z+6=0.$

c) Mặt phẳng qua gốc toạ độ $O$ và điểm $A$ đồng thời vuông góc mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $ax+by+z=0.$ Khi đó, giá trị của biểu thức $a+2b=2$ .

d) Mặt phẳng $(Q)$ song song với $(P)$ và đồng thời khoảng cách đến $A$ đến mặt phẳng $(Q)$ bằng 2 có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d=10$ .

**Câu 63.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;0;-5)$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $4x-5z+4=0$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(2;-1;5)$.

c) Mặt phẳng $(Q):5x+y+4z+2026=0$ song song với mặt phẳng $(P)$.

d) Khoảng cách từ điểm $B(-2;1;3)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\dfrac{19\sqrt{41}}{41}$ .

**Câu 64.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)$: $2x-2y+z+1=0$, $(Q):2x-2y+z-5=0$ và các điểm $A(0;1;1)$, $B(2;0;1)$.

a) Hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ vuông góc với nhau.

b) Khoảng cách $d(A,(Q))=2$.

c) Khoảng cách $d(P,(Q))=4$.

d) Cho biết điểm $C\in(P)$ và đường thẳng $BC$ tạo với mặt phẳng $(P)$ góc $30^0$. Khi đó ta có khoảng cách $BC=4$.

**Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+2y-z+3=0,(R):2x+2y-z=0$ và điểm $A(1;2;3)$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;-1)$.

b) Điểm $A$ cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $3$.

c) Mặt phẳng $(R):2x+2y-z=0$ cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $2$.

d) Hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q):x+y+mz+1=0$ luôn cắt nhau mọi giá trị $m$.

**Câu 66.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-3y+2z-1=0$ và $(Q):-2x+y+4z-3=0$.

a) Mặt phẳng $(P)$ song song mặt phẳng $(Q)$.

b) Mặt phẳng $(R):14x+8y+5z-2=0$ cùng vuông góc với hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

c) Mặt phẳng $(\alpha):2x-6y+4z-9=0$ song song mặt phẳng $(P):x-3y+2z-1=0$ và cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

d) Mặt phẳng $(\beta)$ qua hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;-2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ có phương trình là $ax+4y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-2c+d=-9$.

**Câu 67.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1),B(0;-1;3)$.

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}=(-1;2;-2)$.

b) Điểm $A$ và $B$ nằm về cùng phía của mặt phẳng $(P)$.

c) Mặt phẳng $(Q)$ chứa $A,B$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ không đi qua điểm $M(-2;-2;3)$.

d) Mặt phẳng $(R)$ đi qua $A$ song song với $(P)$ có phương trình là $ax+by+cz+1=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=-1$.

**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A(1;2;-2);B(2;1;2);C(3;-2;1)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(1;-1;4)$

b) Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+5y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d=38$.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\dfrac{3.\sqrt{22}}{22}$.

d) Gọi $E;F;K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ lên trục $Ox;Oy;Oz$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E;F;K$ có phương trình $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$.

**Câu 69.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0),B(0;2;0),C(0;0;3)$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ là $\vec{n}=(3;3;-2)$.

b) Mặt phẳng đi qua $C$ và vuông góc với đường thẳng $AB$ có phương trình là $x+y=0$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $AB$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $ax+by+cz-2=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=-1$.

d) Gọi $M(a;b;c)\in(Oyz)$ sao cho biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Khi đó $a+3b+c=3$.

**Câu 70.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(2;1;3)$, và mặt phẳng $(P):x-y+2z+7=0$.

a) Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $(2;1;1)$.

b) Mặt phẳng $(ABC)$ đi qua điểm $M(3;1;5)$.

c) Mặt phẳng $(ABC)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

d) Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

**Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;3),B(-1;3;2),C(-1;2;3)$.

a) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

b) Điểm $G\left(-\frac{1}{3};2;\frac{8}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác $ABC$.

c) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là: $x+ay+bz+c=0$. Khi đó $a+b+c=4$

d) Điểm $M(1;2;3)$ thuộc mặt phẳng $(ABC)$.

**Câu 72.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;0);B(2;-1;1);C(1;1;2)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(1;1;1);\overrightarrow{AC}=(0;-3;2)$

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $ax+by+cz+3=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=0$.

c) Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $BC$. Khi đó, mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(2;-1;2)$.

d) Gọi $(\beta)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AC$. Khi đó, khoảng cách từ điểm $O$ đến $(\beta)$ bằng $\frac{\sqrt{10}}{20}$.

**Câu 73.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-3;1)$, $B(1;0;-1)$, $C(3;1;2)$.

a) $\overrightarrow{BC}=(2;1;3)$

b) Tọa độ trọng tâm của $\Delta ABC$ là điểm $G\left(2;\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng đi qua trọng tâm của $\Delta ABC$ và song song với mặt phẳng $(\beta): z-2=0$. Khi đó, khoảng cách từ điểm $A$ đến $(\alpha)$ bằng $\frac{1}{3}$.

d) Mặt phẳng đi qua điểm $A$ và song song với mặt phẳng trung trực của $BC$ có phương trình là $ax+by+cz-4=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=4$.

**Câu 74.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;-1)$, $B(4;1;2)$, $C(2;3;1)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(3;3;3)$.

b) Ba điểm $A, B, C$ thẳng hàng.

c) Mặt phẳng đi qua 3 điểm $A, B, C$ có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{a}=(3;1;-4)$.

d) Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A$ đồng thời song song với trục $Oy$ và đường thẳng $BC$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;0;-2)$.

**Câu 75.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a$, $b$, $c$ đều dương. Gọi $G(1;2;3)$ là trọng tâm của $\Delta ABC$.

a) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

b) $a+b+c=9$.

c) Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $mx+ny+pz-18=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $m+n+p=7$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(ABC)$ bằng $\frac{18}{7}$.

**Câu 76.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-4=0$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(5;2;3)$.

a) $d(A,(P))>d(B,(P))$.

b) Mặt phẳng trung trực của đoạn $AB$ có phương trình là $2x+y+z-9=0$.

c) Mặt phẳng $(P)$ cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ bằng $3$.

d) Mặt phẳng $(Q)$ đi qua hai điểm $A$, $B$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $(Q): x-2z+1=0$.

**Câu 77.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(-2;1;0)$, $C(2;-2;1)$.

a) Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $BC$ bằng $\frac{6}{\sqrt{23}}$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A, B$ và cách $C$ một khoảng lớn nhất có phương trình $x-2y-z-4=0$.

c) Toạ độ các vecto $\overrightarrow{AB}=(-2;0;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-3;-1)$

d) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $x+y-z-1=0$.

**Câu 78.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(0;1;1), C(1;0;-2)$.

a) Trung điểm $I$ của đoạn $AC$ có tọa độ $I(1;1;1)$.

b) Có 2 điểm trong 3 điểm đã cho nằm trong mặt phẳng $(Oxz)$.

c) Với $M\left(\frac{2}{3};0;-\frac{1}{6}\right)$ nằm trên mặt phẳng $Oxz$ thì tổng $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình tổng quát $x-5y+2z+3=0$.

**Câu 79.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là decimét), tọa độ hóa ba trái bida $A, B, C$ ta được tọa độ ba điểm $A(1;2;0), B(4;2;0), C(7;4;0)$ như hình bên dưới.



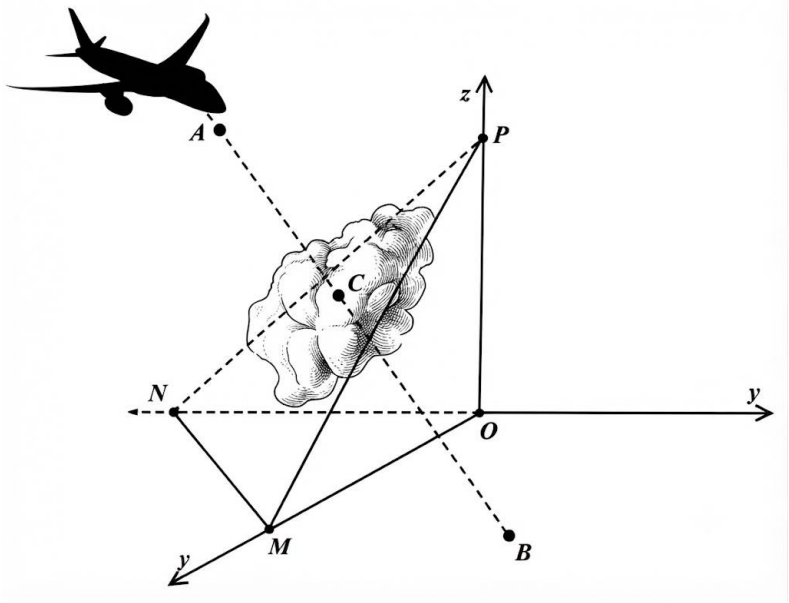

a) Khoảng cách giữa trái bida $B$ với trái bida $C$ bằng $3,6(dm)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của decimét)

b) Ba trái bida $A, B, C$ thẳng hàng.

c) Mặt phẳng chứa ba trái bida $A, B, C$ có phương trình là: $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $a+c+d=4$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng chứa ba trái bida $A, B, C$ bằng $0,9(dm)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của decimét).

**Câu 80.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(\frac{7}{2};-\frac{5}{2};\frac{2}{5}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\frac{7}{2};\frac{13}{2};0\right)$ trên đường băng (như hình vẽ). Có một đám mây mà một phần của nó được mô phỏng bởi mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua ba điểm $M(8;0;0); N(0;-8;0); P\left(0;0;\frac{4}{5}\right)$. Khi máy bay hạ cánh sẽ xuyên qua đám mây đó ở vị trí điểm $C$.



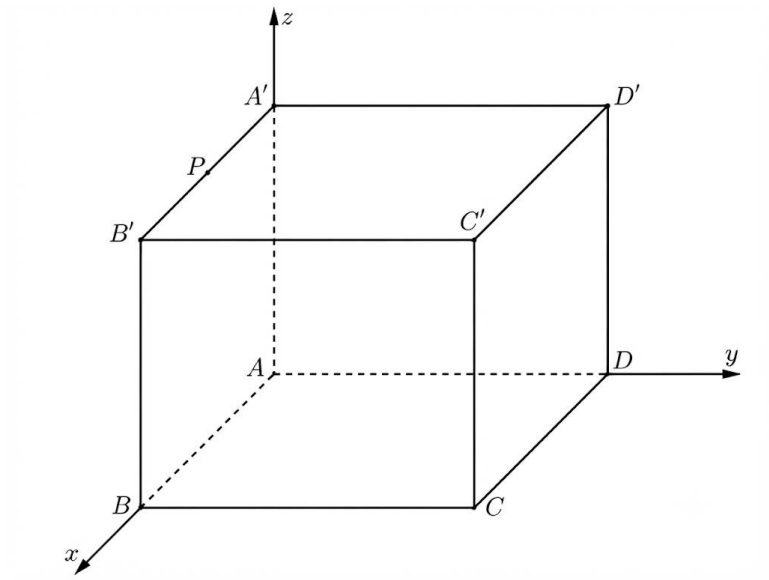

a) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AB}\left(0;9;-\frac{2}{5}\right)$.

b) Ta có hai vectơ $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ cùng phương nên giả sử tồn tại số thực $k$ sao cho $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ khi đó toạ độ của điểm $C$ có dạng $C\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}+9k;\frac{2}{5}-\frac{2}{5}k\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP):\frac{x}{8}+\frac{y}{-8}+\frac{z}{0,8}=1$.

d) Khi máy bay bay xuyên qua đám mây để hạ cánh thì máy bay còn cách mặt đất một khoảng nhỏ hơn $338m$.

**Câu 81.** Một căn phòng có dạng là một hình hộp chữ nhật, được mô hình hóa và gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét) như hình vẽ sau:




Người ta thiết kế một công tắc điện tại điểm $M(0;2;2)$ và một bóng đèn để chiếu sáng căn phòng tại điểm $P$ là trung điểm của $A'B'$. Biết $C'(6;5;4)$.

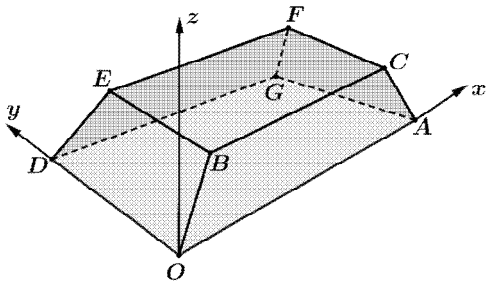
a) Điểm $M$ thuộc mặt phẳng $(ADD')$.

b) Tọa độ điểm $P$ là $P(4;0;3)$.

c) Mặt phẳng $(PCD')$ có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;-6;15)$.

d) $N$ là điểm di động trên đoạn $AA'$. Dây cấp điện cho bóng đèn được đấu từ công tắc điện tại vị trí $M$ kéo đến điểm $N$ rồi nối đến bóng đèn. Độ dài dây cấp điện tối thiểu bằng $5,5m$.

**Câu 82.** Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100m$, chiều rộng $OD=60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.



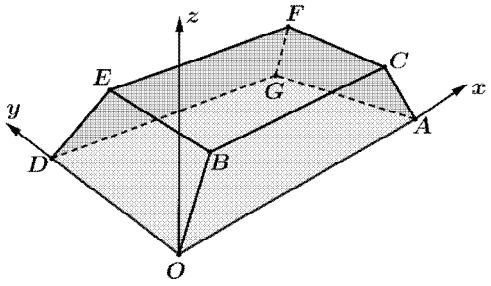

a) Tọa độ các điểm $A$, $D$, $G$ là $A(100;0;0), D(0;60;0), G(100;60;8)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm $B$ và $D$ bằng $51,6(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

c) Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ có dạng: $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $2025a-2c-2024d=20$.

d) Khoảng cách từ điểm $G$ đến mặt phẳng $(OBED)$ bằng $60,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

**Câu 83.** Hình vẽ dưới đây minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50;0;0)$, $D(0;20;0)$, $B(4k;3k;2k)$ với $k>0$ và mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z=3$.



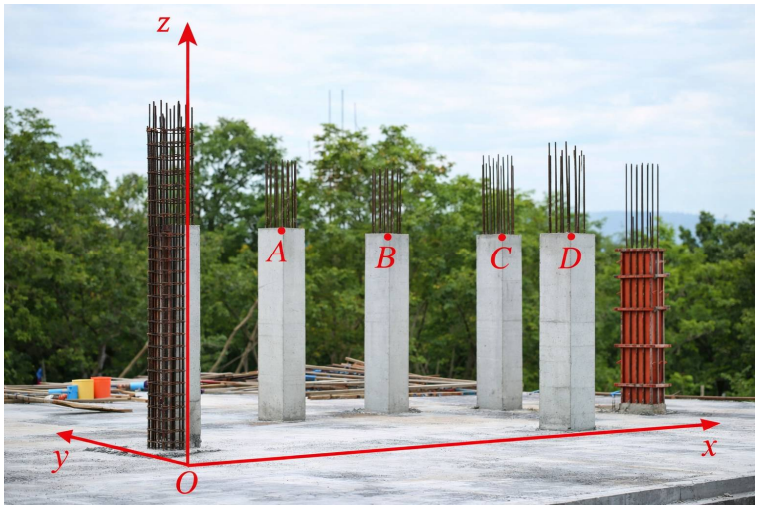

a) Độ dài đường chéo $AD$ của sàn nhà bằng $54(m)$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

b) Đỉnh $B$ của trần nhà có tọa độ là $B\left(6;\frac{7}{2};3\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng của bức tường $OACB$ có dạng: $ax-2y+cz+d=0$. Khi đó $2a+3c+4d=8$.

d) Khoảng cách từ điểm $D$ đến bức tường $OACB$ có bằng $11,3(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

**Câu 84.** Hình dưới đây minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3)$, $B(4;3;3)$, $C(6;3;2,5)$, $D(4;0;2,8)$.



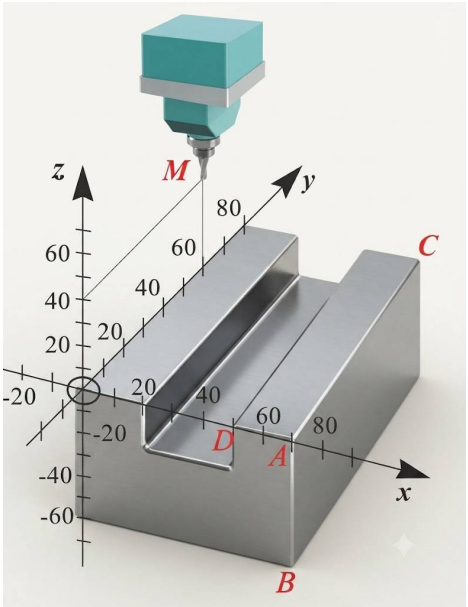

a) Khoảng cách hai trụ $A$ và $B$ bằng $2,83(m)$ (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+2c-d=-6$.

c) Bốn điểm $A,B,C,D$ đồng phẳng.

d) Khoảng cách từ điểm $D$ đến mặt phẳng $(ABC)$ bằng $0,4(m)$.

**Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, phần mềm của máy tiện kĩ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình vẽ dưới đây:




a) Tọa độ các điểm $A$, $B$, $C$, $D$ là $A(70;0;0)$, $B(70;0;-60)$, $C(70;80;-60)$, $D(50;0;0)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm $C$ và $D$ bằng $82,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

c) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là: $x+70=0$.

d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0;60;40)$. Khi đó, khoảng cách từ đầu mũi tiện đến mặt phẳng $(ABC)$ bằng $70(m)$.

**Câu 86.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi $M$ là trung điểm của $SB$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $SCD$.

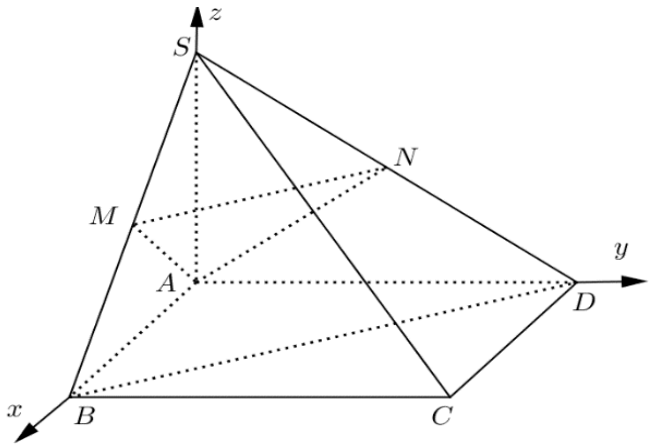
a) Điểm $M$ có tọa độ là $M(0;2;2)$.

b) Điểm $C$ có tọa độ là $C(2;4;0)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(AMC)$ có dạng: $ax-y+cz+d=0$. Khi đó $a+2024c-2025d=2025$.

d) Khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AMG)$ bằng $2,93$ (kết quả làm tròn đến phần trăm).

**Câu 87.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $SB$ và $SD$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $AMN$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới.



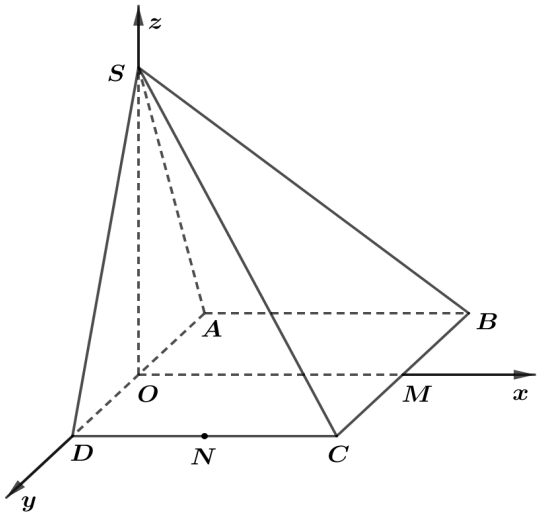

a) Hai điểm $M,N$ có tọa độ là $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

b) Điểm $G$ có tọa độ là $G\left(\frac{a}{6};\frac{a}{6};\frac{a}{6}\right)$

c) Phương trình mặt phẳng $(AMC)$ có dạng: $mx+by-z+d=0$. Khi đó $2026m-2025b+2024d=4049$.

d) Khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(AMN)$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 88.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, $SAD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $CD$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho $O$ là trung điểm cạnh $AD$ như hình vẽ dưới.




a) Tọa độ các đỉnh của hình chóp $S.ABCD$ là:

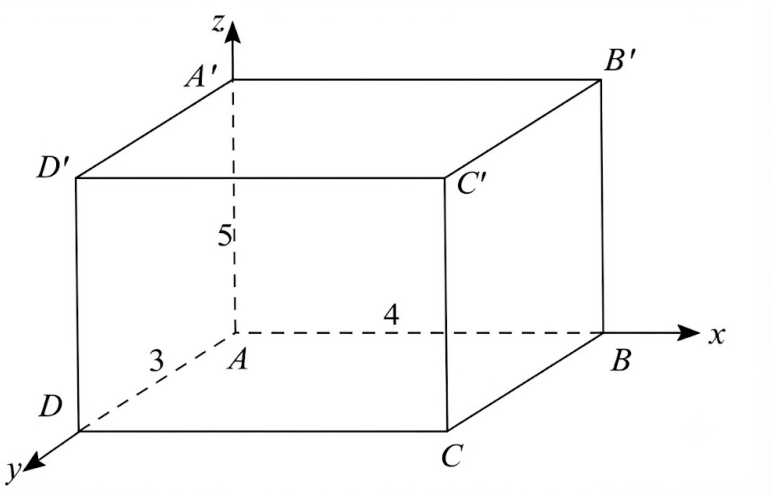
$A\left(0;-\frac{a}{2};0\right), B\left(a;-\frac{a}{2};0\right), C\left(a;\frac{a}{2};0\right), D\left(0;\frac{a}{2};0\right), S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$

b) Tọa độ của hai điểm $M, N$ là $M(a;0;0)$ và $N\left(\frac{a}{2};a;0\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(SMN)$ có dạng: $mx+ny+pz-a\sqrt{3}=0$ $(m,n,p\in\mathbb{R})$. Khi đó $m+n+p=2$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(SMN)$ bằng $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

**Câu 89.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=4(m), AD=3(m), AA'=5(m)$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới ($A\equiv O$).




a) Tọa độ các đỉnh của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

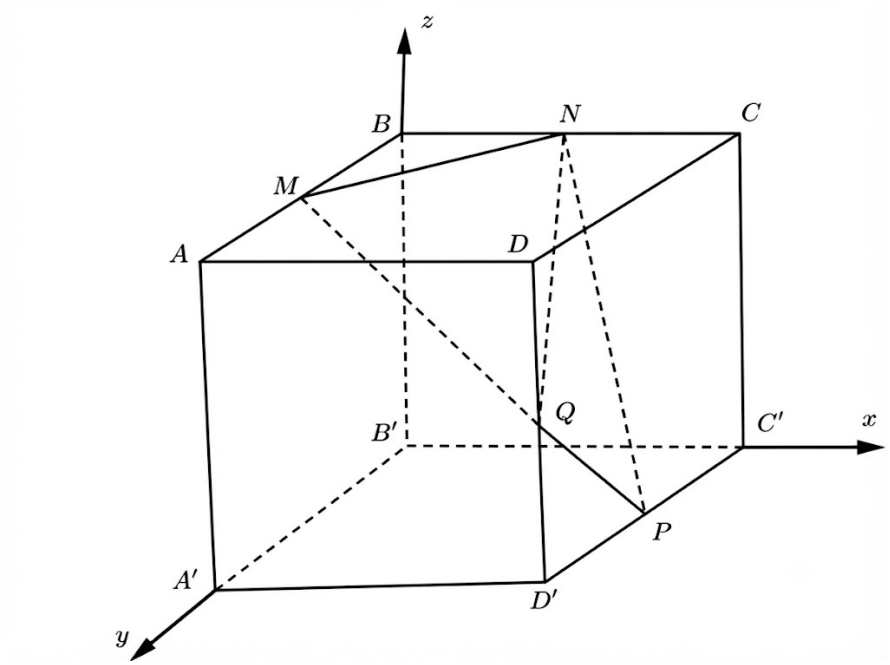
$A(00;0), B(4;0;0), C(4;3;0), D(0;0;3), A'(00;5), B'(4;0;5), C'(4;3;5), D'(0;3;5)$.

b) Tọa độ của tâm hình chữ nhật $ABCD$ là $\left(2;\frac{3}{2};0\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(ACD')$ có dạng: $ax+by+12z+d=0$. Khi đó $a-b-d=35$.

d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ACD')$ và mặt phẳng $(A'BC')$ bằng $2{,}16(m)$(kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

**Câu 90.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi $M,N,P,Q$ lần lượt là trung điểm của $AB,BC,C'D',DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ($B' \equiv O$).




a) Tọa độ các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$B'(00;0), A'(0;1;0), D'(1;1;0), C'(1;0;0), B(00;1), A(0;1;1), D(1;1;1), C(1;0;1)$,

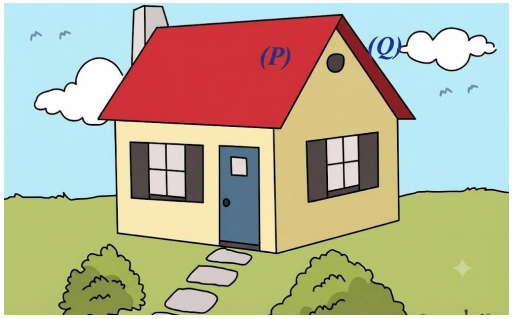
b) Tọa độ các điểm $M,N,P,Q$ lần lượt là $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $P\left(1;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(1;\frac{1}{2};1\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP)$ có dạng: $ax+by+cz-3=0$. Khi đó $a+b+c=6$.

d) Khoảng cách từ điểm $Q$ đến mặt phẳng $(MNP)$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 91.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2y+5=0$ và $(Q): x-2y-3z+20=0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Câu 92.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$. Khoảng cách giữa hai mái nhà này bằng bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

**Câu 93.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà song song với nhau và lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(Q): 3x-2y+z-3=0$ và $(P): 3x+by+cz+d=0$ $(b,c,d\in\mathbb{Z})$. Điểm $M(2;1;-3)$ thuộc mái nhà nằm trên mặt phẳng $(P)$. Giá trị của biểu thức $b+2027c+2026d$ bằng bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Câu 94.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà song song với nhau và lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và $(Q): ax+by-z+d=0$ ($a,b,d \in \mathbb{Z}$ và $d>0$). Biết khoảng cách hai mái nhà này bằng $\sqrt{3}(m)$. Khi đó, giá trị của biểu thức $2027a-2026b+d$ bằng bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Câu 95.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Tìm giá trị $m$ để hai mái nhà này vuông góc với nhau.




**Trả lời**: ……..

**Câu 96.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P):2x+my+3z-5=0$ và $(Q):nx-8y-6z+2=0$. Để hai mái nhà này song song với nhau thì giá trị $T=2m+n$ bằng bao nhiêu?



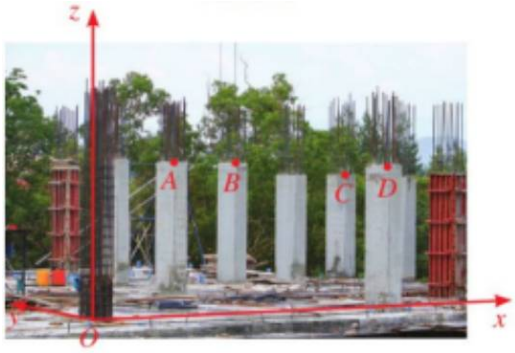

**Trả lời**: ……..

**Câu 97.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P):2x-y-2z+13=0$. Biết góc quan sát ngang của camera là $120°$, hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng $(P)$ của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai của mét)




**Trả lời**: ……..

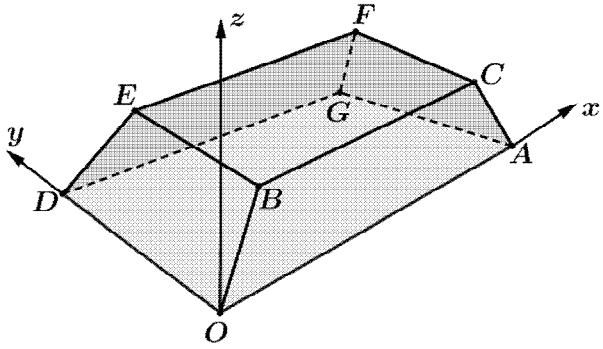
**Câu 98.** Hình bên dưới minh hoạ một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét).




Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều cạnh đáy dài $1m$ và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3), B(4;3;3), C(6;3;3)$, $D(4;0;2,5)$. Giám sát công trình tính toán nhận thấy $A,B,C,D$ không đồng phẳng, yêu cầu bên nhà thầu tính khối lượng bê tông cần bổ sung để độ cao các cột bê tông bằng nhau. Thể tích bê tông cần bổ sung bằng bao nhiêu centimét khối? (giả sử thể tích phần cốt thép là $3\%$ trên một mét khối bê tông ).

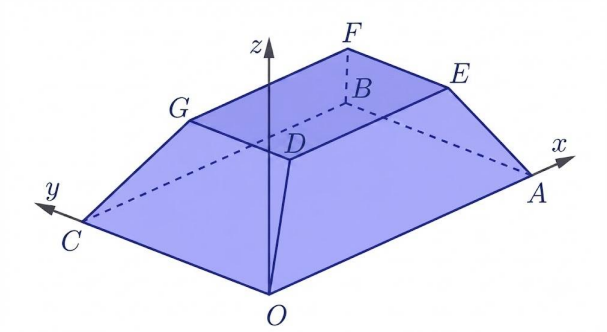
**Trả lời**: ……..

**Câu 99.** Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100$ m, chiều rộng $OD=60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $a+c+d$.



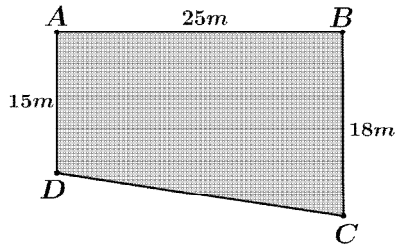

**Trả lời**: ……..

**Câu 100.** Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cụt có hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song, $OABC$ là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng $(Oxy)$, $OA=100\,m$, $OC=60\,m$ và điểm $D(10;10;8)$. Khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(OCGD)$ bằng bao nhiêu mét? *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?*




**Trả lời**: ……..

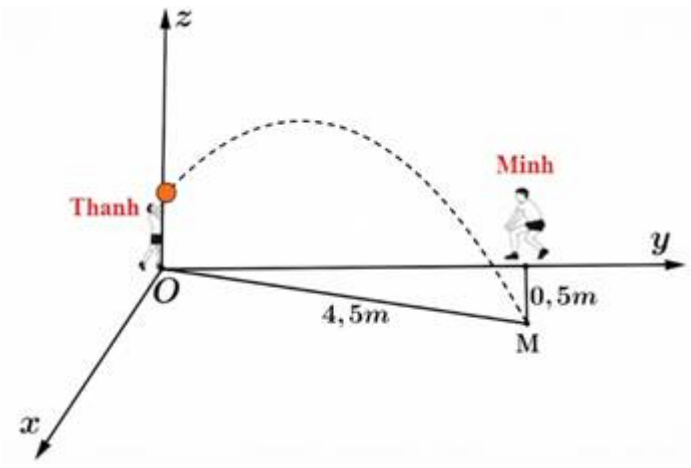
**Câu 101.** Một phần sân trường được định vị bởi các điểm $A,B,C,D$, như hình vẽ:




Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở $A$ và $B$ với độ dài $AB=25(m)$, $AD=15(m)$, $BC=18(m)$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở $C$ nên người ta lấy độ cao ở các điểm $B,C,D$ xuống thấp hơn so với độ cao ở $A$ là $10(cm)$, $a\,(cm)$, $6(cm)$ tương ứng. Giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

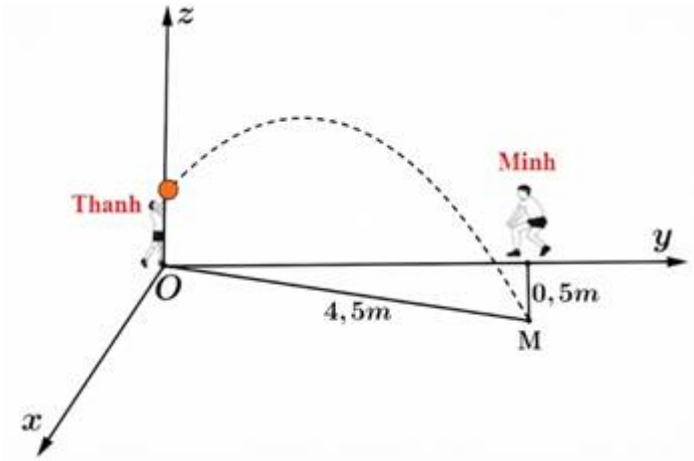
**Câu 102.** Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Thanh và Minh đang tập chuyền bóng cho nhau. Thanh ném bóng cho Minh đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Thanh và rơi xuống vị trí cách Minh $0,5(m)$ và cách Thanh $4,5(m)$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax - y + cx + d = 0$ và vuông góc với mặt đất. Khi đó giá trị của $a\sqrt{5} + 2024c + 2025d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

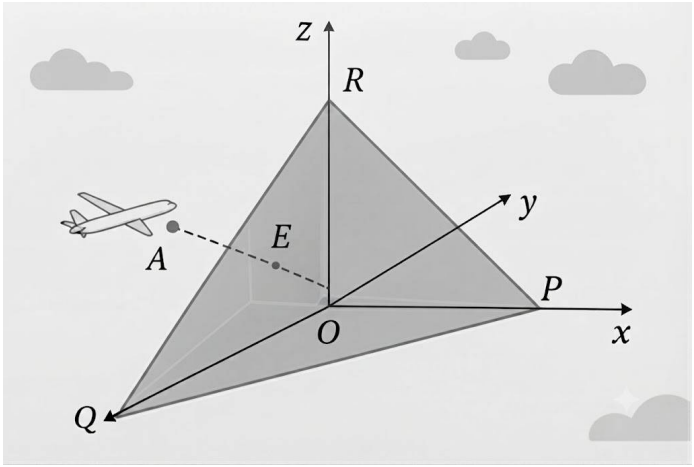
**Câu 103.** Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Thanh và Minh đang tập chuyền bóng cho nhau. Thanh ném bóng cho Minh đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Thanh và rơi xuống vị trí cách Minh $0,5(m)$ và cách Thanh $4,5(m)$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:




Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cx + d = 0$ và vuông góc với mặt đất. Khoảng cách từ bạn Minh đến mặt phẳng $(\alpha)$ bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét)

**Trả lời**: ……..

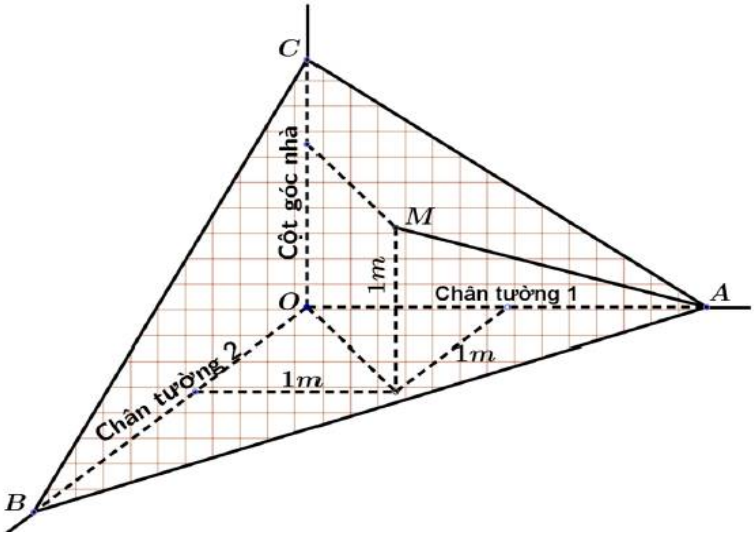
**Câu 104.** Mô phỏng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục số là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(6;-8;-1)$ và sẽ hạ cánh ở điểm có tọa độ $O(0;0;0)$ trên đường băng. Có một lớp mây mỏng được mô phỏng bởi một mặt phẳng đi qua ba điểm $P(12;0;0), Q(0;-12;0)$ và $R(0;0;1,2)$. Tính khoảng cách giữa máy bay và đường băng ngay khi máy bay bay xuyên qua lớp mây (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét).




**Trả lời**: ……..

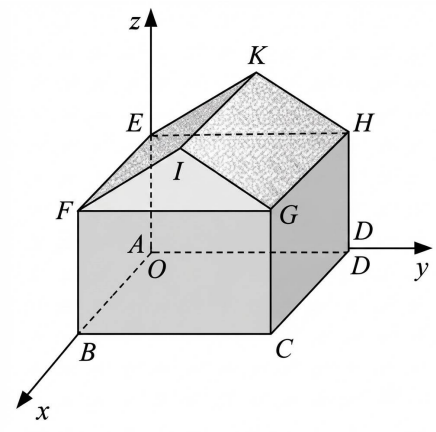
**Câu 105.** Bạn Minh Hiền muốn làm một cái hốc dạng hình chóp tam giác ở một góc tường dùng bỏ đồ ăn vặt. Minh Hiền tính toán việc ghép miếng ván gỗ đi qua điểm $A, B$ trên hai chân tường và điểm $C$ trên

cột góc nhà và tận dụng một chiếc cột có sẵn cách đều hai bức tường $1m$ và chiều cao $1m$ ( đỉnh cột là điểm $M$ ) để chống mặt ghép miếng ván gỗ . Biết rằng hai bức tường được xây vuông góc với nhau, mỗi bức tường đều vuông góc với sàn nhà và điểm $O$ nằm ở góc tường (như hình vẽ). Khi khoảng cách từ điểm $O$ tới mặt phẳng miếng ván gỗ lớn nhất thì tổng khoảng cách từ điểm $O$ đến ba điểm $A, B$ và $C$ bằng bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

**Câu 106.** Hình vẽ bên dưới minh hoạ một nhà kho trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là $9m$ và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB=10m, AD=24m, AE=7m$. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax+y+bz+c=0$. Tìm giá trị của $a-bc$.




**Trả lời**: ……..

**Câu 107.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi $M$ là trung điểm của $SB$. Biết khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(CDM)$ bằng $a\sqrt{2}$, với $a\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của $a$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 108.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh $1(cm)$. Điểm $M$ được cho thỏa mãn hệ thức vectơ $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{CD}$. Tính khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(EBD)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của centimét).

**Trả lời**: ……..

**Câu 109.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.DEF$ biết rằng $AB=6(cm), AD=2(cm)$. Gọi ba điểm $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm $DE$, $DF$, $BC$. Lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên dưới. Gọi điểm $S$ thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{SA}+2\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=\vec{0}$. Tính khoảng cách từ điểm $S$ đến mặt phẳng $(MNP)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của centimét).

**Trả lời**: ……..

**Câu 110.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-5;3;-1), \vec{b}=(1;2;1), \vec{c}=(m;3;-1)$.,Tìm giá trị của $m$ sao cho $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 111.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2), \vec{v}=(-1;m;m-2)$. Gọi $S$ là tổng các giá trị của $m$ sao cho thỏa mãn $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{14}$. Tính $S$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 112.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $\vec{n}=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}=(x_0;y_0;z_0)$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m};\vec{n}\right]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $|\vec{p}|=15$, hãy tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 113.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tìm giá trị của $m$ để $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 114.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z-16=0$ và $(Q):x+2y-2z-1=0$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 115.** Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc trục $Oy$ và cách đều hai mặt phẳng: $(P):x+y-z+1=0$ và $(Q):x-y+z-5=0$. Tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 116.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm giá trị của tham số $m$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng $AB$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 117.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ trên trục $Oy$ sao cho khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(P):2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 118.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ trên trục $Oz$ sao cho cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$. Tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 119.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ sao cho $d\left(B;(P)\right)=2d\left(A;(P)\right)$, $(P)$ cắt $AB$ tại $I(a;b;c)$ nằm giữa $AB$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 120.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b.c\neq 0$ và mặt phẳng $(P):y-z+1=0$. Để mặt phẳng $(ABC)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$ thì $b-c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 121.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x-y-z+1=0$ và $(Q):x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 122.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $m,n$ là hai giá trị thực thỏa mãn hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$. Biết giao tuyến chung của hai mặt phẳng $(P_m)$ và $(Q_m)$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 123.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $BC$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Tính $b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 124.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$ và 2 vecto $\vec{a}=(1;-3;2),\vec{b}=(-1;-1;2)$. Một mặt phẳng $(Q)$ chứa điểm $A$ và nhận $\vec{a},\vec{b}$ làm cặp vecto chỉ phương có phương trình là $ax+by+cz-3=0$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 125.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-3;8),\vec{b}=(-1;0;6)$ có dạng $ax+by+cz-11=0$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 126.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A(1;0;-2), B(-3;1;1), C(5;5;-5)$ có dạng $ax+by+cz+5=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 127.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 128.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $(\alpha)$ song song với đường thẳng $CD$. Biết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $2x+ay+bz+c=0$, tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 129.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua $M$ và song song với $(P)$ có dạng $3x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+2025c+2024d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 130.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $AB$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 131.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua hai điểm $A, B$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 132.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Viết phương trình mặt phẳng $(MNP)$ có dạng $ax+by+cz-12=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 133.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ song song với mặt phẳng $(\beta):x+y-z+3=0$ và cách $(\beta)$ một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $ax+by-z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $2025a-2024b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 134.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2): 3x-y+4z+8=0$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ song song và cách đều hai mặt phẳng $(Q_1)$, $(Q_2)$ có dạng $3x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 135.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $(\gamma)$ là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $(\alpha): 4x-y-2z-3=0$, $(\beta): 4x-y-2z-5=0$. Phương trình mặt phẳng $(\gamma)$ có dạng $4x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 136.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC)$, $(P)$ cách đều $D$ và mặt phẳng $(ABC)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $6x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 137.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)$: $x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng $(P)$ không qua $O$, song song với mặt phẳng $(Q)$ và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-6=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 138.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$. Mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$, cách $(P)$ một khoảng bằng 3 và cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ dương.

Biết phương trình mặt phẳng $(Q)$ có dạng $ax+by+cz-14=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 139.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa $A$, $B$ sao cho khoảng cách từ $C$ tới mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ là có dạng $ax+by+cz+23=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 140.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(4;2;1), N(0;0;3), Q(2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng chứa $OQ$ và cách đều 2 điểm $M, N$ có dạng $ax-4y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 141.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, $(P)$ cách đều $D$ và mặt phẳng $(ABC)$. Phương trình của $(P)$ có dạng $ax+3y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 142.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ và cắt các trục tọa độ $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho $M$ là trọng tâm của tam giác $ABC$. Biết phương trình của $(P)$ có dạng $ax+by+2z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 143.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng $(P)$ cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho $G$ là trọng tâm tứ diện $OABC$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-48=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 144.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(2;1;-3)$ và cắt trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho tam giác $ABC$ nhận $M$ làm trực tâm. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b-c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 145.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0), B(-2;2;-1), C(5;-1;3)$. Tích $a.b.c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 146.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua $M$ và cắt các trục tọa độ $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại các điểm $A$, $B$, $C$ không trùng với gốc tọa độ sao cho $M$ là trực tâm tam giác $ABC$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $3x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b-c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 147.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2), B(2;-2;0), C(-2;0;1)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$, trực tâm $H$ của tam giác $ABC$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz+4=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b-c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 148.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia $Ox, Oy$ lần lượt tại hai điểm $M, N$ ( không trùng với gốc tọa độ $O$ ) sao cho

$OM = 2ON$. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+3z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-b-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 149.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$, $B(6;-3;0)$ và mặt phẳng $(P)$ sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, $(P)$ cắt $AB$ tại $I(a;b;c)$ nằm trên đoạn thẳng $AB$. Tính $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 150.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ sao cho độ dài $OA$, $OB$, $OC$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng $3$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $Ax+By+z+D=0$, $(A,B,D\in\mathbb{R})$. Giá trị của biểu thức $A+B+D$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 151.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$ là trực tâm của $\Delta ABC$ với $A,B,C$ là ba điểm lần lượt nằm trên các trục $Ox,Oy,Oz$ (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A,B,C$ có dạng $mx+ny+pz-14=0$, $(m,n,p\in\mathbb{Z})$. Khi đó $m+n+p$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 152.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+4y-2z-6=0$, $(Q):x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm $A$, $B$, $C$ sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $c+b-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 153.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên $Oz$ một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia $Ox,Oy$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 154.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ qua $O$, vuông góc với mặt phẳng $(Q)$: $x+y+z=0$ và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $5x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c+2025d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 155.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua hai điểm $A,B$ sao cho khoảng cách từ $C$ đến $(P)$ bằng khoảng cách từ $D$ đến

$(P)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-4=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 156.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc $(P)$ sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết $M$ có hoành độ nguyên, khi đó giá trị của biểu thức $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 157.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $4x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 158.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Có bao nhiêu mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M$ và cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ mà $OA=OB=OC\neq 0$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 159.** Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục $Ox, Oy$ lần lượt tại $B,C$ khác $O$ thỏa mãn diện tích tam giác $OBC$ bằng 1?

**Trả lời**: ……..

**Câu 160.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+3y+z+1=0$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với $(\alpha)$, cắt các tia $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại các điểm $A$, $B$, $C$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $6$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 161.** *Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ $Ox,Oy$ tại hai điểm cách đều $O$. Giả sử $(P)$ có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(Q)$ có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 162.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia $Ox,Oy,Oz$ tại $A,B,C$ ($A,B,C$ không trùng với gốc tọa độ ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 163.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng đi qua $M$ và cắt 3 tia $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại các điểm $A, B, C$ (khác $O$) sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $6x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 164.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng $(P): x+Ay+Bz+C=0$ chứa trục $Oz$ và cách điểm $M$ một khoảng lớn nhất, khi đó tính tổng $A+B+C$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 165.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;6;-5)$. Lấy điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(Oxy)$ sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 166.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(3;2;1)$, $B(-2;3;6)$. Điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ thay đổi thuộc mặt phẳng $(Oxy)$. Khi $\left|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất hãy tìm giá trị của biểu thức $T=x_M+y_M+z_M$

**Trả lời**: ……..

**Câu 167.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;3)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;-3)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-4=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho biểu thức $T=\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 168.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và điểm $M$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+7=0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 169.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét $M$ là điểm thay đổi thuộc $(P)$, tính giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 170.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x+3y-2z-29=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc $(P)$ sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 171.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$, $C(-1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+8=0$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(P)$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=2MA^2+MB^2-MC^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 172.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10;-5;8)$, $B(2;1;-1)$, $C(2;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Xét $M$ là điểm thay đổi trên $(P)$ sao cho $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 173.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-1;0)$, $C(-4;0;-2)$. Gọi $I$ là điểm trên mặt phẳng $(Oxy)$ sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P): 4x+3y+2=0$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 174.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;2), B(1;1;0), C(3;0;1)$ và mặt phẳng $(Q): x+y+z-5=0$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(Q)$ sao cho thỏa mãn biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá nhỏ nhất, khi đó giá trị của $3T$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 175.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;-1)$. Điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+2=0$ sao cho $3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 176.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$ và mặt phẳng $-3(x-1)-3(y-7)-3(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-10=0$ Gọi $M(a;b;c)$ thuộc $(\alpha)$ sao cho $MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S=a+b+c.$

**Trả lời**: ……..

**Câu 177.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là có dạng $x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 178.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Oy$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ là lớn nhất. Phương trình của $(P)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 179.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Oy$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất. Phương trình của $(P)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S=a+b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 180.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Ox$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất. . Phương trình của $(P)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S=a+b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

**A.** $(2;3;-1)$. **B.** $(3;-5;-2)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(3;-5;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-5;-1)$.

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

**A.** $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-6;-1)$

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

**A.** $\vec{n}=(8;4;-3)$. **B.** $\vec{n}=(-18;0;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-18;4;-3)$. **D.** $\vec{n}=(1;4;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;-3;8)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;0;6)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

Vậy: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

**A.** $x-3y^2+z-1=0$. **B.** $x^2+2y+4z-2=0$.

**C.** $2x-3y+4z-2027=0$. **D.** $2x-3y+4z^2+2028=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình tổng quát của mặt phẳng là: $2x-3y+4z-2027=0$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

**A.** $2x+5y=0$. **B.** $x+2y+\frac{4}{z}+1=0$. **C.** $x-2026=0$. **D.** $y+2027=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$x+2y+\frac{4}{z}+1=0$ không phải là phương trình tổng quát của mặt phẳng

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+3z-4=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ có tọa độ là

**A.** $(3;-1;2)$. **B.** $(2;-1;3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(2;1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ có tọa độ là $(2;-1;3)$.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của $(P)$?

**A.** $\vec{n}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(3;1;2)$ **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$ **D.** $\vec{n}=(6;-2;4)$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Véc tơ pháp tuyến của $(P)$ là: $\vec{n}=(3;-1;2)$.

$\vec{n}=(-3;1;-2)=-1(3;-1;2)$ là một vec tơ pháp tuyến của $(P)$

$\vec{n}=(6;-2;4)=2(3;-1;2)$ là một vec tơ pháp tuyến của $(P)$

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-2026=0$

**A.** $\vec{n}=(2;-3;-2026)$ **B.** $\vec{n}=(-2;3;2026)$ **C.** $\vec{n}=(2;-3;0)$ **D.** $\vec{n}=(3;2;0)$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt phẳng $(\alpha)$ có một VTPT là $\vec{n}=(2;-3;0)$.

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxy)$?

**A.** $\vec{k}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{k}=(0;1;0)$ **C.** $\vec{k}=(1;1;1)$ **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do mặt phẳng $(Oxy)$ vuông góc với trục $Oz$ nên nhận vectơ $\vec{k}=(0;0;1)$ làm một vectơ pháp tuyến

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxz)$?

**A.** $\vec{j}=(0;1;0)$ **B.** $\vec{j}=(0;1;1)$ **C.** $\vec{j}=(1;0;0)$ **D.** $\vec{j}=(0;0;1)$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Do mặt phẳng $(Oxz)$ vuông góc với trục $Oy$ nên nhận vectơ $\vec{j}=(0;1;0)$ làm một vectơ pháp tuyến

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oyz)$?

**A.** $\vec{i}=(0;1;0)$ **B.** $\vec{i}=(1;0;0)$ **C.** $\vec{i}=(0;0;1)$ **D.** $\vec{i}=(0;0;0)$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Do mặt phẳng $(Oyz)$ vuông góc với trục $Ox$ nên nhận vectơ $\vec{i}=(1;0;0)$ làm một vectơ pháp tuyến

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+z-5=0$ ?

**A.** $M(1;-1;0)$. **B.** $N(1;-1;2)$. **C.** $P(1;-1;4)$. **D.** $Q(1;-1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Thay $M(1;-1;0)$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ ta được: $2.1-1(-1)+0-5=0\Leftrightarrow -2=0$ (vô lý). Do đó điểm $M(1;-1;0)\notin(P)$.

Thay $N(1;-1;2)$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ ta được: $2.1-1(-1)+2-5=0\Leftrightarrow 0=0$ (đúng). Do đó điểm $N(1;-1;2)\in(P)$.

Thay $P(1;-1;4)$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ ta được: $2.1-1(-1)+4-5=0\Leftrightarrow 2=0$ (đúng). Do đó điểm $P(1;-1;4)\notin(P)$.

Thay $Q(1;-1;3)$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ ta được: $2.1-1(-1)+3-5=0\Leftrightarrow 1=0$ (đúng). Do đó điểm $Q(1;-1;3)\notin(P)$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z+2=0$.

**A.** $K(1;0;1)$. **B.** $N(3;4;-2)$. **C.** $M(-1;3;0)$. **D.** $P(2;-3;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Thay các điểm vào mặt phẳng $(\alpha)$, ta có $K\in(\alpha)$ vì $1.1+2.0-3.1+2=0\Leftrightarrow 0=0$ (đúng).

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng $(P):x+2y-4=0$ ?

**A.** $M(2;2;1)$. **B.** $N(-2;3;-2)$. **C.** $P(0;2;-5)$. **D.** $Q(-2;-2;4)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thay các điểm vào mặt phẳng $(P)$, ta có $Q \notin (P)$ vì $-2+2.(-2)-4=0 \Leftrightarrow -10=0$ (vô lý).

**Câu 15.** Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 2;\ 1)$ đến mặt phẳng (P): $Ax+Cz+D=0$, với $A.C.D \neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

**A.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$ **B.** $d(M,(P))=\dfrac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

**C.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$. **D.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Áp dung công thức $d(M_0,(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

Ta được: $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng

**A.** $\dfrac{5}{3}$. **B.** $2$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|2.(-1)-2.2+0-1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{7}{3}$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$.

**A.** $\dfrac{11}{3}$. **B.** $3$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$d\left(M;(P)\right)=\dfrac{|1+2.2+2.(-3)-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{|-11|}{3}=\dfrac{11}{3}$.

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-4=0$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-2)$ lên mặt phẳng $(P)$. Độ dài đoạn thẳng $MH$ là

**A.** $2$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Khoảng cách từ điểm $M(3;1;-2)$ đến mặt phẳng $(P)$: $MH = d(M,(P)) = \dfrac{|2.3-1+2.(-2)-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 1$.

**Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng $AH$ là

**A.** 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

$AH = d(A,(P)) = \dfrac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}} = 1$.

**Câu 20.** Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*) lần lượt bằng:

**A.** 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$d(M,(Oxy)) = |z_M| = 6$; $d(M,(Oyz)) = |x_M| = 4$.

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): y+1=0$ là:

**A.** $y_0$. **B.** $|y_0|$. **C.** $\dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{2}}$. **D.** $|y_0+1|$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$d(B,(P)) = \dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{0^2+1^2+0^2}} = |y_0+1|$

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $C(-2;0;0)$ đến mặt phẳng (*Oxy*) bằng:

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điểm *C* thuộc mặt phẳng (*Oxy*) nên $d(C,(Oxy)) = 0$

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

**A.** $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Lấy $A(2;1;3)\in(P)$. Do $(P)$ song song với $(Q)$ nên

Ta có $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\dfrac{|2+2.1+2.3-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{7}{3}$

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+3z-1=0$ và $(Q):x+2y+3z+6=0$ là

**A.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ **B.** $\dfrac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\dfrac{5}{\sqrt{14}}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$(P):x+2y+3z-1=0$ $(Q):x+2y+3z+6=0$. Ta có: $\dfrac{1}{1}=\dfrac{2}{2}=\dfrac{3}{3}\neq\dfrac{-1}{6}$

**trắc nghiệm:**

Công thức tính nhanh: $(P):Ax+By+Cz+D_1=0;(Q)Ax+By+Cz+D_2=0$

$\mathrm{d}\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

$(P)//(Q)$ áp dụng công thức: $\mathrm{d}\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|-1-6|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-8=0$ và $(Q):x+2y+2z-4=0$ bằng

**A.** 1. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $\begin{cases}(P)//(Q)\\A(8;0;0)\in(P)\end{cases}\Rightarrow d\left((P);(Q)\right)=d\left(A;(Q)\right)=\dfrac{|8+2.0+2.0-4|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{4}{3}.$

**Nhận xét:**

*Nếu mặt phẳng* $(P):ax+by+cz+d=0$ *và* $(Q):ax+by+cz+d'=0$ $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ *song song với nhau* $(d\neq d')$ *thì* $d\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$..

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

**A.** $2x-y-z-2=0$. **B.** $x-y-z-2=0$. **C.** $x+y+z-2=0$. **D.** $2x+y+z-2=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;1;1)$.

Mặt phẳng $(Q): x-y-z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;-1;-1)$.

Mà $\vec{n}_P.\vec{n}_Q=2-1-1=0\Rightarrow\vec{n}_P\perp\vec{n}_Q\Rightarrow(P)\perp(Q)$.

Vậy mặt phẳng $x-y-z-2=0$ là mặt phẳng cần tìm.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $(\alpha)$?

**A.** $(S): x+y+2z-1=0$.
**B.** $(Q): x+y-2z-2=0$.
**C.** $(P): x-y+2z-2=0$.
**D.** $(R): x+y-2z+1=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\vec{n}=(1;1;2)$.

Mặt phẳng song song với $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến cùng phương với $\vec{n}$ nên đáp án A.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định $m,n$ để $(P)$ song song với $(Q)$.

**A.** $m=n=-4$.
**B.** $m=4;n=-4$.
**C.** $m=-4;n=4$.
**D.** $m=n=4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(P)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;m;3)$

Mặt phẳng $(Q)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(n;-8;-6)$

Mặt phẳng $(P)//(Q)\Rightarrow\vec{n}_1=k.\vec{n}_2\ (k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}2=kn\\m=-8k\\3=-6k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\m=4\\n=-4\end{cases}$

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của $m$ thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

**A.** $m=1$
**B.** $m=-1$
**C.** $m=-6$
**D.** $m=6$

**Lời giải**

**Chọn D**

Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$1.m-2.1+2.(-2)=0\Leftrightarrow m=6$

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2x+my+2z+3=0$ và $(R): -x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)//(Q)$

**A.** $-6$. **B.**1. **C.** 0. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$(P): x+y+z-1=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;1)$

$(Q): 2x+my+2z+3=0$ có VTPT $\vec{b}=(2;m;2)$

$(R): -x+2y+nz=0$ có VTPT $\vec{c}=(-1;2;n)$

$(P)\perp(R)\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{c}=0\Leftrightarrow n=-1$

$(P)//(Q)\Leftrightarrow \frac{2}{1}=\frac{m}{1}=\frac{2}{1}\Leftrightarrow m=2$

Vậy $m+2n=2+2(-1)=0$

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+5=0$ và $(Q): 4x+(2-m)y+mz-3=0$, $m$ là tham số thực. Tìm tham số $m$ sao cho mặt phẳng $(Q)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(4;2-m;m)$.

Ta có: $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}\perp\overrightarrow{n_{(Q)}}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}=0\Leftrightarrow 4.1+2-m-2m=0\Leftrightarrow m=2$.

Nên $m=2$.

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm $m$ để hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau.

**A.** $m=1$. **B.** Không tồn tại $m$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có vec tơ pháp tuyến của $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-1)$, vec tơ pháp tuyến của $(\beta)$ là $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-m)$.

Hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song khi $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-m}{-1}\neq\frac{-2}{-1}$

Vậy không có giá trị nào của $m$ thỏa mãn điều kiện trên.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với $(P)$ và cách $(P)$ một khoảng bằng $3$.

**A.** $(Q): x+2y-2z+8=0$. **B.** $(Q): x+2y-2z+5=0$.

**C.** $(Q): x+2y-2z+1=0$. **D.** $(Q): x+2y-2z+2=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

+ Ta có: $(P): x+2y-2z-1=0$, chọn $A(1;0;0)\in(P)$.

+ Xét đáp án A, ta có $d\left(A;(Q)\right)=\dfrac{|1+8|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$. Vậy đáp án A thoả mãn.

**Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(Oyz)$ là

**A.** $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(Oyz)$ nhận $\vec{i}(1;0;0)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ có phương trình là $x=0$.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(Oxy)$ là:

**A.** $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

phương trình của mặt phẳng $(Oxy)$ là: $z=0$

**Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(0;-2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxy)$ là:

**A.** $x-1=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $z-1=0$. **D.** $z+1=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt phẳng $(P)$ song song mặt phẳng $(Oxy)$ nên có dạng: $Cz+D=0$

Mà $M(0;-2;1)\in(P)$ nên: $C.1+D=0\Leftrightarrow D=-C$

Suy ra $(P): Cz-C=0\Leftrightarrow z-1=0$

**Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Oyz)$ là:

**A.** $x-1=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y+1=0$. **D.** $y-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(P)$ song song mặt phẳng $(Oxy)$ nên có dạng: $Ax+D=0$

Mà $M(-1;2;-3)\in(P)$ nên: $-A+D=0\Leftrightarrow D=A$

Suy ra $(P):Ax+A=0\Leftrightarrow x+1=0$

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình phẳng $(Q):x-3y+z-2027=0$. Phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua gốc toạ độ $O$ và song song với mặt phẳng $(Q)$ là:

**A.** $x-3y+z+2027=0$. **B.** $x+3y-z=0$. **C.** $x+3y+z=0$. **D.** $x-3y+z=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ song song mặt phẳng $(Q)$ nên có dạng: $x-3y+z+D=0$

Mà $O(0;0;0)\in(P)$ nên: $D=0$

Suy ra $(P):x-3y+z=0$

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$ là:

**A.** $2y+3x=0$. **B.** $3y+2x=0$. **C.** $2y-3x=0$. **D.** $3y-2x=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ nên có dạng: $By+Cz=0$

Mà $M(1;-3;2)\in(P)$ nên: $-3B+2C=0\Leftrightarrow C=\frac{3}{2}B$

Suy ra $(P):By+\frac{3}{2}Bz=0\Leftrightarrow 2y+3x=0$

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Oz$ và đi qua điểm $M(4;-1;-2)$ là:

**A.** $4x-y=0$. **B.** $x+4y=0$. **C.** $4x+y=0$. **D.** $x-4y=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ nên có dạng: $Ax+By=0$

Mà $M(4;-1;-2)\in(P)$ nên: $4A-B=0\Leftrightarrow B=4A$

Suy ra $(P):Ax+4Ay=0\Leftrightarrow x+4y=0$

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ song song trục $Oy$ và đi qua hai điểm $M(1;-1;2)$, $N(0;1;3)$ là:

**A.** $x+y+z-3=0$. **B.** $y+z-3=0$. **C.** $x+z-3=0$. **D.** $x+y-3=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt phẳng $(P)$ song song trục $Oy$ nên có dạng: $Ax+Cz+D=0$

Mà $M(1;-1;2)\in(P)$, $N(0;1;3)\in(P)$ nên: $\begin{cases}A+2C+D=0\\0.A+3C+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=C\\D=-3C\end{cases}$

Suy ra $(P):Cx+Cz-3C=0\Leftrightarrow x+z-3=0$

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ song song trục $Oz$ và đi qua hai điểm $M(0;3;-4)$, $N(2;2;-1)$ là:

**A.** $x+2y+6=0$. **B.** $x+y+3=0$. **C.** $x+y-3=0$. **D.** $x+2y-6=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ song song trục $Oz$ nên có dạng: $Ax+By+D=0$

Mà $M(0;3;-4)\in(P)$, $N(2;2;-1)\in(P)$ nên: $\begin{cases}A.0+3B+D=0\\2A+2B+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}D=-3B\\A=\dfrac{1}{2}B\end{cases}$

Suy ra $(P):\dfrac{1}{2}Bx+By-3B=0\Leftrightarrow x+2y-6=0$

**Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-1)$ có phương trình là

**A.** $3x-y-z+5=0$. **B.** $3x-y-z-5=0$. **C.** $2x+y-5=0$. **D.** $x+3y+z-5=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-1)$ có phương trình là

$3(x-2)-(y-1)-(z-0)=0$

$\Leftrightarrow 3x-y-z-5=0$.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2),\vec{b}=(1;0;3)$ là

**A.** $3x-5y-z-9=0$. **B.** $3x-5y-z-6=0$. **C.** $3x+5y-z+6=0$. **D.** $3x-5y+z-9=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-5;-1)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $M(0;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-5;-1)$ nên có phương trình

$3(x-0)-5(y+2)-(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-5y-z-9=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $3x-5y-z-9=0$.

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a}=(2;1;-2),\vec{b}=(1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng $(P)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $C(1;1;3)$ là

**A.** $2x+6y-z-7=0$. **B.** $2x-6y-z+5=0$. **C.** $2x+6y+z+5=0$. **D.** $2x-6y-z+7=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-6;-1)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $C(1;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-6;-1)$ nên có phương trình

$2(x-1)-6(y-1)-(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-6y-z+7=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $2x-6y-z+7=0$.

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua $A$ và song song với $(P)$ có phương trình là:

**A.** $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

**C.** $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $(Q)$ là mặt phẳng cần tìm.

Theo bài $(Q)//(P)\Rightarrow (Q):2x-y+3z+m=0\ (m\neq 5)$

Mà $(Q)$ qua $A\Leftrightarrow 2.0-(-3)+3.2+m=0\Leftrightarrow m=-9$.

Vậy mp$(Q):2x-y+3z-9=0$.

**Câu 47.** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $AB$ có phương trình là:

**A.** $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.

**C.** $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $AB$ nên nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x-1)+2y+z=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0$.

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc $(\alpha)$ và $(\beta)$ là:

**A.** $x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$ **D.** $2x-y+2z=0$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;-2;2)$.

Mặt phẳng $(\beta)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(5;-4;3)$.

Giả sử mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}$.

Do mặt phẳng $(P)$ vuông góc với cả $(\alpha)$ và $(\beta)$ nên ta có:

$$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{n_1}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{n_2}\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;1;-2).$$

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$ có phương trình là: $2x+y-2z=0$.

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0);B(0;-2;0);C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là:

**A.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1.$ **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=0.$ **C.** $\frac{x}{-4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1.$ **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1.$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vì $A(4;0;0);B(0;-2;0);C(0;0;2)$ thuộc các trục tọa độ nên phương trình mặt phẳng chắn $(ABC)$ là $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1$.

**Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;3;0);B(2;0;0);C(0;0;-1)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là:

**A.** $2x+3y-6z+6=0$ **B.** $2x+3y-6z-6=0$ **C.** $3x+2y-6z-6=0$ **D.** $3x+2y-6z+6=0$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì $A(0;3;0);B(2;0;0);C(0;0;-1)$ thuộc các trục tọa độ nên phương trình mặt phẳng chắn $(ABC)$ là $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-1}=1\Leftrightarrow 3x+2y-6z-6=0$.

**Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;1)$; $B(0;4;0)$; $C(2;2;0)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là:

**A.** $x+y+2z+4=0$ **B.** $x+y+2z-4=0$ **C.** $x+y-2z-4=0$ **D.** $x+y-2z+4=0$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;3;-1)$; $\overrightarrow{AC}=(1;1;-1)$,

suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1 & -1\\ -1 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 1 & 1\end{vmatrix}\right)=(-2;-2;-4)$.

Mặt phẳng $(ABC)$ đi qua $B(0;4;0)$ và có vectơ pháp tuyến của $\vec{n}=(-2;-2;-4)$ nên c phương trình

$-2(x-0)-2(y-4)-4(z-0)=0\Leftrightarrow x+y+2z-4=0$

Vậy $(ABC):x+y+2z-4=0$.

**Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với $(P)$ và cách $(P)$ một khoảng bằng 3?

**A.** $(Q):2x+2y-z+10=0$.

**B.** $(Q):2x+2y-z+4=0$.

**C.** $(Q):2x+2y-z+8=0$.

**D.** $(Q):2x+2y-z-8=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$.

Mặt phẳng $(Q)$ song song với $(P)$ và cách $(P)$ một khoảng bằng 3 nên có dạng

$(Q):2x+2y-z+d=0,(d\neq -1)$.

Mặt khác ta có $d(M,(Q))=3\Leftrightarrow\frac{|1+d|}{\sqrt{4+4+1}}=3\Leftrightarrow|d+1|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=8\\ d=-10\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Do đó $(Q):2x+2y-z+8=0$ hoặc $(Q):2x+2y-z-10=0$.

**Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng $(P)$ qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $2x+3y-6z+1=0$.

**B.** $3x+2y-6z+1=0$.

**C.** $3x+2y-5z=0$.

**D.** $6x+2y-3z-5=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng $(ABC)$ là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-1}=1$.

Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(ABC)$ nên

$(P):\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-z+m=0\ (m\neq -1)$.

Do $D(1;1;1)\in(P)$ có: $\frac{1}{2}.1+\frac{1}{3}.1-1+m=0\Leftrightarrow m-\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{6}$.

Vậy $(P):\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-z+\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow 3x+2y-6z+1=0$.

**Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(P):2x+y-2z-1=0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(Q):6x+3y-6z+15=0$ như hình bên dưới.




Khoảng cách giữa hai pin mặt trời trên bằng bao nhiêu?

**A.** 1 mét. **B.** 2 mét.. **C.** 3 mét. **D.** 4 mét.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(Q)$ có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(Q)}=(6;3;-6)=3(2;1;-2)$

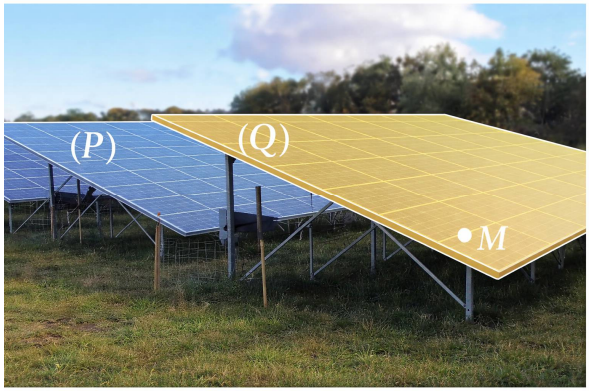
Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-2)$

Ta có: $\vec{n}_{(Q)}=3\vec{n}_{(P)}$ và $15\neq -1$ nên $CD$

Lấy $M(0;1;0)\in(P)$.

Vậy $d((P),(Q))=d(M,(Q))=\dfrac{|1+5|}{\sqrt{1+4+4}}=2.$

**Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(Q):x+y-3z-2=0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q)$ như hình bên dưới. Phương trình mặt phẳng $(P)$ là:




**A.** $x+y-3z+3=0$. **B.** $x+y-3z+2=0$.

**C.** $x+y-3z-3=0$. **D.** $x+y-3z-2=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(Q)$ có vectơ pháp tuyến là $(1;1;-3)$.

Do $(Q)$ song song với $(P)$ nên $(Q)$ có phương trình: $x+y-3z+d=0$

$M(-1;2;1)\in(Q)$ nên: $-1+2-3+d=0\Leftrightarrow d=2\Rightarrow (Q): x+y-3z+2=0$

**Câu 56.** Trong không gian $Oxyz$, trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng $(Q)$ và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1;0;-2), B(-3;1;1), C(5;5;-5)$ (như hình bên dưới). Lập phương trình mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin điện gió đó.




**A.** $3x+4z+5=0$. **B.** $3x+2y+4z+5=0$. **C.** $3x-2y+4z+5=0$. **D.** $3x+4z-5=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng $(Q)$ chứa ba điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$ nên mặt phẳng $(Q)$ cũng là mặt phẳng $(ABC)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;1;3), \overrightarrow{AC}=(4;5;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;0;-24)=-\frac{1}{6}(3;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;0;4)$ là:

$3(x-1)+4(z+2)=0\Leftrightarrow 3x+4z+5=0$.

**Câu 57.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng $(Q)$ và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$, ngoài ra có điểm $M(5;7;-8)$ nằm ở mép tuabin (như hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin là:



**A.** 13,3 mét. **B.** 12,3 mét. **C.** 10,3 mét. **D.** 11,3 mét.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt phẳng $(Q)$ chứa ba điểm $A(1;-2;0);B(2;-1;1);C(1;1;2)$ nên mặt phẳng $(Q)$ cũng là mặt phẳng $(ABC)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;1);\overrightarrow{AC}=(0;3;2)$

Vectơ pháp tuyến của $(ABC)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;-2;3)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $-1(x-1)-2(y+2)+3z=0$ hay $x+2y-3z+3=0$

Khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(ABC)$ là:

$$d(M;(ABC))=\frac{|5+2.7-3.(-8)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2}}=\frac{46}{\sqrt{14}}\approx 12,3 \text{ mét}$$

**Câu 58.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một căn phòng có bức tường nằm trong mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$ và một bóng điện có tọa độ $(1;-2;3)$ như hình bên dưới. Khoảng cách từ bóng điện đó đến bức tường là:




**A.** 3 mét. **B.** 2 mét. **C.** 4 mét. **D.** 1 mét.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$d(A,(P))=\frac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=1.$$

**Câu 59.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét), phần mềm điều khiển máy in 3D cho biết đầu in phun của máy đang đặt tại điểm $M(5;6;30)$. Tính khoảng cách từ đầu in đến khay đặt vật in có phương trình $z-2=0$.



**A.** $32cm$. **B.** $16cm$. **C.** $28cm$. **D.** $14cm$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có phương trình mặt phẳng là $(P): z-2=0$

Khoảng cách từ đầu in đến khay đặt vật in là: $d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|30-2|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=28$.

**Câu 60.** Một ngôi nhà có các bậc thang của cầu thang đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là decimét). Biết hai mặt bậc thang song song nằm trên hai mặt phẳng phân biệt: $(P): 2x-y+2z+8=0$ và $(Q): 2x-y+2z+2=0$. Khoảng cách giữa hai bậc thang này bằng bao nhiêu decimét?




**A.** $5(dm)$. **B.** $4(dm)$. **C.** $3(dm)$. **D.** $2(dm)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Khoảng cách giữa hai bậc thang này bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$

$$d\left((P),(Q)\right)=\frac{|2-8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{6}{3}=2(dm)$$

Vậy khoảng cách giữa hai bậc thang bằng $2(dm)$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 61.** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(1;-2;-1)$ và ba điểm $M(2;1;-3), A(1;1;2), B(2;-1;0)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$

b) $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-2;1;0)$.

c) Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ nhận hai vectơ $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ là cặp vectơ chỉ phương là $2x-y-5=0$.

d) Khoảng cách từ gốc toạ độ $O$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\sqrt{5}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$

b) Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)\\ \vec{u}=(1;-2;-1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-2;-1;0)$.

c) Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-2;-1;0)$

Ta có: $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng $(P)$ nên $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-2;-1;0)$ và đi qua điểm $M(2;1;-3)$ có phương trình là:

$-2(x-2)-1.(y-1)+0(z+3)=0$
$\Leftrightarrow 2x+y-5=0$.

d) Khoảng cách từ điểm $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng

$$d\left(M,(P)\right)=\frac{|2.0+0-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5}$$

**Câu 62.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0.$

a) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$.

b) Phương trình mặt phẳng qua $A$ và song song mặt phẳng $(P)$ là $2x+y-2z+6=0.$

c) Mặt phẳng qua gốc toạ độ $O$ và điểm $A$ đồng thời vuông góc mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $ax+by+z=0.$ Khi đó, giá trị của biểu thức $a+2b=2$ .

d) Mặt phẳng $(Q)$ song song với $(P)$ và đồng thời khoảng cách đến $A$ đến mặt phẳng $(Q)$ bằng 2 có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d=10$ .

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Thay toạ độ điểm $A(-1;0;2)$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ ta được $-2-4=0$ (vô lý).

b) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$

Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $A$ và song song $(P)$, suy ra $(\alpha)$ có VTPT $\vec{n}_{\alpha}=(2;1;-2)$.

Phương trình $(\alpha)$ là: $2(x+1)+1(y-0)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z+6=0$.

c) Gọi $(\beta)$ là mặt phẳng qua $O,A$ và vuông góc $(P)$.

Ta có $\vec{n}_{P}=(2;1;-2), \overrightarrow{OA}=(-1;0;2)$.

$(\beta)$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{\beta}}=\left[\overrightarrow{n_{P}},\overrightarrow{OA}\right]=(2;-2;1)$.

Phương trình của $(\beta)$ là: $2(x-0)-2(y-0)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z=0$.

$\Rightarrow a=2;b=-2 \Rightarrow a+2b=-2$

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ có dạng $2x+y-2z+d=0 \quad (d\neq 0)$

Ta có $d\left(A,(Q)\right)=2 \Leftrightarrow \dfrac{\left|2(-1)+0-2.2+d\right|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=2 \Leftrightarrow |d-6|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d-6=6 \\ d-6=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=12(n) \\ d=0(l) \end{array}\right.$.

Vậy có một phương trình mặt phẳng $(Q)$ là: $2x+y-2z+12=0$

$\Rightarrow a=2;c=-2;d=12 \Rightarrow a+c+d=12$

**Câu 63.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;0;-5)$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $4x-5z+4=0$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(2;-1;5)$.

c) Mặt phẳng $(Q):5x+y+4z+2026=0$ song song với mặt phẳng $(P)$.

d) Khoảng cách từ điểm $B(-2;1;3)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\dfrac{19\sqrt{41}}{41}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $4x-5z+4=0$

b) Thay điểm $A$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ ta thấy không thỏa mãn

c) $\vec{n}_P=(4;0;-5);\vec{n}_Q=(5;1;4)$

$\Rightarrow \vec{n}_P.\vec{n}_Q=4.5+0.1+(-5).4=0\Rightarrow \vec{n}_P\perp\vec{n}_Q$

Do đó, mặt phẳng $(Q)$ vuông góc với $(P)$.

d) $d\left(B,(P)\right)=\dfrac{|4.(-2)-5.3+4|}{\sqrt{4^2+5^2}}=\dfrac{19}{\sqrt{41}}=\dfrac{19\sqrt{41}}{41}$

**Câu 64.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)$: $2x-2y+z+1=0$, $(Q)$: $2x-2y+z-5=0$ và các điểm $A(0;1;1)$, $B(2;0;1)$.

a) Hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ vuông góc với nhau.

b) Khoảng cách $d\left(A,(Q)\right)=2$.

c) Khoảng cách $d\left(P,(Q)\right)=4$.

d) Cho biết điểm $C\in(P)$ và đường thẳng $BC$ tạo với mặt phẳng $(P)$ góc $30^0$. Khi đó ta có khoảng cách $BC=4$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $\vec{n}_1=(2;-2;1)$ và $\vec{n}_2=(2;-2;1)$ là các véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ tương ứng. Rõ ràng chúng cùng phương nhau

Mặt khác ta có $1\neq -5$ là các hệ số tự do của phương trình tổng quát của 2 mặt phẳng tương ứng.

Từ đó ta có hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ song song nhau.

b) Ta có: $d\left(A,(Q)\right)=\dfrac{|0-2+1-5|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

c)Ta thấy $A(0;1;1)$ thuộc $(P)$ vì tọa độ điểm $A$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng $(P)$: $2.0-2.1+1.1+1=0$.

Vậy có $(P)//(Q)$ và $A\in(P)$ nên $d\left(P,(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=2$.

d) Ta thấy $B(2;0;1)$ thuộc $(Q)$ vì tọa độ điểm $B$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng $(Q)$: $2.2-2.0+1.1-5=0$.

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $B$ lên $(P)$, ta có $BH=d\left(B,(P)\right)=d\left(A,(Q)\right)=2$.

Vì góc giữa đường thẳng $BC$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $30^0$ nên suy ra góc $\widehat{BCH}=30°$.

Do $C\in(P)$ nên xét tam giác $BHC$ vuông tại $H$ có $BH=2$, $\widehat{BCH}=30°$

dó đó ta có $\sin 30°=\dfrac{BH}{BC}\Rightarrow BC=\dfrac{BH}{\sin 30°}=\dfrac{2}{0,5}=4$.

**Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+2y-z+3=0,(R):2x+2y-z=0$ và điểm $A(1;2;3)$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;-1)$.

b) Điểm $A$ cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $3$.

c) Mặt phẳng $(R):2x+2y-z=0$ cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $2$.

d) Hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q):x+y+mz+1=0$ luôn cắt nhau mọi giá trị $m$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Mặt phẳng $A(1;2;-2)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{BC}$.

b) Ta có $d(A,(P))=\dfrac{|2+4-3+3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2$.

c) Ta có hai mặt phẳng $(P)$ và $(R)$ song song nhau.

Lấy điểm $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ thuộc mặt phẳng $(P)$ thì $13x+5y-2z+27=0$

d) Mặt phẳng $A(1;2;-2)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{BC}$.

Mặt phẳng $1(x+1)x-3(y+2)-1(z-2)=0$ có vectơ pháp tuyến là $E;F;K$.

Vì hai mặt phẳng $A$ và $(Q)$ cắt nhau nên hai vectơ pháp tuyến $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{2}=1$ và

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-1;4)\\ \overrightarrow{AC}=(2;-4;3)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\neq k\overrightarrow{AC}\Rightarrow \overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(13;5;-2)$ không cùng phương.

$(P)$.

Vậy với $13(x-1)+5(y-2)-2(z+2)=0\Leftrightarrow 13x+5y-2z-27=0$ thì hai mặt phẳng $A(1;2;-2)$ và $(Q)$ cắt nhau.

**Câu 66.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-3y+2z-1=0$ và $(Q):-2x+y+4z-3=0$.

a) Mặt phẳng $(P)$ song song mặt phẳng $(Q)$.

b) Mặt phẳng $(R):14x+8y+5z-2=0$ cùng vuông góc với hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

c) Mặt phẳng $(\alpha):2x-6y+4z-9=0$ song song mặt phẳng $(P):x-3y+2z-1=0$ và cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

d) Mặt phẳng $(\beta)$ qua hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;-2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ có phương trình là $ax+4y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-2c+d=-9$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q)$ là $\vec{n}_Q=(-2;1;4)$

Vì hai vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;-3;2)$ và $\vec{n}_Q=(-2;1;4)$ của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ không cùng phương. Do đó mặt phẳng $(P)$ không song song mặt phẳng $(Q)$.

b) Mặt phẳng $(R)$ cùng vuông góc với hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ nên có cặp vecto chỉ phương là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$ và $\vec{n}_Q=(-2;1;4)$

Mặt phẳng $(R)$ có một vectơ pháp tuyến là $\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(-14;-8;-5)$ hay chọn $\overrightarrow{n_R}=(14;8;5)$

Vậy mặt phẳng $(R)$có phương trình $14x+8y+5z-2=0$ cùng vuông góc với hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

c) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\vec{n}_\alpha=(2;-6;4)$

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_\alpha=2.\vec{n}_P\\-9\neq 2.(-1)\end{cases}$ nên mặt phẳng $(\alpha)$ song song mặt phẳng $(P)$

Lấy điểm $M(1;0;0)$ thuộc mặt phẳng $(P):x-3y+2z-1=0$.

Lại có $d\left(M,mp(\alpha)\right)=\dfrac{|2.1-9|}{\sqrt{2^2+(-6)^2+4^2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{4}$

Nên mặt phẳng $(\alpha)$ cách mặt phẳng $(P)$ một khoảng bằng $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$

d) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-2;0)$ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q)$ là $\vec{n}_Q=(-2;1;4)$

Mặt phẳng $(\beta)$ qua hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;-2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ nên có cặp vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_Q$. Do đó mặt phẳng $(\beta)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{AB}\right]=(8;4;3)$.

Mặt phẳng $(\beta)$ qua hai điểm $A(1;0;1)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta=(8;4;3)$.

có phương trình là $8(x-1)+4(y-0)+3(z-1)=0\Leftrightarrow 8x+4y+3z-11=0$

$\Rightarrow a=8;c=3;d=-11\Rightarrow a-2c+d=-9$

**Câu 67.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(0;-1;3)$.

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}=(-1;2;-2)$.

b) Điểm $A$ và $B$ nằm về cùng phía của mặt phẳng $(P)$.

c) Mặt phẳng $(Q)$ chứa $A, B$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ không đi qua điểm $M(-2;-2;3)$.

d) Mặt phẳng $(R)$ đi qua $A$ song song với $(P)$ có phương trình là $ax+by+cz+1=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=-1$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Từ phương trình mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ suy ra một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}_P=(1;-2;2)$. Vậy vectơ $\vec{n}=(-1;2;-2)$ cũng là vectơ pháp tuyến

b) Đặt $f(x,y,z)=x-2y+2z-5$.

$f(A)=-3-2.0+2.1-5=-6$

$f(B)=0-2(-1)+2.3-5=3$

Khi đó $f(A).f(B)<0 \Rightarrow A, B$ nằm về 2 phía của $(P)$

c) $\overrightarrow{AB}=(3;-1;2)$; $\vec{n}_P=(1;-2;2)$.

Do đó vectơ pháp tuyến của $(Q)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(2;-4;-5)$

Phương trình mặt phẳng $(Q)$ có dạng $2x-4y-5z+11=0$

Thay toạ độ điểm $M(-2;-2;3)$ vào phương trình mặt phẳng $(Q)$ ta thấy thỏa mãn.

d) Phương trình mặt phẳng có dạng $(R): x-2y+2z+d=0$

Vì mặt phẳng $(R)$ đi qua điểm $A(-3;0;1)$ nên thay toạ độ điểm $A$ vào phương trình $x-2y+2z+d=0$ ta được $d=1$.

Vậy $(R): x-2y+2z+1=0$.

$\Rightarrow a=1; b=-2; c=2 \Rightarrow a+b+c=1$

**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A(1;2;-2); B(2;1;2); C(3;-2;1)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(1;-1;4)$

b) Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+5y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d=38$.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{3.\sqrt{22}}{22}$.

d) Gọi $E;F;K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ lên trục $Ox;Oy;Oz$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E;F;K$ có phương trình $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) $\overrightarrow{AB}=(1;-1;4)$

b) Vì $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-1;4)\\ \overrightarrow{AC}=(2;-4;3)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\neq k\overrightarrow{AC}\Rightarrow \vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(13;5;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(13;5;-2)$ là

$13(x-1)+5(y-2)-2(z+2)=0\Leftrightarrow 13x+5y-2z-27=0$.

$\Rightarrow a=13;c=-2;d=-27\Rightarrow a+c+d=-16$

c) $(P):13x+5y-2z-27=0$

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(P)$ là :

$$d\left(O,(P)\right)=\frac{\left|13.0+5.0-2.0-27\right|}{\sqrt{13^2+5^2+(-2)^2}}=\frac{27}{3\sqrt{22}}=\frac{9\sqrt{22}}{22}$$

d) Tọa độ ba điểm $E;F;K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(1;2;-2)$ lên trục $Ox;Oy;Oz$ là $E(1;0;0);F(0;2;0);K(0;0;-2)$

Do đó, mặt phẳng đi qua ba điểm $E;F;K$ có phương trình $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}-\frac{z}{2}=1$.

**Câu 69.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0),B(0;2;0),C(0;0;3)$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ là $\vec{n}=(3;3;-2)$.

b) Mặt phẳng đi qua $C$ và vuông góc với đường thẳng $AB$ có phương trình là $x+y=0$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $AB$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $ax+by+cz-2=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=-1$.

d) Gọi $M(a;b;c)\in(Oyz)$ sao cho biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Khi đó $a+3b+c=3$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+3y+2z-6=0.$

Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ là $\vec{n}=(3;3;2).$

b) Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $C$ và vuông góc với $AB.$

Mặt phẳng $(\alpha)$ có VTPT là $\overrightarrow{AB}=(-2;2;0)=-2(1;-1;0).$

Phương trình của $(\alpha)$ là $1(x-0)-1(y-0)+0(z-3)=0 \Leftrightarrow x-y=0.$

c) Gọi $(\beta)$ là mặt phẳng mặt phẳng chứa đường thẳng $AB$ và vuông góc với $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến của $(\beta)$ là: $\vec{n}_\beta=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(4;4;-12)=4(1;1;-3).$

Phương trình của $(\beta)$ là: $1(x-2)+1(y-0)-3(z-0)=0 \Leftrightarrow x+y-3z-2=0.$

d) Gọi $G$ là trọng tâm của tam giác $ABC,$ ta có $G\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};1\right).$

Vì $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MG}\right|,$ suy ra $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|_{\min} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MG}\right|_{\min}.$

Mà $M \in Oyz \Rightarrow M$ phải là hình chiếu của $G$ lên $Oyz \Rightarrow M\left(0;\frac{2}{3};1\right) \Rightarrow a+3b+c=2+1=3.$

**Câu 70.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0),$ $B(1;0;2),$ $C(2;1;3),$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z+7=0.$

a) Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $(2;1;1).$

b) Mặt phẳng $(ABC)$ đi qua điểm $M(3;1;5).$

c) Mặt phẳng $(ABC)$ vuông góc với mặt phẳng $(P).$

d) Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}.$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}(0;-2;2), \overrightarrow{BC}(1;1;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-4;2;2)=2(-2;1;1)=2.\vec{n}$

Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}(-2;1;1).$

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$: $-2(x-1)+1(y-2)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow -2x+y+z=0$

Thay toạ độ điểm $M(3;1;5)$ vào phương trình mặt phẳng $(ABC)$: $-2.3+1+5=0$: thoả mãn.

c) Ta có vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$: $\vec{n}_P=(1;-1;2).$

Khi đó $\vec{n}_P.\vec{n} = -2.1-1.1+1.2 = -1 \neq 0$

Mặt phẳng $(ABC)$ không vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

d) $d\left(A;(P)\right) = \dfrac{|1-2+2.0+7|}{\sqrt{1+1+4}} = \sqrt{6}.$

**Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$.

a) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

b) Điểm $G\left(-\dfrac{1}{3};2;\dfrac{8}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác $ABC$.

c) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là: $x+ay+bz+c=0$. Khi đó $a+b+c=4$

d) Điểm $M(1;2;3)$ thuộc mặt phẳng $(ABC)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-1); \overrightarrow{AC} = (-2;1;0)$

Ta có $\dfrac{-2}{-2} \neq \dfrac{1}{2} \neq \dfrac{0}{-1}$. Do đó $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

b) $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$ nên $G\left(-\dfrac{1}{3};2;\dfrac{8}{3}\right)$

c) $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-1); \overrightarrow{AC} = (-2;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = (1;2;2)$

Mặt phẳng $(ABC)$ đi qua $A$ và nhận vecto $\vec{n} = (1;2;2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $1(x-1)+2(y-1)+2(z-3)=0$

$\Rightarrow (ABC): x+2y+2z-9=0$. Khi đó $a=2; b=2; c=-9 \Rightarrow a+b+c=-5$.

d) Tọa độ điểm M không thỏa mãn phương trình mặt phẳng $(ABC)$ vì $1+2.2+2.3-9 \neq 0$.

Do đó $M$ không thuộc mặt phẳng $(ABC)$.

**Câu 72.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (1;1;1); \overrightarrow{AC} = (0;-3;2)$

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $ax+by+cz+3=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=0$.

c) Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $BC$. Khi đó, mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(2;-1;2)$.

d) Gọi $(\beta)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AC$. Khi đó, khoảng cách từ điểm $O$ đến $(\beta)$ bằng $\frac{\sqrt{10}}{20}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;1);\overrightarrow{AC}=(0;3;2)$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;1);\overrightarrow{AC}=(0;3;2)$

Vectơ pháp tuyến của $(ABC)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;-2;3)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $-1(x-1)-2(y+2)+3z=0$ hay $x+2y-3z+3=0$

$\Rightarrow a=1;b=2;c=-3\Rightarrow a+b+c=0$

c) Vectơ pháp tuyến của $(\alpha)$ là $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(-1;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là: $-1(x-1)+2(y+2)+1z=0$ hay $x-2y-z-5=0$

Thay điểm $M(2;-1;2)$ vào mặt phẳng $(\alpha)$ ta được:

$x-2y-z-5=2-2(-1)-2-5=-3\neq 0\Rightarrow M\notin(\alpha)$

d) Ta có trung điểm của đoạn $AC$ là $M\left(1;\frac{-1}{2};1\right)$

Vectơ pháp tuyến của $(\beta)$ là $\vec{n}=\overrightarrow{AC}=(0;3;2)$.

Phương trình mặt phẳng $(\beta)$ là: $6y+4z-1=0$

$$d\left(O;(\beta)\right)=\frac{|6.0+4.0-1|}{\sqrt{0^2+6^2+4^2}}=\frac{1}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{20}$$

**Câu 73.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-3;1)$, $B(1;0;-1)$, $C(3;1;2)$.

a) $\overrightarrow{BC}=(2;1;3)$

b) Tọa độ trọng tâm của $\Delta ABC$ là điểm $G\left(2;\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng đi qua trọng tâm của $\Delta ABC$ và song song với mặt phẳng $(\beta):z-2=0$. Khi đó, khoảng cách từ điểm $A$ đến $(\alpha)$ bằng $\frac{1}{3}$.

d) Mặt phẳng đi qua điểm $A$ và song song với mặt phẳng trung trực của $BC$ có phương trình là $ax+by+cz-4=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=4$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) $\overrightarrow{BC}=(2;1;3)$

b) Trọng tâm $\Delta ABC$ là điểm $G\left(2;-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Trọng tâm $\Delta ABC$ là điểm $G\left(2;-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Do $(\alpha)//(\beta)\Rightarrow \vec{n}_{\alpha}=\vec{n}_{\beta}=(0;0;1)$ và $(\alpha)$ đi qua điểm $G$

$\Rightarrow (\alpha):0.(x-2)+0.\left(y+\frac{2}{3}\right)+1.\left(z-\frac{2}{3}\right)=0\Rightarrow (\alpha):3z-2=0$ và

$d\left(A;(\alpha)\right)=\frac{|3.1-2|}{\sqrt{0^2+0^2+3^2}}=\frac{1}{3}$.

b) Trung điểm $BC$ là $I\left(2;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{BC}=(2;1;3)$

Mặt phẳng trung trực của $BC$ là $(Q):2.(x-2)+1.\left(y-\frac{1}{2}\right)+3.\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$

$\Rightarrow (Q):2x+y+3z-6=0$.

Gọi $(R)$ là mặt phẳng cần tìm. Do $\Rightarrow (R):2.(x-2)+1.(y+3)+3.(z-1)=0\Leftrightarrow 2x+y+3z-4=0$

$\Rightarrow a+b+c=6$

**Câu 74.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;-1)$, $B(4;1;2)$, $C(2;3;1)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(3;3;3)$.

b) Ba điểm $A,B,C$ thẳng hàng.

c) Mặt phẳng đi qua 3 điểm $A,B,C$ có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{a}=(3;1;-4)$.

d) Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A$ đồng thời song song với trục $Oy$ và đường thẳng $BC$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;0;-2)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)=(3;3;3)$

b) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}=(3;3;3),\overrightarrow{AC}=(1;5;2)$ không cùng phương nên 3 điểm $d(M;Oz)=MH$ không thẳng hàng.

c) Mặt phẳng $H$ có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(3;3;3), \overrightarrow{AC}=(1;5;2)$ nên có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-9;-3;12)$. Do đó $\vec{a}=(3;1;-4)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $H(0;0;3)$.

d) Vectơ $\vec{j}=(0;1;0)$ có giá song song mặt phẳng $(P):-x-2y=0\Leftrightarrow x+2y=0\Rightarrow A=2;B=C=0\Rightarrow A+B+C=2$;

Vectơ $\overrightarrow{BC}=(-2;2;-1)$ có giá song song mặt phẳng $(\alpha)$.

Hai vectơ $(\alpha):2x+3y+z+1=0$ không cùng phương.

Do đó mặt phẳng $(P)$ có cặp vectơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0), \overrightarrow{BC}=(-2;2;-1)$ nên mặt phẳng $Ox, Oy, Oz$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=\left[\vec{j},\overrightarrow{BC}\right]=(-1;0;2)=-1(1;0;-2)$. Do đó $\vec{a}=(1;0;-2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

**Câu 75.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a$, $b$, $c$ đều dương. Gọi $G(1;2;3)$ là trọng tâm của $\Delta ABC$.

a) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

b) $a+b+c=9$.

c) Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $mx+ny+pz-18=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $m+n+p=7$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(ABC)$ bằng $\frac{18}{7}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Theo phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

b) Vì $M$ là trọng tâm $\Delta ABC$ ta có $\begin{cases}\frac{a}{3}=1\\ \frac{b}{3}=2\\ \frac{c}{3}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=6\\ c=9\end{cases}\Rightarrow a+b+c=18$

c) Theo phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$

$\Rightarrow m=6; n=3; p=2\Rightarrow m+n+p=7$

d) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình $6x+3y+2z-18=0$

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(ABC)$ là: $d\left(O;(ABC)\right)=\frac{|6.0+3.0+2.0-18|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{18}{7}$.

**Câu 76.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-4=0$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(5;2;3)$.

a) $d\left(A,(P)\right)>d\left(B,(P)\right)$.

b) Mặt phẳng trung trực của đoạn $AB$ có phương trình là $2x+y+z-9=0$.

c) Mặt phẳng $(P)$ cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ bằng $3$.

d) Mặt phẳng $(Q)$ đi qua hai điểm $A, B$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $(Q):x-2z+1=0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có: $d\left(A,(P)\right)=\frac{|2\cdot 1-0+1-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$, $d\left(B,(P)\right)=\frac{|2\cdot 5-2+3-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

Do đó $d\left(A,(P)\right)<d\left(B,(P)\right)$

b) Gọi $I$ là trung điểm của đoạn $AB$. Suy ra $I(3;1;2)$

Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn $AB$

Suy ra $(\alpha)$ đi qua điểm $I(3;1;2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(4;2;2)$

Phương trình tổng quát của $(\alpha):4(x-3)+2(y-1)+2(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 4x+2y+2z-18=0$

$\Leftrightarrow 2x+y+z-9=0$

c) Mặt phẳng $(P)$ cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

d) Mặt phẳng $(P)$ có có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$

Do $(Q)$ đi qua hai điểm $A, B$ và vuông góc với $(P)$ nên $(Q)$ có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$ và $\overrightarrow{AB}=(4;2;2)$. $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{AB}\right]=(-4;0;8)=-4(1;0;-2)$

Suy ra $(Q)$ đi qua điểm $A(1;0;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$

Phương trình tổng quát của $(Q):1(x-1)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow x-2z+1=0$

**Câu 77.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(-2;1;0)$, $C(2;-2;1)$.

a) Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $BC$ bằng $\frac{6}{\sqrt{23}}$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A, B$ và cách $C$ một khoảng lớn nhất có phương trình $x-2y-z-4=0$.

c) Toạ độ các vecto $\overrightarrow{AB}=(-2;0;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-3;-1)$

d) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $x+y-z-1=0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Gọi I là trung điểm của đoạn $BC$ thì $I\left(0;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{BC}=(4;-3;1)$

Mặt phẳng trung trực của $BC$ có dạng $(Q):4x-3y+z-2=0$.

$d_{(A;(Q))}=\frac{3\sqrt{26}}{26}$.

b) $\overrightarrow{AB}=(-2;0;-2) \Rightarrow AB:\begin{cases}x=t\\y=1\\z=2+t\end{cases}$

Gọi $H$ là hình chiếu của $C$ trên $AB$; $K$ là hình chiếu của $C$ trên $(P)$.

Ta có $d(C;(P))=CK\le CH$. Suy ra $d(C;(P))$ lớn nhất khi $K\equiv H$.

Vì $H\in AB$ nên $H(t;1;2+t)$. Suy ra $\overrightarrow{CH}=(t-2;3;t+1)$.

Vì $H$ là hình chiếu của $C$ trên $AB$ nên $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow -2(t-2)-2(1+t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Vậy $H=\left(\frac{1}{2};1;\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{CH}=\left(-\frac{3}{2};3;\frac{3}{2}\right)$.

Mặt phẳng $(P)$ qua $H$ và vuông góc với $CH$ nên $(P)$ có phương trình $x-2y-z+4=0$.

c) Toạ độ các vecto $\overrightarrow{AB}=(-2;0;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-3;-1)$

d) Do $\overrightarrow{AB}=(-2;0;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-3;-1)$ nên vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ là: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-6;-6;6)$

Do vậy, ptmp $(ABC)$: $x+y-z+1=0$

**Câu 78.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(0;1;1), C(1;0;-2)$.

a) Trung điểm $I$ của đoạn $AC$ có tọa độ $I(1;1;1)$.

b) Có 2 điểm trong 3 điểm đã cho nằm trong mặt phẳng $(Oxz)$.

c) Với $M\left(\frac{2}{3};0;-\frac{1}{6}\right)$ nằm trên mặt phẳng $Oxz$ thì tổng $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình tổng quát $x-5y+2z+3=0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Áp dụng công thức tính tọa độ trung điểm của đoạn thẳng ta có $I\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$.

b) Vì các điểm thuộc mặt phẳng $(Oxz)$ thì có tung độ bằng 0 nên chỉ có điểm $C(1;0;-2)\in(Oxz)$

c) Giả sử $I(x;y;z)$ sao cho: $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}(1-x)+2(0-x)+3(1-x)=0\\(2-y)+2(1-y)+3(0-y)=0\\(3-z)+2(1-z)+3(-2-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2}{3}\\y=\frac{2}{3}\\z=-\frac{1}{6}\end{cases}$

$\Rightarrow I\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{6}\right)$

Ta có:

$MA^2+2MB^2+3MC^2$

$=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=6MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right)+\left(IA^2+2IB^2+3IC^2\right)$

$=6MI^2+0+\left(IA^2+2IB^2+3IC^2\right)$

$=6MI^2+\left(IA^2+2IB^2+3IC^2\right)$

Do đó $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $M$ là hình chiếu của $I$ trên mặt phẳng $(Oxz)$ hay $M\left(\frac{2}{3};0;-\frac{1}{6}\right)$.

d) Ta có:

$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-2)$

$\overrightarrow{AC}=(0;-2;-5)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-5;2)$

Chọn một VTPT của $(ABC)$ là $\vec{n}=(1;-5;2)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là

$1(x-0)-5(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x-5y+2z+3=0(PTTQ)$.

**Câu 79.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là decimét), tọa độ hóa ba trái bida $A,B,C$ ta được tọa độ ba điểm $A(1;2;0), B(4;2;0), C(7;4;0)$ như hình bên dưới.




a) Khoảng cách giữa trái bida $B$ với trái bida $C$ bằng $3,6(dm)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của decimét)

b) Ba trái bida $A,B,C$ thẳng hàng.

c) Mặt phẳng chứa ba trái bida $A,B,C$ có phương trình là: $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $a+c+d=4$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng chứa ba trái bida $A,B,C$ bằng $0,9(dm)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của decimét).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

$A(1;2;0), B(4;2;0), C(7;4;0)$

a) Khoảng cách giữa trái bida $B$ với trái bida $C$ là

$BC=\sqrt{(7-4)^2+(4-2)^2+(0-0)^2}=\sqrt{13}\approx 3,6(dm)$

b) $\overrightarrow{AB}=(2;0;0); \overrightarrow{AC}=(6;2;0)$

Ta có $\frac{2}{6}\neq\frac{0}{2}$. Do đó $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên ba điểm $A,B,C$ không thẳng hàng,

c) $\overrightarrow{AB}=(2;0;0); \overrightarrow{AC}=(6;2;0)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(0;-2;4)=2(0;-1;2)$

Mặt phẳng đi qua $A(1;2;0)$ và nhận vecto $\vec{n}=(0;-1;2)$ là một vectơ pháp tuyến:

$0(x-1)-(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow y-2z-2=0$

Vậy mặt phẳng đi qua ba trái bida $A,B,C$ là: $y-2z-2=0$

$\Rightarrow a+c+d=-4$

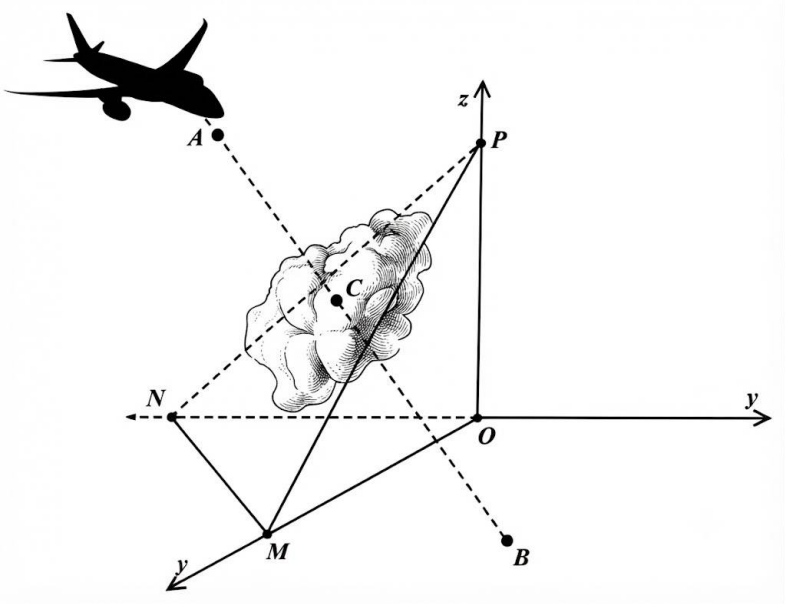
d) mặt phẳng đi qua ba trái bida $A,B,C$ là: $y-2z-2=0$

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng đi qua ba trái bida $A,B,C$ là:

$$d\left(O;(ABC)\right)=\frac{|0-2.0-2|}{\sqrt{0^2+1^2+(-2)^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}\approx 0,9(dm).$$

**Câu 80.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(\frac{7}{2};-\frac{5}{2};\frac{2}{5}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\frac{7}{2};\frac{13}{2};0\right)$ trên đường băng (như hình vẽ). Có một đám mây mà một phần của nó được mô phỏng bởi mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua ba điểm $M(8;0;0);N(0;-8;0);P\left(0;0;\frac{4}{5}\right)$.

Khi máy bay hạ cánh sẽ xuyên qua đám mây đó ở vị trí điểm $C$.




a) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AB}\left(0;9;-\frac{2}{5}\right)$.

b) Ta có hai vectơ $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ cùng phương nên giả sử tồn tại số thực $k$ sao cho $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ khi đó toạ độ của điểm $C$ có dạng $C\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}+9k;\frac{2}{5}-\frac{2}{5}k\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP):\frac{x}{8}+\frac{y}{-8}+\frac{z}{0,8}=1$.

d) Khi máy bay bay xuyên qua đám mây để hạ cánh thì máy bay còn cách mặt đất một khoảng nhỏ hơn $338m$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AB}=\left(0;9;-\frac{2}{5}\right)$

b) Ta có hai vectơ $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ cùng phương nên giả sử tồn tại số thực $k$ sao cho

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C-\dfrac{7}{2}=0\\ y_C+\dfrac{5}{2}=9k\\ x_C-\dfrac{2}{5}=-\dfrac{2}{5}k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=\dfrac{7}{2}\\ y_C=-\dfrac{5}{2}+9k\\ x_C=\dfrac{2}{5}-\dfrac{2}{5}k\end{cases}$$

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP):\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-8}+\dfrac{z}{0,8}=1$

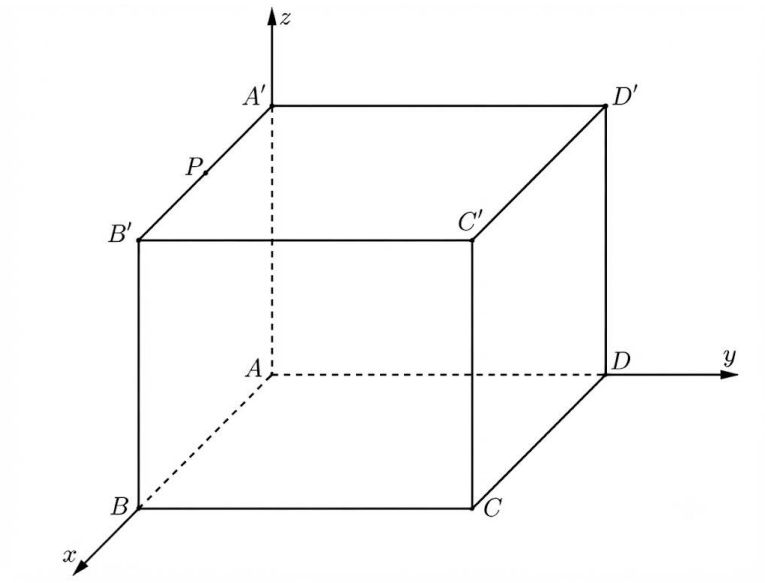
d) Phương trình mặt phẳng $(MNP):\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-8}+\dfrac{z}{0,8}=1\Leftrightarrow x-y+10x-8=0$

Khi máy bay bay xuyên qua đám mây thì máy bay sẽ đi qua điểm $C\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{5}{2}+9k;\dfrac{2}{5}-\dfrac{2}{5}k\right)\in(MNP)$, nên ta có:

$\dfrac{7}{2}-\left(-\dfrac{5}{2}+9k\right)+10\left(\dfrac{2}{5}-\dfrac{2}{5}k\right)-8=0\Leftrightarrow k=\dfrac{2}{13}$,suy ra $C\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{29}{26};\dfrac{22}{65}\right)$.

Khi đó máy bay còn cách mặt đất một khoảng bằng $d\left(C;(Oxy)\right)=\dfrac{22}{65}km\approx 338,5m$

**Câu 81.** Một căn phòng có dạng là một hình hộp chữ nhật, được mô hình hóa và gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét) như hình vẽ sau:




Người ta thiết kế một công tắc điện tại điểm $M(0;2;2)$ và một bóng đèn để chiếu sáng căn phòng tại điểm $P$ là trung điểm của $A'B'$. Biết $C'(6;5;4)$.

a) Điểm $M$ thuộc mặt phẳng $(ADD')$.

b) Tọa độ điểm $P$ là $P(4;0;3)$.

c) Mặt phẳng $(PCD')$ có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;-6;15)$.

d) $N$ là điểm di động trên đoạn $AA'$. Dây cấp điện cho bóng đèn được đấu từ công tắc điện tại vị trí $M$ kéo đến điểm $N$ rồi nối đến bóng đèn. Độ dài dây cấp điện tối thiểu bằng $5,5m$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Theo giả thiết $O$ trùng với điểm $A$. Mặt phẳng $(ADD')$ mở rộng là mặt phẳng $Oyz$ mà $M(0;2;2)$ thuộc mặt phẳng $Oyz$ nên điểm $M(0;2;2)$ thuộc mặt phẳng $(ADD')$.

b) Ta có điểm $C'(6;5;4)$ suy ra $A'(0;0;4), B'(6;0;4)$

$P$ là trung điểm của $A'B'$ nên $P(3;0;4)$.

c) Ta tính được $C(6;5;0)$, $D'(0;5;4)$

Do đó $\overrightarrow{PC}=(3;5;-4)$, $\overrightarrow{PD'}=(-3;5;0)$

Ta có $\left[\overrightarrow{PC},\overrightarrow{PD'}\right]=(20;12;30)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(PCD')$ cùng phương với vectơ $\left[\overrightarrow{PC},\overrightarrow{PD'}\right]$.

d) $N$ là điểm di động trên đoạn $AA'$ nên gọi tọa độ $N(0;0;z)0\le z\le 4$.

Dây cấp điện cho bóng đèn được đấu từ công tắc điện tại vị trí $M$ kéo đến điểm $N$ rồi nối đến bóng đèn.

Độ dài dây cấp điện là: $T=MN+NP$

$MN=\sqrt{4+(z-2)^2}$ ; $PN=\sqrt{9+(z-4)^2}$

Do đó $T=MN+NP=\sqrt{4+(z-2)^2}+\sqrt{9+(z-4)^2}$

Ta có: $T'=\dfrac{z-2}{\sqrt{4+(z-2)^2}}+\dfrac{z-4}{\sqrt{9+(z-4)^2}}$

$T'=0\Leftrightarrow\dfrac{z-2}{\sqrt{4+(z-2)^2}}=\dfrac{4-z}{\sqrt{9+(z-4)^2}}$ vì $0\le z\le 4$ nên hai vế không âm

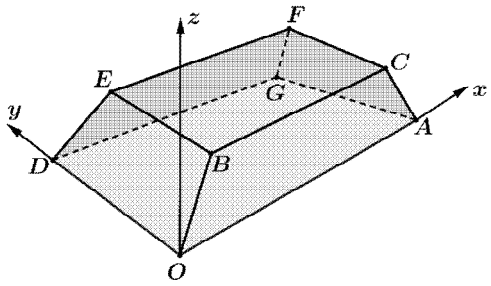
$\Leftrightarrow\dfrac{(z-2)^2}{4+(z-2)^2}=\dfrac{(z-4)^2}{9+(z-4)^2}\Leftrightarrow(z-2)^2\left[9+(z-4)^2\right]=(z-4)^2\left[4+(z-2)^2\right]$

$\Leftrightarrow 5z^2-4z-28=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\dfrac{14}{5}(tm)\\ z=-2(l)\end{array}\right.$

Với $z=\dfrac{14}{5}$ suy ra $T=\sqrt{29}\approx 5,34m$.

**Câu 82.** Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên

mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100m$, chiều rộng $OD=60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.




a) Tọa độ các điểm $A$, $D$, $G$ là $A(100;0;0), D(0;60;0), G(100;60;8)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm $B$ và $D$ bằng $51,6(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

c) Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ có dạng: $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $2025a-2c-2024d=20$.

d) Khoảng cách từ điểm $G$ đến mặt phẳng $(OBED)$ bằng $60,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Ta có: $O(0;0;0), A(100;0;0), G(100;60;0), D(0;60;0), B(10;10;8)$

b) Ta có: $\overrightarrow{BD}=(-10;50;-8)$

Khoảng cách giữa hai điểm $B$ và $D$ bằng: $BD=\sqrt{(-10)^2+(50)^2+(-8)^2}=\sqrt{2664}\approx 51,6(m)$

c) Ta có: $\overrightarrow{OA}=(100;0;0), \overrightarrow{OB}=(10;10;8)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OACB)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(0;-100;1000)=-100(0;1;-10)$

Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;-10)$ là:

$y-10z=0$

$\Rightarrow a=0; c=-10; d=0 \Rightarrow 2025a-2c-2024d=20$

d) Ta có: $\overrightarrow{OD}=(0;60;0), \overrightarrow{OB}=(10;10;8)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OB}\right]=(480;0;-600)=120(4;0;-5)$

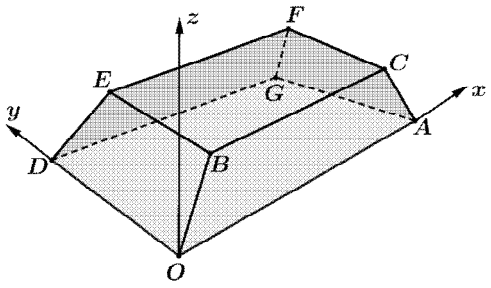
Phương trình mặt phẳng $(OBED)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;0;-5)$ là:

$4x-5z=0$

Khoảng cách từ điểm $G$ đến mặt phẳng $(OBED)$ là:

$$d(G,(OBED))=\frac{|4.100-5.0|}{\sqrt{16+25}}=\frac{400\sqrt{41}}{41}\approx 62,5(m)$$

**Câu 83.** Hình vẽ dưới đây minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50;0;0)$, $D(0;20;0)$, $B(4k;3k;2k)$ với $k>0$ và mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z=3$.




a) Độ dài đường chéo $AD$ của sàn nhà bằng $54(m)$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

b) Đỉnh $B$ của trần nhà có tọa độ là $B\left(6;\frac{7}{2};3\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng của bức tường $OACB$ có dạng: $ax-2y+cz+d=0$. Khi đó $2a+3c+4d=8$.

d) Khoảng cách từ điểm $D$ đến bức tường $OACB$ có bằng $11,3(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có: $\overrightarrow{AD}=(-50;20;0)\Rightarrow AD=\sqrt{(-50)^2+20^2+0^2}=\sqrt{2900}\approx 54(m)$

Vậy độ dài đường chéo $AD$ của sàn nhà bằng $54(m)$

b) Vì $B\in(BCFE)$ nên thay điểm $B(4k;3k;2k)$ vào phương trình $z=3$ ta được:

$2k=3\Leftrightarrow k=\frac{3}{2}\Rightarrow B\left(6;\frac{9}{2};3\right)$.

c) Ta có: $\overrightarrow{OA}=(50;0;0)=50(1;0;0)$ và $\overrightarrow{OB}=\left(6;\frac{9}{2};3\right)=\frac{3}{2}(4;3;2)$

Mặt phẳng $(OACB)$ có hai vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;0;0)$; $\overrightarrow{u_2}=(4;3;2)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(0;-2;3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OACB)$

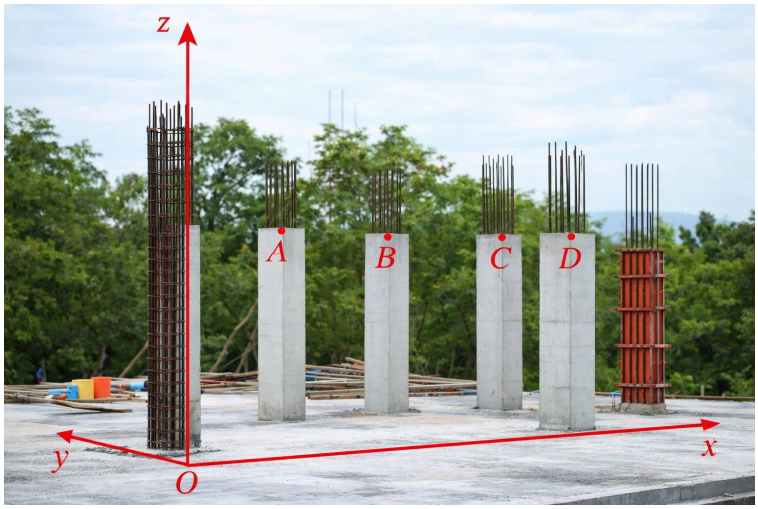
Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ là: $-2(y-0)+3(z-0)=0\Leftrightarrow -2y+3z=0$.

$\Rightarrow a=0;c=3;d=0\Rightarrow 2a+3c+4d=9$

d) Khoảng cách từ điểm $D$ đến mặt phẳng $(OACB)$ là

$$d\left(D;(OACB)\right)=\frac{|-2.20+3.0|}{\sqrt{0^2+(-2)^2+3^2}}=\frac{37\sqrt{13}}{13}\approx 10,3(m)$$

**Câu 84.** Hình dưới đây minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3)$, $B(4;3;3)$, $C(6;3;2,5)$, $D(4;0;2,8)$.




a) Khoảng cách hai trụ $A$ và $B$ bằng $2,83(m)$ (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+2c-d=-6$.

c) Bốn điểm $A,B,C,D$ đồng phẳng.

d) Khoảng cách từ điểm $D$ đến mặt phẳng $(ABC)$ bằng $0,4(m)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;0)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+2^2+0^2}=2\sqrt{2}\approx 2,83(m)$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;0)\neq\vec{0}$, $\overrightarrow{AC}=(4;2;-0,5)\neq\vec{0}$.

Xét: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}2&0\\2&-0,5\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0&2\\-0,5&4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2&2\\4&2\end{vmatrix}\right)=(-1;1;-4)$ hay $\vec{n}=(1;-1;4)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $1(x-2)-1(y-1)+4(z-3)=0\Leftrightarrow x-y+4z-13=0$.

$\Rightarrow b=-1;c=4;d=-13\Rightarrow b+2c-d=20$

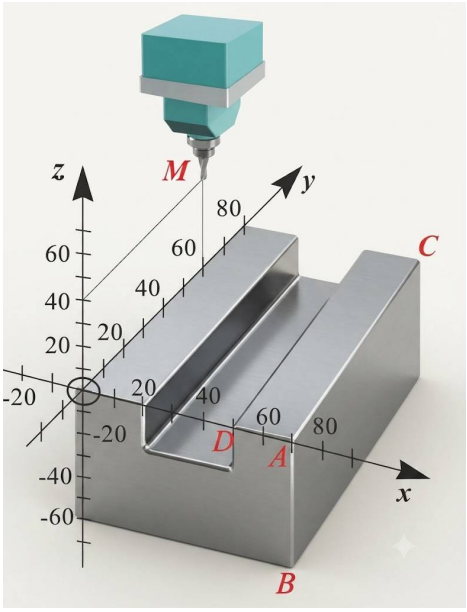
c) Thay tọa độ điểm $D(4;0;2,8)$ vào phương trình mặt phẳng $(ABC)$ ta có:

$$x-y+4z-13=0\Leftrightarrow 4+4.2,8-13=0 \text{ (vô lý)}$$

Vậy bốn điểm $A,B,C,D$ không đồng phẳng.

d) Khoảng cách từ $D$ đến mặt phẳng $(ABC)$: $d\left(D,(ABC)\right)=\dfrac{|2,5-3|}{1}=0,5(m)$.

**Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, phần mềm của máy tiện kĩ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình vẽ dưới đây:




a) Tọa độ các điểm $A$, $B$, $C$, $D$ là $A(70;0;0)$, $B(70;0;-60)$, $C(70;80;-60)$, $D(50;0;0)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm $C$ và $D$ bằng $82,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

c) Mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là: $x+70=0$.

d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0;60;40)$. Khi đó, khoảng cách từ đầu mũi tiện đến mặt phẳng $(ABC)$ bằng $70(m)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $A(70;0;0)$, $B(70;0;-60)$, $C(70;80;0)$, $D(50;0;0)$.

b) Ta có $\overrightarrow{CD}=(-20;-80;0)$

Khoảng cách giữa hai điểm $C$ và $D$ là :

$CD=\sqrt{(-20)^2+(-80)^2+0^2}=\sqrt{6800}\approx 82,5(m)$

c) Mặt phẳng $(ABC)$ đi qua $A(70;0;0)$ và vuông góc với trục $Ox$ nên có vectơ pháp tuyến là:

$\vec{i}=(1;0;0)$.

Suy ra mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là: $1(x-70)=0 \Leftrightarrow x-70=0$.

d) Khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(ABC)$ là: $d(M,(ABC))=\dfrac{|0-70|}{1}=70(m)$.

**Câu 86.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi $M$ là trung điểm của $SB$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $SCD$.

a) Điểm $M$ có tọa độ là $M(0;2;2)$.

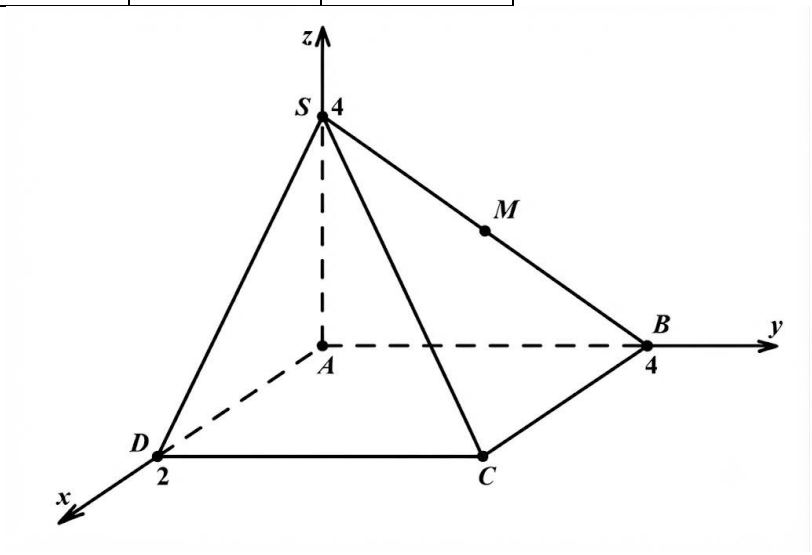
b) Điểm $C$ có tọa độ là $C(2;4;0)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(AMC)$ có dạng: $ax-y+cz+d=0$. Khi đó $a+2024c-2025d=2025$.

d) Khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AMG)$ bằng $2,93$ (kết quả làm tròn đến phần trăm).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |




Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ : $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$.

a) Điểm $M$ là trung điểm của $SB \Rightarrow M(0;2;2)$.

b) Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A+x_C=x_B+x_D \\ y_A+y_C=y_B+y_D \\ z_A+z_C=z_B+z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C=2 \\ y_C=4 \\ z_C=0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$.

c) Ta có: $\overrightarrow{AM}=(0;2;2), \overrightarrow{AC}=(2;4;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;4;-4)=-4(2;-1;1)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AMC)$ là $\vec{n}=(2;-1;1)$

Phương trình mặt phẳng $(AMC)$ đi qua $A$ và có Vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;1)$ là: $2x-y+z=0$

$\Rightarrow a=2; c=1; d=0 \Rightarrow a+2024c-2025d=2026$

d) $G$ là trọng tâm của tam giác $SCD \Rightarrow G\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(0;2;2)=2(0;1;1), \overrightarrow{AG}=\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)=\frac{4}{3}(1;1;1)$

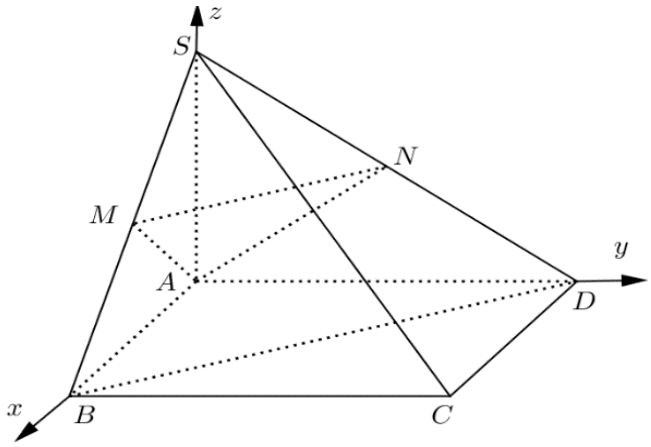
Mặt phẳng $(AMG)$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(0;1;1), \overrightarrow{AG}=(1;1;1)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AG}\right]=(0;1;-1)$

Phương trình mặt phẳng $(AMG)$ đi qua $A$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;-1)$ là: $y-z=0$

Khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(AMG)$ là

$$d\left(B,(AMG)\right)=\frac{|4-0|}{\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}\approx 2,83$$

**Câu 87.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $SB$ và $SD$ và $G$ là trọng tâm của tam giác $AMN$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới.




a) Hai điểm $M,N$ có tọa độ là $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

b) Điểm $G$ có tọa độ là $G\left(\frac{a}{6};\frac{a}{6};\frac{a}{6}\right)$

c) Phương trình mặt phẳng $(AMC)$ có dạng: $mx+by-z+d=0$. Khi đó $2026m-2025b+2024d=4049$.

d) Khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(AMN)$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;a;0), S(0;0;a)$

suy ra $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

b) Điểm $G$ là trọng tâm của tam giác $AMN \Rightarrow G\left(\frac{a}{6};\frac{a}{6};\frac{a}{3}\right)$

c) Ta có: $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)=\frac{a}{2}(1;0;1),\overrightarrow{AN}=\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)=\frac{a}{2}(0;1;1)$

Mặt phẳng $(AMN)$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(1;0;1),\overrightarrow{AN}=(0;1;1)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=(-1;-1;1)$

Phương trình mặt phẳng $(AMG)$ đi qua $A$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-1;-1;1)$ là:

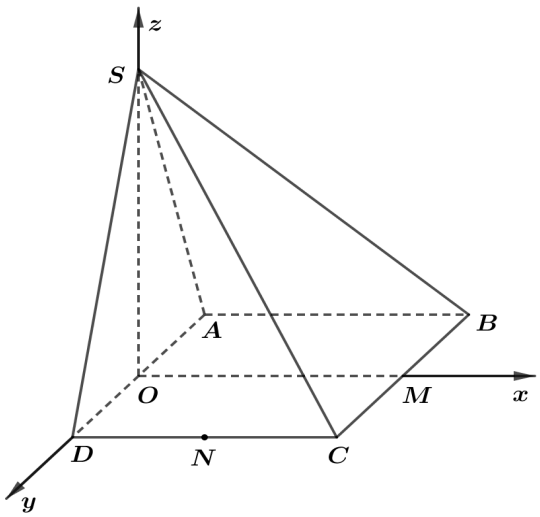
$-x-y+z=0\Leftrightarrow x+y-z=0$

$\Rightarrow m=1;b=1;d=0\Rightarrow 2026m-2025b+2024d=1$

d) Khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(AMN)$.

$$d\left(C,(AMN)\right)=\frac{|a+a-0|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 88.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, $SAD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $CD$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho $O$ là trung điểm cạnh $AD$ như hình vẽ dưới.




a) Tọa độ các đỉnh của hình chóp $S.ABCD$ là:

$$A\left(0;-\frac{a}{2};0\right),B\left(a;-\frac{a}{2};0\right),C\left(a;\frac{a}{2};0\right),D\left(0;\frac{a}{2};0\right),S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

b) Tọa độ của hai điểm $M,N$ là $M(a;0;0)$ và $N\left(\frac{a}{2};a;0\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(SMN)$ có dạng: $mx+ny+pz-a\sqrt{3}=0$ $(m,n,p\in\mathbb{R})$. Khi đó $m+n+p=2$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $(SMN)$ bằng $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $A\left(0;-\frac{a}{2};0\right), B\left(a;-\frac{a}{2};0\right), C\left(a;\frac{a}{2};0\right), D\left(0;\frac{a}{2};0\right), S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$

b) Vì $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $CD$ nên $M\left(a;0;0\right)$ và $N\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

c) Ta có: $\overrightarrow{SM}=\left(a;0;-\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{a}{2}\left(2;0;-\sqrt{3}\right), \overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)=-\frac{a}{2}\left(1;-1;0\right)$

Mặt phẳng $\left(SMN\right)$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{SM}=\left(2;0;-\sqrt{3}\right), \overrightarrow{MN}=\left(1;-1;0\right)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{SM},\overrightarrow{MN}\right]=\left(\sqrt{3};-\sqrt{3};2\right)$

Phương trình mặt phẳng $\left(SMN\right)$ đi qua $M\left(a;0;0\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\left(\sqrt{3};-\sqrt{3};2\right)$ là:

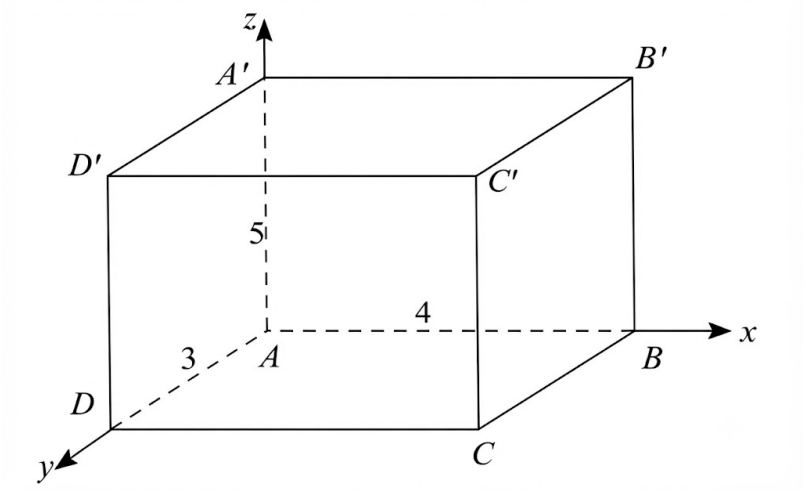
$\sqrt{3}\left(x-a\right)-\sqrt{3}y+2z=0\Leftrightarrow\sqrt{3}x-\sqrt{3}y+2z-a\sqrt{3}=0$

$\Rightarrow m=\sqrt{3}; n=-\sqrt{3}; p=2\Rightarrow m+n+p=2$

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến mặt phẳng $\left(SMN\right)$ là:

$$d\left(O,\left(SMN\right)\right)=\frac{\left|\sqrt{3}.0-\sqrt{3}.0+2.0-a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2+2^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\frac{a\sqrt{30}}{10}$$

**Câu 89.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=4\left(m\right), AD=3\left(m\right), AA'=5\left(m\right)$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới ( $A\equiv O$ ).




a) Tọa độ các đỉnh của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$A\left(00;0\right), B\left(4;0;0\right), C\left(4;3;0\right), D\left(0;0;3\right), A'\left(00;5\right), B'\left(4;0;5\right), C'\left(4;3;5\right), D'\left(0;3;5\right)$ .

b) Tọa độ của tâm hình chữ nhật $ABCD$ là $\left(2;\frac{3}{2};0\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $\left(ACD'\right)$ có dạng: $ax+by+12z+d=0$. Khi đó $a-b-d=35$.

d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ACD')$ và mặt phẳng $(A'BC')$ bằng $2,16(m)$(kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có: $A(00;0), B(4;0;0), C(4;3;0), D(0;0;3), A'(00;5), B'(4;0;5), C'(4;3;5), D'(0;3;5)$,

b) Tọa độ của tâm hình chữ nhật $ABCD$ là trung điểm $AC \Rightarrow \left(2;\frac{3}{2};0\right)$.

c) Ta có: $\overrightarrow{AC}=(4;3;0), \overrightarrow{AD'}=(0;3;5)$

Mặt phẳng $(ACD')$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD'}$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD'}\right]=(15;-20;12)$

Phương trình mặt phẳng $(ACD')$ đi qua $A$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(15;-20;12)$ là:

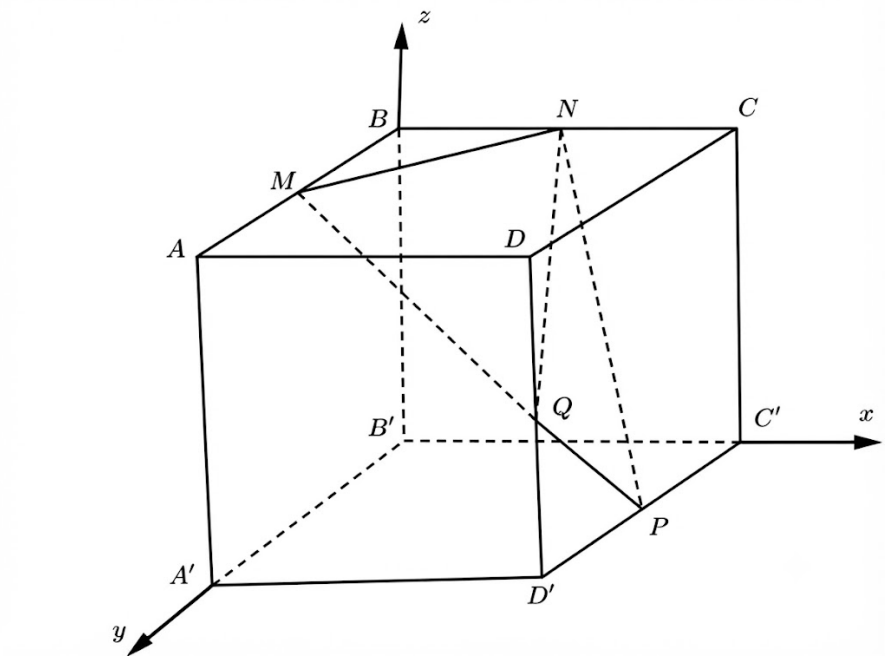
$15x-20y+12z=0$

$\Rightarrow a=15; b=-20; d=0 \Rightarrow a-b-d=35$

d) Do mặt phẳng $(ACD')$ song song mặt phẳng $(A'BC')$ nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ACD')$ và mặt phẳng $(A'BC')$ là khoảng cách từ điểm $A'$ đến mặt phẳng $(ACD')$

$$d\left((A'BC'),(ACD')\right)=d\left(A',(ACD')\right)=\frac{|15.0-20.0+12.5|}{\sqrt{15^2+(-20)^2+(12)^2}}=\frac{60}{\sqrt{769}}\approx 2,16(m)$$

**Câu 90.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi $M, N, P, Q$ lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ($B' \equiv O$).



a) Tọa độ các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$B'(00;0), A'(0;1;0), D'(1;1;0), C'(1;0;0), B(00;1), A(0;1;1), D(1;1;1), C(1;0;1)$,

b) Tọa độ các điểm $M, N, P, Q$ lần lượt là $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $P\left(1;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(1;\frac{1}{2};1\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP)$ có dạng: $ax+by+cz-3=0$. Khi đó $a+b+c=6$.

d) Khoảng cách từ điểm $Q$ đến mặt phẳng $(MNP)$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Ta có: $B'(00;0), A'(0;1;0), D'(1;1;0), C'(1;0;0), B(00;1), A(0;1;1), D(1;1;1), C(1;0;1)$

b) $M, N, P, Q$ lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$ nên $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $P\left(1;\frac{1}{2};0\right)$,

$Q\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$.

c) Ta có: $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};0\right)=\frac{1}{2}(1;-1;0), \overrightarrow{MP}=(1;0;-1)$

Mặt phẳng $(MNP)$ có hai chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(1;-1;0), \overrightarrow{MP}=(1;0;-1)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(1;1;1)$

Phương trình mặt phẳng $(MNP)$ đi qua $M$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(15;-20;12)$ là:

$1(x-0)+1\left(y-\frac{1}{2}\right)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+2z-3=0$

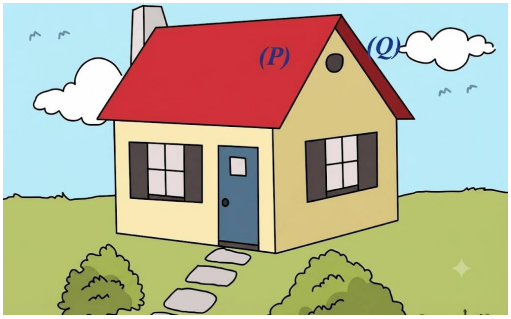
$\Rightarrow a=2; b=2; c=2 \Rightarrow a+b+c=6$

d) Khoảng cách từ điểm $Q$ đến mặt phẳng $(MNP)$ là:

$$d\left(Q,(MNP)\right)=\frac{\left|2.1+2.1+2.\frac{1}{2}-3\right|}{\sqrt{2^2+2^2+2^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 91.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2y+5=0$ và $(Q): x-2y-3z+20=0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5




Những điểm thuộc đường nóc nhà có tọa độ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x-2y+5=0 \\ x-2y-3z+20=0 \end{cases}$.

Từ phương trình thứ nhất chọn $y=0 \Rightarrow x=-5$. Thay vào phương trình còn lại ta được $z=5$

Vậy điểm $M(-5;0;5)$ là một điểm thuộc đường nóc nhà. Khi đó chiều cao cần tìm của của ngôi nhà là khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(Oxy): z=0$

$d(M,(Oxy))=|z_M|=5(m)$

**Câu 92.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$. Khoảng cách giữa hai mái nhà này bằng bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-10}{-4}$ nên $(P)$ song song với $(Q)$

Lấy $A(2;1;3)\in(P)$.Do $(P)$ song song với $(Q)$ nên khoảng cách giữa hai mái nhà là:

Ta có $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\frac{|2+2.1+2.3-4|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{6}{3}=2(m)$

**Chú ý:** Dùng công thức tính nhanh để tính trắc nghiệm:

$(P): Ax+By+Cz+D_1=0; (Q)\,Ax+By+Cz+D_2=0$

$\Rightarrow d\left((P);(Q)\right)=\frac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**Câu 93.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà song song với nhau và lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(Q): 3x-2y+z-3=0$ và $(P): 3x+by+cz+d=0$ $(b,c,d\in\mathbb{Z})$. Điểm $M(2;1;-3)$ thuộc mái nhà nằm trên mặt phẳng $(P)$. Giá trị của biểu thức $b+2027c+2026d$ bằng bao nhiêu?



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q):3x-2y+z-3=0$ nên có phương trình dạng

$(P):3x-2y+z+m=0(m\neq -3)$

Vì $M\in(P)$ nên $(P):3.2-2.1-3+m=0\Leftrightarrow m=-1$

Vậy $(P):3x-2y+z-1=0\Rightarrow b+2027c+2026d=-1$

**Câu 94.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà song song với nhau và lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P):x+y-z+3=0$ và $(Q):ax+by-z+d=0$ ($a,b,d\in\mathbb{Z}$ và $d>0$). Biết khoảng cách hai mái nhà này bằng $\sqrt{3}(m)$. Khi đó, giá trị của biểu thức $2027a-2026b+d$ bằng bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Vì $(P)//(Q)$ nên phương trình $(P)$ có dạng : $x+y-z+m=0$ với $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lấy điểm $I(-1;-1;1)\in(Q)$.

Vì khoảng cách từ $(P)$ đến $(Q)$ bằng $\sqrt{3}$ nên ta có :

$$d\left(I,(P)\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|-1-1-1+m|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|m-3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=6\end{array}\right.$$ (thỏa điều kiện $d\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$).

Phương trình $(P)$ là: $x+y-z+6=0;x+y-z=0$

Do $d>0$ nên phương trình $(P)$ là: $x+y-z+6=0\Rightarrow 2027a-2026b+d=7$

**Câu 95.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và $(Q):mx+y-2z+1=0$. Tìm giá trị $m$ để hai mái nhà này vuông góc với nhau.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1(1;-2;2)$

Mặt phẳng $(Q): mx+y-2z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(m;1;-2)$

Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$\vec{n}_1.\vec{n}_2=0 \Leftrightarrow 1.m-2.1+2.(-2)=0 \Leftrightarrow m=6$

**Câu 96.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$. Để hai mái nhà này song song với nhau thì giá trị $T=2m+n$ bằng bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;m;3)$

Mặt phẳng $(Q)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(n;-8;-6)$

$$\text{Mặt phẳng } (P)//(Q)\Rightarrow \vec{n}_1=k\vec{n}_2(k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}2=kn\\m=-8k\\3=-6k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\m=4\\n=-4\end{cases}\Rightarrow T=2m+n=4$$

**Câu 97.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P):2x-y-2z+13=0$. Biết góc quan sát ngang của camera là $120°$, hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng $(P)$ của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai của mét)



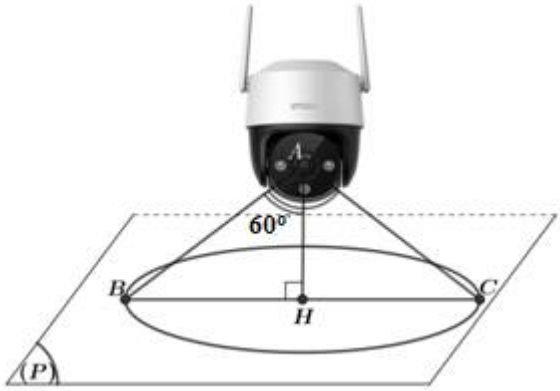

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6,93

Gọi $A,B,C$ là các điểm như hình vẽ bên dưới và $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên mặt phẳng $(P)$

Hình vẽ minh hoạ




Theo đề $\widehat{BAC}=120°\Rightarrow\widehat{BAH}=60°$.

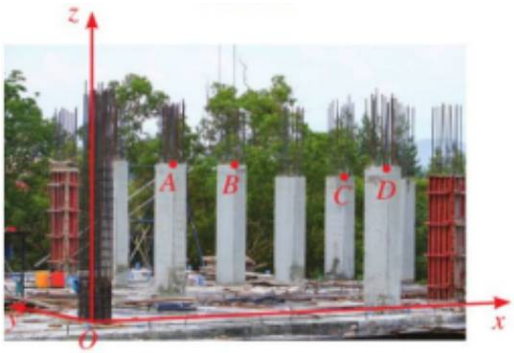
Khi đó $AH=\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|2\cdot2-1-2\cdot5+13|}{\sqrt{4+1+4}}=2(m)$.

Xét tam giác $ABH$ vuông tại $H$, ta có: $\tan\widehat{BAH}=\dfrac{BH}{AH}\Rightarrow BH=\tan 60^\circ\cdot 2=2\sqrt{3}$

Suy ra $BC=2BH=2\cdot 2\sqrt{3}\approx 6,93(m)$

Vậy vùng quan sát của camera trên mặt phẳng $(P)$ là hình tròn có đường kính khoảng $6,4$ (đvđd).

**Câu 98.** Hình bên dưới minh hoạ một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét).




Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều cạnh đáy dài $1m$ và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3),B(4;3;3),C(6;3;3)$, $D(4;0;2,5)$. Giám sát công trình tính toán nhận thấy $A,B,C,D$ không đồng phẳng, yêu cầu bên nhà thầu tính khối lượng bê tông cần bổ sung để độ cao các cột bê tông bằng nhau. Thể tích bê tông cần bổ sung bằng bao nhiêu centimét khối? (giả sử thể tích phần cốt thép là $3\%$ trên một mét khối bê tông ).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 485

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;0)$, $\overrightarrow{AC}=(4;2;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;0;-4)$.

Phương trình $(ABC)$ đi qua $A(2;1;3)$ và nhận $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;0;-4)$ làm một véctơ pháp tuyến là:

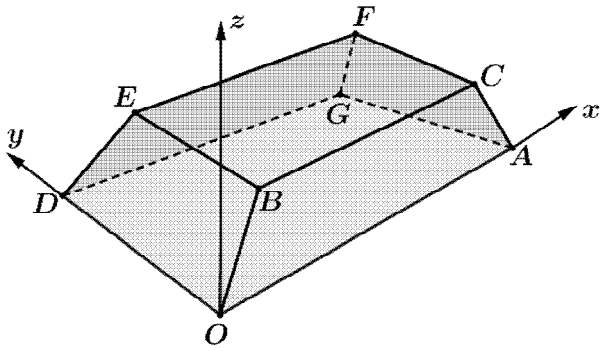
$-4(z-3)=0\Leftrightarrow z-3=0$.

Khoảng cách từ $D$ đến mặt phẳng $(ABC)$: $d\left(D,(ABC)\right)=\dfrac{|2,5-3|}{1}=0,5(m)$.

Vì mỗi cột bê tông là hình lăng trụ tứ giác đều và thể tích phần cốt thép là $3\%$ trên một mét khối bê tông, do đó thể tích phần bê tông cần bổ sung là:

$V=1.1.0,5(100-3)\%=0,5.97\%=0,485\left(m^3\right)=485\left(cm^3\right)$.

**Câu 99.** Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100$ m, chiều rộng $OD=60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $a+c+d$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-10$

Gắn hình chóp cụt vào hệ trục $Oxyz$ ta có:

$O(0;0;0)$, $A(100;0;0)$, $G(100;60;0)$, $D(0;60;0)$, $B(10;10;8)$

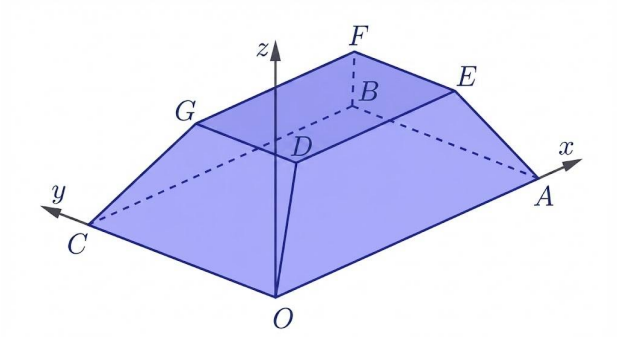
Do $\overrightarrow{OA}=(100;0;0)$, $\overrightarrow{OB}=(10;10;8)$ nên $\vec{n}=[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}]=(0;-100;1000)$.

Suy ra mặt phẳng $(OACB)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(0;1;-10)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ là $y-10z=0$.

Do đó $a=0, c=-10, d=0$. Vậy $a+c+d=0-10+0=-10$.

**Câu 100.** Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cụt có hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song, $OABC$ là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng $(Oxy)$, $OA=100\,m$, $OC=60\,m$ và điểm $D(10;10;8)$. Khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(OCGD)$ bằng bao nhiêu mét? *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?*




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $62,5$

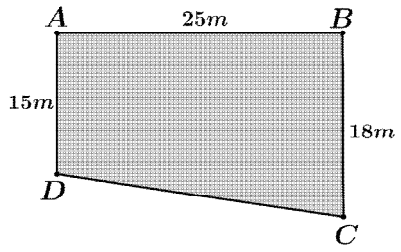
Từ hình vẽ ta có $B(100;60;0)$, $C(0;60;0)$.

Khi đó $\overrightarrow{OC}(0;60;0)$, $\overrightarrow{OD}(10;10;8)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\right]=(480;0;-600)$.

Suy ra mặt phẳng $(OCGD)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;0;-5)$. Mà $(OCGD)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên phương trình mặt phẳng $(OCGD)$ là $4x-5z=0$.

Khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(OCGD)$ là $d\left(B,(OCGD)\right)=\dfrac{|4.100-5.0|}{\sqrt{4^2+(-5)^2}}\approx 62,5m$.

**Câu 101.** Một phần sân trường được định vị bởi các điểm $A,B,C,D$, như hình vẽ:

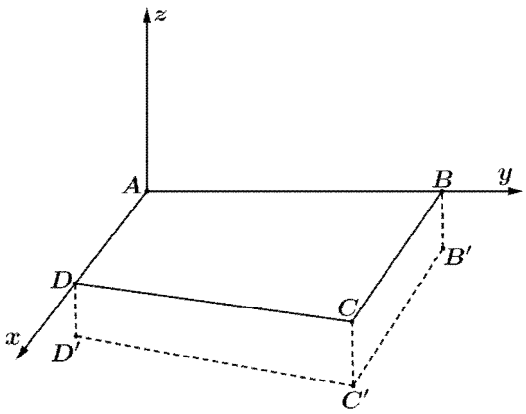



Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở $A$ và $B$ với độ dài $AB=25(m)$, $AD=15(m)$, $BC=18(m)$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở $C$ nên người ta lấy độ cao ở các điểm $B,C,D$ xuống thấp hơn so với độ cao ở $A$ là $10(cm)$, $a\,(cm)$, $6(cm)$ tương ứng. Giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 17,2




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O\equiv A$, tia $Ox\equiv AD$; tia $Oy\equiv AB$.

Khi đó: $A(0;0;0)$; $B(0;2500;0)$; $C(1800;2500;0)$; $D(1500;0;0)$.

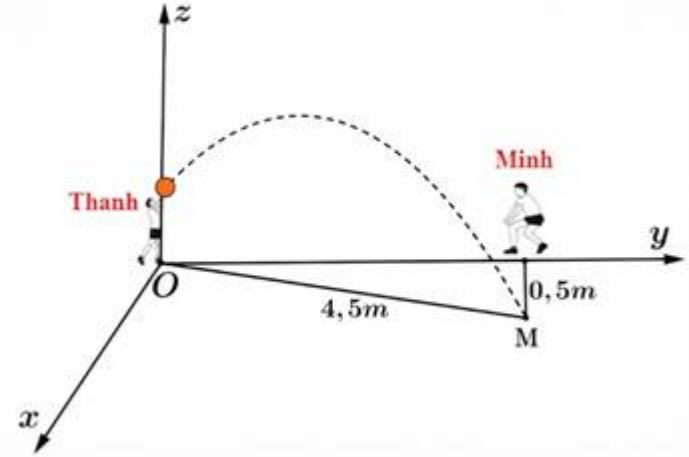
Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm $B$, $C$, $D$ xuống thấp hơn so với độ cao ở $A$ là $10\,\text{cm}$, $a$ cm $6\,\text{cm}$ tương ứng ta có các điểm mới $B'(0;2500;-10)$; $C'(1800;2500;-a)$; $D'(1500;0;-6)$. Theo bài ra có bốn điểm $A$; $B'$; $C'$; $D'$ đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x+y+250z=0$.

Do $C'(1800;\ 2500;-a)\in(AB'D')$ nên ta có $1800+2500-250a=0\Leftrightarrow a=17,2$.

Vậy $a=17,2(cm)$.

**Câu 102.** Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Thanh và Minh đang tập chuyền bóng cho nhau. Thanh ném bóng cho Minh đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Thanh và rơi xuống vị trí cách Minh $0,5(m)$ và cách Thanh $4,5(m)$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:

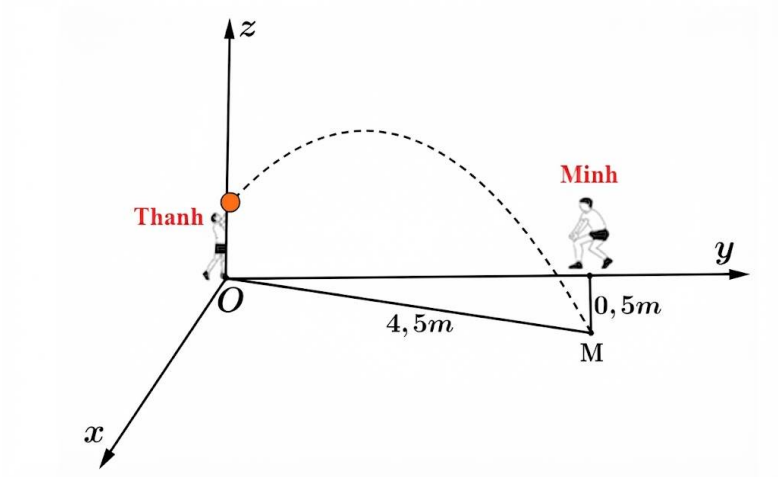



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax - y + cx + d = 0$ và vuông góc với mặt đất. Khi đó giá trị của $a\sqrt{5} + 2024c + 2025d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 20




Chọn hệ trục như hình vẽ. Gọi $M$ là điểm mà quả bóng chạm đất.

Khi đó $x_M = 0,5$, $y_M = \sqrt{4,5^2 - 0,5^2} = 2\sqrt{5}$

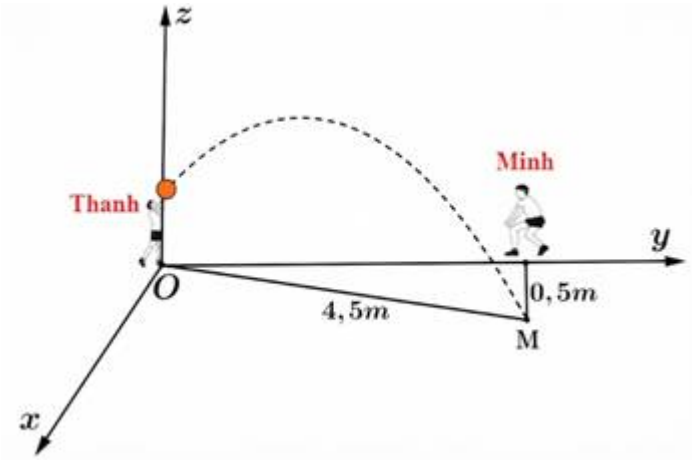
Vì $(\alpha) \perp (Oxy)$ nên $(\alpha)$ có vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mà $(\alpha)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{OM} = (0,5;2\sqrt{5};0)$

Khi đó vec tơ pháp tuyến của $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\vec{k}, \overrightarrow{OM}\right] = (-2\sqrt{5};0,5;0) = -\frac{1}{2}(4\sqrt{5};-1;0)$.

Do đó mặt phẳng $(\alpha): 4\sqrt{5}x - y = 0$ nên $a = 4\sqrt{5}; c = 0; d = 0 \Rightarrow a\sqrt{5} + 2024c + 2025d = 20$.

**Câu 103.** Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Thanh và Minh đang tập chuyền bóng cho nhau. Thanh ném bóng cho Minh đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Thanh và rơi xuống vị trí cách Minh $0,5(m)$ và cách Thanh $4,5(m)$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:

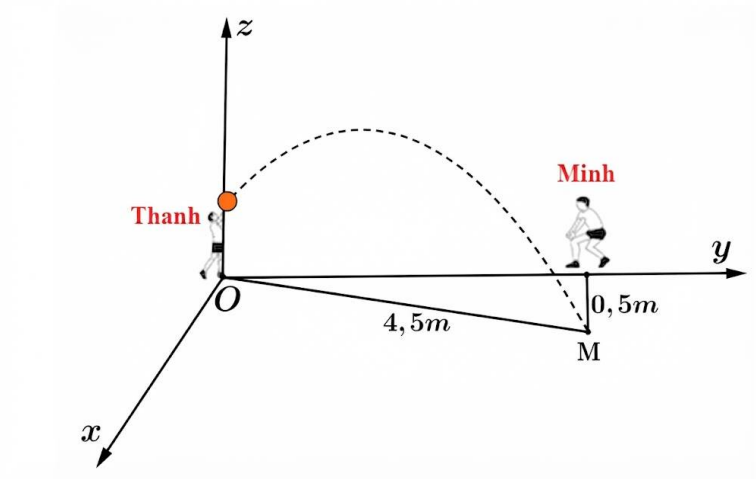



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cx+d=0$ và vuông góc với mặt đất. Khoảng cách từ bạn Minh đến mặt phẳng $(\alpha)$ bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét)

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $0,5$




Chọn hệ trục như hình vẽ. Gọi $M$ là điểm mà quả bóng chạm đất.

Khi đó $x_M=0,5$, $y_M=\sqrt{4,5^2-0,5^2}=2\sqrt{5}$

Vì $(\alpha)\perp(Oxy)$ nên $(\alpha)$ có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mà $(\alpha)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{OM}=\left(0,5;2\sqrt{5};0\right)$

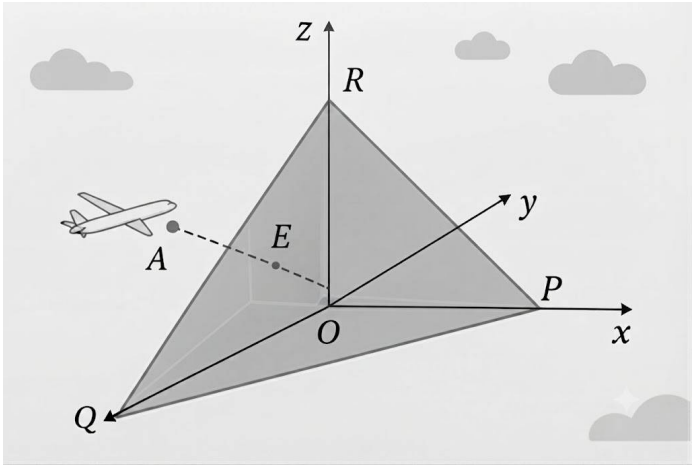
Khi đó vec tơ pháp tuyến của $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\vec{k},\overrightarrow{OM}\right]=\left(-2\sqrt{5};0,5;0\right)=-\frac{1}{2}\left(4\sqrt{5};-1;0\right)$.

Do đó mặt phẳng $(\alpha): 4\sqrt{5}x-y=0$

Vị trí bạn Minh có tọa độ là $\left(0;2\sqrt{5};0\right)$

Khoảng cách từ bạn Minh đến mặt phẳng $(\alpha)$ là : $\dfrac{\left|-2\sqrt{5}\right|}{\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2+(-1)^2+0^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{9}\approx 0,5(m)$

**Câu 104.** Mô phỏng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục số là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(6;-8;-1)$ và sẽ hạ cánh ở điểm có tọa độ $O(0;0;0)$ trên đường băng. Có một lớp mây mỏng được mô phỏng bởi một mặt phẳng đi qua ba điểm $P(12;0;0), Q(0;-12;0)$ và $R(0;0;1,2)$. Tính khoảng cách giữa máy bay và đường băng ngay khi máy bay bay xuyên qua lớp mây (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5,02

Mặt phẳng $(PQR)$ đi qua ba điểm $P(12;0;0), Q(0;-12;0), R(0;0;1,2)$ nên phương trình đoạn chắn của mặt phẳng $(PQR)$ là $\dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{-12}+\dfrac{z}{1,2}=1\Leftrightarrow x-y+10z-12=0$

Gọi $E\left(x_0;y_0;z_0\right)$ là giao điểm của $OA$ và $(PQR)$. Khi đó, do $\overrightarrow{OE}$ và $\overrightarrow{OA}$ cùng phương nên tồn tại số thực $t\in[0;1]$ sao cho $\overrightarrow{OE}=t\overrightarrow{OA}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=6t\\y_0=-8t\\z_0=t\end{cases}$

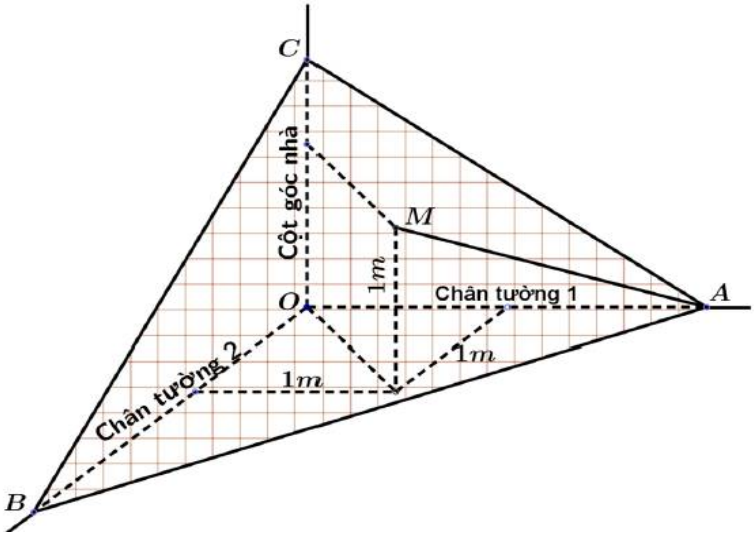
Do $E\in(PQR)$ nên ta có $x_0-y_0+10z_0-12=0\Leftrightarrow 6t-(-8t)+10t-12=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$

Suy ra $\begin{cases}x_0=3\\y_0=-4\\z_0=0,5\end{cases}\Rightarrow M(3;-4;0,5)$

Do đó khoảng cách giữa máy bay và đường băng ngay khi máy bay bay xuyên qua lớp mây là $OE=\sqrt{3^2+(-4)^2+(0,5)^2}=\sqrt{25,25}\approx 5,02$

**Câu 105.** Bạn Minh Hiền muốn làm một cái hốc dạng hình chóp tam giác ở một góc tường dùng bỏ đồ ăn vặt. Minh Hiền tính toán việc ghép miếng ván gỗ đi qua điểm $A, B$ trên hai chân tường và điểm $C$ trên

cột góc nhà và tận dụng một chiếc cột có sẵn cách đều hai bức tường $1m$ và chiều cao $1m$ ( đỉnh cột là điểm $M$ ) để chống mặt ghép miếng ván gỗ . Biết rằng hai bức tường được xây vuông góc với nhau, mỗi bức tường đều vuông góc với sàn nhà và điểm $O$ nằm ở góc tường (như hình vẽ). Khi khoảng cách từ điểm $O$ tới mặt phẳng miếng ván gỗ lớn nhất thì tổng khoảng cách từ điểm $O$ đến ba điểm $A, B$ và $C$ bằng bao nhiêu mét?

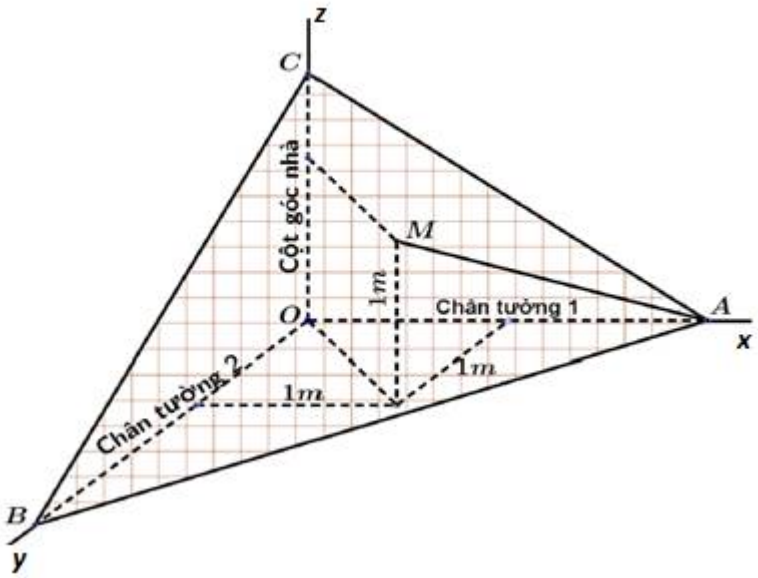



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 9

Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục số là mét) như hình vẽ




Từ giả thiết: điểm $M$ cách đều hai bức tường $1m$ và chiều cao $1m \Rightarrow$ Điểm $M$ có tọa độ $M(1;1;1)$.

Miếng ván gỗ đi qua 3 điểm $A, B, C$ nên mặt phẳng $(ABC)$ là mặt phẳng miếng ván gỗ

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $O$ trên mặt phẳng $(ABC)$.

Ta có: $OH \le OM$ .

Dấu "=" xảy ra khi $H$ trùng với $M$ .

Khi đó $OM$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$.

Ta có mặt phẳng $(ABC)$ đi qua $M(1;1;1)$ và có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{OM}=(1;1;1)$ nên có phương trình là

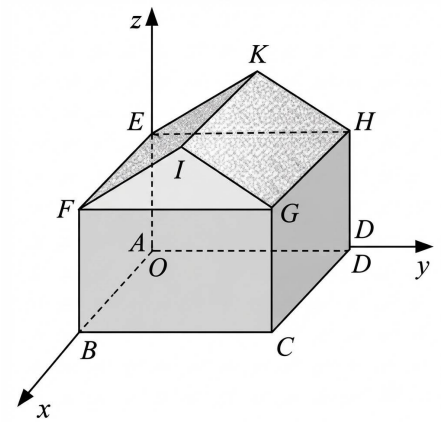
$(ABC): x+y+z-3=0$

Do $A,B,C$ lần lượt là giao điểm của $(ABC)$ với các tia $Ox,Oy,Oz$, suy ra:

$A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$.

Vậy tổng khoảng cách từ điểm $O$ đến ba điểm $A,B$ và $C$ là $3+3+3=9$ mét

**Câu 106.** Hình vẽ bên dưới minh hoạ một nhà kho trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là $9m$ và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB=10m, AD=24m, AE=7m$. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax+y+bz+c=0$. Tìm giá trị của $a-bc$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 252

$ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=10; AD=12$ nên toạ độ điểm $B(10;0;0); C(10;12;0)$

Hình chiếu của $I$ trên mặt phẳng $(Oxy)$ là trung điểm của $BC$ nên toạ độ điểm $I(10;12;9)$

Khi đó: $E(0;0;7), F(10;0;7), I(10;12;9)$.

Phương trình mặt phẳng $(EFIK): y-6z+42=0$.

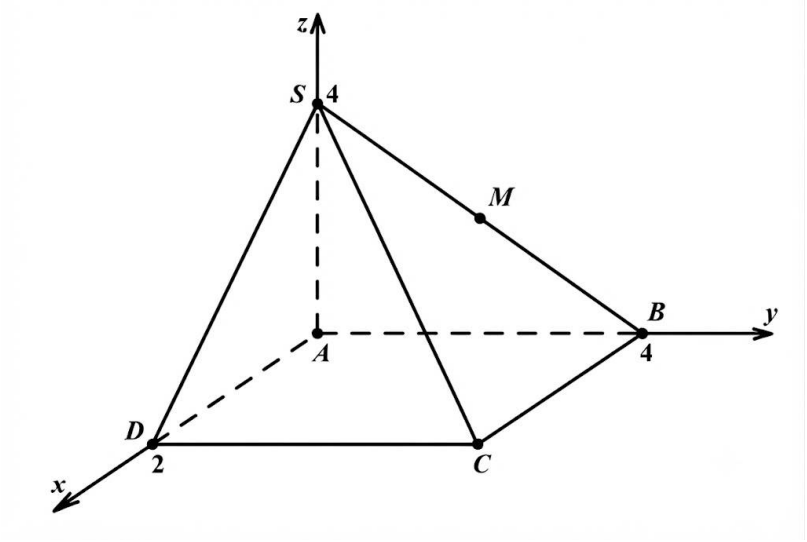
Suy ra $a-bc=252$.

**Câu 107.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi $M$ là trung điểm của $SB$. Biết khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(CDM)$ bằng $a\sqrt{2}$, với $a\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của $a$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1




Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$.

$M$ là trung điểm của $SB \Rightarrow M(0;2;2)$.

Viết phương trình mặt phẳng $(CDM)$:

$\overrightarrow{CD} = (0;-4;0)$, $\overrightarrow{CM} = (-2;-2;2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}\right] = (-8;0;-8)$.

$(CDM)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;0;1)$.

Suy ra $(CDM)$ có phương trình: $x + z - 2 = 0$.

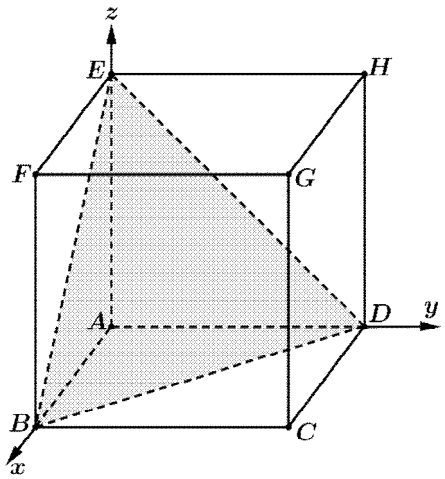
Vậy $d(B;(CDM)) = \dfrac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow a = 1$.

**Câu 108.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh $1(cm)$. Điểm $M$ được cho thỏa mãn hệ thức vectơ $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CD}$. Tính khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(EBD)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của centimét).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2,9




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có $A(0;0;0)$, $\overrightarrow{AE}=(0;0;1)$, $\overrightarrow{CD}=(-1;0;0)$.

Đặt $M(a;b;c)$, suy ra $\overrightarrow{AM}=(a;b;c)$.

Đề cho $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{CD}$, ta được $\begin{cases}a+0=-3\\b+0=0\\c+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-3\\b=0\\c=-1\end{cases}$. Suy ra $M(-3;0;-1)$.

Mặt phẳng $(EBD)$, phương trình theo đoạn chắn là $x+y+z-1=0$.

Khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(EBD)$ bằng

$$d(M;(EBD))=\frac{|Ax+By+Cz+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{|-3+0-1-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}\approx 2,9(cm).$$

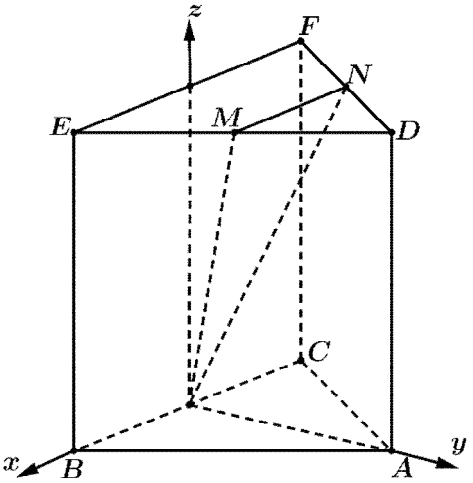
Vậy khoảng cách bằng xấp xỉ $2,9(cm)$.

**Câu 109.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.DEF$ biết rằng $AB=6(cm)$, $AD=2(cm)$. Gọi ba điểm $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm $DE$, $DF$, $BC$. Lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên dưới. Gọi điểm $S$ thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{SA}+2\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=\vec{0}$. Tính khoảng cách từ điểm $S$ đến mặt phẳng $(MNP)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của centimét).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5,2




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có $P(0;0;0)$, $A(3\sqrt{3};0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;-3;0)$, $E(0;3;2)$, $F(0;-3;2)$, $D(3\sqrt{3};0;2)$

Suy ra $M\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2};2\right)$, $N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{-3}{2};2\right)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}\right]=\left(6;0;\frac{-9\sqrt{3}}{2}\right)\Rightarrow\vec{n}=\left(4;0;-3\sqrt{3}\right)$.

Phương trình mặt phẳng $(MNP)$ là $4x-3\sqrt{3}z=0$.

Gọi $I$, $J$ lần lượt là trung điểm cạnh $AC$, $IB\Rightarrow I\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{-3}{2};0\right)$, $J\left(\frac{3\sqrt{3}}{4};\frac{3}{4};0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{SA}+2\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=\vec{0}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{SI}+2\overrightarrow{SB}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{SJ}=\vec{0}\Leftrightarrow S\equiv J$.

Do đó $S\left(\frac{3\sqrt{3}}{4};\frac{3}{4};0\right)$.

Vậy khoảng cách từ điểm $S$ đến mặt phẳng $(MNP)$ bằng $d=3\sqrt{3}\approx 5,2(cm)$.

**Câu 110.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vecto $\vec{a}=(-5;3;-1),\vec{b}=(1;2;1),\vec{c}=(m;3;-1).$,Tìm giá trị của $m$ sao cho $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

$\left[\vec{b},\vec{c}\right]=(-5;m+1;3-2m)$

Ta có: $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]\Leftrightarrow\begin{cases}m+1=3\\3-2m=-1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 111.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2), \vec{v}=(-1;m;m-2)$. Gọi $S$ là tổng các giá trị của $m$ sao cho thỏa mãn $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{14}$. Tính $S$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-2$

$\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(-m-2;-m;m+1)\Rightarrow\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{(m+2)^2+m^2+(m+1)^2}=\sqrt{3m^2+6m+5}$

$\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{14}\Leftrightarrow 3m^2+6m+5=14\Leftrightarrow 3m^2+6m-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-3\end{array}\right.$.

$\Rightarrow S=1-3=-2$

**Câu 112.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $\vec{n}=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}=(x_0;y_0;z_0)$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m};\vec{n}\right]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $|\vec{p}|=15$, hãy tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-3$

Ta có : $\left[\vec{m};\vec{n}\right]=(3;-4;0)$

Do $\vec{p}$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m};\vec{n}\right]$ nên $\vec{p}=k\left[\vec{m};\vec{n}\right]$, $k>0$

Mặt khác: $\left|\vec{p}\right|=15\Leftrightarrow k.\left|\left[\vec{m},\vec{n}\right]\right|=15\Leftrightarrow k.5=15\Leftrightarrow k=3$

Vậy $\vec{p}=(9;-12;0)$.

$\Rightarrow S=x_0+y_0+z_0=9-12+0=-3$

**Câu 113.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tìm giá trị của $m$ để $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 14

Ta có $\overrightarrow{OA}=(0;1;-2)$, $\overrightarrow{OB}=(1;2;1)$, $\overrightarrow{OC}=(4;3;m)$.

$\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0\Leftrightarrow 5.4-2.3-1.m=0\Leftrightarrow m=14$.

Vậy $m=14$.

**Câu 114.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z-16=0$ và $(Q):x+2y-2z-1=0$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Ta có $\begin{cases}(P)//(Q)\\ A(16;0;0)\in(P)\end{cases}\Rightarrow d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\dfrac{|16+2.0-2.0-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=5.$

**Câu 115.** Trong không gian $Oxyz$, điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ thuộc trục $Oy$ và cách đều hai mặt phẳng: $(P):x+y-z+1=0$ và $(Q):x-y+z-5=0$. Tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** –3

Ta có $M\in Oy\Rightarrow M\left(0;y;0\right)$.

Theo giả thiết: $d\left(M,(P)\right)=d\left(M,(Q)\right)\Leftrightarrow\dfrac{|y+1|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|-y-5|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow y=-3$.

Vậy $M\left(0;-3;0\right)$

$S=x_0+y_0+z_0=-3$

**Câu 116.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm giá trị của tham số $m$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng $AB$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3\ \ (1)$.

Khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(P)$: $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|2.1+2+m.3-1|}{\sqrt{2^2+1^2+m^2}}=\dfrac{|3m+3|}{\sqrt{5+m^2}}$

Để $AB=d\left(A,(P)\right)\Rightarrow 3=\dfrac{|3m+3|}{\sqrt{5+m^2}}\Leftrightarrow 9\left(5+m^2\right)=9\left(m+1\right)^2\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 117.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ trên trục $Oy$ sao cho khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(P):2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** –4

Khoảng cách từ $M$ đến $(P)$ nhỏ nhất khi $M$ thuộc $(P)$. Nên $M$ là giao điểm của trục $Oy$ với mặt phẳng $(P)$.

Thay $x_0=0; y=y_0; z_0=0$ vào phương trình $(P)$ ta được $y_0-4=0\Leftrightarrow y_0=4$

Vậy $M(0;-4;0)$

$\Rightarrow S=x_0+y_0+z_0=-4$

**Câu 118.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ trên trục $Oz$ sao cho cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$. Tính giá trị biểu thức $S=x_0+y_0+z_0$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Vì $M\in Oz\Rightarrow M(0;0;z_0)$. Ta có: $MA=\sqrt{2^2+3^2+(4-z_0)^2}$; $d(M,(P))=\dfrac{|z_0-17|}{\sqrt{14}}$.

$M$ cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$ khi và chỉ khi

$\sqrt{2^2+3^2+(4-z_0)^2}=\dfrac{|z_0-17|}{\sqrt{14}}\Leftrightarrow 13(z_0-3)^2=0\Leftrightarrow z_0=3.$

Vậy $M(0;0;3)\Rightarrow S=x_0+y_0+z_0=3$

**Câu 119.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, $(P)$ cắt $AB$ tại $I(a;b;c)$ nằm giữa $AB$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Vì $d(B;(P))=2d(A;(P))$ và $(P)$ cắt đoạn $AB$ tại $I$ nên

$$\overrightarrow{BI}=-2\overrightarrow{AI}\Leftrightarrow\begin{cases}a-5=-2(a-1)\\ b+4=-2(b-2)\\ c+1=-2(c-3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{3}\\ b=0\\ c=\dfrac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=4.$$

**Câu 120.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b.c\neq 0$ và mặt phẳng $(P):y-z+1=0$. Để mặt phẳng $(ABC)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$ thì $b-c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Phương trình $(ABC)$: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1\Rightarrow(ABC)$ có VTPT: $\vec{n}=\left(1;\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{c}\right)$.

Phương trình $(P):y-z+1=0\Rightarrow(P)$ có VTPT: $\vec{n}'=(0;1;-1)$.

$(ABC)\perp(P)\Leftrightarrow \vec{n}.\vec{n'}=0\Leftrightarrow \frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0\Leftrightarrow b=c\Leftrightarrow b-c=0$.

**Câu 121.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x-y-z+1=0$ và $(Q):x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-16$

Trên giao tuyến $\Delta$ của hai mặt phẳng $(P),(Q)$ ta lấy lần lượt 2 điểm $A,B$ như sau:

Lấy $A(x;y;1)\in\Delta$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x-y=0\\x+2y=0\end{cases}\Rightarrow x=y=0\Rightarrow A(0;0;1)$.

Lấy $B(-1;y;z)\in\Delta$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases}y+z=0\\2y+z=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=2\\z=-2\end{cases}\Rightarrow B(-1;2;-2)$.

Vì $\Delta\subset(\alpha)$ nên $A,B\in(\alpha)$. Do đó ta có: $\begin{cases}2+b=0\\-a+b-6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-8\\b=-2\end{cases}$.

Vậy $a+4b=-8+2.(-2)=-16$.

**Câu 122.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $m,n$ là hai giá trị thực thỏa mãn hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$. Biết giao tuyến chung của hai mặt phẳng $(P_m)$ và $(Q_m)$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

+ $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1}(m;2;n)$.

$(Q_m):x-my+nz+2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_2}(1;-m;n)$.

$(\alpha):4x-y-6z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_\alpha}(4;-1;-6)$.

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m)$ và $(Q_m)$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)$ nên

$$\begin{cases}(P_m)\perp(\alpha)\\(Q_m)\perp(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n_1}\perp\vec{n_\alpha}\\\vec{n_2}\perp\vec{n_\alpha}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n_1}.\vec{n_\alpha}=0\\\vec{n_2}.\vec{n_\alpha}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-2-6n=0\\4+m-6n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}.$$

Vậy $m+n=3$.

**Câu 123.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $BC$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Tính $b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-9$

Mặt phẳng vuông góc với $BC$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$.

Phương trình mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $BC$ là $1(x-2)-2(y-1)-5(z+1)=0$ hay $x-2y-5z-5=0$.

Vậy $b=-2,c=-2,d=-5\Rightarrow b+c+d=-9$.

**Câu 124.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$ và 2 vecto $\vec{a}=(1;-3;2),\vec{b}=(-1;-1;2)$. Một mặt phẳng $(Q)$ chứa điểm $A$ và nhận $\vec{a},\vec{b}$ làm cặp vecto chỉ phương có phương trình là $ax+by+cz-3=0$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(Q)$ là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\vec{b},\vec{a}\right]=(4;4;4)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q)$ là: $4(x-2)+4(y-0)+4(z-1)=0\Leftrightarrow 4x-8+4y+4z-4=0$

$\Leftrightarrow 4x+4y+4z-12=0\Leftrightarrow x+y+z-3=0$.

Suy ra $a=b=c=1$ nên $a+b+c=3$.

**Câu 125.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vecto chỉ phương $\vec{a}=(-2;-3;8),\vec{b}=(-1;0;6)$ có dạng $ax+by+cz-11=0$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 17

Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-18;4;-3)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $M(0;-2;1)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(-18;4;-3)$ nên có phương trình

$-18(x-0)+4(y+2)-3(z-1)=0\Leftrightarrow 18x-4y+3z-11=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $18x-4y+3z-11=0$.

$a+b+c=18-4+3=17$

**Câu 126.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A(1;0;-2),B(-3;1;1),C(5;5;-5)$ có dạng $ax+by+cz+5=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;1;3),\overrightarrow{AC}=(4;5;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;0;-24)=-\frac{1}{6}(3;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;0;4)$ là:

$3(x-1)+4(z+2)=0\Leftrightarrow 3x+4z+5=0$.

Suy ra $a=3,b=0,c=4$ nên $a+b+c=7$.

**Câu 127.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có:

$\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;4;3)$, $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(4;-6;12)$.

Ta có $\vec{n}=(4;-6;12)$ cùng phương $\vec{n}_1=(2;-3;6)$

Mặt phẳng $(ABC)$ đi qua điểm $C(0;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-3;6)$ nên $(ABC)$ có phương trình là:

$2(x-0)-3(y-2)+6(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-3y+6z=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-3y+6z=0\Rightarrow b+c+d=3$

**Câu 128.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $(\alpha)$ song song với đường thẳng $CD$. Biết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $2x+ay+bz+c=0$, tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

$\overrightarrow{AB}=(-1;1;1)$, $\overrightarrow{CD}=(0;1;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(-2;-1;-1)$.

$(\alpha)$ đi qua $A(1;1;0)$ và có một VTPT là $\vec{n}(2;1;1)\Rightarrow(\alpha):2x+y+z-3=0$.

$\Rightarrow a+b+c=-1$

**Câu 129.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua $M$ và song song với $(P)$ có dạng $3x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+2025c+2024d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

Mặt phẳng $(Q)$ cần tìm song song với mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$ nên có phương trình dạng

$$(Q):3x-2y+z+m=0,\ m\neq -3$$

Vì $M \in (Q)$ nên $(Q): 3.2 - 2.1 + (-3) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 1 = 0 \Rightarrow b + 2025c + 2024d = -1$

**Câu 130.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $AB$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + c + d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB} = (2;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$2(x-0) + (y-0) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2 = 0$

$\Rightarrow a + c + d = 2$

**Câu 131.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua hai điểm $A, B$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3;-3;2)$, vectơ pháp tuyến của mp$(P)$ là $\overrightarrow{n_P} = (1;-3;2)$.

Từ giả thiết suy ra $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right] = (0;8;12)$ là vectơ pháp tuyến của mp$(Q)$.

Mp $(Q)$ đi qua điểm $A(2;4;1)$ suy ra phương trình tổng quát của mp$(Q)$ là:

$0(x-2) + 8(y-4) + 12(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0 \Rightarrow a + b + c = 5$

**Câu 132.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Viết phương trình mặt phẳng $(MNP)$ có dạng $ax + by + cz - 12 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Không mất tính tổng quát, ta giả sử $M$, $N$, $P$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy)$, $(Oxz)$, $(Oyz)$.

Khi đó, $M(2;-3;0)$, $N(2;0;1)$ và $P(0;-3;1)$

$\overrightarrow{MN} = (0;3;1)$ và $\overrightarrow{MP} = (-2;0;1)$.

Ta có, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vectơ không cùng phương và có giá nằm trong $(MNP)$

Do đó, $(MNP)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(3;-2;6)$.

Mặt khác, $(MNP)$ đi qua $M(2;-3;0)$ nên có phương trình là:

$3(x-2)-2(y+3)+6(z-0)=0\Leftrightarrow 3x-2y+6z-12=0$

$\Rightarrow a+b+c=7$

**Câu 133.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ song song với mặt phẳng $(\beta):x+y-z+3=0$ và cách $(\beta)$ một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $ax+by-z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $2025a-2024b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Gọi mặt phẳng $(\alpha)$ cần tìm.

Vì $(\alpha)//(\beta)$ nên phương trình $(\alpha)$ có dạng : $x+y-z+d=0$ với $d\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lấy điểm $I(-1;-1;1)\in(\beta)$.

Vì khoảng cách từ $(\alpha)$ đến $(\beta)$ bằng $\sqrt{3}$ nên ta có :

$d\left(I,(\alpha)\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|-1-1-1+d|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|d-3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=0\\d=6\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện $d\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$).

phương trình $(\alpha)$ là: $x+y-z+6=0;x+y-z=0$

Do $d=6$ nên phương trình $(\alpha)$ là: $x+y-z+6=0\Rightarrow 2025a-2024b+d=7$

**Câu 134.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1):3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2):3x-y+4z+8=0$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ song song và cách đều hai mặt phẳng $(Q_1)$, $(Q_2)$ có dạng $3x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Mặt phẳng $(P)$ có dạng $3x-y+4z+D=0$.

Lấy $M(0;2;0)\in(Q_1)$ và $N(0;8;0)\in(Q_2)$. Do $(Q_1)//(Q_2)$ trung điểm $I(0;5;0)$ của $MN$ phải thuộc vào $(P)$ nên ta tìm được $D=5$.

Vậy $(P):3x-y+4z+5=0\Rightarrow b+c+d=8$.

**Câu 135.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $(\gamma)$ là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $(\alpha): 4x-y-2z-3=0$, $(\beta): 4x-y-2z-5=0$. Phương trình mặt phẳng $(\gamma)$ có dạng $4x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Gọi điểm $A(0;-3;0)\in 4x-y-2z-3=0\ (\alpha)$ và $B(0;-5;0)\in 4x-y-2z-5=0\ (\beta)$.

Mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng trên có dạng: $4x-y-2z+m=0\ (\gamma)$.

Để mặt phẳng $(\gamma)$ cách đều hai mặt phẳng trên thì $d(A;(\beta))=2d(A;(\gamma))\Leftrightarrow |m+3|=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Mặt khác điểm hai điểm $A$, $B$ phải nằm về hai phía của mặt phẳng $(\gamma)$.

Do đó:

+ Với $m=-2$ ta có: $(4.0+3-2.0-2)(4.0+5-2.0-2)>0$ nên $A;B$ cùng phía.

+ Với $m=-4$ ta có: $(4.0+3-2.0-4)(4.0+5-2.0-4)<0$ nên $A;B$ khác phía.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\gamma)$ cần tìm là $4x-y-2z-4=0\Rightarrow b+c-d=1$.

**Câu 136.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC), (P)$ cách đều $D$ và mặt phẳng $(ABC)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $6x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 29

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$

Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(ABC)$ nên $(P)$ có dạng:

$$6x+3y+2z+d=0\ \ (d\neq -12)$$

Vì $(P)$ cách đều $D$ và mặt phẳng $(ABC)$ nên ta có:

$$d(D;(P))=d((ABC);(P))\Leftrightarrow d(D;(P))=d(A;(P))\Leftrightarrow |36+d|=|12+d|\Leftrightarrow d=-24.$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $6x+3y+2z-24=0$.

Vậy $(P)$ là: $6x+3y+2z-24=0\Rightarrow b+c-d=29$

**Câu 137.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)$: $x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng $(P)$ không qua $O$, song song với mặt phẳng $(Q)$ và $d\big((P),(Q)\big)=1$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-6=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Vì mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$

$\Rightarrow vtpt\overrightarrow{n_P}=vtpt\overrightarrow{n_Q}=(1;2;2)$

Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $x+2y+2z+D=0$

Gọi $A(3;0;0)\in(Q)$

$\Rightarrow d\big((P),(Q)\big)=d\big(A,(P)\big)=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{|3+D|}{3}=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3+D=3\\3+D=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=0\quad (L), do\ qua\ O\\D=-6\ (N)\end{array}\right.$

$\Rightarrow x+2y+2z-6=0\Rightarrow a+b+c=5$

**Câu 138.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-5=0$. Mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$, cách $(P)$ một khoảng bằng 3 và cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ dương.

Biết phương trình mặt phẳng $(Q)$ có dạng $ax+by+cz-14=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Ta có, $(Q)$ song song $(P)$ nên phương trình mặt phẳng $(Q):2x-2y+z+C=0;\ C\neq -5$

Chọn $M(0;0;5)\in(P)$

Ta có $d\big((P);(Q)\big)=d\big(M;(Q)\big)=\dfrac{|5+C|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}C=4\\C=-14\end{array}\right.$

$C=4\Rightarrow (Q):2x-2y+z+4=0$ khi đó $(Q)$ cắt $Ox$ tại điểm $M_1(-2;0;0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này $(Q)$ không thỏa đề bài.

$C=-14\Rightarrow (Q):2x-2y+z-14=0$ khi đó $(Q)$ cắt $Ox$ tại điểm $M_2(7;0;0)$ có hoành độ dương do đó $(Q):2x-2y+z-14=0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q):2x-2y+z-14=0\Rightarrow a-b+c=5$.

**Câu 139.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa $A$, $B$ sao cho khoảng cách từ $C$ tới mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ là có dạng $ax+by+cz+23=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 31

Gọi $(P):\begin{cases} qua\ A(1;0;0) \\ VTPT\ \vec{n}=(A;B;C)\neq\vec{0} \end{cases}$

$(P): A.(x-1)+By+Cz=0$

$B\in(P): -A-2B+3C=0 \Leftrightarrow A=-2B+3C \quad (1)$

$(C;(P))=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{|B+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow 3(B^2+C^2+2BC)=4(A^2+B^2+C^2)$

$\Leftrightarrow B^2+C^2-6BC+4A^2=0 \quad (2)$

Thay (1) vào (2) ta có: $B^2+C^2-6BC+4(-2B+3C)^2=0 \Leftrightarrow 17B^2-54BC+37C^2=0$

Cho $C=1$: $17B^2-54B+37=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=1\Rightarrow A=1 \\ B=\frac{37}{17}\Rightarrow A=\frac{-23}{17} \end{array}\right.$

$(P): x+y+x-1=0$

$(P): -23x+37y+17z+23=0$

Do $d=23$ nên $a+b+c=31$

**Câu 140.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(4;2;1)$, $N(0;0;3)$, $Q(2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng chứa $OQ$ và cách đều 2 điểm $M, N$ có dạng $ax-4y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

Gọi $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0 \ \left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.

$O\in(\alpha)$ nên ta có: $D=0 \ (1)$

$Q\in(\alpha)$ nên ta có: $Ax+By+Cz-2A-C=0 \ (2)$

Từ $(1),(2)\Rightarrow C=-2A$.

Theo đề bài: $d\left(M,(\alpha)\right)=d\left(N,(\alpha)\right)$.

$\Leftrightarrow |2A+2B|=|-6A| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2A+B=6A \\ 2A+B=-6A \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=2A \quad (*) \\ B=-4A \quad (**) \end{array}\right.$

Từ $(*)$: Chọn $A=1 \Rightarrow B=2, C=-2 \Rightarrow (\alpha): x+2y-2z=0$.

Từ $(**)$: Chọn $A=1 \Rightarrow B=-4, C=-2 \Rightarrow (\alpha): x-4y-2z=0$.

Do $b=-4$ nên $(\alpha): x-4y-2z=0 \Rightarrow a+c+d=-1$

**Câu 141.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, $(P)$ cách đều $D$ và mặt phẳng $(ABC)$. Phương trình của $(P)$ có dạng $ax+3y+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-16$

$(ABC): \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

$(P)//(ABC) \Rightarrow (P): 6x+3y+2z+m=0 \ (m \neq -12)$.

$(P)$ cách đều $D$ và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow d(D,(P))=d(A,(P))$

$\Leftrightarrow \frac{|6.2+3.4+2.6+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{|6.2+3.0+2.0+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} \Leftrightarrow |36+m|=|12+m| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 36+m=12+m \\ 36+m=-12-m \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow m=-24$ (nhận).

Vậy phương trình của $(P)$ là $6x+3y+2z-24=0$.

$\Rightarrow a+c+d=-16$

**Câu 142.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ và cắt các trục tọa độ $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho $M$ là trọng tâm của tam giác $ABC$. Biết phương trình của $(P)$ có dạng $ax+by+2z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-10$

Theo giả thiết $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ nên ta có thể đặt $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Vì $M(1;2;3)$ là trọng tâm tam giác $ABC$ nên $\left\{\begin{array}{l} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{array}\right.$.

Từ đó ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là:

$(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$.

$\Rightarrow a+b+d=-10$

**Câu 143.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng $(P)$ cắt các trục $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ sao cho $G$ là trọng tâm tứ diện $OABC$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-48=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 19

mặt phẳng $(P)$ cắt các trục $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ nên $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$.

Vì $G$ là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_O}{4}=\dfrac{a}{4} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_O}{4}=\dfrac{b}{4} \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_O}{4}=\dfrac{c}{4} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=4 \\ b=16 \\ c=12 \end{cases}$.

Khi đó mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{16}+\dfrac{z}{12}=1$ hay $12x+3y+4z-48=0$.

Vậy mặt phẳng $(P)$ thỏa mãn là $12x+3y+4z-48=0$.

$\Rightarrow a+b+c=19$

**Câu 144.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(2;1;-3)$ và cắt trục $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ sao cho tam giác $ABC$ nhận $M$ làm trực tâm. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b-c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 18

Giả sử $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c),abc\neq 0$.

Khi đó mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Do $M\in(\alpha)\Rightarrow\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{3}{c}=1\quad(1)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2-a;1;-3),\overrightarrow{BM}=(2;1-b;-3),\overrightarrow{BC}=(0;-b;c),\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Do $M$ là trực tâm tam giác $ABC$ nên: $\begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-b-3c=0\\ -2a-3c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-3c\\ a=-\dfrac{3c}{2}\end{cases}\quad(2)$

Thay $(2)$ vào $(1)$ ta có: $-\dfrac{4}{3c}-\dfrac{1}{3c}-\dfrac{3}{c}=1\Leftrightarrow c=-\dfrac{14}{3}\Rightarrow a=7,b=14.$

Do đó $(\alpha):\frac{x}{7}+\frac{y}{14}-\frac{3z}{14}=1\Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0.$

$\Rightarrow b-c-d=18$

**Câu 145.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P):x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0),B(-2;2;-1),C(5;-1;3)$. Tích $a.b.c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Ta có: $\begin{cases}a+b+c=6\\MA^2=MB^2\\MA^2=MC^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=6\\(a-1)^2+(b-6)^2+b^2=(a+2)^2+(b-2)^2+(c+1)^2\\(a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a-5)^2+(b+1)^2+(c-3)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=6\\3a+4b+c=14\\4a-7b+3b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\Rightarrow abc=6.\\c=3\end{cases}$

**Câu 146.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua $M$ và cắt các trục tọa độ $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại các điểm $A$, $B$, $C$ không trùng với gốc tọa độ sao cho $M$ là trực tâm tam giác $ABC$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $3x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b-c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Gọi $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$

Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1(a.b.c\neq 0)$

Vì $(P)$ qua $M$ nên $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1\quad(1)$

Ta có: $\overrightarrow{MA}=(a-3;-2;-1);\overrightarrow{MB}=(-3;b-2;-1);\overrightarrow{BC}=(0;-b;c);\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Vì M là trực tâm của tam giác $ABC$ nên: $\begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=c\\3a=c\end{cases}(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $a=\frac{14}{3};b=\frac{14}{2};c=14.$

Khi đó phương trình $(P):\ 3x+2y+z-14=0\Rightarrow b-c-d=0$

**Câu 147.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2), B(2;-2;0), C(-2;0;1)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$, trực tâm $H$ của tam giác $ABC$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz+4=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b-c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;6;-8)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $x+6y-8z+10=0$.

Phương trình mặt phẳng qua $B$ và vuông góc với $AC$ là: $2x+y+z-2=0$.

Phương trình mặt phẳng qua $C$ và vuông góc với $AB$ là: $2x-3y-2z+6=0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm $H$ của tam giác $ABC$ nên $H\left(-\frac{22}{101};\frac{70}{101};\frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$, $H$ nên $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AH}=\left(-\frac{22}{101};-\frac{31}{101};-\frac{26}{101}\right)=-\frac{1}{101}(22;31;26)$.

Mặt phẳng $(P)\perp(ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P}\perp\vec{n}_{(ABC)}=(1;6;-8)$.

Vậy $\left[\vec{n}_{(ABC)};\vec{u}_{AH}\right]=(404;-202;-101)$ là một vectơ pháp tuyến của $(P)$.

Chọn $\vec{n}_P=(4;-2;-1)$ nên phương trình mặt phẳng $(P)$ là $4x-2y-z+4=0$.

$\Rightarrow a+b-c=3$

**Câu 148.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia $Ox,Oy$ lần lượt tại hai điểm $M,N$ ( không trùng với gốc tọa độ $O$ ) sao cho $OM=2ON$. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+3z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a-b-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Giả sử $(P)$ đi qua 3 điểm $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

Suy ra $(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Mà $(P)$ đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ nên ta có hệ $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1\\ \frac{2}{b}+\frac{2}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ \frac{2}{b}+\frac{2}{c}=1\end{cases}$

Theo giả thuyết ta có $OM=2ON\Leftrightarrow|a|=2|b|\Leftrightarrow|b|=1$

TH1. $b=1 \Rightarrow c=-2$ suy ra $(P): x+2y-z-2=0$

TH2. $b=-1 \Rightarrow c=-\dfrac{2}{3}$ suy ra $(P): x-2y+3z-2=0$

Do $c=3$ nên $(P): x-2y+3z-2=0 \Rightarrow a-b-d=5$

**Câu 149.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$, $B(6;-3;0)$ và mặt phẳng $(P)$ sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, $(P)$ cắt $AB$ tại $I(a;b;c)$ nằm trên đoạn thẳng $AB$. Tính $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Gọi $H$, $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ và $B$ lên mặt phẳng $(P)$

Suy ra $BK=d(B;(P))$, $AH=d(A;(P))$ do $AH \perp (P)$; $BK \perp (P)$ nên $AH \,//\, BK$

Suy ra $A$, $H$, $K$, $B$ đồng phẳng và ta có $\Delta IKB \backsim \Delta IHA$ (góc – góc)

Suy ra $\dfrac{BI}{AI}=\dfrac{BK}{AH}=\dfrac{d(B;(P))}{d(A;(P))}=2 \Rightarrow BI=2AI$ mà $I$ thuộc đoạn $AB$ nên $\overrightarrow{BI}=-2\overrightarrow{AI}$

Ta có $\overrightarrow{BI}(a-6;b+3;c), \overrightarrow{AI}(a-2;b-3;c-4)$

$$\overrightarrow{BI}=-2\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \begin{cases} a-6=-2(a-2) \\ b+3=-2(b-3) \\ c=-2(c-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{10}{3} \\ b=1 \\ c=\dfrac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c=7.$$ Vậy $S=7$.

**Câu 150.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho độ dài $OA$, $OB$, $OC$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng $3$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $Ax+By+z+D=0$, $(A,B,D \in \mathbb{R})$. Giá trị của biểu thức $A+B+D$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-6$

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, điều kiện $a>0; b>0; c>0$

Độ dài $OA, OB, OC$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng $3$

Suy ra $\begin{cases} OB=3OA \\ OC=3OB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3a \\ c=3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3a \\ c=9a \end{cases}$ nên $A(a;0;0), B(0;3a;0), C(0;0;9a)$

Khi đó phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{3a}+\dfrac{z}{9a}=1$.

Vì $M(1;2;3)\in(\alpha)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{3a}+\frac{3}{9a}=1\Leftrightarrow 6=3a\Leftrightarrow a=2$

$\Rightarrow(\alpha):\frac{x}{2}+\frac{y}{6}+\frac{z}{18}=1\Leftrightarrow(\alpha):9x+3y+z-18=0\Rightarrow A=9,B=3,D=-18\Rightarrow A+B+D=-6$

**Câu 151.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$ là trực tâm của $\Delta ABC$ với $A,B,C$ là ba điểm lần lượt nằm trên các trục $Ox,Oy,Oz$ (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A,B,C$ có dạng $mx+ny+pz-14=0$, $(m,n,p\in\mathbb{Z})$. Khi đó $m+n+p$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Giả sử: $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AH}(1-a;2;3);\ \overrightarrow{BH}(1;2-b;3);\ \overrightarrow{BC}(0;-b;\ c);\overrightarrow{AC}(-a;\ 0;\ c)$

Do $H$ là trực tâm tam giác $ABC$ nên ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2b+3c=0\\ -a+3c=0\end{cases}$

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ và do $H\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1.$

Do đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases}-2b+3c=0\\ -a+3c=0\\ \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b\\ c=\frac{2b}{3}\\ \frac{1}{2b}+\frac{2}{b}+\frac{9}{2b}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=14\\ b=7\\ c=\frac{14}{3}\end{cases}.$

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{3z}{14}=1\Leftrightarrow x+2y+3z-14=0.$

Vậy $m+n+p=6$.

**Câu 152.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+4y-2z-6=0$, $(Q):x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm $A$, $B$, $C$ sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $c+b-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Mặt phẳng $(P):x+4y-2z-6=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;4;-2)$.

Mặt phẳng $(Q):x-2y+4z-6=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;4)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(12;-6;-6)$, cùng phương với $\vec{u}=(2;-1;-1)$.

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Ta có đường thẳng $d$ có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;-1)$ và đi qua điểm $M(6;0;0)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(\frac{1}{a};\frac{1}{b};\frac{1}{c}\right)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa $d \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\ M\in(\alpha)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{2}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0\\ \frac{6}{a}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\ \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{3}(*)\end{cases}$.

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Leftrightarrow OA=OB=OC \Leftrightarrow |a|=|b|=|c| \Leftrightarrow |b|=|c|=6$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b=c=6$.

Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{6}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow x+y+z-6=0$.

$\Rightarrow c+b-d=8$

**Câu 153.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên $Oz$ một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia $Ox,Oy$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Giả sử mặt phẳng $(\alpha)$ cắt các tia $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$ (với $m,n,p>0$)

Theo giả thiết có $OC=2OA=2OB\Rightarrow p=2m=2n \quad (1)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1$.

Do mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(1;-3;8)$ nên $\frac{1}{m}-\frac{3}{n}+\frac{8}{p}=1 \quad (2)$

Thay $(1)$ vào $(2)$ ta được $\frac{1}{m}-\frac{3}{m}+\frac{8}{2m}=1\Leftrightarrow\frac{2}{m}=1\Leftrightarrow m=2\Rightarrow m=n=2, p=4$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 2x+2y+z-4=0$

$\Rightarrow b+c-d=7$

**Câu 154.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ qua $O$, vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y+z=0$ và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $5x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c+2025d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-5$

• PT mặt phẳng $(P)$ qua $O$ nên có dạng: $Ax+By+Cz=0$ (với $A^2+B^2+C^2\neq 0$).

• Vì $(P)\perp(Q)$ nên: $1.A+1.B+1.C=0\Leftrightarrow C=-A-B$ (1)

• $d(M,(P))=\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{|A+2B-C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow(A+2B-C)^2=2\left(A^2+B^2+C^2\right)$ (2)

Từ (1) và (2) ta được: $8AB+5B^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}B=0 & (3)\\ 8A+5B=0 & (4)\end{array}\right.$

• Từ (3): B = 0 $\Rightarrow$ C = –A. Chọn A = 1, C = –1 $\Rightarrow (P): x-z=0$

• Từ (4): 8A + 5B = 0. Chọn A = 5, B = –8 $\Rightarrow$ C = 3 $\Rightarrow (P): 5x-8y+3z=0$.

Do $a=5$ nên phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $5x-8y+3z=0\Rightarrow b+c+2025d=-5$

**Câu 155.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua hai điểm $A,B$ sao cho khoảng cách từ $C$ đến $(P)$ bằng khoảng cách từ $D$ đến $(P)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+by+cz-4=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng: $ax+by+cz+d=0$ $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$.

Ta có: $\begin{cases}A\in(P)\\ B\in(P)\\ d(C,(P))=d(D,(P))\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b+2c+d=0\\ a+3b+d=0\\ \dfrac{|-3a+4b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=2a,c=4a,d=-7a\\ c=2a,b=a,d=-4a\end{array}\right.$

+ Với $b=2a,c=4a,d=-7a\Rightarrow(P): x+2y+4z-7=0$

+ Với $c=2a,b=a,d=-4a\Rightarrow(P): x+y+2z-4=0$.

Do $d=-4$ nên phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $x+y+2z-4=0\Rightarrow a+b+c=4$

**Câu 156.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc $(P)$ sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết $M$ có hoành độ nguyên, khi đó giá trị của biểu thức $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Gọi $M(a;b;c)$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{R}$, $c\in\mathbb{R}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(a-3;b-1;c-7)$ và $\overrightarrow{BM}=(a-5;b-5;c-1)$.

Vì $\begin{cases}M\in(P)\\MA=MB=\sqrt{35}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}M\in(P)\\MA^2=MB^2\\MA^2=35\end{cases}$ nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}2a-b-c+4=0\\(a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=(a-5)^2+(b-5)^2+(c-1)^2\\(a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b-c=-4\\4a+8b-12c=-8\\(a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=c\\c=a+2\\(a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=a+2\\c=a+2\\3a^2-14a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=2\\c=2\end{cases}\text{, (do } a\in\mathbb{Z}\text{).}$$

Ta có $M(2;2;0)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=4$

**Câu 157.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $4x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 11

Phương trình mặt chắn cắt tia $Ox$ tại $A(a;0;0)$, cắt tia $Oy$ tại $B(0;b;0)$, cắt tia $Oz$ tại $C(0;0;c)$ có dạng là $(P)$: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ (với $a>0$, $b>0, c>0$).

Theo đề: $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}\Leftrightarrow\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{b}{2}\\c=2b\end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng $(P)$ nên ta có:

$\frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{3}{b}+\frac{-2}{2b}=1\Leftrightarrow\frac{4}{b}=1\Leftrightarrow b=4$.Khi đó $a=2$, $c=8$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1\Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$

$\Rightarrow b+c-d=11$

**Câu 158.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Có bao nhiêu mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M$ và cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ mà $OA=OB=OC\neq 0$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $abc\neq 0\Rightarrow (ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Mà $OA=OB=OC\neq 0\Rightarrow\begin{cases}|b|=|a|\\|c|=|a|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\pm a\\c=\pm a\end{cases}$

Trường hợp 1: $b=a;c=a$

$\Rightarrow (ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{a}+\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=8$

Trường hợp 2: $b=a;c=-a$

$\Rightarrow (ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{a}-\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{a}-\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=-2$

Trường hợp 3: $b=-a;c=a$

$\Rightarrow (ABC):\frac{x}{a}-\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}-\frac{2}{a}+\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=-4$

Trường hợp 4: $b=-a;c=-a$

$\Rightarrow (ABC):\frac{x}{a}-\frac{y}{a}-\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}-\frac{2}{a}-\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=-6$

Vậy có 4 mặt phẳng $(\alpha)$

**Câu 159.** Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục $Ox, Oy$ lần lượt tại $B, C$ khác $O$ thỏa mãn diện tích tam giác $OBC$ bằng 1?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi $B(a;0;0)$, $C(0;b;0)$ lần lượt là giao điểm của $(P)$ với các trục $Ox, Oy$.

Phương trình mặt phẳng $(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{4}=1$.

Vì $M(2;1;3)$ thuộc $(P)$ nên ta có $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{3}{4}=1 \Leftrightarrow \frac{2}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow 4a+8b=ab$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta OBC}=\frac{1}{2}OB.OC=\frac{1}{2}|a|.|b|=\frac{1}{2}|ab|=1 \Leftrightarrow |ab|=2$

Xét hệ phương trình $\begin{cases}4a+8b=ab\\ab=2\end{cases},(I)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4a+8b=2\\ab=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b=1\\2ab=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=1-4b\\(1-4b)b=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=1-4b\\4b^2-b+4=0,(vn)\end{cases}$. Hệ vô nghiệm.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}4a+8b=ab\\ab=-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4a+8b=-2\\ab=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b=-1\\2ab=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=-1-4b\\(-1-4b)b=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=-1-4b\\4b^2+b-4=0\end{cases}$. Hệ có hai nghiệm.

Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 160.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+3y+z+1=0$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với $(\alpha)$, cắt các tia $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại các điểm $A$, $B,C$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $6$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 10

Do $(P)$ song song với $(\alpha)$ nên $(P)$ có phương trình: $2x+3y+z+m=0$, điều kiện $m\neq 1$.

Khi đó: $(P)$ cắt các tia $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại các điểm là: $A\left(-\frac{m}{2};0;0\right)$, $B\left(0;-\frac{m}{3};0\right)$, $C(0;0;-m)$,

với $m<0$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $6$ nên $\frac{1}{6}OA.OB.OC=6$

$\Leftrightarrow \frac{1}{6}.\left|-\frac{m}{2}\right|.\left|-\frac{m}{3}\right|.|-m|=6 \Leftrightarrow -\frac{m^3}{36}=6$ (do $m<0$) $\Leftrightarrow m^3=-216 \Leftrightarrow m=-6$ (thỏa mãn).

Ta có: $(P):2x+3y+z-6=0 \Rightarrow b+c-d=10$.

**Câu 161.** *Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ $Ox,Oy$ tại hai điểm cách đều $O$. Giả sử $(P)$ có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(Q)$ có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-9$

**Cách 1**

Xét mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $x+by+cz+d=0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ $Ox, Oy$ tại hai điểm cách đều $O$.

Vì $(\alpha)$ đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+b+c+d=0 \\ -2b+2c+d=0 \end{cases} \quad (*)$$

Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt các trục tọa độ $Ox, Oy$ lần lượt tại $M(-d;0;0), N\left(0;\dfrac{-d}{b};0\right)$.

Vì $M, N$ cách đều $O$ nên $OM=ON$. Suy ra: $|d|=\left|\dfrac{d}{b}\right|$.

Nếu $d=0$ thì chỉ tồn tại duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán (mặt phẳng này sẽ đi qua điểm $O$).

Do đó để tồn tại hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán thì: $|d|=\left|\dfrac{d}{b}\right| \Leftrightarrow b=\pm 1$.

• Với $b=1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c+d=-2 \\ 2c+d=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=4 \\ d=-6 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng $(P)$: $x+y+4z-6=0$

• Với $b=-1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c+d=0 \\ 2c+d=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2 \\ d=2 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng $(Q)$: $x-y-2z+2=0$

Vậy: $b_1b_2+c_1c_2=1.(-1)+4.(-2)=-9$.

**Cách 2**

$\overrightarrow{AB}=(-1;-3;1)$

Xét mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $x+by+cz+d=0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ $Ox, Oy$ tại hai điểm cách đều $O$

lần lượt tại $M, N$. Vì $M, N$ cách đều $O$ nên ta có 2 trường hợp sau:

**TH1:** $M(a;0;0), N(0;a;0)$ với $a\neq 0$ khi đó $(\alpha)$ chính là $(P)$. Ta có $\overrightarrow{MN}=(-a;a;0)$, chọn $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_1}\right]=(-1;-1;-4)$,

suy ra $(P): x+y+4z+d_1=0$

**TH2:** $M(-a;0;0), N(0;a;0)$ với $a\neq 0$ khi đó $(\alpha)$ chính là $(Q)$. Ta có $\overrightarrow{MN}=(a;a;0)$, chọn $\overrightarrow{u_2}=(1;1;0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;1;2)$,

suy ra $(Q): x-y-2z+d_2=0$

Vậy: $b_1b_2+c_1c_2=1.(-1)+4.(-2)=-9$.

**Câu 162.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia $Ox, Oy, Oz$ tại $A, B, C$ ($A, B, C$ không trùng với gốc tọa độ ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $40,5$

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Mặt phẳng $(P)$ có phương trình ( theo đoạn chắn): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}} \Rightarrow a.b.c\geq 243$.

$V_{OABC}=\frac{1}{6}a.b.c\geq \frac{243}{6}=\frac{81}{2}$.

Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $40,5$

**Câu 163.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng đi qua $M$ và cắt 3 tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại các điểm $A$, $B, C$ (khác $O$) sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $6x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $41$

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Phương trình mặt phẳng $(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$; $OA+OB+OC=a+b+c$

$M(1;4;9)\in(P)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=1$. Áp dụng BĐT Bunhiacopxki**:**

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}\right)(a+b+c)=\left(\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{4}{b}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{9}{c}}\right)^2\right)\left(\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2+\left(\sqrt{c}\right)^2\right)\geq(1+2+3)^2.$$

$\Rightarrow a+b+c\geq 36.$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=1\\ \frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}\end{cases}\xrightarrow{a+b+c=49}\begin{cases}a=6\\ b=12\\ c=18\end{cases}$.

Nên $(P):\frac{x}{6}+\frac{y}{12}+\frac{z}{18}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-36=0$

$\Rightarrow b+c-d=41$

**Câu 164.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng $(P): x+Ay+Bz+C=0$ chứa trục $Oz$ và cách điểm $M$ một khoảng lớn nhất, khi đó tính tổng $A+B+C$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Vì $(P)$ chứa trục $Oz$ nên luôn có $d(M;(P)) \le d(M;Oz)$.

Suy ra $d(M;(P))$ đạt giá trị lớn nhất bằng $d(M;Oz)=MH$, với $H$ là hình chiếu của $M$ trên trục $Oz$.

Ta có $H(0;0;3)$. Vậy $(P)$ đi qua $H(0;0;3)$, có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MH}(-1;-2;0)$.

$(P): -x-2y=0 \Leftrightarrow x+2y=0 \Rightarrow A=2; B=C=0 \Rightarrow A+B+C=2$

**Câu 165.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;6;-5)$. Lấy điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(Oxy)$ sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Lấy $G(1;3;-1)$ là trọng tâm của tam giác $ABC$.

Ta có: $MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$.

Do đó $MA^2+MB^2+MC^2$ bé nhất khi $MG$ bé nhất.

Hay $M$ là hình chiếu của điểm $G$ lên mặt phẳng $Oxy$.

Vậy $M(1;3;0) \Rightarrow S=a+b+c=4$

**Câu 166.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(3;2;1)$, $B(-2;3;6)$. Điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ thay đổi thuộc mặt phẳng $(Oxy)$. Khi $\left|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất hãy tìm giá trị của biểu thức $T=x_M+y_M+z_M$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi điểm $H$ thỏa mãn $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}=\vec{0}$ khi đó: $\begin{cases} x_H=\dfrac{x_A+3x_B}{1+3} \\ y_H=\dfrac{y_A+3y_B}{1+3} \\ z_H=\dfrac{z_A+3z_B}{1+3} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{11}{4};\dfrac{19}{4}\right)$.

Phương trình mặt phẳng $(Oxy)$ là $z=0$.

Xét $T=\frac{z_H}{1}=\frac{19}{4}$ do đó tọa độ điểm $M$ cần tìm là: $\begin{cases}x_M=x_H-aT\\y_M=y_H-bT\\z_M=z_H-cT\end{cases}\Rightarrow M\left(-\frac{3}{4};\frac{11}{4};0\right)$.

Vậy $T=x_M+y_M+z_M=-\frac{3}{4}+\frac{11}{4}+0=2$

**Câu 167.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;3)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;-3)$ và mặt phẳng $(P):x+y-z-4=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho biểu thức $T=\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Ta có $\overrightarrow{IA}=(1-x;-1-y;3-z)\Rightarrow 3\overrightarrow{IA}=(3-3x;-3-3y;9-3z)$

$\overrightarrow{IB}=(2-x;1-y;-z)\Rightarrow 2\overrightarrow{IB}=(4-2x;2-2y;-2z)$

$\overrightarrow{IC}=(-3-x;-1-y;-3-z)$

Khi đó $3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=(-2x-4;-2y-6;-2z+6)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2x-4=0\\-2y-6=0\\-2z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-3\\z=3\end{cases}$. Vậy $I(-2;-3;3)$

Ta có $T=\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)-2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)\right|=2\left|\overrightarrow{MI}\right|$

Suy ra $T_{\min}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MI}\right|_{\min}$ khi và chỉ khi $M$ là hình chiếu của $I$ lên mặt phẳng $(P)$

Đường thẳng $MI$ đi qua $I(-2;-3;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình tham số là

$MI:\begin{cases}x=-2+t\\y=-3+t\\z=3-t\end{cases}$. Lấy $M(-2+t;-3+t;3-t)\in MI$

Mặt khác $M\in(P)\Rightarrow(-2+t)+(-3+t)-(3-t)-4=0\Rightarrow t=4$

Suy ra $M(2;1;-1)$.

Vậy $a+b+c=2$

**Câu 168.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và điểm $M$ thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z+7=0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 27

Gọi $I$ là điểm thỏa mãn: $3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow$ Tọa độ điểm $I=(-23;20;-11)$

Khi đó: $3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}=3\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)+5\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)-7\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)$

$=-\overrightarrow{IM}+\left(3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}\right)=-\overrightarrow{IM}$.

Nên: $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|=\left|-\overrightarrow{IM}\right|=IM\ge d\left(I,(\alpha)\right)$

Vậy: $P_{\min}=d\left(I,(\alpha)\right)=\dfrac{\left|2.(-23)-20+2(-11)+7\right|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=27$.

**Câu 169.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0$. Xét $M$ là điểm thay đổi thuộc $(P)$, tính giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 135

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ suy ra $I(-1;1;1)$

$IA^2=27$; $IB^2=12$; $d\left(I,(P)\right)=3$

$2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2=5MI^2+90$

Mà $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

Suy ra $MI\ge d\left(I,(P)\right)=3$

Vậy $2MA^2+3MB^2\ge 5.9+90=135$

**Câu 170.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):3x+3y-2z-29=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc $(P)$ sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Gọi $I$ là điểm thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ $(*)$.

Khi đó, $(*)\Leftrightarrow\overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{OB}+\dfrac{3}{5}\overrightarrow{OC}=(2;1;1)\Leftrightarrow I(2;1;1)$.

Mặt khác, áp dụng tính chất tâm tỉ cự của hệ điểm $\Rightarrow T=5MI^2+IA^2+IB^2+3IC^2$.

Vì $IA^2+IB^2+3IC^2$ là hằng số nên suy ra $T$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MI$ đạt GTNN

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ \overrightarrow{IM} \text{ cùng phương } \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+3b-2c=29 \\ \dfrac{a-2}{3}=\dfrac{b-1}{3}=\dfrac{c-1}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c=8$.

**Câu 171.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$, $C(-1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+8=0$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(P)$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=2MA^2+MB^2-MC^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 102

Gọi $I$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI}\right)+\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI}\right)-\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OI}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OC}=(1;0;4)$

$\Leftrightarrow I(1;0;4)$.

Khi đó, với mọi điểm $M(x;y;z)\in(P)$, ta luôn có:

$T=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=2\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}.\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right)+2\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2-\overrightarrow{IC}^2$

$=2MI^2+2IA^2+IB^2-IC^2$.

Ta tính được $2IA^2+IB^2-IC^2=30$.

Do đó, $T$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MI$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MI\perp(P)$.

Lúc này, $IM=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.1-0+2.4+8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=6$.

Vậy $T_{\min}=2.6^2+30=102$.

**Câu 172.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10;-5;8)$, $B(2;1;-1)$, $C(2;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Xét $M$ là điểm thay đổi trên $(P)$ sao cho $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 282

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-10-x;-5-y;8-z)$, $\overrightarrow{IB}=(2-x;1-y;-1-z)$, $\overrightarrow{IC}=(2-x;3-y;-z)$.

Khi đó, $\begin{cases}(-10-x)+2(2-x)+3(2-x)=0\\(-5-y)+2(1-y)+3(3-y)=0\\(8-z)+2(-1-z)+3(-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1\end{cases}\Rightarrow I(0;1;1)$.

Với điểm $M$ thay đổi trên $(P)$, ta có

$MA^2+2MB^2+3MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right)$

$=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2$ (Vì $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$).

Ta lại có $IA^2+2IB^2+3IC^2=185+2.8+3.9=228$.

Do đó, $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$.

Khi đó, $MI=d\left(I,(P)\right)=3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2+2MB^2+3MC^2$ bằng: $6MI^2+228=6.9+228=282$.

Giá trị nhỏ nhất của $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt được khi và chỉ khi $M$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$.

**Câu 173.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-1;0)$, $C(-4;0;-2)$. Gọi $I$ là điểm trên mặt phẳng $(Oxy)$ sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P):4x+3y+2=0$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Khi đó: $\begin{cases}-1-a-2(3-a)+3(-4-a)=0\\2-b-2(-1-b)+3(0-b)=0\\5-c-2(0-c)+3(-2-c)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{19}{2}\\b=2\\c=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow M\left(-\dfrac{19}{2};2;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|=\left|\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{IM}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{IM}+3\overrightarrow{MC}\right|$

$=\left|2\overrightarrow{IM}+\left(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right)\right|=2\left|\overrightarrow{IM}\right|=2IM$.

Biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của $M$ lên $(Oxy)\Leftrightarrow I\left(-\dfrac{19}{2};2;0\right)$.

Khoảng cách từ điểm $I$ đến mặt phẳng $(P)$ là: $d(I;(P))=\dfrac{\left|4.\left(-\dfrac{19}{2}\right)+3.2+2\right|}{\sqrt{4^2+3^2}}=6$.

**Câu 174.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;2), B(1;1;0), C(3;0;1)$ và mặt phẳng $(Q): x+y+z-5=0$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(Q)$ sao cho thỏa mãn biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá nhỏ nhất, khi đó giá trị của $3T$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 34

Gọi điểm $G$ thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, suy ra $G\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3};1\right)$. Khi đó

$$\begin{aligned}T&=MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2\\&=3MG^2+2\overrightarrow{MG}.\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+GA^2+GB^2+GC^2\\&=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2\\&\geq 3\left[d\left(G,(Q)\right)\right]^2+GA^2+GB^2+GC^2.\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $M$ là hình chiếu của $G$ lên mặt phẳng $(Q)$.

Ta có $d\left(G,(Q)\right)=\dfrac{\left|\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}+1-5\right|}{\sqrt{3}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\overrightarrow{GA}=\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};1\right)\Rightarrow GA^2=\dfrac{26}{9}$; $\overrightarrow{GB}=\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};-1\right)\Rightarrow GB^2=\dfrac{11}{9}$; $\overrightarrow{GC}=\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3};0\right)\Rightarrow GC^2=\dfrac{29}{9}$.

Vậy $\min T=3.\dfrac{4}{3}+\dfrac{26}{9}+\dfrac{11}{9}+\dfrac{29}{9}=\dfrac{34}{3}$ khi $M$ là hình chiếu của $G$ lên mặt phẳng $(Q)$.

$\Rightarrow 3T=3.\dfrac{34}{3}=34$

**Câu 175.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;-1)$. Điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+2=0$ sao cho $3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-7$

Gọi $I$ là điểm thảo mãn $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases}x_I=\dfrac{3x_A+2x_B+x_C}{6}=-\dfrac{1}{6}\\ y_I=\dfrac{3y_A+2y_B+y_C}{6}=\dfrac{1}{3}\\ z_I=\dfrac{3z_A+2z_B+z_C}{6}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow I\left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right).$

Ta có $3MA^2+2MB^2+MC^2=3\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)^2+2\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)^2$

$=3IA^2+2IB^2+IC^2+6IM^2+2\overrightarrow{MI}\left(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)$

$=3IA^2+2IB^2+IC^2+6IM^2.$

Do đó $3MA^2+2MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $I$ trên

$(P)\Rightarrow M\left(-\dfrac{11}{18};-\dfrac{1}{9};\dfrac{5}{9}\right)\Rightarrow\min\left(3MA^2+2MB^2+MC^2\right)=\dfrac{61}{6}$

$S=18a+9b+9c=-7$

**Câu 176.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$ và mặt phẳng $-3(x-1)-3(y-7)-3(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-10=0$ Gọi $M(a;b;c)$ thuộc $(\alpha)$ sao cho $MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S=a+b+c.$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Gọi điểm $I(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}.$

Mà $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=(1-x;4-y;5-z)\\ \overrightarrow{IB}=(3-x;4-y;-z)\\ \overrightarrow{IC}=(2-x;-1-y;-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{IA}=(1-x;4-y;5-z)\\ \overrightarrow{IB}=(3-x;4-y;-z)\\ 3\overrightarrow{IC}=(6-3x;-3-3y;-3z)\end{cases}$

$\Rightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=(10-5x;5-5y;5-5z)$

Do đó: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\\ z=1\end{cases}\Rightarrow I(2;1;1).$

Mặt khác: $MA^2+MB^2+3MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=5MI^2+2.MI.\left(\underbrace{\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}}_{\vec{0}}\right)+IA^2+IB^2+3IC^2$

Vì $I,A,B,C$ cố định nên $IA^2+IB^2+3IC^2$ không đổi

Do đó: $MA^2+MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $I$ trên mặt phẳng $(\alpha)$.

Phương trình đường thẳng $A(a;0;0),\ B(0;b;0),\ C(0;0;c)$ qua $a,b,c$ và vuông góc với mặt phẳng

$\frac{2}{a}-\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$ là: $O$

Gọi $(ABC)$ Tọa độ của $M$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-1}{-2}\\ 3x-3y-2z-12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3x+6=3y-3\\ -2x+4=3z-3\\ 3x-3y-2z-12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{7}{2}\\ y=-\frac{1}{2}\\ z=0\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2};0\right).$$

Vậy $a=\frac{7}{2},b=-\frac{1}{2},c=0\Rightarrow S=a+b+c=3.$

**Câu 177.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là có dạng $x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 12

Ta có: $d\left(M,(P)\right)\le MA$

Nên $d\left(M,(P)\right)_{max}=MA$ khi $A$ là hình chiếu của $M$ trên mặt phẳng $(P)$.

Suy ra $AM\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$ là vectơ pháp tuyến của $(P)$.

$(P)$ đi qua $A(1;7;2)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(-3;-3;-3)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$-3(x-1)-3(y-7)-3(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-10=0$

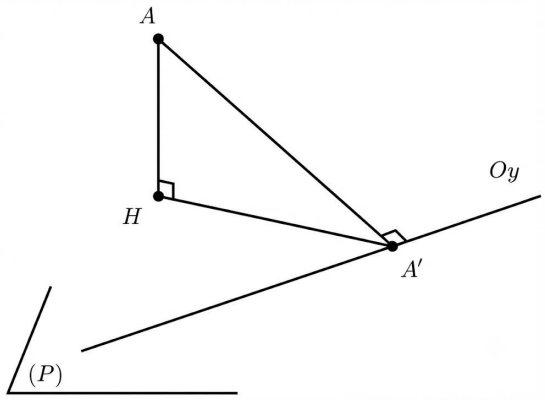
$\Rightarrow b+c-d=12$

**Câu 178.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Oy$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ là lớn nhất. Phương trình của $(P)$ có dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$



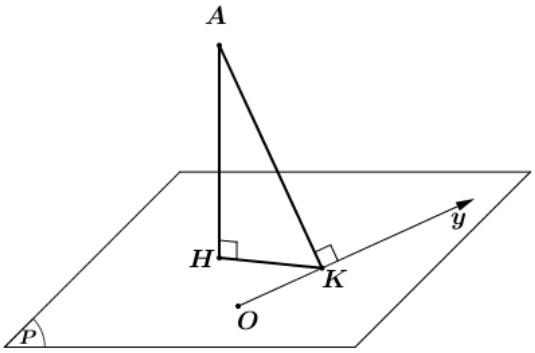

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A$ lên mặt phẳng $(P)$, $A'$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A$ lên trục $Oy$ suy ra $A'(0;1;0)$. Khi đó khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ là đoạn thẳng $AH \le AA'$. Độ dài đoạn thẳng $AH$ dài nhất khi $H$ và $A'$ trùng nhau. Khi đó mặt phẳng $(P)$ nhận $\overrightarrow{A'A}=(2;0;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Suy ra phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A'(0;1;0)$ có VTPT: $\overrightarrow{A'A}=(2;0;-1)$ là: $2(x-0)+0(y-1)+(-1)(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x-z=0$. Suy ra $b+c-d=-1$

**Câu 179.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Oy$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất. Phương trình của $(P)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S=a+b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2




Gọi $H$ và $K$ lần lượt là hình chiếu của $A$ trên $(P)$ và trục $Oy$.

Ta có $d(A,(P))=AH \le AK$. Do đó khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất khi $H \equiv K(0;1;0)$.

Khi đó $(P)$ đi qua $K(0;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}=(-2;0;-1)=-(2;0;1)$ nên có phương trình là $2x+z=0 \Rightarrow S=a+b+d=2$

**Câu 180.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Ox$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất. . Phương trình của $(P)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S=a+b+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;2)$ lên trục $Ox$ là $M(1;0;0)$.

Khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất nên mặt phẳng $(P)$ có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$ nên

$0.(x-1)+2(y-0)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow y+z=0$

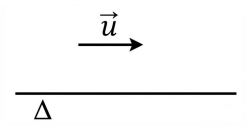
$\Rightarrow S=a+b+d=1$

# BÀI 15
# PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

## 1. Phương trình đường thẳng

### a. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là **vectơ chỉ phương** của đường thẳng $\Delta$ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với $\Delta$.

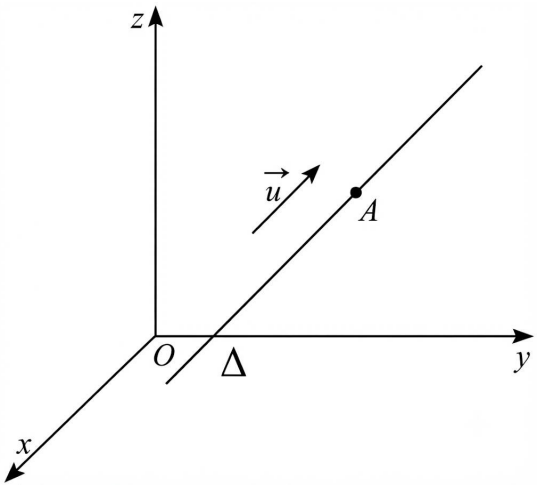



**Chú ý:**

- Đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.
- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$.

### b. Phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng $\Delta$ ($t$ là tham số, $t \in \mathbb{R}$)




**Chú ý:**

- Với các số $a,b,c$ không đồng thời bằng $0$, hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ xác định đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$.
- Từ phương trình tham số của đường thẳng, mỗi giá trị của tham số tương ứng với một điểm thuộc đường thẳng đó và ngược lại

### c. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ với $a,b,c$ là các số khác $0$. Hệ phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng $\Delta$.

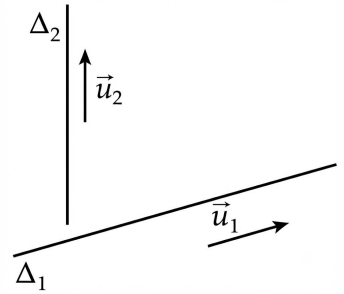
### d. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

- Phương trình tham số : $\begin{cases}x=x_A+(x_B-x_A)t\\y=y_A+(y_B-y_A)t\\z=z_A+(z_B-z_A)t\end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$
- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$ (với $x_B\neq x_A, y_B\neq y_A, z_B\neq z_A$)

## 2. Hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó : $\Delta_1\perp\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1.\vec{u}_2=0\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$




## 3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ lần lượt đi qua các điểm $A_1(x_1;y_1;z_1), A_2(x_2;y_2;z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó:

- $\Delta_1\ //\ \Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1\notin\Delta_2$.
- $\Delta_1\equiv\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1\in\Delta_2$.
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ cắt nhau $\begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0}\\\overrightarrow{A_1A_2}\perp[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0}\\[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{A_1A_2}=0\end{cases}$
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{A_1A_2}\neq0$

**Chú ý:** Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1:\begin{cases}x=x_1+a_1t_1\\y=y_1+b_1t_1\\z=z_1+c_1t_1\end{cases}\ (t_1\in\mathbb{R}),\quad \Delta_2:\begin{cases}x=x_2+a_2t_2\\y=y_2+b_2t_2\\z=z_2+c_2t_2\end{cases}\ (t_2\in\mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn $t_1,t_2$ : $\begin{cases}x_1+a_1t_1=x_2+a_2t_2\\y_1+b_1t_1=y_2+b_2t_2\\z_1+c_1t_1=z_2+c_2t_2\end{cases}\ (*)$

Khi đó :

- $\Delta_1\equiv\Delta_2\Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1\ //\ \Delta_2\Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- $\Delta_1$ cắt $\Delta_2\Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow\vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## CHỦ ĐỀ 1
## CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

## DẠNG 1
## XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG
## XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

### 1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng $\Delta$ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng $\Delta$.
  Nếu $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với $\Delta$ thì $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.
- Phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$.
- Phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng: $\dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$ $(a.b.c \neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$.

**Chú ý:**

- Trục $Ox$ có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.
- Trục $Oy$ có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.
- Trục $Oz$ có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

### 2. Điểm thuộc và không thuộc đường thẳng

- Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và đường thẳng $\Delta$ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$.

Khi đó:

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{x_M - y_0}{b} = \frac{x_M - z_0}{c}$$

$$M \notin \Delta \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} \dfrac{x_M - x_0}{a} \neq \dfrac{x_M - y_0}{b} \\ \dfrac{x_M - y_0}{b} \neq \dfrac{x_M - z_0}{c} \end{array} \right.$$

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng $\Delta$ có phương trình $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$.

Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow t=\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c}$$

$$M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\t=\dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình: $\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

a) Xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

b) Xác định hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình: $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

a) Xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

b) Xác định hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{-2}=\frac{z-2}{-1}$.

a) Xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

b) Xác định hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$:

a) biết đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $M,N$ với $M\left(1;-2;1\right),N\left(0;1;3\right)$.

b) biết đường thẳng $d$ song song $BC$ với $B\left(1;1;1\right),C\left(3;4;0\right)$.

c) biết đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=1+4t\\z=-4\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

d) biết đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right):x-3y+2z+1=0$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$:

a) biết đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $\left(P\right):x+3y-2z-2028=0$ và vuông góc vectơ $\vec{a}=\left(1;1;0\right)$.

b) biết đường thẳng $d$ song song với hai mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y-z+2027=0$ và $\left(Q\right):x-2y+2026=0$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1+t\\z=5-2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng $d$? điểm nào không thuộc đường thẳng $d$?

a) $M(11;2;4)$.

b) $N(5;0;3)$.

c) $P(10;3;-3)$.

d) $Q(8;-3;1)$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng $d$? điểm nào không thuộc đường thẳng $d$?

a) $M(-1;-2;-3)$.

b) $N(-2;1;-2)$.

c) $P(1;2;3)$.

d) $Q(2;-1;2)$.

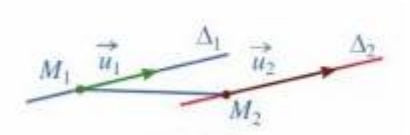
# DẠNG 2
# VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG
# KHOẢNG CÁCH

**1. Để xét vị trí tương đối đường thẳng ta có hai cách sau:**

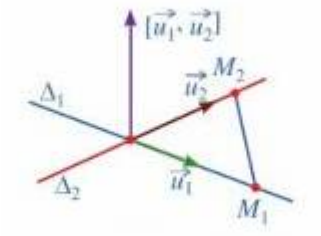
**Cách 1:**

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ lần lượt đi qua các điểm $M_1(x_1;y_1;z_1), M_2(x_2;y_2;z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó:

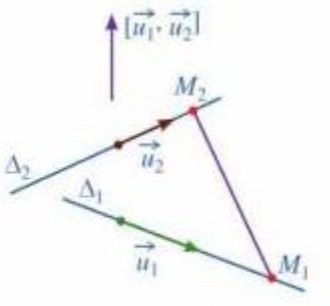
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $M_1 \notin \Delta_2$.
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $M_1 \in \Delta_2$.
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2}=0 \end{cases}$
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$




$\Delta_1$ song song $\Delta_2$




$\Delta_1$ cắt $\Delta_2$




$\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau

**Cách 2:**

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1: \begin{cases} x=x_1+a_1t_1 \\ y=y_1+b_1t_1 \\ z=z_1+c_1t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2: \begin{cases} x=x_2+a_2t_2 \\ y=y_2+b_2t_2 \\ z=z_2+c_2t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn $t_1, t_2$: $\begin{cases} x_1+a_1t_1=x_2+a_2t_2 \\ y_1+b_1t_1=y_2+b_2t_2 \\ z_1+c_1t_1=z_2+c_2t_2 \end{cases}$ $(*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- $\Delta_1$ cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.

- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

**Nhận xét :**

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

- Hai $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]\neq\vec{0}$.
- Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$.
- Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$.

## 2. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ và đường thẳng $\Delta$ đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đồng thời có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Khi đó khoảng cách từ điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ đến một đường thẳng $\Delta$ được xác định bởi công thức: $d(A,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM_0},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}$.

**Chú ý:** Công thức trên chỉ dùng cho trắc nghiệm, chứ trong sách giáo khoa không đề cập đến.

## 3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- Hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ trùng nhau hoặc cắt nhau thì có khoảng cách bằng $0$.
- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:**

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ lần lượt đi qua các điểm $M_1(x_1;y_1;z_1), M_2(x_2;y_2;z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó **khoảng cách giữa hai đường thẳng** được xác định bởi công thức: $d(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\left|\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{M_1M_2}\right|}{\left|\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]\right|}$

**Chú ý:** Công thức trên chỉ dùng cho trắc nghiệm, chứ trong sách giáo khoa không đề cập đến.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M$ đến đường thẳng $\Delta$ biết:

a) điểm $M\left(-1;0;-1\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}$.

b) điểm $M\left(2;-4;-1\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$.

c) điểm $M\left(2;-1;0\right)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau và tính khoảng cách giữa chúng.

a) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=1+t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=2-t'\\y=1+t'\left(t'\in\mathbb{R}\right)\\z=2-t'\end{cases}$

b) $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d':\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

c) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\quad\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=3-t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\left(t'\in\mathbb{R}\right)\\z=5-2t'\end{cases}$

d) $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\left(t\in\mathbb{R}\right)\\z=5+t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{2}$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1$ và $d'$ sau đây.

a) $d_1:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+5t'\\y=2+t'\\z=-2-2t'\end{cases}$.

b) $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=4+mt\\y=3-t\quad\left(t\in\mathbb{R}\right),\\z=2+2t\end{cases}$

với $m$ là tham số. Tìm giá trị của tham số $m$ để $\Delta_1$ và $\Delta_2$ vuông góc.

# DẠNG 4
# VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG
# KHOẢNG CÁCH

## 1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$

**Cách 1:** Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

- Nếu hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương thì $d$ cắt $(P)$.
- Nếu hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương và $M(x_0;y_0;z_0)\notin(P)$ thì $d//(P)$.
- Nếu hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương và $M(x_0;y_0;z_0)\in(P)$ thì $d\subset(P)$.

**Cách 2:** Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\\Ax+By+Cz+D=0\end{cases}$ (*)

- Nếu (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt $(P)$
- Nếu (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d//(P)$
- Nếu (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(P)$

## 2. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng

- Đường thẳng trùng hoặc cắt mặt phẳng thì có khoảng cách giữa chúng bằng $0$.
- Đường thẳng song song mặt phẳng thì có khoảng cách giữa chúng chính là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng đến mặt phẳng.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của đường thẳng $\Delta$ với mặt phẳng $(P)$ và tính khoảng cách giữa chúng.

a) $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$ và $(P):\ 2x+3y-4z+3=0$.

b) $\Delta:\begin{cases}x=1+3t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$ và $(P):\ x+4y-2z-3=0$.

c) $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $(P):\ 2x-2y-z+1=0$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm $M$ là giao điểm của:

a) đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(Oxy)$.

b) trục $Oy$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2026z-2027=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm $M$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ biết:

a) đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0.$

b) đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$ ($m$ là tham số).

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$ ($m,n$ là tham số). Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\ 2x+my-3z+m-2=0$ ($m$ là tham số) và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+4t\\y=1-t\\z=1+3t\end{cases}$. Với giá trị nào của $m$ thì $d$ cắt $(P)$?

# CHỦ ĐỀ 2
# LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

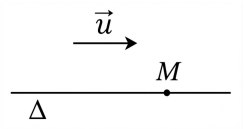
## DẠNG 1
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

**Cần phải nắm vững:**

- Trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng $\Delta$ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng $\Delta$. Nếu $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ ($\vec{n}_1,\vec{n}_2$ không cùng phương) cùng vuông góc với $\Delta$ thì $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]$.

**Dạng 1.** Lập phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(a;b;c)$

**Phương pháp giải:**

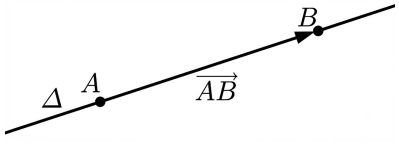



Ta có: $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}:\vec{u}_\Delta=(a;b;c)\end{cases}$

- Phương trình tham số đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$
- Nếu $a.b.c\neq 0$ thì phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$

**Dạng 2.** Lập phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $A$ và $B$.

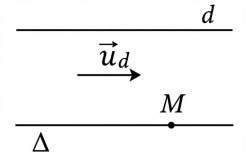
**Phương pháp giải:**




Ta có: $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } A \text{ (hay } B)\\ \Delta \text{ có VTCP}:\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AB}\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 3.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua điểm $M$ và song song với đường thẳng $d$.

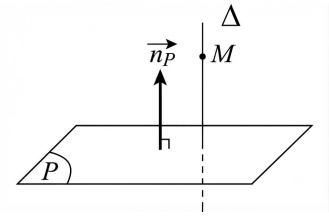
**Phương pháp giải:**




Ta có $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \vec{u}_d\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 4.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0.$

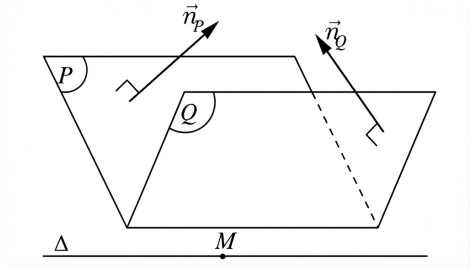
**Phương pháp giải:**




Ta có $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (A;B;C)\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 5.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và song song với $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

**Phương pháp giải:**

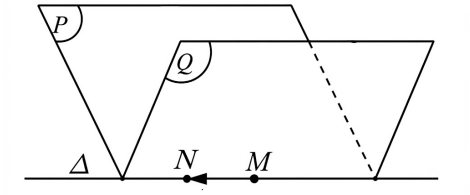



Ta có $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 6.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

**Phương pháp giải:**

**Cách 1:**



$\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ nên mọi điểm thuộc $\Delta$ là nghiệm của hệ:

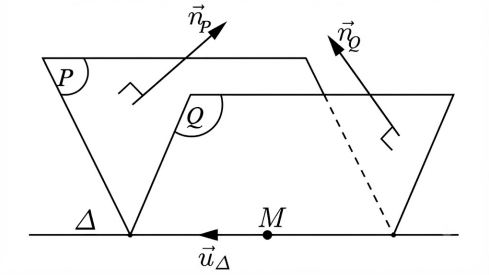
$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$$

Chọn $x=0$ ta có hệ sau: $\begin{cases} B_1y+C_1z+D_1=0 \\ B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ và giải tìm được $y,z$, suy ra điểm $M$.

Chọn $y=0$ ta có hệ sau: $\begin{cases} A_1x+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ và giải tìm được $x,z$, suy ra điểm $N$.

Ta có $\begin{cases} \Delta \text{ đi qua } M \\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \overrightarrow{MN} \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Cách 2:**



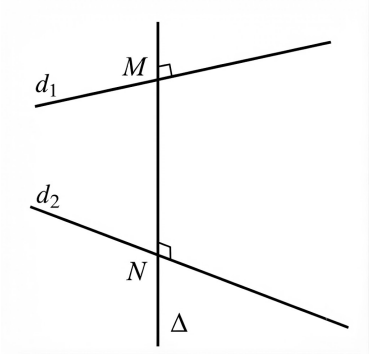

Chọn $x=0$ (hoặc $y=0$ hoặc $z=0$), ta có hệ sau: $\begin{cases} B_1y+C_1z+D_1=0 \\ B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ và giải tìm được $y,z$, suy ra điểm $M$.

Vecto chỉ phương của $\Delta$ là: $\vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_P;\vec{n}_Q\right]$.

Ta có $\begin{cases} \Delta \text{ đi qua } M \\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_P;\vec{n}_Q\right] \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 7.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ là đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=x_1+a_1t_1 \\ y=y_1+b_1t_1 \\ z=z_1+c_1t_1 \end{cases} (t_1\in\mathbb{R})$, $d_2: \begin{cases} x=x_2+a_2t_2 \\ y=y_2+b_2t_2 \\ z=z_2+c_2t_2 \end{cases} (t_2\in\mathbb{R})$.

**Phương pháp giải:**




**Bước 1:** Đường thẳng $d_1$ và $d_2$ có vecto chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_{d_1}=(a_1;b_1;c_1), \vec{u}_{d_2}=(a_2;b_2;c_2)$

Gọi $M = d_1 \cap \Delta \Rightarrow M\left(x_1 + a_1t_1; y_1 + b_1t_1; z_1 + c_1t_1\right)$ và $N = d_2 \cap \Delta \Rightarrow N\left(x_2 + a_2t_2; y_2 + b_2t_2; z_2 + c_2t_2\right)$

Tính $\overrightarrow{MN}$ theo $t_1$ và $t_2$

**Bước 2:** Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_{d_1} \\ \overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases}$, giải hệ này tìm được $t_1$ và $t_2$, suy ra 2 điểm $M, N$.

**Bước 3:** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M$ (hoặc $N$) có vecto chỉ phương $\overrightarrow{MN}$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{1-x}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z+2}{2}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ trong mỗi trường hợp sau:

a) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;3;4)$.

b) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $M\left(2;-1;3\right)$ và $N\left(3;0;4\right)$.

c) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$.

d) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua $B(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_2: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+5}{3}$.

e) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua $C(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 1 = 0$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(BCD)$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A$ và song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 3 = 0$ và $(\beta): x + y + z - 1 = 0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1$, $d_2$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d$ có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)$: $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ qua $M$ vuông góc với $d$ và song song với $(P)$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ cắt đồng thời vuông góc với $d$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với $d$.

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A$, vuông góc với $d$ và cắt trục $Oy$.

**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A$, vuông góc với $d_1$ và cắt $d_2$.

**Bài 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Viết phương trình đường thẳng song song với $d_3$ và cắt đồng thời $d_1$ và $d_2$.

**Bài 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc mặt phẳng $(P)$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$.

**Bài 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$. Viết phương trình $\Delta$ thuộc mặt phẳng chứa $d$ và $d'$ đồng thời cách đều hai đường thẳng $d$ và $d'$.

**Bài 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng $\Delta$ cắt $(P)$ và $d$ lần lượt tại hai điểm $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn $MN$.

**Bài 17.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t, t\in\mathbb{R}, \\ z=2-t \end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ tại điểm $I$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(P)$ sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm $I$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ của điểm $I$ trên đường thẳng $\Delta$.

**Bài 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng $d$ thay đổi, song song với trục $Oz$ và cách trục $Oz$ một khoảng bằng $2$. Biết khoảng cách từ $A$ đến $d$ lớn nhất, hãy viết phương trình tham số của $d$.

## DẠNG 2
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-2;3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M$ và vuông góc với đường thẳng $d$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A\left(0;1;0\right)$ và chứa đường thẳng $\left(\Delta\right):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa $d$ và $d'$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(3;-1;0\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ chứa $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $\left(\alpha\right)$ lớn nhất.

# DẠNG 3
# TÌM TOẠ ĐỘ ĐIỂM, ĐIỂM ĐỐI XỨNG VÀ HÌNH CHIẾU

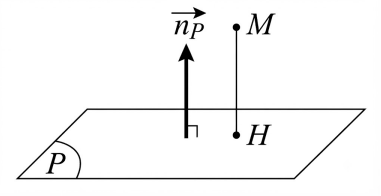
**Dạng 1.** Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên mặt phẳng $(P)$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua mặt phẳng $(P)$.

**Phương pháp giải:**

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên mặt phẳng $(P)$.



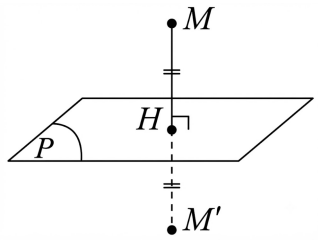

**Bước 1:** Viết phương trình đường thẳng $MH$ qua $M$ và vuông góc với $(P)$.

Ta có $\begin{cases} MH \text{ đi qua } M \\ MH \text{ có VTCP}: \vec{u}_{MH}=\vec{n}_P=(A;B;C) \end{cases}$, suy ra phương trình đường thẳng $MH:\begin{cases} x=x_M+At \\ y=y_M+Bt \\ z=z_M+Ct \end{cases}$

**Bước 2:** Ta có $H\in MH\Rightarrow H=(x_M+At;y_M+Bt;z_M+Ct)$

Mà $H=MH\cap(P)$ nên $H\in(P)$, do đó $A(x_M+At)+B(y_M+Bt)+C(z_M+Ct)+D=0$, giải tìm được $t$, suy ra được điểm $H$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua mặt phẳng $(P)$.




$M'$ là điểm đối xứng của điểm $M$ qua $(P)$ nên $H$ là trung điểm $MM'$, do đó toạ độ điểm $M'$ là:

$$\begin{cases} x_{M'}=2x_H-x_M \\ y_{M'}=2y_H-y_M \\ z_{M'}=2z_H-z_M \end{cases}$$

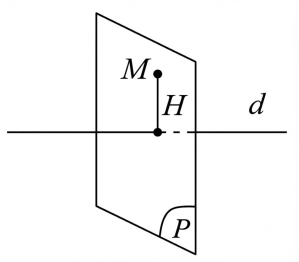
**Dạng 2.** Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên đường thẳng $d$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua đường thẳng $d$.

**Phương pháp giải:**

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên đường thẳng $d$.



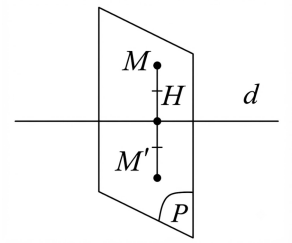

**Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $M$ và vuông góc đường thẳng $d$.

Ta có $\begin{cases}(P)\ đi\ qua\ M(x_M;y_M;z_M)\\(P)\ có\ VTPT: \vec{n}_P=\vec{u}_d=(a;b;c)\end{cases}$, suy ra phương trình mặt phẳng $(P)$.

**Bước 2:** Ta có $H\in d\Rightarrow H=(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$

Mà $H=d\cap(P)$ nên $H\in(P)$, do đó thay toạ độ điểm $H$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$, giải tìm được $t$, suy ra được điểm $H$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua đường thẳng $d$.




$M'$ là điểm đối xứng của điểm $M$ qua $d$ nên $H$ là trung điểm $MM'$, do đó toạ độ điểm $M'$ là:

$$\begin{cases}x_{M'}=2x_H-x_M\\y_{M'}=2y_H-y_M\\z_{M'}=2z_H-z_M\end{cases}$$

**Chú ý:** Để tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên đường thẳng $d$, ta còn có cách sau gọn hơn:

**Bước 1:** Ta có $H\in d\Rightarrow H=(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$

**Bước 2:** Tính $\overrightarrow{MH}=(x_0+at-x_M;y_0+bt-y_M;z_0+ct-z_M)$

**Bước 3:** Do $\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}_d$ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}_d=0$, giải phương trình này tìm được $t$, suy ra được điểm $H$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu của điểm $M$ trên đường thẳng $\Delta$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $M$ qua đường thẳng $\Delta$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu của điểm $A$ trên đường thẳng $d$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $A$ qua đường thẳng $d$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu của điểm $A$ trên mặt phẳng $(\alpha)$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $A$ qua mặt phẳng $(\alpha)$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $d'$ đối xứng với đường thẳng $d$ qua mặt phẳng $(\alpha)$.

# CHỦ ĐỀ 4
# ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

## DẠNG 1
## TOẠ ĐỘ HOÁ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

**Bài 1.** Cho tứ diện $OABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc và $OA=OB=2$, $OC=\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm $O$ đến mặt phẳng $(ABC)$.

**Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với đáy. Góc giữa $SC$ và mặt đáy bằng $45°$. Gọi $E$ là trung điểm $BC$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $DE$ và $SC$.

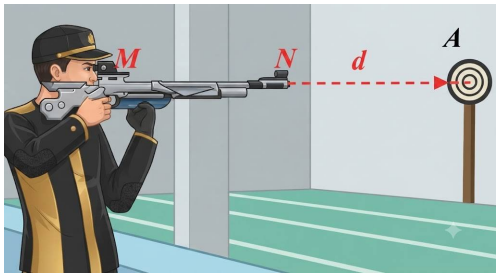
**Bài 3.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $AA'=a\sqrt{3}$. Trên $BB'$ lấy điểm $N$ sao cho $BN=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Tính khoảng cách từ $B'$ đến mặt phẳng $(AC'N)$.

**Bài 4.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $a$. Gọi $K$ là trung điểm $DD'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK$ và $A'D$.

**Bài 5.** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm $O$ cạnh $a$, $AA'=a$ và góc $\widehat{ABC}=60°$. Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $AA'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $MO$ và $C'D$.

## DẠNG 2
## ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

**Bài 1.** Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng 3D trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ đang ngắm với tọa độ khe ngắm và đầu ruồi lần lượt là $M(3;3;1,5)$, $N(3;4;1,5)$.




a) Viết phương trình tham số của đường nắm bắn của xạ thủ (xem như đường thẳng $MN$).

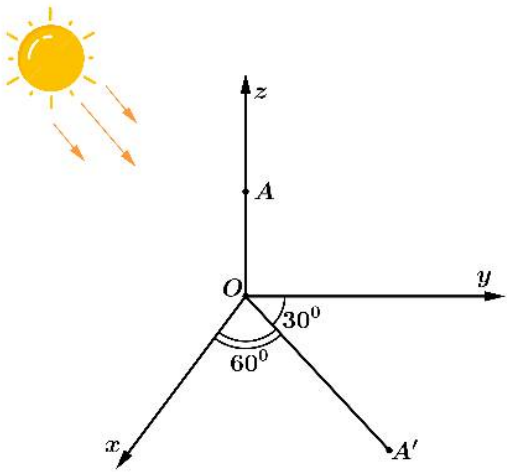
b) Hồng tâm đặt tại điểm $A(3;5;1,5)$, hỏi xạ thủ có bắn trúng hồng tâm không?

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;3;4)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;6)$. Hỏi viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu trong mỗi tình huống sau hay không?

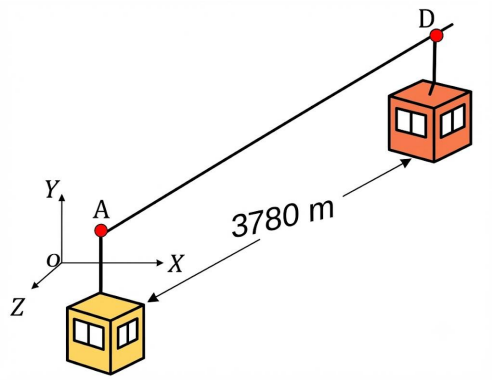
a) Mục tiêu đặt tại điểm $M\left(7;\frac{7}{2};21\right)$

b) Mục tiêu đặt tại điểm $N(-3;1;-8)$.

**Bài 3.** Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6m vuông góc với mặt đất có chân cột đặt tại ví trí $O$ trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời thì bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam góc $60°$ tạo với hướng đông góc $30°$). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là $O$, tia $Ox$ chỉ hướng nam, tia $Oy$ chỉ hướng đông, tia $Oz$ chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét.

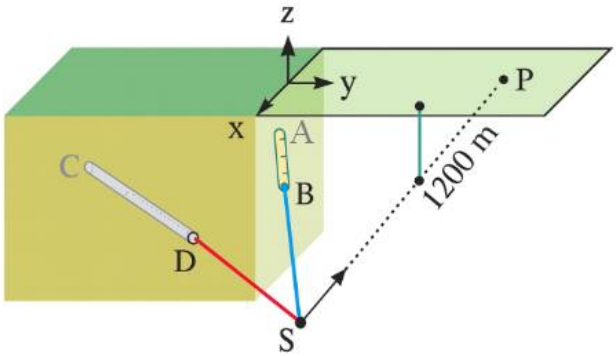


**Bài 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là $1\text{m}$), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí $D$ cách điểm $A$ một khoảng $3780\text{m}$. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}=(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí $B$ có hoành độ $x_B=550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường $AD$ là bao nhiêu giây?



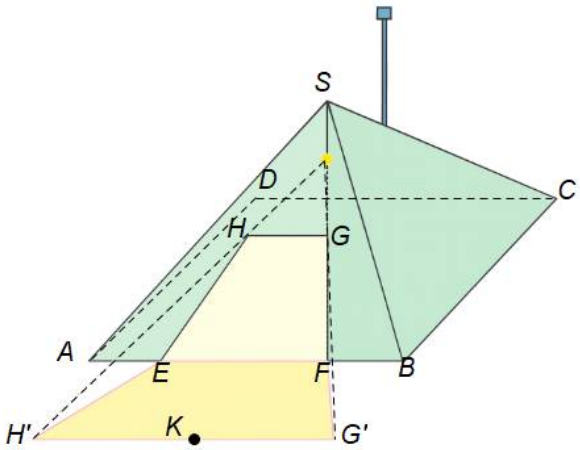

**Bài 5.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(2;-2;1)$ với tốc độ $4,5$ m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Một camera giám sát an toàn đặt tại $I(50;-10;50)$. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi cabin xuất phát thì cabin gần camera giám sát an toàn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$ ( Mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 100 m và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng). Từ điểm $A(-7;-3;-8)$ qua điểm $B(-2;0;-9)$ là một đường hầm thẳng thứ nhất được đào xuyên vào núi.




Tương tự, từ điểm $C(4;-6;-6)$ qua điểm $D(7;-1;-8)$ một đường hầm thẳng thứ hai cũng sẽ được xây dựng. Sau khi khoang xong 2 đường hầm sẽ gặp nhau tại điểm $S$. Từ điểm $S$, đường hầm Kuckucksloch tiếp tục đào theo hướng véc tơ $(2;1;2)$, cho đến khi đến điểm $P$ trên mặt đất mà đường hầm sẽ chạm tới. Trên đoạn $SP$, cách $P$ một khoảng 1200 m sẽ đào một lối thoát hiểm thẳng đứng. Tính độ sâu cần đào bằng bao nhiêu mét?

**Bài 7.** Một cái lều có dạng hình chóp tứ giác đều, đáy rộng 8 m và cao 3 m.




Cửa vào là hình thang $EFGH$ trong đó đoạn $AE = FB$, với $|EF| = 4m, G$ và $H$ lần lượt là trung điểm của các đoạn $ES$ và $FS$. Một nguồn sáng đặt cách đỉnh $S$ $1m$ ở phía dưới. Ánh sáng chiếu ra ngoài qua cửa vào, tạo thành một vùng được chiếu sáng $EFG'H'$.

Ở giữa cạnh sau $CD$ của lều có gắn một camera trên một cột thẳng đứng. Camera phải đặt ở độ cao ít nhất là bao nhiêu mét để quan sát được điểm $K$ là trung điểm của $H'G'$?

# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, trục $Ox$ có vectơ chỉ phương là:

**A.** $\vec{u}_1=(2026;0;0)$ **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(0;0;1)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;1;0)$

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, biết đường thẳng $d$ song song trục $Oz$, khi đó đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là:

**A.** $\vec{u}_1=(1;0;0)$ **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(0;0;-3)$ **D.** $\vec{u}_4=(0;-2;0)$

**Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ chỉ phương của trục $Oy$?

**A.** $\vec{u}_1=(0;1;0)$ **B.** $\vec{u}_2=(0;-5;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(0;-2027;0)$ **D.** $\vec{u}_4=(0;0;1)$

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(Oyz)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(0;0;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;0;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;0;1)$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(Oxy)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(0;0;-4)$. **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;0;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;0;1)$.

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Veccto nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;1;1)$.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}=(2;4;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;5;3)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;1)$.

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

**A.** $\vec{u}=(3;-1;5)$ **B.** $\vec{u}=(-1;1;-2)$ **C.** $\vec{u}=(-3;1;5)$ **D.** $\vec{u}=(1;-1;-2)$

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(-1;2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(3;-6;-9)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-2;-3)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;4;3)$.

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

**A.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-4t\\z=4-5t\end{cases}$

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$.

**A.** $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi $M_1$, $M_2$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên các trục $Ox$, $Oy$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $M_1M_2$?

**A.** $\vec{u}=(-1;2;0)$ **B.** $\vec{u}=(0;2;0)$ **C.** $\vec{u}=(1;2;0)$ **D.** $\vec{u}=(1;0;0)$

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-2t\\y=-4+3t\\z=1\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(-2;3;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(-2;3;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(5;-4;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;3;0)$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(1;2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}_3=(-1;2;-3)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;-1;1)$.

**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P):2x-y-2z-2027=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(2;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}_2=(-2;1;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(4;-2;-4)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;-1;2)$.

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc $d$?

**A.** $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

**A.** $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$.

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc $d$?

**A.** $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$. Đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ đi qua điểm nào sau sau đây?

**A.** $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

**Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ ?

**A.** $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1), N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho trên?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ và các điểm $M(-1;3;1), N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Có mấy điểm không thuộc đường thẳng $(d)$ cho trước?

**A.** 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

**A.** Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ và $d':\begin{cases}x=-2t\\y=-5+3t\\z=4+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.**song song. **B.**trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z+1}{-8}$ và $d':\dfrac{x-7}{-6}=\dfrac{y-2}{9}=\dfrac{z}{12}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

**A.** song song. **B.**trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+12t\\y=2+6t\\z=3+3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=7+8t\\y=6+4t\\z=5+2t\end{cases}$ có vị trí tương đối là:

**A.**trùng nhau. **B.**song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ có vị trí tương đối là:

**A.** trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $d$ cắt và không vuông góc với $(P)$. **B.** $d$ vuông góc với $(P)$.

**C.** $d$ song song với $(P)$. **D.** $d$ nằm trong $(P)$.

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** $d\subset(P)$. **B.** $d\ //\ (P)$. **C.** $d$ cắt $(P)$. **D.** $d\perp(P)$.

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+4t\\z=3t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** $d\ //\ (P)$. **B.** $d\subset(P)$. **C.** $d$ cắt $(P)$. **D.** $d\perp(P)$.

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha):\ 2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng $d$: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-t\end{cases}$.

**A.** $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 2.

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa $\Delta$ và $(P)$ là

**A.** $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách $d$ giữa $\Delta$ và $(P)$.

**A.** $d=2$ **B.** $d=\dfrac{5}{3}$ **C.** $d=\dfrac{2}{3}$ **D.** $d=\dfrac{1}{3}$

**Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

**A.** $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

**A.** $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

**Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ bằng

**A.** $\sqrt{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases}$, $t\in R$ và mặt phẳng $(P)$: $z-3=0$ lần lượt là $d(H,d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

**A** $d(H,d_1)>d(H,(P))$. **B.** $d(H,(P))>d(H,d_1)$.

**C.** $d(H,d_1)=6.d(H,(P))$. **D.** $d(H,(P))=1$.

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng bao nhiêu?

**A.** $\dfrac{2\sqrt{145}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3$.

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\frac{x}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa $d$ và $d'$ là

**A.** $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** $0$.

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng $(P)$ trong đó: $d_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{3};d_2:\frac{-x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

**A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

**Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của $d$ với mặt phẳng $(Oxy)$ có tọa độ là

**A.** $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=4+2t\\z=1-3t\end{cases}$ với mặt phẳng $(Oxz)$ có tọa độ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của $2027x_0+2028y_0-z_0$ bằng bao nhiêu ?

**A.** $4054$. **B.** $4047$. **C.** $4056$. **D.** $4057$.

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d:\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$ với mặt phẳng $(Oyz)$ có tọa độ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của $2027x_0+y_0-z_0$ bằng bao nhiêu ?

**A.** $4$. **B.** $3$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu ?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $5$. **D.** $-2$.

**Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ là:

**A.** Vô số. **B.** $1$. **C.** Không có. **D.** $2$.

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=3+3t \end{cases}$ là:

**A.** $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng $d$ với mặt phẳng $(ABC)$. Tính tổng $S=a+b-c$.

**A.** $6$. **B.** $5$. **C.** $-7$. **D.** $11$.

**Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1+2t' \\ y=4+2t \\ z=-1-t \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của $d$ và $d'$ là:

**A.** $(1;6;2)$. **B.** $(1;6;-2)$. **C.** $(-1;6;-2)$. **D.** $(-1;-6;-2)$.

**Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của $d$ và $d'$ là $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

**A.** $1$. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** $3$.

**Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2-t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng $\Delta$ và $d$ là $M(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $-3$. **D.** $2$.

**Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$?

**A.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$ **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

**Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số trục $Oz$ là

**A.** $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=2026-2027t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $Oy$ có phương trình tham số là

**A.** $\begin{cases} x=t \\ y=t(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$.

**B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

**C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$.

**D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

**Câu 56.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số nào sau đây không phải là phương trình tham số của trục $Ox$?

**A.** $\begin{cases} x=-2027+2028t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**D.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**Câu 57.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của $d$ là:

**A.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$.

**B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$.

**C.** $\begin{cases} x=7+5t \\ y=4+2t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

**D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

**Câu 58.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng $MN$ có phương trình tham số là

**A.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$.

**B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

**C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

**D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

**Câu 59.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A, B$ có dạng $\begin{cases} x=a \\ y=b-2t \\ z=-2+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

**A.** 5 **B.** 7 **C.** 0 **D.** 11

**Câu 60.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, đường thẳng $\Delta$ đi qua 2 điểm $A, B$ có phương trình dạng: $\begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

**A.** 2 **B.** $-3$ **C.** 0 **D.** 4

**Câu 61.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;1)$. Gọi $A$, $B$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên các trục $Ox$, $Oz$. Khi đó, đường thẳng $\Delta$ đi qua 2 điểm $A, B$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

**Câu 62.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$. Gọi $A$, $B$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên các mặt $(Oxy)$, $(Oxz)$. Khi đó, đường thẳng $\Delta$ đi qua 2 điểm $A, B$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}$.

**Câu 63.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng $d$ có phương trình là:

**A.** $\dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$ **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$

**C.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ **D.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$

**Câu 64.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases} x = a + 4t \\ y = -2 + bt \\ z = 1 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tính $a + b + 2c$.

**A.** 0 **B.** 10 **C.** $-5$ **D.** 5

**Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ $(Oxy)$ có phương trình tham số là:

**A.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

**Câu 66.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

**Câu 67.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=b+t \\ z=5+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+2c$.

**A.** 0 **B.** 1 **C.** $-1$ **D.** 3

**Câu 69.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là:

**A.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

**C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

**Câu 70.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Phương trình đường thẳng đi qua $A$ và song song với $BC$ có dạng: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{1-z}{c}$. Tính $b+4c$.

**A.** 0. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 10.

**Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(BCD)$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

**Câu 72.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $(P): x+z-5=0$ và $(Q): x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

**A.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$ **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$

**C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-1}$ **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$

**Câu 73.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P):2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A$ song song với mặt phẳng $(P)$ và vuông góc với $d$ là:

**A.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

**B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

**C.** $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$.

**D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

**Câu 74.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $d$.

**A.** $(T):x+y+2z+1=0$.

**B.** $(P):x-2y+z+1=0$.

**C.** $(Q):x-2y-z+1=0$.

**D.** $(R):x+y+z+1=0$.

**Câu 75.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là:

**A.** $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z-1=0$. **C.** $x+y+z-1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

**Câu 76.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A$ và vuông góc với đường thẳng $d$ là

**A.** $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

**Câu 77.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $O$, song song với $\Delta$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là

**A.** $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

**Câu 78.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

**A.** $-2x-y+9z-36=0$.

**B.** $2x-y-z=0$.

**C.** $6x+9y+z+8=0$.

**D.** $6x+9y+z-8=0$.

**Câu 79.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm $A$ và chứa đường thẳng $d$?

**A.** $(P):5x+2y+4z-5=0$.
**B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.
**C.** $(P):5x-2y-4z-5=0$.
**D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

**Câu 80.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa $d_1$ và $(P)$ song song với đường thẳng $d_2$ là

**A.** $(P):x+5y+8z-16=0$.
**B.** $(P):x+5y+8z+16=0$.
**C.** $(P):x+4y+6z-12=0$.
**D.** $(P):2x+y-6=0$.

**Câu 81.** Trong không gian $Oxy$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $\Delta$ và $\Delta'$.

**A.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

**Câu 82.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và $d'$?

**A.** $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$.
**B.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.
**C.** $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$.
**D.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

**Câu 83.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q):x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=5-t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $A$, song song với $d$ và vuông góc với $(Q)$ là :

**A.** $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

**Câu 84.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+y-3=0$ và $(Q):2x-y+z-3=0$.

**A.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=3+t\\z=-2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

**Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua $A$, song song với $(P)$ và $(Q)$?

**A.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$

**Câu 86.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

**A.** $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

**Câu 87.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Điểm $M$ thuộc đường thẳng $d$ sao cho $M$ cách $A$ một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm $M$ là

**A.** $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$. **B.** $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.

**C.** $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$. **D.** $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

**Câu 88.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+3t \\ z=-2t \end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của $M$ lên $\Delta$. Tính $a+b+c$.

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $-1$. **D.** $-3$.

**Câu 89.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi $A'$ là điểm đối xứng với $A$ qua $(P)$, khi đó tính $OA'$ bằng bao nhiêu?

**A.** $OA'=\sqrt{46}$. **B.** $OA'=\sqrt{186}$. **C.** $OA'=12$. **D.** $OA'=14$.

**Câu 90.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, cắt $d$ và song song với mặt phẳng $(P)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến $\Delta$.

**A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 91.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua $A$, cắt trục $Oz$ và song song với $(P)$ có phương trình là

**A.** $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$. **B.** $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.

**C.** $\frac{x+4}{-4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+8}{4}=\frac{y+6}{3}=\frac{z-10}{-7}$.

**Câu 92.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua $A$, vuông góc với $d$ và cắt trục $Ox$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$

**Câu 93.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $d$ là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc $d$ ?

**A.** $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

**Câu 94.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa $d$ và $d'$, đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

**A.** $\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{-2}$ **B.** $\frac{x+3}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

**C.** $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-2}$

**Câu 95.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, đồng thời vuông góc và cắt $d$.

**A.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$ **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$

**Câu 96.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với $\Delta$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

**Câu 97.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng $d$ đi qua $A$, vuông góc với đường thẳng $d_1$ và cắt thẳng $d_2$.

**A.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$.
**B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.
**C.** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.
**D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

**Câu 98.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta)$ đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của $(\Delta)$ là?

**A.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.
**B.** $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$.
**C.** $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.
**D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

**Câu 99.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P):x+ay+bz+c=0(c>0)$ song song với $d_1,d_2$ và khoảng cách từ $d_1$ đến $(P)$ bằng 2 lần khoảng cách từ $d_2$ đến $(P)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

**A.** 14.
**B.** 6.
**C.** $-4$
**D.** $-6$.

**Câu 100.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1),B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng $d$ nằm trong $(P)$ sao cho mọi điểm của $d$ cách đều hai điểm $A,B$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$.
**B.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$.
**C.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.
**D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=4t\end{cases}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 101.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;3)$ và $B(3;5;9)$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là: $\vec{u}=(1;1;3)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $AB$ là: $\begin{cases} x=3+t \\ y=5+t \\ z=9-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

c) Điểm $M(4;6;9)$ thuộc đường thẳng $AB$.

d) Phương trình đường thẳng $d$ đi qua gốc toạ độ $O$ và song song với đường thẳng $AB$ là: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$.

**Câu 102.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=4-5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là: $\vec{u}=(2;1;-5)$.

b) Điểm $A(5;5;-6)$ không thuộc đường thẳng $\Delta$.

c) Đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+3t \\ y=4t \\ z=3+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ vuông góc với đường thẳng $\Delta$.

d) Đường thẳng $\Delta$ cắt mặt phẳng $(Oxz)$ tại điểm $M(-5;0;-19)$.

**Câu 103.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;-1)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và vuông góc với $d$ có phương trình tổng quát là $x+y+2z+5=0$.

c) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên đường thẳng $d$. Khi đó $a+2b+3c=7$.

d) Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ có dạng: $\frac{x-a}{1}=\frac{y}{b}=\frac{2-z}{c}$. Khi đó $2026a+2025b-2024c=2027$.

**Câu 104.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{2}$.

a) Đường thẳng $d$ qua điểm $M(1;2;2)$.

b) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(\frac{1}{2};1;1\right)$.

c) Đường thẳng $d$ có phương trình tham số $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

d) Đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=3-t \\ y=2-2t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

**Câu 105.** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) Điểm $M(1;-1;1)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(2;1;-1)$

c) Đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

d) Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $M$, cắt và vuông góc với $d$ thì phương trình đường thẳng $\Delta$ có dạng: $\begin{cases} x=a+t \\ y=1+bt \\ z=ct \end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Khi đó $a-b-c=8$.

**Câu 106.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-5}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

a) Điểm $M(3;-4;1)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(-3;4;-1)$

c) Đường thẳng $d$ song song với đườn thẳng $\Delta:\begin{cases} x=-4+3t \\ y=5-4t \\ z=-2+t \end{cases}$.

d) Đường thẳng $\Delta$ song song với $d$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z}{1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x+4}{a}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z-c}{1}$. Khi đó $a-b-c=6$.

**Câu 107.** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $M(1;3;2)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(1;1;-2)$.

c) Đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=2+2t \end{cases}$.

d) Phương trình đường vuông góc chung của $d$ và đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3t\\y=t\\z=-1-3t\end{cases}$ có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-2}{b}=\dfrac{z-4}{c}$. Khi đó $2a-b-3c=10$.

**Câu 108.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ và vuông góc với $d$ có phương trình tổng quát là $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=-5$

c) Gọi $M'(x_0;y_0;z_0)$ là điểm đối xứng với $M$ qua $d$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=\dfrac{1}{2}$.

d) Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d$ có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z}{c}$. Khi đó $a-3b+2c=10$.

**Câu 109.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;2;1)$

b) Đường thẳng $(d)$ và mặt phẳng $(P)$ cắt nhau.

c) Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là giao điểm của đường thẳng $(d)$ và mặt phẳng $(P)$. Khi đó $2026x_0-2025y_0+2024z_0=2026$

d) Đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{a}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{b}$. Khi đó $a.b=15$.

**Câu 110.** Trong không gian $Oxyz$, cho măt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$.

a) Măt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

b) Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;0)$.

c) Đường thẳng $d$ cắt $(\alpha)$.

d) Hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(\alpha)$ có phương trình dạng: $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y+b}{3}=\dfrac{z-1}{c}$. Khi đó $a+b+c=10$.

**Câu 111.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

a) Điểm $N(0;2;0)$ thuộc đường thẳng $d$.

b) Đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P)$.

c) Phương trình tham số của $d$ là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-4-2t \\ z=1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

d) Phương trình đường thẳng $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$ có phương trình dạng $d': \dfrac{x-2}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-c}{2}$. Khi đó $a-b+c=11$.

**Câu 112.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-5;7)$, $B(4;-3;5)$, $C(5;-2;1)$ và điểm $M(-1;3;6)$.

a) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $6x-2y+z-35=0$.

b) Đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ là $\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-6}{1}$.

c) Đường thẳng đi qua $B$ nằm trong mặt phẳng $(ABC)$ đồng thời vuông góc với trục $Oy$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;6)$.

d) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của $M$ trên mặt phẳng $(ABC)$, khi đó $a+b-c=3$.

**Câu 113.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;0)$, $B(5;-3;2)$ và $C(0;4;-1)$. Xét các điểm $M$ thay đổi trong không gian sao cho diện tích tam giác $ABM$ bằng $6\sqrt{2}$.

a) Đoạn thẳng $AB$ có độ dài bằng $3$.

b) Đường thẳng $AB$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

c) Khoảng cách từ điểm $C$ tới đường thẳng $AB$ bằng $2\sqrt{2}$.

d) Đoạn thẳng $MC$ có độ dài nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$.

**Câu 114.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2;-5;-6)$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

b) Mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $d$ có phương trình là $2x+y-3z+17=0$.

c) Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên $d$. Tọa độ của $H$ là $H(3;-1;-4)$.

d) Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất, khi đó phương trình của mặt phẳng $(P)$ là $x+4y+2z+7=0$.

**Câu 115.** Trong không gian với với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

a) Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $A(2;4;4)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả $d_1$ và $d_2$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;1)$.

c) Đường thẳng $d_1$ và đường thẳng $d_2$ chéo nhau.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là $3\sqrt{2}$.

**Câu 116.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$.

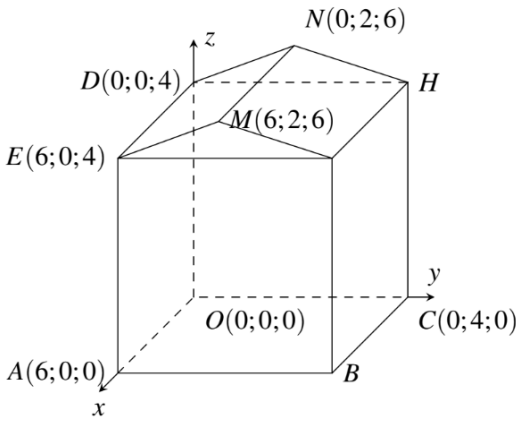
a) Toạ độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$

b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là $\begin{cases}x=t\\y=1\\z=-t\end{cases}$

c) Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n}(-1;1;1)$

d) Gọi $E,F$ là các điểm lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục $Ox$ sao cho đường thẳng $EF$ vuông góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Khi đó $EF=\sqrt{3}$.

**Câu 117.** Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình dưới đây nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).




a) $DE=6(m)$

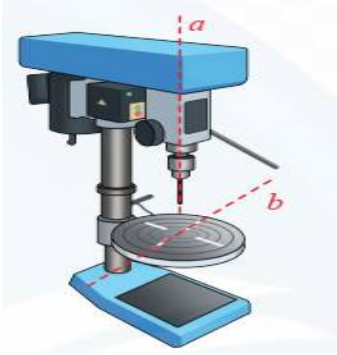
b) Phương trình đường thẳng $DN$ là: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=4+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

c) Phương trình mặt phẳng mái nhà $(DEMN)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $a-2c+d=3$.

d) Khoảng cách từ điểm $B$ đến mái nhà $(DEMN)$ bằng $4$.

**Câu 118.** Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian $Oxyz$, cho biết phương trình trục $a$ của mũi khoan và một đường rãnh $b$ trên vật cần khoan như hình vẽ dưới đây lần lượt là:

$$a:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3t\end{cases} \text{ và } b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$$



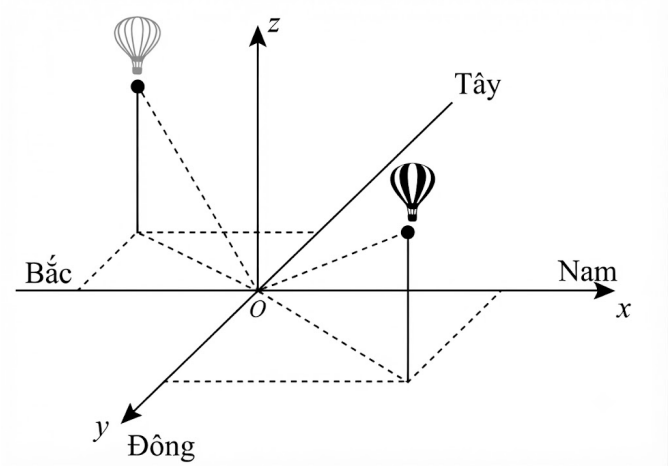

a) Đường thẳng $a$ có một vecơ chỉ phương $\vec{u}=(0;0;1)$.

b) Phương trình chính tắc đường thẳng $b$ là : $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-6}{0}$

c) Hai đường thẳng $a$ và $b$ vuông góc và cắt nhau.

d) Gọi giao điểm của $a$ và $b$ là $M(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=10$

**Câu 119.** Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ một điểm trong cùng một ngày. Lúc 7h00 sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí $A$ cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0.5 km. Chiếc thứ hai ở vị trí điểm $B$ nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ với gốc $O$ đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất, trục $Ox$ hướng về phía Nam, trục $Oy$ hướng về phía đông và trục $Oz$ hướng thẳng đứng lên trời (như hình vẽ). Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là kilômét.




a) Phương trình chính tắc của $AB$ là $\dfrac{x-2}{30}=\dfrac{y-1}{25}=\dfrac{z-0,5}{3}$.

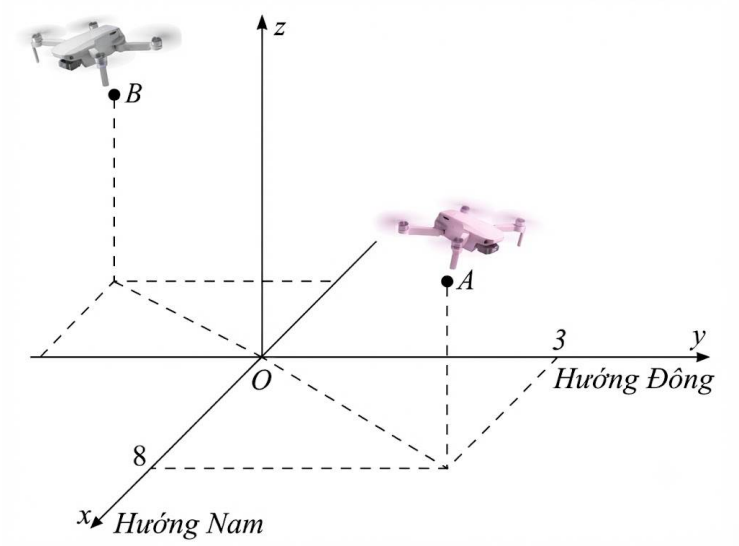
b) Toạ độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 7h00 sáng là $A(2;1;0,5)$.

c) Từ 7h00 sáng đến 7h10’ sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc $50km/h$ và độ cao không đổi để đến vị trí điểm M, khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đến điểm N với vận

tốc $60km/h$, biết véc tơ $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là $4,66\,km$ ( làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Lúc 7h00 sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là $3,92$ km ( làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 120.** Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại cùng một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm $A$ cách mặt đất $10m$, cách điểm xuất phát $8m$ về phía nam và $3m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm $B$ cách mặt đất $12m$, cách điểm xuất phát $4m$ về phía bắc và $5m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc $O$ đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục $Ox$ hướng về phía nam, trục $Oy$ hướng về phía đông và trục $Oz$ hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét).




a) Tọa độ của điểm $A(8;3;10)$.

b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại $A$ và $B$ là $\begin{cases} x=8+12t \\ y=3+8t \\ z=10-2t \end{cases}$.

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB$ đi qua $M(1;-2;1)$.

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí $A$, $B$ cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí $A$ và $B$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $25,46(m)$.

**Câu 121.** Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ với vận tốc $80\,km/h$ theo một đường thẳng.

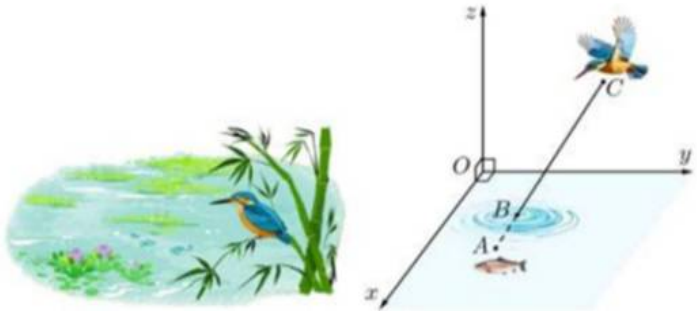
a) Hai điểm $A,B$ nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng $AB$ là $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M(0;0;3)$.

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

**Câu 122.** Một hệ trục tọa độ $Oxy$ sao cho $O$ nằm trên mặt nước, mặt phẳng ($Oxy$)là mặt nước, trục $Oz$ hướng lên trên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang săn mồi ở vị trí $C$ cách mặt nước $5m$, cách mặt phẳng $(Oxz)$, $(Oyz)$ lần lượt là $6m$ và $2m$, từ vì trí này nó phóng thẳng xuống vị trí con cá ở vị trí $A$, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng $(Oxz)$, $(Oyz)$ lần lượt là $1m$ và $1,5m$ (hình vẽ).



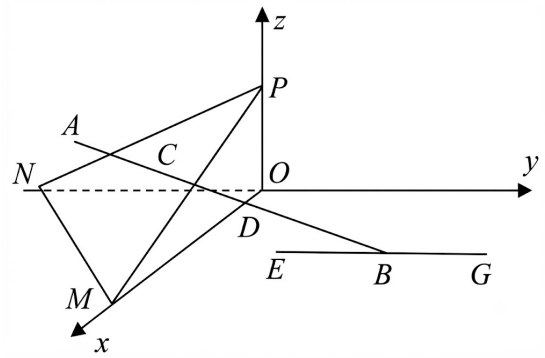

a) Tọa độ điểm $B$ lúc chim bói cá tiếp xúc với mặt nước là $(a;b;c)$ thì $a+b+c=3$.

b) Giả sử vận tốc của con chim bói cá là $40\ km/h$, vậy sau 0,19 giây (làm tròn đến hàng phần trăm) con chim bói cá sẽ bay đến điểm $B$.

c) Tọa độ các điểm $A(1,5;1;-0,5)$; $C(2;6;5)$.

d) Phương trình đường thẳng $AC$ là: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-6}{10} = \dfrac{z-5}{-11}$.

**Câu 123.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị tính trên mỗi trục toạ độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(4;\ -0,5;\ 0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3;\ 2,5;\ 0)$ trên đường băng $EG$ (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua ba điểm $M(8;\ 0;\ 0)$, $N(0;\ -8;\ 0)$, $P(0;\ 0;\ 0,8)$




a) Đường thẳng $AB$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng $AB$ là điểm $D(3,24;\ 1,78;\ 0,12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là $0,42km$ *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*

d) Theo quy định của an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5;\ 5,5;\ 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là $900m$ thì người phi công đã đạt được quy định của an toàn bay.

**Câu 124.** Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm..., những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ *Oxyz* thích hợp, mặt đất là mặt phẳng $(Oxy)$, đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng $d:\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=20 \end{cases}$ ( $t$ là tham số). Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng *d* nằm trên mặt phẳng $(Oyz)$.

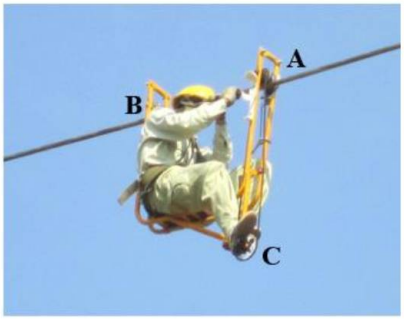
b) Điểm đối xứng với $A$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

**c)** Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường $AB, BC, AC$ nhỏ nhất. Khi đó, ta có $m+n+b=\dfrac{200}{7}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn đường $AB, BC, AC$ bằng $55,6m$ (làm tròn đến hàng phần chục của mét).

**Câu 125.** Để thuận tiện việc sửa chữa đường dây điện cao thế, các kỹ sư đã sáng chế ra chiếc xe đu dây phục vụ công nhân điện lực di chuyển trên dây điện cao thế. Khi ở vị trí cân bằng, chiếc xe và đường dây điện sẽ cùng nằm trên một mặt phẳng vuông góc với mặt đất. Xe được cấu tạo bởi khung xe có gắn hai

Puly tại vị trí $A$ và $B$ cách mặt đất lần lượt là $20m$ và $19,9m$ (như hình). Xe đu dây di chuyển giống xe đạp, được kết hợp dây xích, líp, đĩa, bàn đạp, phanh...; bàn đạp đặt tại vị trí $C$.




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất (mỗi đơn vị độ dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với $1m$ trên thực tế); tọa độ các điểm $A;B;C$ lần lượt là $(7;5;20)$; $(7;5,5;19,9)$; $(7;5;19)$.

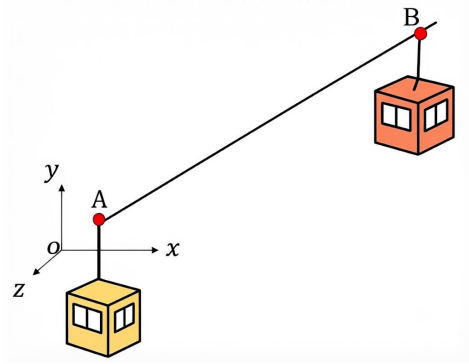
a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là $\vec{u}=(0;5;1)$.

b) Khi người thợ điện di chuyển đến vị trí điểm $D$ cách mặt đất $18m$ thì tọa độ điểm $D$ là $D(7;-5;18)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $x=7$.

d) Khoảng cách từ Puly tại $A$ đến bàn đạp tại $C$ là $1,03m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 126.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét và mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-40;5;2)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(808;-101;426)$ với vận tốc là $6m/s$.



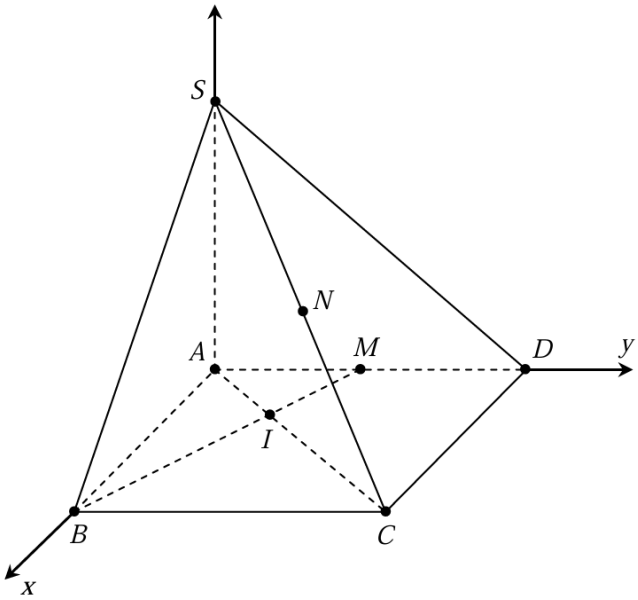

a) Điểm $M(384;-48;214)$ là trung điểm của đoạn thẳng $AB$.

b) Vectơ $\vec{u}(8;1;4)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$.

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ $A$ đến $B$ là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ $A$ được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

**Câu 127.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=a, AD=a\sqrt{2}, SA=a$ và $SA$ vuông góc $(ABCD)$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $AD, SC$. Gọi $I$ là giao điểm $BM$ và $AC$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây.



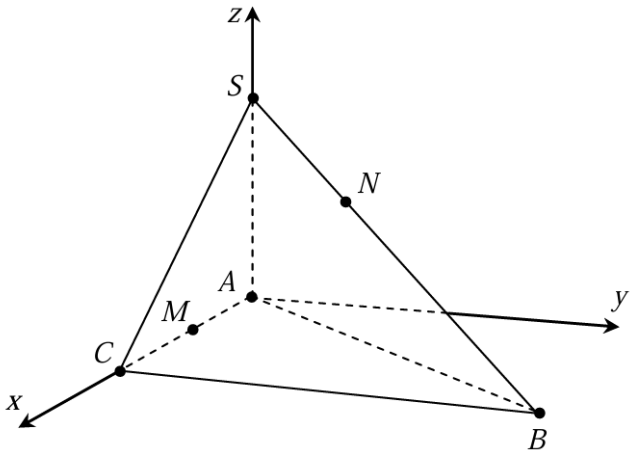

a) $S\left(0;0;a\right),A\left(0;0;0\right),B\left(a;0;0\right),C\left(a;a\sqrt{2};0\right),D\left(0;a\sqrt{2};0\right)$

b) $M\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right),N\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right),I\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)$

c) Mặt phẳng $\left(SMB\right)$ có một vecto pháp tuyến $\vec{n}=\left(\frac{1}{2};1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) Mặt phẳng $\left(SAC\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(SMB\right)$.

**Câu 128.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=h$ và có đáy là tam giác $ABC$ vuông tại $C$. Biết rằng $AC=b,BC=a$. Gọi $M$ là trung điểm của $AC$ và $N$ là điểm sao cho $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$. Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc $O$ trùng với $A$, tia $Ox$ trùng với tia $AC$, tia $Oz$ trùng với tia $AS$ sao cho điểm $B$ nằm trong góc $xOy$ như hình vẽ dưới đây.



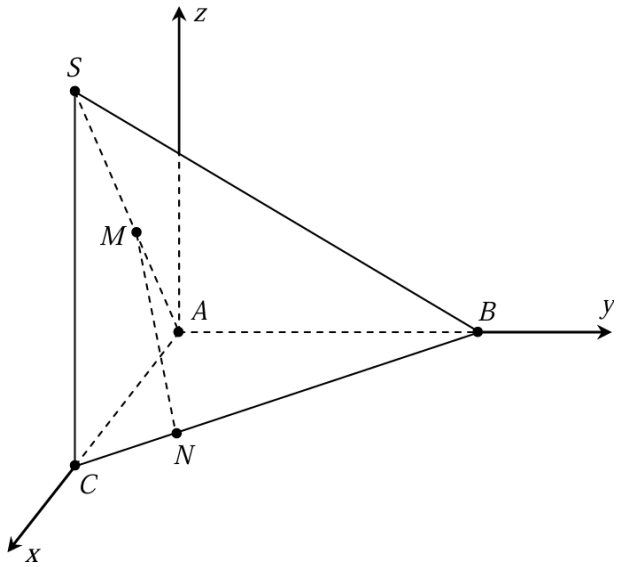

a) $A\left(0;0;0\right),C\left(b;0;0\right),B\left(b;a;0\right),S\left(0;0;h\right),M\left(\frac{b}{2};0;0\right)$

b) $\overrightarrow{SB}=\left(a;b;-h\right)$

c) $MN=\frac{5}{6}\sqrt{b^2+4a^2+16h^2}$

d) Hai đường thẳng $MN$ và $SB$ vuông góc với nhau khi $4h^2 = 2a^2 - b^2$.

**Câu 129.** Cho tứ diện $S.ABC$ có $SC = CA = AB = a\sqrt{2}$ và $SC \perp (ABC)$. Biết rằng tam giác $ABC$ là tam giác vuông tại $A$. Các điểm $M \in SA, N \in BC$ sao cho $AM = CN = t\ (0 < t < 2a)$. Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục $Ox$ chứa $AC$, trục $Oy$ chứa $AB$ và trục $Oz \perp (ABC)$ như hình vẽ dưới đây.



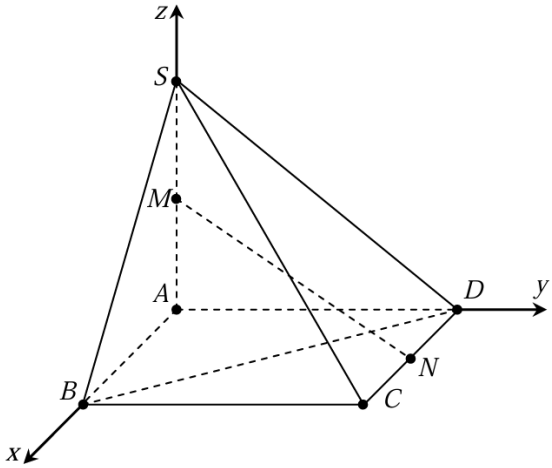

a) $A(0;0;0), B(0;a\sqrt{2};0), C(a\sqrt{2};0;0), S(a\sqrt{2};0;a\sqrt{2})$

b) Tọa độ điểm $M\left(\frac{t\sqrt{2}}{2};0;\frac{t\sqrt{2}}{2}\right)$

c) Đoạn thẳng $MN$ ngắn nhất bằng $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

d) Khi $MN$ ngắn nhất thì $MN$ là đường vuông góc chung của $BC$ và $SA$

**Câu 130.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $CD$. Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục $Ox$ chứa $AB$, trục $Oy$ chứa $AD$ và trục $Oz$ chứa $AS$ như hình vẽ dưới đây.



a) $A(0;0;0), B(10;0;0), D(0;10;0), C(10;0;0)$

b) $\overrightarrow{MN} = (5;10;5\sqrt{3})$

c) Phương trình đường thẳng $MN$ là : $\begin{cases} x = 5+t \\ y = 10+2t \\ z = \sqrt{3}t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

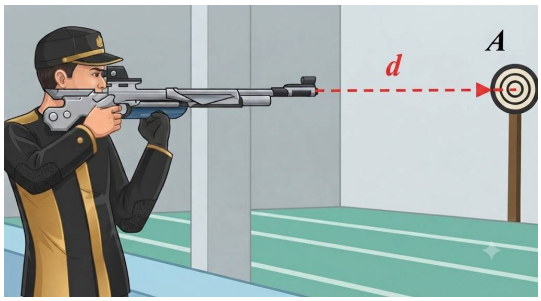
d) Khoảng cách giữa $BD$ và $MN$ bằng $\sqrt{5}$.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 131.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

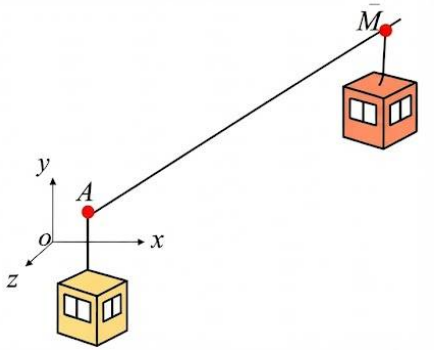
**Câu 132.** Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục $d$ của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8;-19;6m+4)$. Hỏi $m$ bằng bao nhiêu để vận động viên bắn trúng hồng tâm?




**Trả lời**: ……..

**Câu 133.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Vinpearl Nha Trang xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm $M$. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.

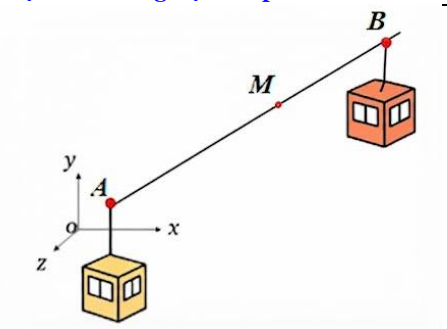





**Trả lời**: ……..

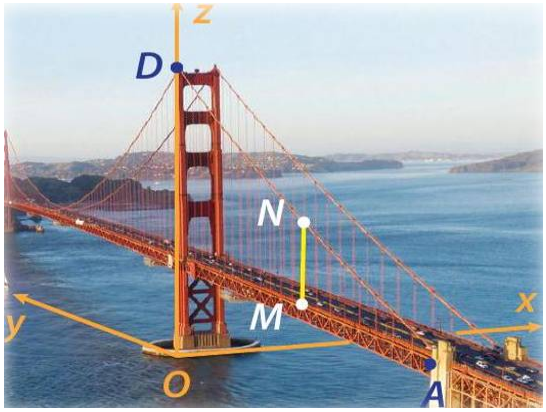
**Câu 134.** Trong khu du lịch Vinpearl Nha Trang, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí $A$ cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí $B$ cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của $A$ và $B$ lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.




**Trả lời**: ……..

**Câu 135.** Cầu Cổng Vàng *(The Golden Gate Bridge)* ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ với $O$ là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục $Oz$ trùng với cột trụ, mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt nước và xem như trục $Oy$ cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp $AD$ (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh $D$ thuộc trục $Oz$ và điểm $A$ thuộc mặt phẳng $Oyz$, trong đó điểm $D$ là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227$ m, điểm $A$ cách mặt nước $75$ m và cách trục $Oz$ $343$ m. Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm $N$ trên dây cáp $AD$ và điểm $M$ trên thành cầu, biết $M$ cách mặt nước $75$ m và $MN$ song song với cột trụ.




Tính độ dài $MN$, biết điểm $M$ cách trục $Oz$ một khoảng bằng $230$ m (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét)

**Trả lời**: ……..

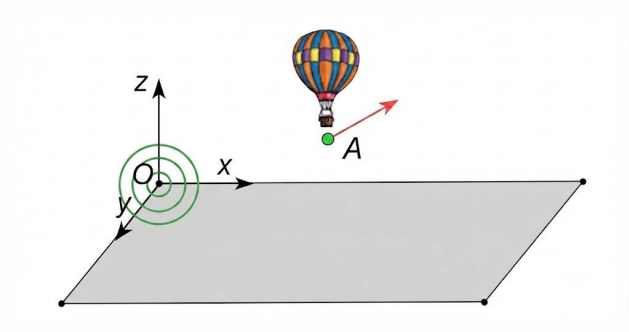
**Câu 136.** Tại một nút giao thông có $2$ con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$; $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-3}$.



Người ta muốn tạo một con đường $\Delta$ cắt $d_1, d_2$ lần lượt tại $A$ và $B$ sao cho $AB$ nhỏ nhất. Tính độ dài $AB$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

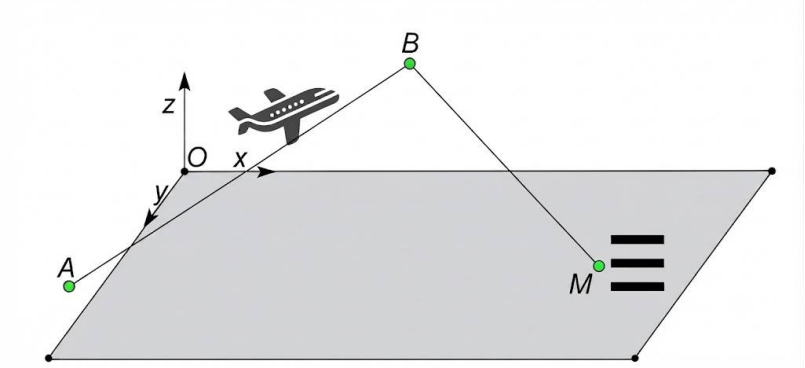
**Trả lời**: ……..

**Câu 137.** Trong không gian $Oxyz$, một khinh khí cầu ở tọa độ $A(-16;-10;10)$ bắt đầu bay với vectơ vận tốc không đổi $\vec{v}=(4;3;-1)$ (đơn vị vận tốc là km/h) và dự kiến bay trong thời gian 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc tọa độ $O$ kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?



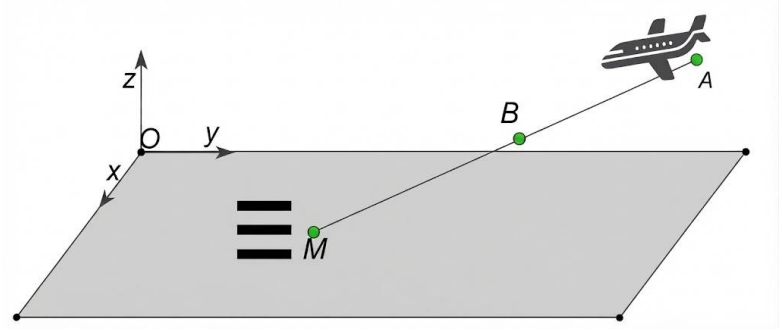

**Trả lời**: ……..

**Câu 138.** Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;\ 0;\ 5)$ đến vị trí $B(10;\ 10;\ 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;\ b;\ 0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?



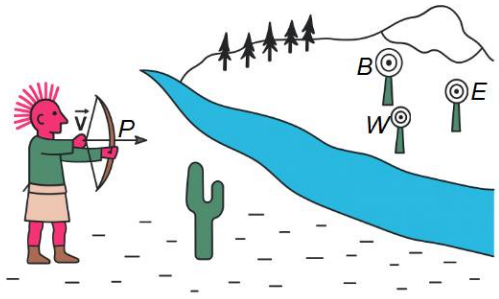

**Trả lời**: ……..

**Câu 139.** Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?



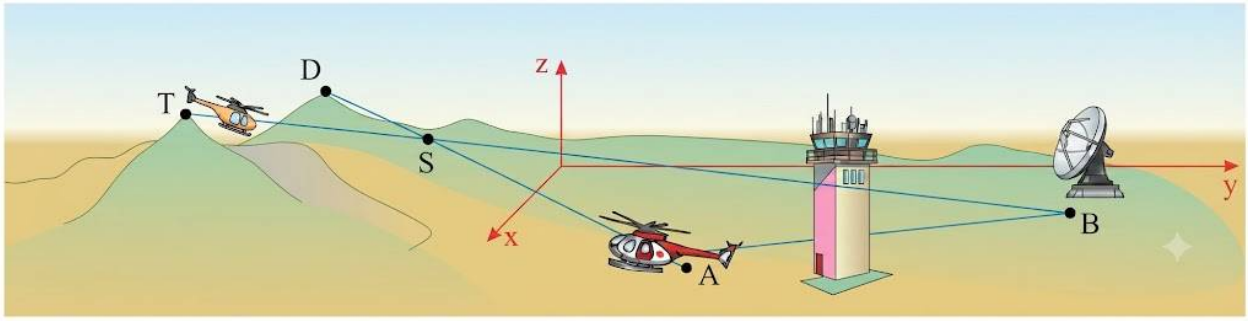

**Trả lời**: ……..

**Câu 140.** Một cung thủ ngắm từ điểm $P(0;0;15)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(-1;3;0,5)$ để bắn trúng một trong ba bia được đặt trên vùng núi. (1 đơn vị $=1\,dm$). Biết tọa độ bia gấu $B(-155;465;85)$, tọa độ bia sói $W(-155;465;92,5)$, tọa độ bia nai $E(-160;640;95)$. Giả sử mũi tên bay theo đường thẳng, tính vận tốc của mũi tên là bao nhiêu m/s, nếu thời gian bay là 1 giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)




**Trả lời**: ……..

**Câu 141.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trực thăng cứu hộ $M$ cất cánh lúc 10 giờ 00 từ điểm xuất phát $A(10;6;0)$. Nó bay thẳng với vận tốc $300\,km/h$ tới đỉnh núi $D$ có toạ độ là $D(4;-3;3)$, nơi xảy ra tai nạn.



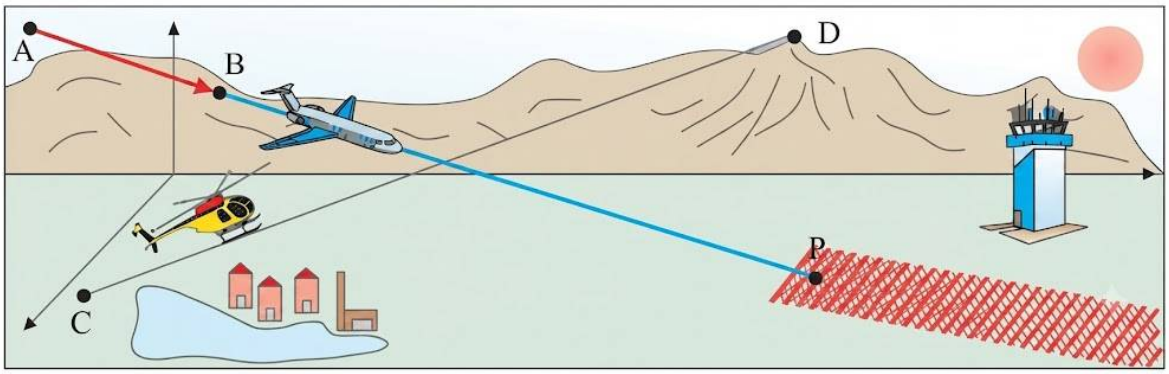

Cùng lúc đó, trực thăng $N$ cất cánh từ đỉnh núi $T$ có toạ độ $T(7;-8;3)$ để đưa du khách về điểm $B(4;16;0)$. Vận tốc của nó là $350\,km/h$.

Biết đường bay của hai trực thăng giao nhau tại $S$. Khi trực thăng $M$ tới $S$ thì trực thăng $N$ đã đi qua trước đó một khoảng thời gian (tính bằng giây), hỏi khoảng thời gian đó bằng bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Trả lời**: ……..

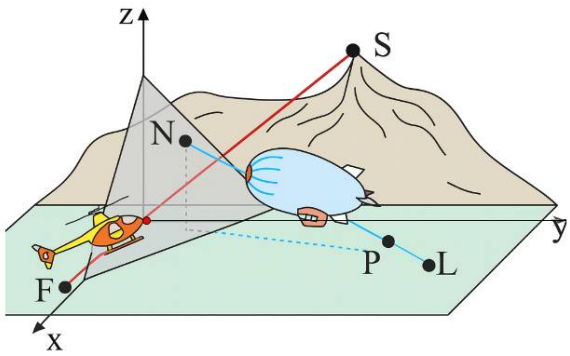
**Câu 142.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng kilomét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), một máy bay đang bay với vận tốc không đổi trong quá trình tiếp cận đường băng. Lúc 16:00, máy bay ở vị trí $A(4;0;6)$. Một phút sau, máy bay ở vị trí $B(5;3;4,5)$ và sẽ bay tiếp đến điểm $P$ trên đường băng (mặt phẳng $z=0$). Cùng lúc bắt đầu tiếp cận ở $A$, một trực thăng khởi hành từ giàn khoan dầu $C(12;0;0)$ theo hướng tới trạm trên núi $D(-2;14;7)$. Thời gian dự kiến cho chuyến bay này là đúng 5 phút. Biết quỹ đạo bay của trực thăng và máy bay sẽ cắt nhau tại một điểm $M$ nhưng sẽ không xảy ra tai nạn vì thời gian đi qua điểm $M$ của trực

thăng và máy bay chênh lệch nhau. Tìm thời gian chênh lệch đó là bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)




**Trả lời**: ……..

**Câu 143.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng kilomét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), một khinh khí cầu xuất phát từ sân bay $L(24;52;0)$ và sau đó được xác định tại $P(20;42;2)$.



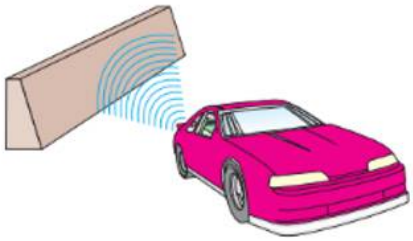

Một trực thăng bay thẳng đều cùng thời điểm trong ngày, xuất phát từ sân bay quân sự $F(20;-8;0)$ hướng về đỉnh núi $S(-4;32;16)$.

Bức tường sương mù được mô tả bởi mặt phẳng $E_{ABC}$ với $A(16;0;0)$, $B(0;16;0)$, $C(0;0;16)$.

Gọi $T$ là vị trí mà quỹ đạo bay của khinh khí cầu và trực thăng cắt nhau. Trên quỹ đạo bay tiếp theo, khinh khí cầu đi vào tường sương mù tại $N$. Tính khoảng cách $TN$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của kilomét)

**Trả lời**: ……..

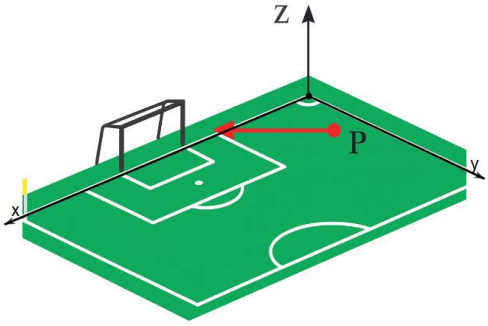
**Câu 144.** Khi phát triển hệ thống hỗ trợ đỗ xe ô tô, các nhà nghiên cứu sinh học đã sao chép hệ thống định vị của loài dơi và tích hợp các cảm biến tương ứng vào cản sau của xe. Các cảm biến được cài đặt sao cho chúng sẽ phát tín hiệu khi khoảng cách đến vật cản nhỏ hơn $0,3m$.



Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một người lái xe đang lùi thẳng về phía một mặt phẳng nghiêng, được cho bởi phương trình: $E:\ 6x+2y+3z=49$. Xác định được điểm $R(a;b;c)$ trên đoạn $PQ$ trong đó $P(6;3;1)$ và $Q(6;4;1)$ mà tại đó cảm biến bắt đầu báo động. Tính $a+20b+c$.

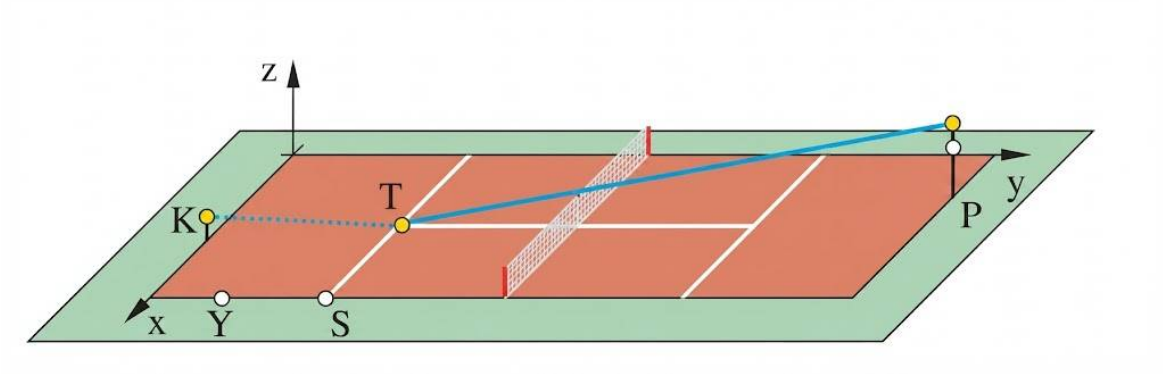
**Trả lời**: ……..

**Câu 145.** Một sân bóng đá rộng 60 m, được gắn hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt sân). Trong một quả đá phạt, bóng được sút từ vị trí $P(3;9;0)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(18;-6;1)$ về phía khung thành rộng $7,20m$, cao $2,40m$. Quỹ đạo bay được giả sử là một đường thẳng. Biết vận tốc bóng ước tính $28,5m/s$. Thời gian bóng bay tới khung thành bằng bao nhiêu giây?




**Trả lời**: ……..

**Câu 146.** Sân quần vợt có chiều dài 24m và chiều rộng 10m, được gắn hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt sân). Các ô giao bóng dài 6m và rộng 5m. Lưới cao liên tục 1 m. Mọi cú đánh đều bay theo đường thẳng.

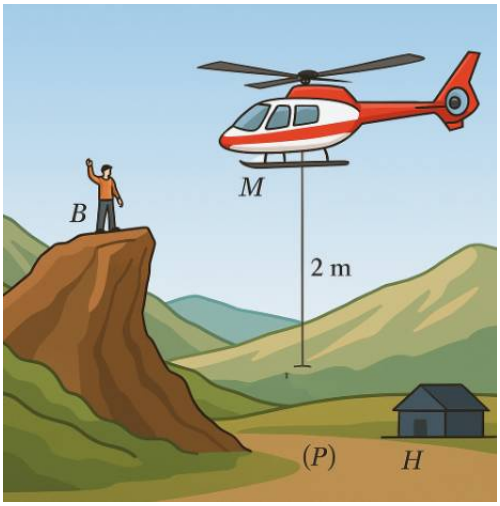



Một vận động viên đứng ở vạch cuối sân tại điểm $P(3;24;0)$ và cố gắng đánh quả bóng với vận tốc 144 $km/h$ ở độ cao $3,10m$ sao cho bóng rơi đúng vào điểm $T(5;6;0)$ của ô giao bóng. Sau khi chạm đất, bóng phản xạ theo góc $\alpha$ (giữ nguyên vận tốc, không đổi hướng ngang). Tại vị trí $K$ trên vạch cuối sân bên kia đối thủ sẽ đánh trả, hãy tính thời gian đối thủ có để phản ứng là bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Trả lời**: ……..

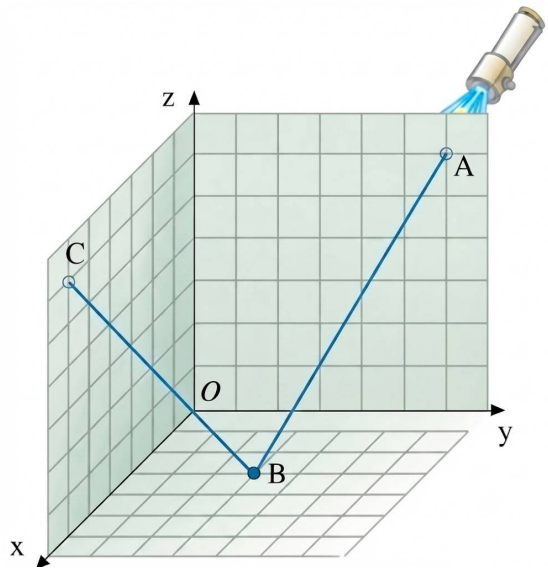
**Câu 147.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét), một vùng núi được mô phỏng bằng mặt phẳng địa hình $(P)$: $x+2y-z=0$. Một người bị nạn đang đứng tại điểm $B(2;1;6)$ không nằm trên mặt đất, mà đứng trên một mỏm đá cao.

Một trực thăng xuất phát từ căn cứ tại điểm $H(1082;-809;1624)$, bay theo đường thẳng hướng đến người bị nạn. Tuy nhiên, để đảm bảo an toàn, trực thăng chỉ được phép dừng lại tại một điểm $M$ trên đường bay, sao cho: $M$ cách mặt phẳng địa hình $(P)$ đúng 2 mét. Sau đó từ điểm $M$ (trong đó hoành độ, tung độ và cao độ được làm tròn đến hàng phần trăm), trực thăng thả cáp cứu hộ hỗ trợ người bị nạn. Hãy tính độ dài đoạn bay từ căn cứ $H$ đến điểm tiếp cận $M$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).




**Trả lời**: ……..

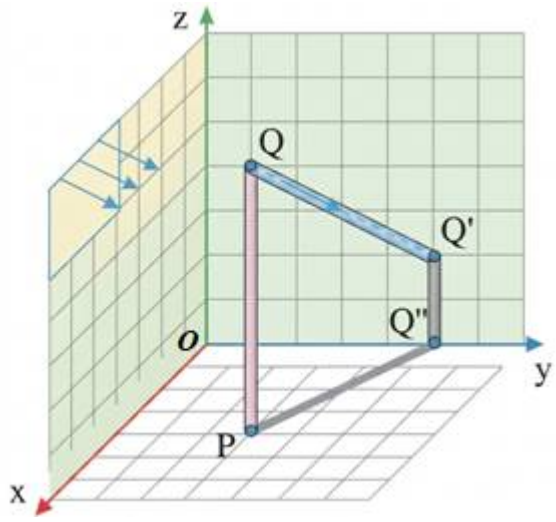
**Câu 148.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tia sáng xuất phát từ điểm $A(0;6;6)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(1;-1;-2)$ và đi tới mặt phẳng $(Oxy)$, tại đó (điểm $B$) nó bị phản xạ (như hình vẽ). Tia sáng phản xạ theo hướng của vectơ $\vec{u}=(1;-1;2)$ và cắt mặt phẳng $(Oxz)$ tại điểm $C(a;b;c)$, tính $a+b+c$.




**Trả lời**: ……..

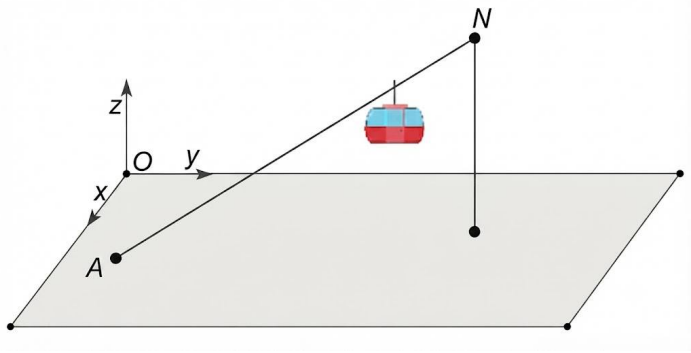
**Câu 149.** Trong không gian $Oxyz$ ( mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 1m), có đoạn thẳng đứng $PQ$ với: $P(4;3;0), Q(4;3;6)$. Ánh sáng song song theo hướng của vectơ $\vec{v}=(-2;1;-2)$ chiếu vào đoạn thẳng

$PQ$, tạo bóng là hai đoạn thẳng $Q'Q''$ và $PQ''$ ($Q'Q''$ nằm trên mặt phẳng $Oyz$ và $PQ''$ nằm trên mặt phẳng $Oxy$ như hình vẽ). Hãy tính tổng độ dài đoạn chiếu bóng $PQ''+Q'Q''$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét)



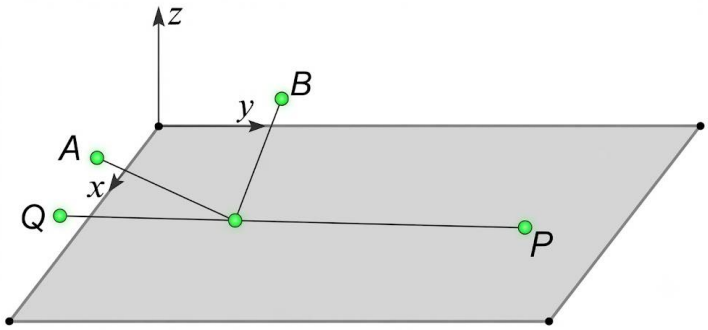

**Trả lời**: ……..

**Câu 150.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-8;-6;0)$ với tốc độ là $10\,m/s$ (Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau $t(s)$ kể từ lúc xuất phát $(t\geq 0)$, cabin đến điểm $N$. Một người đứng tại điểm $O(0;0;0)$ quan sát cabin chạy trên cáp treo, sau thời gian bao nhiêu giây thì khoảng cách giữa người quan sát và cabin gần nhau nhất (đơn vị giây)?



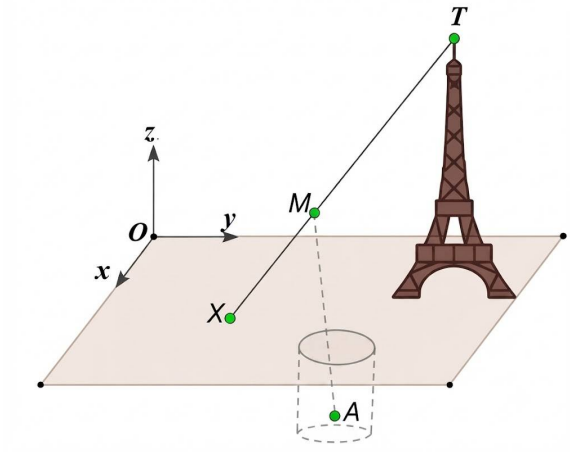

**Trả lời**: ……..

**Câu 151.** Chuẩn bị đến ngày sinh nhật, bạn Minh Hiền muốn trang trí căn phòng trọ của mình đẹp hơn. Trước khi trang trí, bạn Minh Hiền gắn 2 móc treo vào các vị trí $P,Q,$ rồi căng một sợi dây từ $P$ đến $Q$. Tiếp theo, bạn gắn 2 móc treo vào các vị trí $A$ và $B,$ sau đó lấy một điểm $M$ nằm giữa đoạn thẳng $PQ$ rồi tiếp tục căng dây từ $M$ đến $A$ và từ $M$ đến $B$. Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $P(1;1;0)$, $Q(3;0;1)$ $A(1;0;-1)$, $B(2;1;1)$ đơn vị trên mỗi trục là mét. Khi tổng độ dài các đoạn dây mà bạn Minh Hiền sử dụng là ngắn nhất thì khoảng cách từ $M$ đến $P$ bằng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



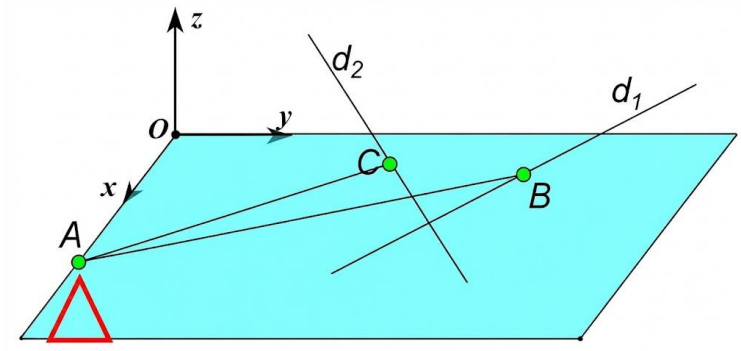

**Trả lời**: ……..

**Câu 152.** Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm $X$ ở trên mặt đất tới đỉnh $T$ của một tòa tháp. Giả sử tọa độ của các điểm là $T(40;60;150)$ và $X(100;-40;0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$ (mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất). Người ta muốn nối điểm $A(40;30;-20)$ nằm dưới một cái hố tới một điểm $M(a;b;c)$ nằm trên dây cáp sao khoảng cách $MA$ này là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.




**Trả lời**: ……..

**Câu 153.** Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5;0;0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng $km$), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển.

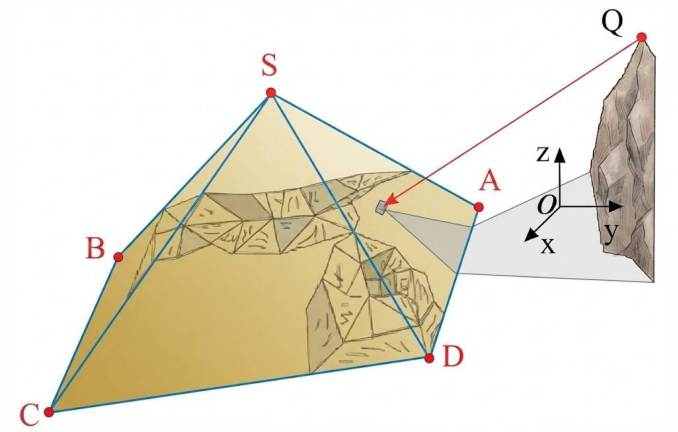



Tàu du lịch $B$ đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=0 \end{cases}$. Tàu chở hàng $C$ đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải được mô tả

bởi đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=2-s\\y=11+s\\z=0\end{cases}$. Do thời tiết xấu, nên hai tàu $B$ và $C$ gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ $A$ để lần lượt tiếp cận tàu du lịch $B$ trước, sau đó đến tàu chở hàng $C$. Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch $B$ dừng lại và tàu chở hàng $C$ dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $T=AB+BC+CA$ là nhỏ nhất. Biết giá trị nhỏ nhất $T$ bằng $\sqrt{a}\ (km)$, khi đó giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 154.** Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 100 mét, ta có các điểm $A(0;-1;0), B(1;-4;0)$ và $C(4;-3;0)$ là các đỉnh thu được của đáy một kim tự tháp khối chóp tứ giác đều, đã bị sụp một phần và cần được phục dựng.




Gọi tâm $M$ của hình vuông và tọa độ đỉnh $D$ còn thiếu. Trên đỉnh $M$ theo phương thẳng đứng là đỉnh $S$ của kim tự tháp, với chiều cao 200 m. Theo mô tả, ánh sáng mặt trời vuông góc với mặt bên $DAS$ chiếu qua điểm $Q\left(\frac{1}{2};\frac{5}{3};\frac{7}{2}\right)$ vào một lối vào bí mật của kim tự tháp. Xác định được tọa độ điểm $P(a;b;c)$ là vị trí ban đầu của lối vào bí mật này. Tính $2a-3b+c$

**Trả lời**: ……..

**Câu 155.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng $4dm$. Gọi $d$ là đường thẳng đi qua trọng tâm của tứ diện $EABD$, cắt đường thẳng $AE$ tại $M$ và song song với mặt phẳng $(EBD)$. Đô dài $AM$ bằng bao nhiêu $dm$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 156.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng $MN$ $(M\in A'C;\ N\in BC')$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và $BC'$. Tỷ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 157.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác $ABC$ đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của $A'$ lên mặt phẳng $(ABC)$ trùng với trung điểm $M$ của $BC$. Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy bằng $60°$.

Khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(AB'C)$ là $\frac{a\sqrt{39}m}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 158.** Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=1, AD=\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm $A$ lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khoảng cách từ điểm $B$ đến $(AB'D')$ bằng $\frac{m.\sqrt{3}}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $2027m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 159.** Cho hình tứ diện $EFGH$ có $EF$ vuông góc với $EG$, $EG$ vuông góc với $EH$, $EH$ vuông góc với $EF$. Biết $EF=6, EG=8, EH=12$. Gọi $I,J$ tương ứng là trung điểm của hai cạnh $FG,FH$. Khoảng cách từ điểm $F$ đến mặt phẳng $(EIJ)$ bằng $\frac{m.\sqrt{29}}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 160.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi $M, N, P, Q$, lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và $DD'$. Biết thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng $\frac{m}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $2m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 161.** Trong không gian $Oxyz$. Khi $m\in\mathbb{R}\setminus\{a\}$ thì đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $A(1;2;0)$; $B(m;-1;3)$ cắt mặt phẳng $(P)$: $x+y+z-6=0$. Giá trị của $a$ bằng bao nhiêu ?

**Trả lời**: ……..

**Câu 162.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$: $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng $d$: $\frac{x-m}{1}=\frac{y+2m}{3}=\frac{z}{2}$. Giá trị của $m$ bằng bao nhiêu thì giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ thuộc mặt phẳng $(Oyz)$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 163.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với $m$ là tham số. Giá trị của $m$ bằng bao nhiêu để $d//(\alpha)$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 164.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-3+t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$. Tổng các giá trị của $m$ bằng bao nhiêu để $d//(P)$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 165.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ có phương trình: $\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, $m$ là tham số thực. Để mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $\Delta$ thì giá trị của $m$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 166.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $m,n$ là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$. Tính giá trị của $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 167.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$. Gọi $S$ là tập tất cả các số $m$ sao cho $d_1$ và $d_2$ chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tổng các phần tử của $S$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 168.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(5;2;-2)$. Biết $\vec{u}=(a;b;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là đường đối xứng với $AB$ qua mặt phẳng $(Oyz)$. Tính $a+b$

**Trả lời**: ……..

**Câu 169.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-5}{1}$ và $\Delta':\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng $(P)$. Biết $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;3)$. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 170.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-5}{1}$ và $\Delta':\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng $(P)$. Biết $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;3)$. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 171.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có dạng: $\dfrac{x-2}{a}=\dfrac{1-y}{b}=\dfrac{z+c}{-1}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 172.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua $B$ và vuông góc với mặt phẳng $(BCD)$ có dạng: $\begin{cases} x=1 \\ y=1+at \\ z=b+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $2a+3b+4c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 173.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cz+10=0$. Biết mặt phẳng $(\alpha)$ chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1+2t' \\ y=4+2t \\ z=-1-t \end{cases}$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 174.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa $d$ và $\Delta$ có dạng: $ax+by+z+c=0$. Tính giá trị của $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 175.** Trong không gian $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-c}{1}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 176.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và $d_2: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng $\Delta$ là đường vuông góc chung của $d_1$ và $d_2$. Biết phương trình của $\Delta$ có dạng $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z+2}{c}$. Tính $a+2b-c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 177.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=0 \\ y=4-2t'. \\ z=5+3t' \end{cases}$

Đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d$ và $d'$ đi qua điểm $K(6;m;n)$. Tính $m+n$

**Trả lời**: ……..

**Câu 178.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$. Gọi $M$ là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính $OM^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 179.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$. Gọi $\vec{u}(a;b;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$, vuông góc với đường thẳng $\Delta$ và cắt trục $Oy$. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 180.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và chứa đường thẳng $d$ có dạng $(P):ax+by+10z+d=0$. Tính $a+b+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 181.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ có dạng $\Delta:\frac{x-2}{a}=\frac{y-b}{1}=\frac{z-1}{c}$. Tính $a+2b-c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 182.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và cắt $Oz$ có phương trình dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=0\\z=b+ct\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tính $a-2b+3c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 183.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-5}$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng $d_3$ qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả $d_1, d_2$ có dạng $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{b}=\frac{z-a}{c}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 184.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng $(\Delta)$ qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ và $(Q): x+3y-2z+3=0$ có dạng $\begin{cases} x=a+bt \\ y=3+6t \\ z=c+dt \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Tính $a+b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 185.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;b;c)$, mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Khi đó, để đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $A$, $B$, song song với mặt phẳng $(\alpha)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$ thì $b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 186.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng $d$ đi qua $A(1;1;3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x+2y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=1 \\ z=3+bt \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $S=2024a-2025b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 187.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ và $B(3;a;2a)$. Biết mặt phẳng $(\alpha)$ chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+5t \\ y=2-4t \\ z=3+3t \end{cases}$ và đường thẳng $d': \begin{cases} x=2+5t \\ y=-4t \\ z=5+3t \end{cases}$. Khi đó để điểm $B$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ thì giá trị của $a$ bằng bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 188.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình của đường thẳng $\Delta$ đi qua trung điểm của đoạn $AB$ và song song với $d$ có dạng $\Delta: \dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{x+1}{c}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 189.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, song song với $(P)$ và $(Q)$ có dạng $\Delta: \begin{cases} x=1+at \\ y=-2 \\ z=b+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 190.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng $\Delta$ vuông góc với $d$ đồng thời cắt $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng tại $H,K$ sao cho độ dài $HK$ nhỏ nhất. Biết rằng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 191.** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x-5}{2}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$. Gọi $M$ là giao điểm của $d$ và $(\alpha)$, $A$ thuộc $d$ sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(\alpha)$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 192.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ cách đều hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 193.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y-2z+5=0$. Điểm $A(a;b;c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(\alpha)$ bằng $3$. Tính tổng $a+b-c$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 194.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}$; $d_2:\frac{x-5}{2}=\frac{y-11}{4}=\frac{z-5}{2}$. Đường thẳng $d$ đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1,d_2$ lần lượt ở $B,C$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$

**Trả lời**: ……..

**Câu 195.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P):x-y+z-4=0$, $(Q):2x+y+z+4=0$ có dạng $\frac{x-3}{a}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{b}$. Tính $a.b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 196.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$; $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$. Xét các điểm $A,B$ lần lượt di động trên $d_1$ và $d_2$ sao cho

$AB$ song song với mặt phẳng $(P)$. Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng $AB$ là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;b;c)$. Tính $b.c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 197.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$ và đường thẳng $d$, mặt phẳng $(P)$ lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ cắt $d$ và $(P)$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn thẳng $MN$ có dạng $\frac{x-5}{a}=\frac{y-3}{b}=\frac{z-5}{2}$. Tính $3a-2b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 198.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, song song $(P)$ và cắt đường thẳng $d$ có dạng $\begin{cases}x=3+at\\y=b-54t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.
$z=-4+ct$

**Trả lời**: ……..

**Câu 199.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$: $x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $A$ và song song với $(P)$, biết $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời $\Delta$ đồng phẳng và không song song với $Oz$. Tính $\frac{a}{c}$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 200.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng $\Delta$ cắt $d$ và $(P)$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn thẳng $MN$. Biết vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(a;b;2)$, tính $a.b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 201.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và cắt $Oz$ có phương trình dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=bt\\z=c+t\end{cases}$. Tính $2a+3b-c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 202.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với $(P)$, cắt $d_1$ và $d_2$ có phương trình dạng $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{a}=\dfrac{z}{b}$. Tính $2a+3b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 203.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ có dạng $\dfrac{x-1}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-2}{-1}$. Tính $a-b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 204.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của $d_1$ và $(P)$, đồng thời vuông góc với $d_2$ có dạng $ax+by+cz-13=0$. Tính $a-b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 205.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A=(1;2;-1)$,đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm $B(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ thỏa mãn đường thẳng $AB$ vuông góc và cắt đường thẳng $d$. Tính $2027a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 206.** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng $d$ cắt $(P)$ tại điểm $A$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng $d$ và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2027a+b-c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 207.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng $d$ đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt $d_1$, $d_2$ tại $B$ và $C$. Tính $BC^2$.

**Câu 208.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng $d$ đi qua $M$ cắt $d_1, d_2$ lần lượt tại $A$ và $B$. Độ dài đoạn thẳng $AB$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 209.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng $(ABC)$ sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$.

Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 210.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi $d_2$ là đường thẳng đi qua điểm $A$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Để đường thẳng $d_1$ cắt đường thẳng $d_2$ thì giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 211.** Trong không gian $Oxyz$, Gọi $M(a;\ b;\ c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm $M$ có tung độ âm và cách mặt phẳng $(Oyz)$ một khoảng bằng 2. Tính giá trị $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 212.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Gọi điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc $d$ sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$. Tính $6a+6b+3c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 213.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm $M$ thuộc $(P)$ sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết $M$ có hoành độ nguyên, tính $OM^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 214.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q)\,//\,(P)$ và cắt các tia $Ox,Oy$ lần lượt tại các điểm $B$ và $C$ sao cho tam giác $ABC$ có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Biết khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến $(Q)$ bằng $a\sqrt{2}$ bao nhiêu? Khi đó, giá trị $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 215.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(\alpha)$ lớn nhất có dạng $ax+by-z+d=0$. Tính $3a+2b+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 216.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=6-4t\\y=-2-t\\z=-1+2t\end{cases}$. Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng $d$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 217.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+y+2z-3=0$. Gọi $M'(a;b;c)$ là điểm trên mặt phẳng $(\alpha)$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 218.** Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0),B(0;3;0),C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $D$ và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm $A,B,C$ đến $\Delta$ là lớn nhất. Biết phương trình $\Delta$ có dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=1+bt\\z=c+t\end{cases}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 219.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3),B(1;0;5)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{2}$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ trên đường thẳng $d$ để $MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $a+2027b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 220.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$ và ba điểm $A(6;0;0),B(0;3;0),C(0;0;4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc $d$ sao cho biểu thức $P=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

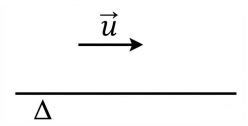
**Trả lời**: ……..

# BÀI 15
# PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

## 1. Phương trình đường thẳng

### a. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là **vectơ chỉ phương** của đường thẳng $\Delta$ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với $\Delta$.

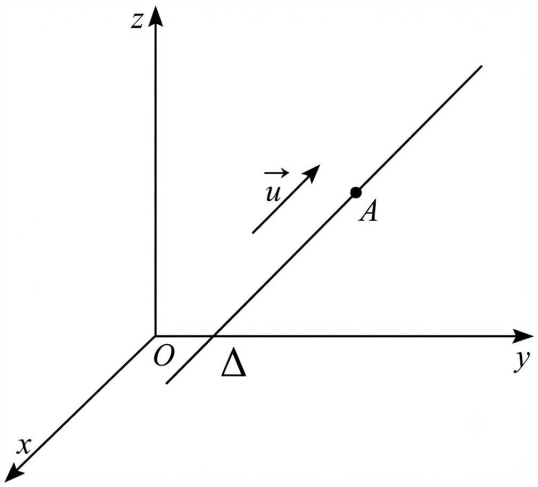



**Chú ý:**

- Đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.
- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$.

### b. Phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng $\Delta$ ($t$ là tham số, $t \in \mathbb{R}$)




**Chú ý:**

- Với các số $a,b,c$ không đồng thời bằng $0$, hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ xác định đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$.
- Từ phương trình tham số của đường thẳng, mỗi giá trị của tham số tương ứng với một điểm thuộc đường thẳng đó và ngược lại

### c. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ với $a,b,c$ là các số khác $0$. Hệ phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng $\Delta$.

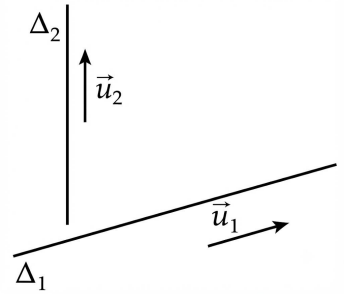
### d. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

- Phương trình tham số : $\begin{cases}x=x_A+(x_B-x_A)t\\y=y_A+(y_B-y_A)t\\z=z_A+(z_B-z_A)t\end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$
- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$ (với $x_B\neq x_A, y_B\neq y_A, z_B\neq z_A$)

## 2. Hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó : $\Delta_1\perp\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1.\vec{u}_2=0\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$




## 3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ lần lượt đi qua các điểm $A_1(x_1;y_1;z_1), A_2(x_2;y_2;z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó:

- $\Delta_1\ //\ \Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1\notin\Delta_2$.
- $\Delta_1\equiv\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1\in\Delta_2$.
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ cắt nhau $\begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0}\\\overrightarrow{A_1A_2}\perp[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0}\\[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{A_1A_2}=0\end{cases}$
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{A_1A_2}\neq0$

**Chú ý:** Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1:\begin{cases}x=x_1+a_1t_1\\y=y_1+b_1t_1\\z=z_1+c_1t_1\end{cases}\ (t_1\in\mathbb{R}),\quad \Delta_2:\begin{cases}x=x_2+a_2t_2\\y=y_2+b_2t_2\\z=z_2+c_2t_2\end{cases}\ (t_2\in\mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn $t_1,t_2$ : $\begin{cases}x_1+a_1t_1=x_2+a_2t_2\\y_1+b_1t_1=y_2+b_2t_2\\z_1+c_1t_1=z_2+c_2t_2\end{cases}\ (*)$

Khi đó :

- $\Delta_1\equiv\Delta_2\Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1\ //\ \Delta_2\Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- $\Delta_1$ cắt $\Delta_2\Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow\vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## CHỦ ĐỀ 1
## CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

## DẠNG 1
## XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG
## XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

### 1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng $\Delta$ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng $\Delta$.
  Nếu $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với $\Delta$ thì $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.
- Phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$.
- Phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng: $\dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$ $(a.b.c \neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$.

**Chú ý:**

- Trục $Ox$ có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.
- Trục $Oy$ có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.
- Trục $Oz$ có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

### 2. Điểm thuộc và không thuộc đường thẳng

- Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và đường thẳng $\Delta$ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$.

Khi đó:

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{x_M - y_0}{b} = \frac{x_M - z_0}{c}$$

$$M \notin \Delta \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} \dfrac{x_M - x_0}{a} \neq \dfrac{x_M - y_0}{b} \\ \dfrac{x_M - y_0}{b} \neq \dfrac{x_M - z_0}{c} \end{array} \right.$$

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng $\Delta$ có phương trình $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$.

Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow t=\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c}$$

$$M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\t=\dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình: $\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

a) Xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

b) Xác định hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Lời giải**

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(4;-2;3\right)$.

b) Chọn $t=0$, ta có $\begin{cases}x=3\\y=-1\\z=-2\end{cases}\Rightarrow\left(3;-1;-2\right)$

Chọn $t=1$, ta có $\begin{cases}x=7\\y=-3\\z=1\end{cases}\Rightarrow\left(7;-3;1\right)$

Vậy $\left(3;-1;-2\right)$ và $\left(7;-3;1\right)$ là hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

a) Xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

b) Xác định hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Lời giải**

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;1;-3\right)$.

b) Chọn $z=1$, ta có $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=0\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x+1}{2}=0\\\dfrac{y+2}{1}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}\Rightarrow\left(-1;-2;1\right)$

Chọn $z=4$, ta có $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=-1\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x+1}{2}=-1\\ \dfrac{y+2}{1}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\ y=-3\end{cases}\Rightarrow(-3;-3;4)$

Vậy $(-1;-2;1)$ và $(-3;-3;4)$ là hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{1-y}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

a) Xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

b) Xác định hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Lời giải**

Ta có: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{1-y}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Chọn $z=2$, ta có $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=0\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=0\\ \dfrac{y-1}{2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}\Rightarrow(1;1;2)$

Chọn $z=1$, ta có $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=1\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=1\\ \dfrac{y-1}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=3\end{cases}\Rightarrow(2;3;1)$

Vậy $(1;1;2)$ và $(2;3;1)$ là hai điểm thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$:

a) biết đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $M,N$ với $M(1;-2;1),N(0;1;3)$.

b) biết đường thẳng $d$ song song $BC$ với $B(1;1;1),C(3;4;0)$.

c) biết đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\ y=1+4t\\ z=-4\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

d) biết đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$.

**Lời giải**

a) Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm $M,N$ là $\vec{u}_d=(-1;3;2)$

b) Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;1)$

Do đường thẳng $d$ song song $BC$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;3;1)$.

c) Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(-1;4;0)$.

Do đường thẳng $d$ song song đường thẳng $\Delta$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(-1;4;0)$.

d) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;-3;2)$

Do đường thẳng $d$ vuông góc với $(P)$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;-3;2)$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$:

a) biết đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P): x+3y-2z-2028=0$ và vuông góc vectơ $\vec{a}=(1;1;0)$.

b) biết đường thẳng $d$ song song với hai mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+2027=0$ và $(Q): x-2y+2026=0.$

**Lời giải**

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;3;-2)$

Ta có $[\vec{n}_P,\vec{a}]=(2;2;-2)$

Đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P)$ và song song vectơ $\vec{a}$ nên có vectơ chỉ phương:

$\vec{u}_d=(2;2;-2)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(3;-2;-1)$ và mặt phẳng $(Q)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(2;-2;0)$.

Ta có $\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(-2;1;-4)$

Đường thẳng $d$ song song với hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ nên có vectơ chỉ phương: $\vec{u}_d=(-2;1;-4)$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1+t\\z=5-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng $d$? điểm nào không thuộc đường thẳng $d$?

a) $M(11;2;4)$.

b) $N(5;0;3)$.

c) $P(10;3;-3)$.

d) $Q(8;-3;1)$.

**Lời giải**

a) Thế tọa độ $M(11;2;4)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\begin{cases}11=2+3t\\2=-1+t\\4=5-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=3\\t=3\\t=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ (vô lý), suy ra

điểm $M(11;2;4)$ không thuộc đường thẳng $d$.

b) Thế tọa độ $N(5;0;3)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\begin{cases}5=2+3t\\0=-1+t\\3=5-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}$ (đúng), suy ra điểm $N(5;0;3)$ thuộc đường thẳng $d$.

Vì hệ phương trình trên có nghiệm nên $N$ thuộc đường thẳng $d$.

c) Thế tọa độ $P(10;3;-3)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\begin{cases}10=2+3t\\3=-1+t\\-3=5-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{8}{3}\\t=4\\t=4\end{cases}$ (vô lý), suy ra điểm $P(10;3;-3)$ không thuộc đường thẳng $d$.

d) Thế tọa độ $Q(8;-3;1)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\begin{cases}8=2+3t\\-3=-1+t\\1=5-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t=-2\\t=2\end{cases}$ (vô lý), suy ra điểm $Q(8;-3;1)$ không thuộc đường thẳng $d$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng $d$? điểm nào không thuộc đường thẳng $d$?

a) $M(-1;-2;-3)$.

b) $N(-2;1;-2)$.

c) $P(1;2;3)$.

d) $Q(2;-1;2)$.

**Lời giải**

a) Thế tọa độ $M(11;2;4)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\dfrac{-1-1}{2}\neq\dfrac{-2-2}{-1}\neq\dfrac{-3-3}{2}$

Do đó $M$ không thuộc đường thẳng $d$.

b) Thế tọa độ $N(-2;1;-2)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\dfrac{-2-1}{2}\neq\dfrac{1-2}{-1}\neq\dfrac{-2-3}{2}$

Do đó $N$ không thuộc đường thẳng $d$.

c) Thế tọa độ $P(1;2;3)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{3-3}{2}$

Do đó $P$ thuộc đường thẳng $d$.

d) Thế tọa độ $Q(2;-1;2)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được $\dfrac{2-1}{2}\neq\dfrac{-1-2}{-1}\neq\dfrac{2-3}{2}$

Do đó $Q$ không thuộc đường thẳng $d$.

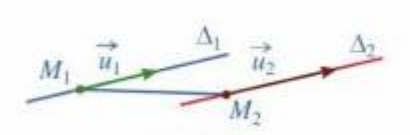
# DẠNG 2
# VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG
# KHOẢNG CÁCH

**1. Để xét vị trí tương đối đường thẳng ta có hai cách sau:**

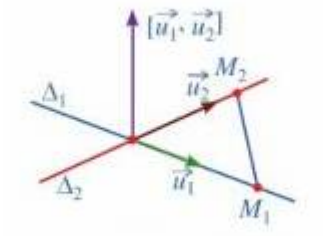
**Cách 1:**

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ lần lượt đi qua các điểm $M_1(x_1;y_1;z_1), M_2(x_2;y_2;z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó:

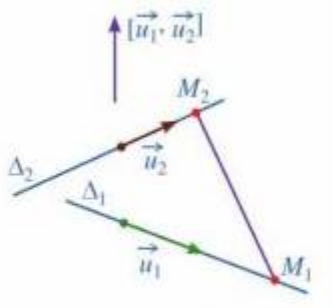
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $M_1 \notin \Delta_2$.
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $M_1 \in \Delta_2$.
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2}=0 \end{cases}$
- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$




$\Delta_1$ song song $\Delta_2$




$\Delta_1$ cắt $\Delta_2$




$\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau

**Cách 2:**

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1:\begin{cases} x=x_1+a_1t_1 \\ y=y_1+b_1t_1 \\ z=z_1+c_1t_1 \end{cases} (t_1\in\mathbb{R}),\quad \Delta_2:\begin{cases} x=x_2+a_2t_2 \\ y=y_2+b_2t_2 \\ z=z_2+c_2t_2 \end{cases} (t_2\in\mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn $t_1,t_2$: $\begin{cases} x_1+a_1t_1=x_2+a_2t_2 \\ y_1+b_1t_1=y_2+b_2t_2 \\ z_1+c_1t_1=z_2+c_2t_2 \end{cases}$ $(*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- $\Delta_1$ cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.

- $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

**Nhận xét :**

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3),\ \vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

- Hai $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]\neq\vec{0}$.
- Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$.
- Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$.

## 2. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ và đường thẳng $\Delta$ đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đồng thời có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Khi đó khoảng cách từ điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ đến một đường thẳng $\Delta$ được xác định bởi công thức: $d(A,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM_0},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}$.

**Chú ý:** Công thức trên chỉ dùng cho trắc nghiệm, chứ trong sách giáo khoa không đề cập đến.

## 3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- Hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ trùng nhau hoặc cắt nhau thì có khoảng cách bằng $0$.
- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:**

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2$ lần lượt đi qua các điểm $M_1(x_1;y_1;z_1),M_2(x_2;y_2;z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1),\ \vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó **khoảng cách giữa hai đường thẳng** được xác định bởi công thức: $d(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\left|\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{M_1M_2}\right|}{\left|\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]\right|}$

**Chú ý:** Công thức trên chỉ dùng cho trắc nghiệm, chứ trong sách giáo khoa không đề cập đến.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M$ đến đường thẳng $\Delta$ biết:

a) điểm $M\left(-1;0;-1\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}$.

b) điểm $M\left(2;-4;-1\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$.

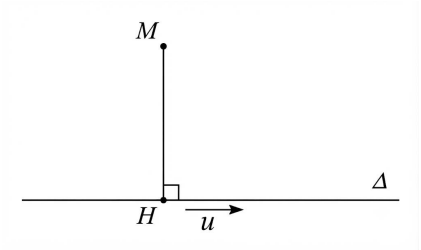
c) điểm $M\left(2;-1;0\right)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

**Lời giải**

a) Thay toạ độ điểm $M\left(-1;0;-1\right)$ vào đường thẳng, ta được $\begin{cases}-1=1-2t\\0=-1+t\\-1=2-3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}\Rightarrow M\in\Delta$, do đó khoảng cách từ điểm $M$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng 0.

b) Thay toạ độ điểm $M\left(2;-4;-1\right)$ vào đường thẳng, ta được $\begin{cases}2=t\\-4=2-t\\-1=3+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t=6\\t=-2\end{cases}\Rightarrow M\notin\Delta$, do đó khoảng cách từ điểm $M$ đến đường thẳng $\Delta$ được tính như sau:

**Cách 1 : Tự luận**




Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;-1;2\right)$

Gọi $H$ là hình chiếu của $M$ trên đường thẳng $\Delta$

$H\in\Delta\Rightarrow H=\left(t;2-t;3+2t\right)$

Ta có $\overrightarrow{MH}=\left(t-2;6-t;4+2t\right)$

Do $\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}$ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow1.\left(t-2\right)-1.\left(6-t\right)+2\left(4+2t\right)=0\Leftrightarrow t=0$

$\Rightarrow\overrightarrow{MH}=\left(-2;6;4\right)$

$\Rightarrow MH=\left|\overrightarrow{MH}\right|=\sqrt{\left(-2\right)^2+6^2+4^2}=2\sqrt{14}$

**Cách 2 : Trắc nghiệm**

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $A\left(0;2;3\right)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;-1;2\right)$

$\overrightarrow{MA}=\left(-2;6;4\right);\ \left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]=\left(16;8;-4\right).$

Vậy khoảng cách từ điểm $M$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng: $d\left(M,\Delta\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}.$

c) Thay toạ độ điểm $M\left(2;-1;0\right)$ vào đường thẳng, ta được $\dfrac{2-3}{-2}=\dfrac{-1}{-1}=\dfrac{0-1}{1}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-1}{1}\Rightarrow M\notin\Delta$

**Cách 1 : Tự luận**

Học sinh làm tương tự câu a

**Cách 2 : Trắc nghiệm**

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $B\left(3;0;1\right)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;-1;1)$

$\overrightarrow{MB}=(1;1;1);\left[\overrightarrow{MB};\vec{u}\right]=\left(2;-3;1\right).$

Vậy khoảng cách từ điểm $M$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng: $d(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MB};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau và tính khoảng cách giữa chúng.

a) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ và $d':\begin{cases}x=2-t'\\y=1+t'\\z=2-t'\end{cases}\left(t'\in\mathbb{R}\right)$

b) $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d':\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

c) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3-t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ và $d':\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\\z=5-2t'\end{cases}\left(t'\in\mathbb{R}\right)$

d) $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=5+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ và $d':\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{2}$

**Lời giải**

a) Ta có: $d$ đi qua $M\left(1;2;1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=\left(1;-1;1\right)$; đường thẳng $d'$ đi qua $M'\left(2;1;2\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=\left(-1;1;-1\right)$.

Vì $\vec{u}_{d'}=-\vec{u}_d$ nên $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương $\Rightarrow d$ và $d'$ song song với nhau hoặc trùng nhau.

Xét điểm $M\left(1;2;1\right)\in d$, ta có $M\in d'$ nên $d\equiv d'$.

Do $d\equiv d'$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng $d$ và $d'$ bằng 0.

b) Ta có: $d$ đi qua $M\left(0;1;0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=\left(1;-1;2\right)$; đường thẳng $d'$ đi qua $M'\left(1;2;-2\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=\left(5;1;-2\right)$.

Do $\frac{1}{5}\neq\frac{-1}{1}=\frac{2}{-2}$ nên $\vec{u}_{d'}\neq k\vec{u}_d$ , do đó $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ không cùng phương $\Rightarrow d$ và $d'$ cắt nhau hoặc chéo nhau.

Ta có: $\overrightarrow{MM'}=(1;1;-2)$, $[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]=(0;12;6)$

Suy ra $[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\overrightarrow{MM'}=0$, do đó hai đường thẳng $d$ và $d'$ cắt nhau.

Do $d$ và $d'$ cắt nhau nên khoảng cách giữa hai đường thẳng $d$ và $d'$ bằng 0.

c) Ta có: $d$ đi qua $M(1;0;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;2;-1)$; đường thẳng $d'$ đi qua $M'(2;3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=(2;4;-2)$.

Vì $\vec{u}_{d'}=2\vec{u}_d$ nên $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương $\Rightarrow d$ và $d'$ song song với nhau hoặc trùng nhau.

Xét điểm $M(1;0;3)\in d$, ta có $M\notin d'$ nên $d\,//\,d'$.

Vì $d\,//\,d'$ nên $d(d,d')=d(M,d')=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MM'},\vec{u}_{d'}\right]\right|}{\left|\vec{u}_{d'}\right|}$

Ta có: $\overrightarrow{MM'}=(1;3;2)$, $\left[\overrightarrow{MM'},\vec{u}_{d'}\right]=(-14;6;-2)$

Suy ra $d(d,d')=d(M,d')=\dfrac{\sqrt{(-14)^2+6^2+(-2)^2}}{\sqrt{2^2+4^2+(-2)^2}}=\dfrac{\sqrt{354}}{6}$

d) Ta có: $d$ đi qua $M(1;-1;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;3;1)$; đường thẳng $d'$ đi qua $M'(1;-2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=(3;2;2)$.

Do $\frac{2}{3}\neq\frac{3}{2}\neq\frac{1}{2}$ nên $\vec{u}_{d'}\neq k\vec{u}_d$ , do đó $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ không cùng phương $\Rightarrow d$ và $d'$ cắt nhau hoặc chéo nhau.

Ta có: $\overrightarrow{MM'}=(0;-1;-4)$, $[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]=(4;-1;-5)$

Suy ra $[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\overrightarrow{MM'}=21\neq 0$, do đó hai đường thẳng $d$ và $d'$ chéo nhau.

Ta có: $d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\right|}=\dfrac{21}{\sqrt{4^2+(-1)^2+(-5)^2}}=\dfrac{\sqrt{42}}{2}$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1$ và $d'$ sau đây.

a) $d_1:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+5t'\\y=2+t'\\z=-2-2t'\end{cases}$.

b) $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

**Lời giải**

a) Giao điểm của $d_1$ và $d_2$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} t=1+5t' \\ 1-t=2+t' \\ 2t=-2-2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-5t'=1 \\ -t-t'=1 \\ 2t+2t'=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\dfrac{2}{3} \\ t'=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$

Thay $t=-\dfrac{2}{3}$ vào đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-\dfrac{2}{3} \\ y=1-\left(-\dfrac{2}{3}\right) \\ z=2.\left(-\dfrac{2}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{5}{3} \\ z=-\dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$

Vậy tọa độ giao điểm của $d_1$ và $d_2$ là $\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$

b) Giao điểm của $d_1$ và $d_2$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1} \\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-y=0 \\ x-z=-1 \\ x-2y=3 \\ x-2z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{5} \\ y=\dfrac{2}{5} \\ z=\dfrac{4}{5} \end{cases}$

Vậy tọa độ giao điểm của $d_1$ và $d_2$ là $\left(-\dfrac{1}{5};\dfrac{2}{5};\dfrac{4}{5}\right)$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=4+mt \\ y=3-t \\ z=2+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$,

với $m$ là tham số. Tìm giá trị của tham số $m$ để $\Delta_1$ và $\Delta_2$ vuông góc.

**Lời giải**

Điều kiện $m\neq 1$

Đường thẳng $\Delta_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta_1}=(2;4;m-1)$

Đường thẳng $\Delta_2$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta_1}=(m;-1;2)$.

Để $\Delta_1$ và $\Delta_2$ vuông góc thì $\vec{u}_{\Delta_1}.\vec{u}_{\Delta_1}=0 \Leftrightarrow 2m+4(-1)+2(m-1)=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$

Vậy $m=\dfrac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

# DẠNG 4
# VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG
# KHOẢNG CÁCH

## 1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$

**Cách 1:** Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

- Nếu hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương thì $d$ cắt $(P)$.
- Nếu hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương và $M(x_0;y_0;z_0)\notin(P)$ thì $d//(P)$.
- Nếu hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương và $M(x_0;y_0;z_0)\in(P)$ thì $d\subset(P)$.

**Cách 2:** Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\\Ax+By+Cz+D=0\end{cases}$ (*)

- Nếu (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt $(P)$
- Nếu (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d//(P)$
- Nếu (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(P)$

## 2. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng

- Đường thẳng trùng hoặc cắt mặt phẳng thì có khoảng cách giữa chúng bằng $0$.
- Đường thẳng song song mặt phẳng thì có khoảng cách giữa chúng chính là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng đến mặt phẳng.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của đường thẳng $\Delta$ với mặt phẳng $(P)$ và tính khoảng cách giữa chúng.

a) $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$ và $(P):\ 2x+3y-4z+3=0$.

b) $\Delta:\begin{cases}x=1+3t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$ và $(P):\ x+4y-2z-3=0$.

c) $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $(P):\ 2x-2y-z+1=0$.

**Lời giải**

a) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(2;-1;1)$, có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng $(P)$ có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;3;-4)$.

Ta có: $\vec{u}_\Delta.\vec{n}_P=-1.2+2.3+1.(-4)=0\Rightarrow\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_P$.

Thay toạ độ điểm $M(2;-1;1)$ vào mặt phẳng $(P)$: $2.2+3.(-1)-4.1+3=0\Leftrightarrow 0=0$ đúng, do đó $M\in(P)$

Suy ra $\Delta\subset(P)$

Vậy khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ bằng 0.

b) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(1;0;1)$, có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(3;2;-1)$.

Mặt phẳng $(P)$ có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;4;-2)$.

Ta có: $\vec{u}_\Delta.\vec{n}_P=3.1+2.4+(-1).(-2)=13\neq 0\Rightarrow\vec{u}_\Delta$ và $\vec{n}_P$ không vuông góc hay đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ cắt nhau, suy ra khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ bằng 0.

c) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(1;-2;1)$, có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(2;1;2)$.

Mặt phẳng $(P)$ có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-2;-1)$.

Ta có: $\vec{u}_\Delta.\vec{n}_P=2.2-2.1-1.2=0\Rightarrow\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_P$.

Mà $M\notin(P)\Rightarrow\Delta\ //\ (P)$

Do đó $d(\Delta,(P))=d(M,(P))=\dfrac{|2.1-2.(-2)-1.1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{6}{3}=2$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm $M$ là giao điểm của:

a) đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(Oxy)$.

b) trục $Oy$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2026z-2027=0$.

**Lời giải**

a) Mặt phẳng $(Oxy)$ có phương trình: $z=0$.

Vì $M$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(Oxy)$ nên $M\in d\Rightarrow M(2-t;3t;1+t)$ và $M\in(Oxy)\Rightarrow 1+t=0\Rightarrow t=-1$

Vậy tọa độ điểm $M(3;-3;0)$.

b) Vì $M$ là giao điểm của trục $Oy$ và mặt phẳng $(P)$ nên $M\in Oy\Rightarrow M(0;y_M;0)$ và $M\in(P)\Rightarrow -y_M-2027=0\Rightarrow y_M=-2027$

Vậy tọa độ điểm $M(0;-2027;0)$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm $M$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ biết:

a) đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0.$

b) đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$

**Lời giải**

a) Vì $M$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ nên $M\in d\Rightarrow M(1+2t;3-t;1-t)$ và $M\in(P)\Rightarrow(1+2t)+2(3-t)-3(1-t)+2=0\Rightarrow t=-2.$

Vậy tọa độ điểm $M(-3;5;3)$.

b) Tọa độ của điểm $M$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}\\\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}\\x+2y-3z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=2\\2y-z=1\\x+2y-3z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\\z=1\end{cases}$

Vậy tọa độ điểm $M(-1;1;1)$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$ ($m$ là tham số).

**Lời giải**

Một vectơ chỉ phương của $d$: $\vec{u}=(1;-1;1)$; $A(1;-1;2)\in d$.

Một vectơ pháp tuyến của $(P)$: $\vec{n}=(2;1;-m^2)$.

$$d//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}\\ A\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\cdot2-1\cdot1-1\cdot m^2=0\\ 2\cdot1-1-2m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m^2=0\\ 1-2m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm1\\ 1-2m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$$

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$ ($m,n$ là tham số). Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

**Lời giải**

**Cách 1:**

Lấy $\begin{cases}A(0;2;-1)\in\Delta\\ B(-2;3;2)\in\Delta\end{cases}$

Mà $\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases}A\in(P)\\ B\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-n-16=0\\ 11.(-2)+3m+2n-16=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=10\\ n=4\end{cases}$

$\Rightarrow T=m+n=14$.

**Cách 2:**

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(0;2;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$.

Mặt phẳng $(P)$ có VTPT $\vec{n}=(11;m;n)$.

$$\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases}A\in(P)\\ \vec{n}.\vec{u}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-n-16=0\\ -22+m+3n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=10\\ n=4\end{cases}.$$

$\Rightarrow T=m+n=14$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$: $2x+my-3z+m-2=0$ ($m$ là tham số) và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+4t\\ y=1-t\\ z=1+3t\end{cases}$. Với giá trị nào của $m$ thì $d$ cắt $(P)$?

**Lời giải**

$(P):2x+my-3z+m-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(2;m;-3)$

$d:\begin{cases}x=2+4t\\ y=1-t\\ z=1+3t\end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(4;-1;3)$

$d$ cắt $(P)\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}\neq0\Leftrightarrow2.4-m+(-3).3\neq0\Leftrightarrow m\neq-1$

# CHỦ ĐỀ 2
# LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

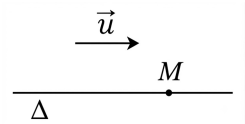
## DẠNG 1
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

**Cần phải nắm vững:**

- Trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng $\Delta$ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng $\Delta$. Nếu $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ ($\vec{n}_1,\vec{n}_2$ không cùng phương) cùng vuông góc với $\Delta$ thì $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]$.

**Dạng 1.** Lập phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(a;b;c)$

**Phương pháp giải:**

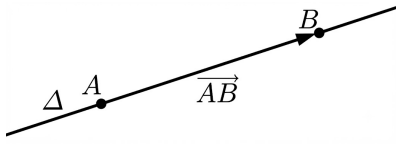



Ta có: $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}:\vec{u}_\Delta=(a;b;c)\end{cases}$

- Phương trình tham số đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.
- Nếu $a.b.c\neq 0$ thì phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$

**Dạng 2.** Lập phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $A$ và $B$.

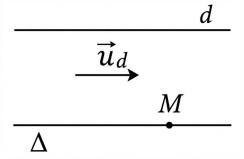
**Phương pháp giải:**




Ta có: $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } A \text{ (hay } B)\\ \Delta \text{ có VTCP}:\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AB}\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 3.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua điểm $M$ và song song với đường thẳng $d$.

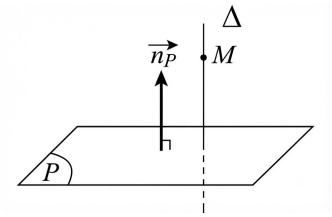
**Phương pháp giải:**




Ta có $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \vec{u}_d\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 4.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0.$

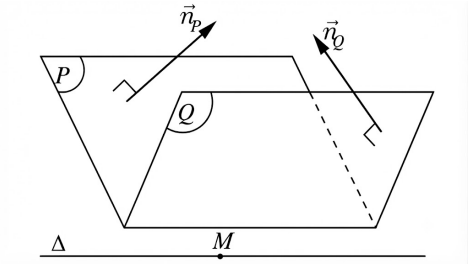
**Phương pháp giải:**




Ta có $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (A;B;C)\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 5.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và song song với $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

**Phương pháp giải:**

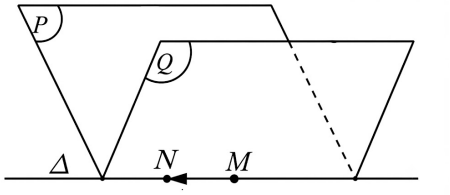



Ta có $\begin{cases}\Delta \text{ đi qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 6.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

**Phương pháp giải:**

**Cách 1:**



$\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ nên mọi điểm thuộc $\Delta$ là nghiệm của hệ:

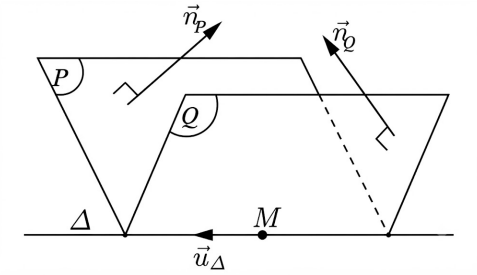
$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$$

Chọn $x=0$ ta có hệ sau: $\begin{cases} B_1y+C_1z+D_1=0 \\ B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ và giải tìm được $y,z$, suy ra điểm $M$.

Chọn $y=0$ ta có hệ sau: $\begin{cases} A_1x+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ và giải tìm được $x,z$, suy ra điểm $N$.

Ta có $\begin{cases} \Delta \text{ đi qua } M \\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \overrightarrow{MN} \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Cách 2:**



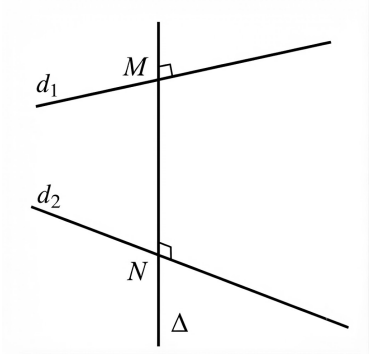

Chọn $x=0$ (hoặc $y=0$ hoặc $z=0$), ta có hệ sau: $\begin{cases} B_1y+C_1z+D_1=0 \\ B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ và giải tìm được $y,z$, suy ra điểm $M$.

Vecto chỉ phương của $\Delta$ là: $\vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_P;\vec{n}_Q\right]$.

Ta có $\begin{cases} \Delta \text{ đi qua } M \\ \Delta \text{ có VTCP}: \vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_P;\vec{n}_Q\right] \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

**Dạng 7.** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết $\Delta$ là đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=x_1+a_1t_1 \\ y=y_1+b_1t_1 \\ z=z_1+c_1t_1 \end{cases} (t_1\in\mathbb{R})$, $d_2: \begin{cases} x=x_2+a_2t_2 \\ y=y_2+b_2t_2 \\ z=z_2+c_2t_2 \end{cases} (t_2\in\mathbb{R})$.

**Phương pháp giải:**




**Bước 1:** Đường thẳng $d_1$ và $d_2$ có vecto chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_{d_1}=(a_1;b_1;c_1), \vec{u}_{d_2}=(a_2;b_2;c_2)$

Gọi $M = d_1 \cap \Delta \Rightarrow M\left(x_1 + a_1t_1; y_1 + b_1t_1; z_1 + c_1t_1\right)$ và $N = d_2 \cap \Delta \Rightarrow N\left(x_2 + a_2t_2; y_2 + b_2t_2; z_2 + c_2t_2\right)$

Tính $\overrightarrow{MN}$ theo $t_1$ và $t_2$

**Bước 2:** Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_{d_1} \\ \overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases}$, giải hệ này tìm được $t_1$ và $t_2$, suy ra 2 điểm $M, N$.

**Bước 3:** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M$ (hoặc $N$) có vecto chỉ phương $\overrightarrow{MN}$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$.

**Lời giải**

**Cách 1:**

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M\left(0; -2; 0\right)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(2; 3; -4\right)$.

Do đó, phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-4}$

**Cách 2:**

Ta có $\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = t \\ \frac{y+2}{3} = t \\ \frac{z}{-4} = t \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-4}$

Do đó, phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-4}$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{1-x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$.

**Lời giải**

**Cách 1:**

Ta có: $\frac{1-x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M\left(1; 0; -2\right)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(-1; -3; 2\right)$.

Do đó, phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$

**Cách 2:**

Ta có $\Delta:\dfrac{1-x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+2}{2}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1-x}{1}=t\\ \dfrac{y}{-3}=t\\ \dfrac{z+2}{2}=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1-t\\ y=-3t\\ z=-2+2t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

Do đó, phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\begin{cases}x=1-t\\ y=-3t\\ z=-2+2t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ trong mỗi trường hợp sau:

a) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;3;4)$.

b) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $M(2;-1;3)$ và $N(3;0;4)$.

c) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+3t\\ y=1+2t\\ z=-4+t\end{cases}$.

d) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua $B(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.

e) biết đường thẳng $\Delta$ đi qua $C(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y-z-1=0$.

**Lời giải**

a) Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=(-2;3;4)$ là: $\begin{cases}x=-1-2t\\ y=3+3t\\ z=2+4t\end{cases}$ ($t$ là tham số)

Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=(-2;3;4)$ là: $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-2}{4}$

b) Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;1;1)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng $\Delta$

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$ là: $\begin{cases}x=2+t'\\ y=-1+t'\\ z=3+t'\end{cases}$ ($t'$ là tham số)

Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$

c) Đường thẳng $d_1$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;2;1)$

Vì $\Delta\ //\ d_1$ nên vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(3;2;1)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;2;1)$.

Phương trình tham số của $\Delta$ là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+2t \\ z=2+t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

Phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{1}$

d) Đường thẳng $d_2$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;1;3\right)$

Vì $\Delta \,//\, d_2$ nên vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=\left(2;1;3\right)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $B\left(1;1;2\right)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;1;3\right)$.

Phương trình tham số của $\Delta$ là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=2+3t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

Phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{3}$.

e) Mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;3;-1\right)$

Vì $\Delta\perp\left(P\right)$ nên vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=\vec{n}=\left(1;3;-1\right)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $C\left(2;-1;4\right)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;3;-1\right)$.

Phương trình tham số của $\Delta$ là $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+3t \\ z=4-t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Phương trình chính tắc của $\Delta$ là $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-4}{-1}$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;0;2\right),B\left(1;2;1\right),C\left(3;2;0\right)$ và $D\left(1;1;3\right)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(BCD\right)$.

**Lời giải**

Ta có $\overrightarrow{BC}=\left(2;0;-1\right),\overrightarrow{BD}=\left(0;-1;2\right)\Rightarrow\vec{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=\left(-1;-4;-2\right)$

Phương trình đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(BCD\right)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=\left(-1;-4;-2\right)$ là: $\begin{cases} x=1-t \\ y=-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+z-1=0$, $\left(Q\right):2x+y-z=0$ và điểm $A\left(1;2;-1\right)$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A$ và song song với cả hai mặt phẳng $\left(P\right),\left(Q\right)$.

**Lời giải**

Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;1)$, mp $(Q)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):2x+y-z+3=0$ và $(\beta):x+y+z-1=0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$.

**Lời giải**

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(\alpha)}=(2;1;-1)\\ \vec{n}_{(\beta)}=(1;1;1)\end{cases}\Rightarrow\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(2;-3;1)\Rightarrow\vec{u}_{\Delta}=\left[\vec{n}_{\alpha},\vec{n}_{\beta}\right]=(2;-3;1).$

Gọi $M=(\alpha)\cap(\beta)$ thì $M\in\Delta$ và $M$ thỏa $\begin{cases}2x+y-z+3=0\\ x+y+z-1=0\end{cases}$

Chọn $x=0$, ta có: $\begin{cases}y-z+3=0\\ y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\ z=2\end{cases}\Rightarrow M(0;-1;2)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(0;-1;2)$ và nhận $\vec{u}_{\Delta}=(2;-3;1)$ làm một vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\ y=3\\ z=-2+t\end{cases}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1$, $d_2$.

**Lời giải**

Gọi $d$ là đường thẳng cần tìm. Gọi $A=d\cap d_1, B=d\cap d_2$.

Khi đó: $A\in d_1\Rightarrow A(2+a;1-a;2-a)$; $B\in d_2\Rightarrow B(b;3;-2+b)$

$\overrightarrow{AB}=(-a+b-2;a+2;a+b-4)$

Mà $d_1$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;-1)$, $d_2$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;0;1)$.

Do $\begin{cases}d\perp d_1\\ d\perp d_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-a+b-2-a-2-a-b+4=0\\ -a+b-2+a+b-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3a=0\\ 2b-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=3\end{cases}$

$\Rightarrow A(2;1;2);B(3;3;1)$

Vậy $d$ đi qua điểm $A(2;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$ nên phương trình của $d$ là

$\begin{cases}x=2+t\\ y=1+2t.\\ z=2-t\end{cases}$

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d$ có phương trình: $\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)$: $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ qua $M$ vuông góc với $d$ và song song với $(P)$.

**Lời giải**

Ta có $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$ là vectơ chỉ phương của $d$.

$\vec{n}_{(P)}=(2;0;1)$ là vectơ pháp tuyến của $(P)$.

$\left[\overrightarrow{u_d},n_{(p)}\right]=(-5;-5;10)$.

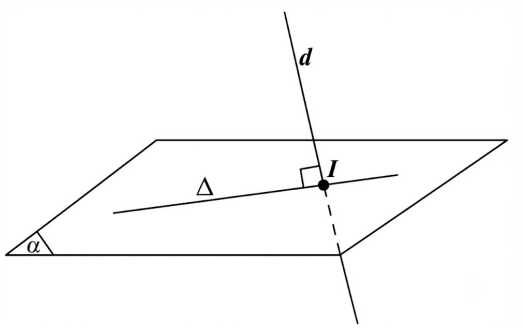
Do $\Delta$ vuông góc với $d$ và song song với $(P)$ nên $\vec{u}=(1;1;-2)$ là vectơ chỉ phương của $\Delta$.

Khi đó, phương trình của $\Delta$ là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$.

Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ cắt đồng thời vuông góc với $d$.

**Lời giải**




Giao điểm $I$ của $d$ và $(\alpha)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\\x-2z-6=0\end{cases}\Rightarrow I(2;4;-2)$

Mặt phẳng $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$; đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Khi đó đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$.

Đường thẳng $\Delta$ qua điểm $I(2;4;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$ nên có phương trình chính tắc: $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{1}$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với $d$.

**Lời giải**

$$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t\end{cases}$$

Gọi $\Delta$ là đường thẳng nằm trong $(P)$ vuông góc với $d$.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi $A$ là giao điểm của $d$ và $(P)$. Tọa độ $A$ là nghiệm của phương trình:

$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow A(3;-2;2)$

Phương trình $\Delta$ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A$, vuông góc với $d$ và cắt trục $Oy$.

**Lời giải**

Gọi đường thẳng cần tìm là $\Delta$

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=(-2;m-1;-3)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow-2-2(m-1)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có $\Delta$ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$.

**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A$, vuông góc với $d_1$ và cắt $d_2$.

**Lời giải**

Gọi $d$ là đường thẳng qua $A$ và $d$ cắt $d_2$ tại $K$. Khi đó $K(2+t;-1-t;1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{AK}=(1+t;-t;t-2)$.

Đường $AK\perp d_1\Leftrightarrow\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u_1}=0$, với $\vec{u}_1=(1;4;-2)$ là một vectơ chỉ phương của $d_1$.

Do đó $1+t-4t-2t+4=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(2;-1;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

**Bài 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$,

$d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Viết phương trình đường thẳng song song với $d_3$ và cắt đồng thời $d_1$ và $d_2$.

**Lời giải**

Gọi $\Delta$ đường thẳng song song với $d_3$ và cắt $d_1$ và $d_2$.

$\vec{u}_\Delta;\vec{u}_3$ lần lượt là vectơ chỉ phương của $\Delta$ và $d_3$.

Ta có $\Delta\cap d_1=A\Rightarrow A(2x+3;x-1;-2x+2)$; $\Delta\cap d_2=B\Rightarrow B(-1+3y;-2y;-4-y)$.

$\overrightarrow{AB}=(3y-2x-4;-2y-x+1;-y+2x-6)$.

Vì $\Delta//d_3\Rightarrow\vec{u}_\Delta=k\vec{u}_3\Rightarrow\dfrac{3y-2x-4}{4}=\dfrac{-2y-x+1}{-1}=\dfrac{-y+2x-6}{6}$.

$\Rightarrow\begin{cases}2x-3y+4=-8y-4x+4\\-12y-6x+6=y-2x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x+5y=0\\-13y+4x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0$.

Từ đó suy ra: $A(3;-1;2);B(-1;0;-4)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-4;1;-6)$ là vectơ chỉ phương của $\Delta$.

Phương trình $\Delta$ là: $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

**Bài 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc mặt phẳng $(P)$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$.

**Lời giải**

Gọi $\Delta$ là đường thẳng cần tìm

$\Delta\cap d_1=M$ nên $M(-3+2t;-2-t;-2-4t)$

$\Delta\cap d_2=N$ nên $N(-1+3u;-1+2u;2+3u)$

$\overrightarrow{MN}=(2+3u-2t;1+2u+t;4+3u+4t)$

Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$

Nên $\dfrac{2+3u-2t}{1}=\dfrac{1+2u+t}{2}=\dfrac{4+3u+4t}{3}$ ta giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases}u=-2\\t=-1\end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $M(-5;-1;2)$ và VTCP $\overrightarrow{MN}=(-2;-4-6)=-2(1;2;3)$

Phương trình tham số $\Delta$ là $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

**Bài 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$. Viết phương trình $\Delta$ thuộc mặt phẳng chứa $d$ và $d'$ đồng thời cách đều hai đường thẳng $d$ và $d'$.

**Lời giải**

$d$ đi qua $A(2;1;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;-2)$.

$d'$ đi qua $B(4;-1;0)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}$ và $\dfrac{2-4}{1}\neq\dfrac{1+1}{-2}\neq\dfrac{4}{2}$ nên $d//d'$.

Đường thẳng $\Delta$ thuộc mặt phẳng chứa $d$ và $d'$ đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta//d//d'\\d(\Delta,d)=d(\Delta,d')\end{cases}$ hay $\Delta$ qua trung điểm $I(3;0;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Khi đó phương trình của $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.

**Bài 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng $\Delta$ cắt $(P)$ và $d$ lần lượt tại hai điểm $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn $MN$.

**Lời giải**

Theo giả thiết: $N\in d\Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.

Mà $A$ là trung điểm $MN\Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$.

Mặt khác, $M\in(P)\Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\Leftrightarrow t=-2$.

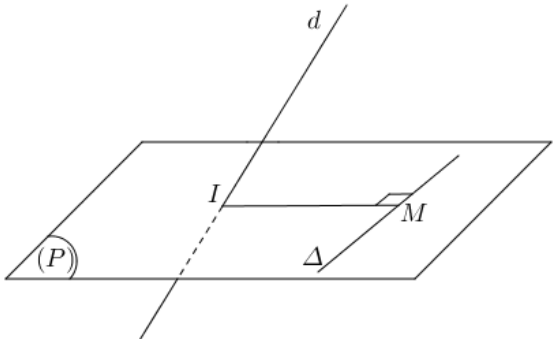
$\Rightarrow N(-6;-1;3)\Rightarrow\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$.

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $N(-6;-1;3)$ và có một VTCP là $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$ nên có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

**Bài 17.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t,t\in\mathbb{R},\\z=2-t\end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ tại điểm $I$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(P)$ sao cho $\Delta\perp d$ và

khoảng cách từ điểm $I$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ của điểm $I$ trên đường thẳng $\Delta$.

**Lời giải**




$(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$ và $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$. $I=d\cap(P)\Rightarrow I(1;1;1)$.

Vì $\Delta\subset(P);\Delta\perp d\Rightarrow\Delta$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(-3;2;1)$.

$M$ là hình chiếu của $I$ trên $\Delta$ nên $M$ thuộc mặt phẳng $(Q)$ đi qua $I$ và vuông góc với $\Delta$.

Mặt phẳng $(Q)$ nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(-3;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên ta có phương trình của

$(Q):-3(x-1)+2(y-1)+1(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-2y-z=0$.

Gọi $d_1=(P)\cap(Q)\Rightarrow d_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{v}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\vec{n}\right]=(1;4;-5)$ và $d_1$ đi qua $I$, phương trình của

$$d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}.$$

Mặt khác $M\in\Delta\Rightarrow M\in(P)\Rightarrow M\in d_1$.

Giả sử $M(1+t;1+4t;1-5t)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(t;4t;-5t)$.

Ta có: $IM=\sqrt{42}\Leftrightarrow\sqrt{t^2+16t^2+25t^2}=\sqrt{42}\Leftrightarrow t=\pm1$.

+ Với $t=1\Rightarrow M(2;5;-4)$.

+ Với $t=-1\Rightarrow M(0;-3;6)$.

Vậy có 2 điểm $M$ cần tìm là $M(2;5;-4)$ và $M(0;-3;6)$

**Cách 2:** Vì $M(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên $\Delta$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases}M\in(P)\\\overrightarrow{IM}\perp\vec{u}_\Delta\\IM=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\-3(a-1)+2(b-1)+(c-1)=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\-3a+2b+c=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

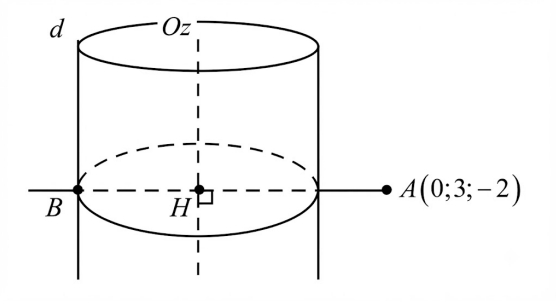
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b=3 \\ a+b+c-3=0 \\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4a-3 \\ c=-5a+6 \\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{cases} a=0 \\ b=-3 \\ c=6 \end{cases} \right. \left. \begin{cases} a=2 \\ b=5 \\ c=-4 \end{cases} \right.$$

Vậy có 2 điểm $M$ cần tìm là $M(2;5;-4)$ và $M(0;-3;6)$

**Bài 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng $d$ thay đổi, song song với trục $Oz$ và cách trục $Oz$ một khoảng bằng 2. Biết khoảng cách từ $A$ đến $d$ lớn nhất, hãy viết phương trình tham số của $d$.

**Lời giải**




Do đường thẳng $d // Oz$ nên $d$ nằm trên mặt trụ có trục là $Oz$ và bán kính trụ là $R=2$.

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ trên trục $Oz$, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.

Do đó $d_{(A,Oz)}=AH=3$.

Gọi $B$ là điểm thuộc đường thẳng $AH$ sao cho $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow B(0;-2;-2)$.

Vậy $d(A,d)_{\max}=5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua $B$ và song song với $Oz$.

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=0 \\ y=-2 \\ z=-2+t \end{cases}$.

## DẠNG 2
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M$ và vuông góc với đường thẳng $d$.

**Lời giải**

Gọi $(P)$ là mặt phẳng đi qua $M$ và vuông góc với đường thẳng $d$.

Ta có: $\vec{n}_P=\vec{u}_d=(3;2;-1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $3(x-2)+2(y+2)-1(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

**Lời giải**

Ta lấy điểm $M(2;1;3)\in(\Delta)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(2;0;3)\\ vtcp\,\overrightarrow{u_{(\Delta)}}=(1;-1;1)\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\right]=(3;1;-2)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(0;1;0)$ và nhận $\vec{n}=(3;1;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là:

$3.(x-0)+1.(y-1)-2.(z-0)=0\Leftrightarrow 3x+y-2z-1=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\ y=-t\\ z=-2+3t\end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa $d$ và $d'$.

**Lời giải**

$d$ có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

$d'$ có VTCP $\overrightarrow{u'}=(1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-2;2;-6)$

$[\vec{u},\overrightarrow{u'}]=(6;9;1)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u},\overrightarrow{u'}].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra $d$ cắt $d'$.

Mặt phẳng $(P)$ chứa $d$ và $d'$ đi qua giao điểm của $d$ và $d'$; có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\overrightarrow{u'}]$

Từ phương trình đường thẳng $d$ và $d'$, ta có:

$$\frac{-1+t-1}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-2+3t-4}{3}\Leftrightarrow\frac{-2+t}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-6+3t}{3}\Leftrightarrow t=2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của $d$ và $d'$ là $I(1;-2;4)$.

Khi đó ta có $(P)$ đi qua $I(1;-2;4)$ và có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u'}]=(6;9;1)$

Phương trình mặt phẳng $(P)$ cần tìm là: $6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

**Lời giải**

Ta có: $d_1$ đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

$d_2$ đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì $(P)$ song song với hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ nên VTPT của $(P)$ là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó $(P)$ có dạng $y-z+D=0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có $(P)$ cách đều $d_1$ và $d_2$ nên $(P)$ đi qua trung điểm $M\left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$ của $AB$

Do đó $(P): 2y-2z+1=0$

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(\alpha)$ lớn nhất.

**Lời giải**

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ đến $d$. Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH \perp d \Rightarrow -(-1-t)+2.2t+1+t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(\alpha)$ lớn nhất khi $AH \perp (\alpha)$.

Do đó $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vậy $(\alpha)$: $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z=0$.

# DẠNG 3
# TÌM TOẠ ĐỘ ĐIỂM, ĐIỂM ĐỐI XỨNG VÀ HÌNH CHIẾU

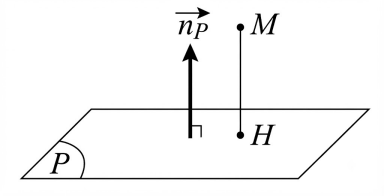
**Dạng 1.** Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên mặt phẳng $(P)$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua mặt phẳng $(P)$.

**Phương pháp giải:**

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên mặt phẳng $(P)$.



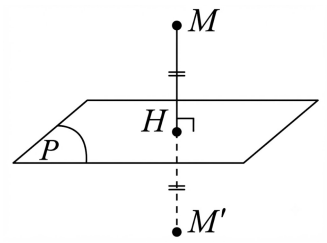

**Bước 1:** Viết phương trình đường thẳng $MH$ qua $M$ và vuông góc với $(P)$.

Ta có $\begin{cases} MH \text{ đi qua } M \\ MH \text{ có VTCP}: \vec{u}_{MH}=\vec{n}_P=(A;B;C) \end{cases}$, suy ra phương trình đường thẳng $MH:\begin{cases} x=x_M+At \\ y=y_M+Bt \\ z=z_M+Ct \end{cases}$

**Bước 2:** Ta có $H\in MH \Rightarrow H=(x_M+At;y_M+Bt;z_M+Ct)$

Mà $H=MH\cap(P)$ nên $H\in(P)$, do đó $A(x_M+At)+B(y_M+Bt)+C(z_M+Ct)+D=0$, giải tìm được $t$, suy ra được điểm $H$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua mặt phẳng $(P)$.




$M'$ là điểm đối xứng của điểm $M$ qua $(P)$ nên $H$ là trung điểm $MM'$, do đó toạ độ điểm $M'$ là:

$$\begin{cases} x_{M'}=2x_H-x_M \\ y_{M'}=2y_H-y_M \\ z_{M'}=2z_H-z_M \end{cases}$$

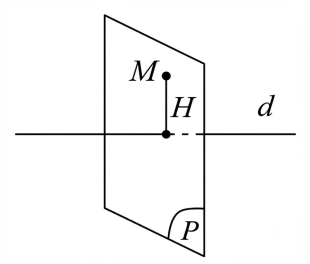
**Dạng 2.** Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên đường thẳng $d$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua đường thẳng $d$.

**Phương pháp giải:**

a) Tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên đường thẳng $d$.



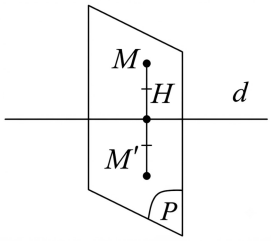

**Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $M$ và vuông góc đường thẳng $d$.

Ta có $\begin{cases}(P)\ đi\ qua\ M(x_M;y_M;z_M)\\(P)\ có\ VTPT:\vec{n}_P=\vec{u}_d=(a;b;c)\end{cases}$, suy ra phương trình mặt phẳng $(P)$.

**Bước 2:** Ta có $H\in d\Rightarrow H=(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$

Mà $H=d\cap(P)$ nên $H\in(P)$, do đó thay toạ độ điểm $H$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$, giải tìm được $t$, suy ra được điểm $H$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng $M'$ của điểm $M$ qua đường thẳng $d$.




$M'$ là điểm đối xứng của điểm $M$ qua $d$ nên $H$ là trung điểm $MM'$, do đó toạ độ điểm $M'$ là:

$$\begin{cases}x_{M'}=2x_H-x_M\\y_{M'}=2y_H-y_M\\z_{M'}=2z_H-z_M\end{cases}$$

**Chú ý:** Để tìm toạ độ hình chiếu $H$ của điểm $M$ trên đường thẳng $d$, ta còn có cách sau gọn hơn:

**Bước 1:** Ta có $H\in d\Rightarrow H=(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$

**Bước 2:** Tính $\overrightarrow{MH}=(x_0+at-x_M;y_0+bt-y_M;z_0+ct-z_M)$

**Bước 3:** Do $\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}_d$ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}_d=0$, giải phương trình này tìm được $t$, suy ra được điểm $H$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu của điểm $M$ trên đường thẳng $\Delta$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $M$ qua đường thẳng $\Delta$.

**Lời giải**

a) Gọi $N$ là hình chiếu vuông góc của $M$ lên $\Delta$, khi đó $N\in\Delta\Rightarrow N(t;2t;3t)$

Đường thẳng $\Delta$ có vtcp $\vec{u}=(1;2;3)$

Ta có:

$\overrightarrow{MN}\perp\vec{u}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0\Leftrightarrow(t-1)+(2t-0).2+(3t-1).3=0\Leftrightarrow 14t-4=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{7}\Rightarrow N\left(\frac{2}{7};\frac{4}{7};\frac{6}{7}\right).$

b) Gọi $M'$ là điểm đối xứng của điểm $M$ qua đường thẳng $\Delta$, khi đó:

$$\begin{cases} x_{M'}=2x_N-x_M=2.\frac{2}{7}-1=-\frac{3}{7} \\ y_{M'}=2y_N-y_M=2.\frac{4}{7}-0=\frac{8}{7} \\ z_{M'}=2z_N-z_M=2.\frac{6}{7}-1=\frac{5}{7} \end{cases}\Rightarrow M'\left(-\frac{3}{7};\frac{8}{7};\frac{5}{7}\right)$$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu của điểm $A$ trên đường thẳng $d$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $A$ qua đường thẳng $d$.

**Lời giải**

a) Gọi $(P)$ là mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với đường thẳng $d$.

Phương trình của mặt phẳng $(P)$ là: $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ lên đường thẳng $d$, khi đó $H=d\cap(P)$

Suy ra $H\in d\Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mặt khác $H\in(P)\Rightarrow -1+t-6+4t-4+4t-7=0\Rightarrow t=2$.

Vậy $H(1;1;2)$.

b) Gọi $A'$ là điểm đối xứng với $A$ qua đường thẳng $d$, khi đó $H$ là trung điểm của $AA'$ suy ra $A'(-1;0;4)$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$.

a) Tìm toạ độ hình chiếu của điểm $A$ trên mặt phẳng $(\alpha)$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $A$ qua mặt phẳng $(\alpha)$.

**Lời giải**

a) Gọi $H$ là hình chiếu của $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$.

Khi đó $AH$ nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ là vectơ chỉ phương suy ra phương trình $AH:\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1+t\end{cases}$.

Do $H\in AH\Rightarrow H(3+t;\ 2+t;-1+t)$.

Do $H\in(\alpha)\Rightarrow 3+t+2+t-1+t=0\Leftrightarrow t=-\frac{4}{3}\Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

b) Gọi $A'$ là điểm đối xứng với $A$ qua mặt phẳng $(\alpha)$, khi đó $H$ là trung điểm của $AA'$ suy ra

$A'\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};-\frac{11}{3}\right)$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Đường thẳng $d$ đi qua $M(-1;0;3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$ có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \end{cases}.$$

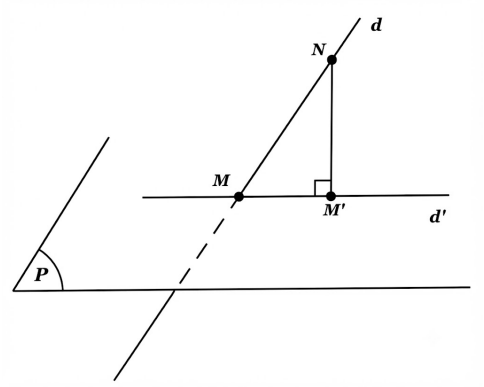
Gọi $M'$ là hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$.

$\Rightarrow M'=d\cap(P)\Rightarrow$ tọa độ $M'$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \\ x-y+z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \\ -1+t+2t+3+t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=2 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;2;2).$$

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$.

**Lời giải**




+ Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}$, $t\in R$. Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của $d$ và $(P)$ $\Rightarrow(-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M=(2;0;1)$.

+ Mặt phẳng $(P)$ có 1 vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0)\in d$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $N(0;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \Delta$ nhận vector $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của $\Delta$ là:

$$(\Delta):\frac{x-0}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-0}{-1}\Leftrightarrow(\Delta):\begin{cases}x=c\\y=2+c\\z=-c\end{cases},\ c\in R.$$

Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của $\Delta$ với mặt phẳng $(P) \Rightarrow c+(2+c)-(-c)-1=0\Leftrightarrow c=-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow M'\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$.

+ $\overrightarrow{MM'}=\left(-\frac{7}{3};\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)$, đường thẳng $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên mặt phẳng $(P)$ nên $d'$ chính là đường thẳng $MM'$, suy ra $d'$ đi qua $M(2;0;1)$ và nhận vector $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của $d'$ là: $d':\frac{x-2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{2}$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$.

**Lời giải**

Gọi $M$ là giao điểm của $d$ với $(P)$.

Tọa độ của $M$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+y+z-3=0\\\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=3\\2x-y=1\\x+z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}\Rightarrow M(1;1;1)$

Lấy điểm $N(0;-1;2)\in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là: $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $N$ và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$

Gọi $N'$ là giao điểm của $\Delta$ với $(P)$.

Tọa độ của $N'$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+y+z-3=0\\\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=3\\x-y=1\\x-z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2}{3}\\y=-\frac{1}{3}\\z=\frac{8}{3}\end{cases}N'\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)=-\frac{1}{3}\vec{u}(1;4;-5)$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trinh $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+4}{3}=\frac{y-3}{-6}=\frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $d'$ đối xứng với đường thẳng $d$ qua mặt phẳng $(\alpha)$.

**Lời giải**

Mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;1)$.

Gọi tọa độ giao điểm của $d$ và $(\alpha)$ là $I$ thì $I(-22;39;8)$.

Lấy $A(-4;3;2)\in d$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(\alpha)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta$ là $\begin{cases}x=-4+2t\\y=3+t\\z=2+t\end{cases}$

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ lên $(\alpha)$ thì $H=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow H(-2;4;3)$.

$A'$ đối xứng với $A$ qua $(\alpha)\Leftrightarrow H$ là trung điểm $AA'\Rightarrow A'(0;5;4)$.

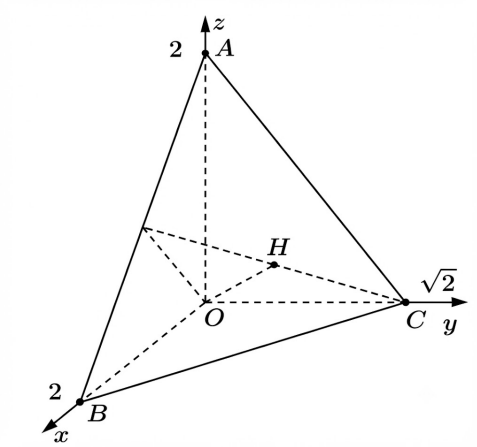
Đường thẳng $d'$ đối xứng với đường thẳng $d$ qua mặt phẳng $(\alpha)\Rightarrow d'$ đi qua điểm $I,A'$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{A'I}=(22;-34;-4)=2(11;-17;-2)$ có phương trình là: $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$.

# CHỦ ĐỀ 4
# ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

## DẠNG 1
## TOẠ ĐỘ HOÁ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

**Bài 1.** Cho tứ diện $OABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc và $OA=OB=2$, $OC=\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm $O$ đến mặt phẳng $(ABC)$.

**Lời giải**




Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau điểm $O$ là gốc tọa độ $OA\equiv Oz$; $OB\equiv Ox$ và $OC\equiv Oy$.

Khi đó ta có $O(0;0;0)$; $A(0;0;2)$; $B(2;0;0)$ và $C\left(0;\sqrt{2};0\right)$.

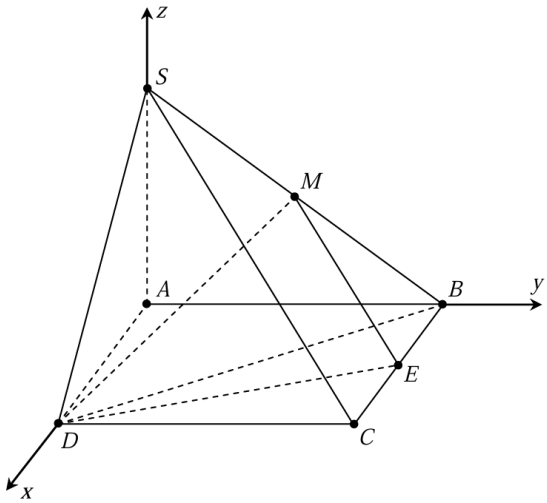
Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $\frac{x}{2}+\frac{y}{\sqrt{2}}+\frac{z}{2}=1\Leftrightarrow x+\sqrt{2}y+z-2=0$.

Khoảng cách từ điểm $O$ đến mặt phẳng $(ABC)$ là $d\left(O,(ABC)\right)=\frac{\left|0+\sqrt{2}.0+0-2\right|}{\sqrt{1+2+1}}=1$.

**Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với đáy. Góc giữa $SC$ và mặt đáy bằng $45°$. Gọi $E$ là trung điểm $BC$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $DE$ và $SC$.

**Lời giải**

Do $SAC$ là tam giác vuông có góc $SCA=45^{\circ}$ nên $SA=AC=a\sqrt{2}, SC=2a, SB=SD=a\sqrt{3}$.




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho tia $Ox, Oy, Oz$ lần lượt trùng với các tia $AB, AD, AS$.

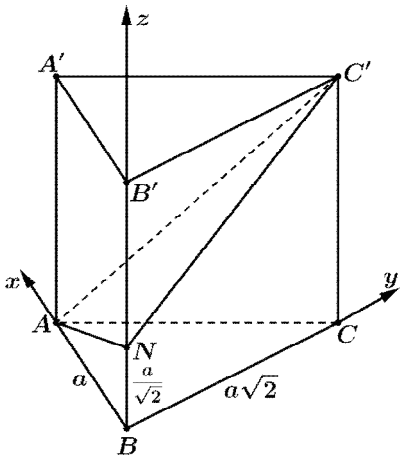
Khi đó tọa độ điểm các điểm là $D(0;a;0), E\left(a;\frac{a}{2};0\right), C(a;a;0), S\left(0;0;a\sqrt{2}\right)$

Do đó: $\overrightarrow{DE}=\left(a;-\frac{a}{2};0\right), \overrightarrow{SC}=\left(-a;-a;a\sqrt{2}\right), \overrightarrow{DC}=(a;0;0)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right]=\left(-\frac{a^2\sqrt{2}}{2};-a^2\sqrt{2};-\frac{3a^2}{2}\right)\Rightarrow d\left(DE;SC\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right]\cdot\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right]\right|}=\frac{a\sqrt{38}}{19}$

**Bài 3.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $AA'=a\sqrt{3}$. Trên $BB'$ lấy điểm $N$ sao cho $BN=\frac{a}{\sqrt{3}}$. Tính khoảng cách từ $B'$ đến mặt phẳng $(AC'N)$.

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có: $A(a;0;0)$, $N\left(0;0;\frac{a}{\sqrt{3}}\right)$, $C'\left(0;a\sqrt{2};a\sqrt{3}\right)$,

$B'\left(0;0;a\sqrt{3}\right)$. $\overrightarrow{AN}=\left(-a;0;\frac{a}{\sqrt{3}}\right)$, $\overrightarrow{AC'}=\left(-a;a\sqrt{2};a\sqrt{3}\right)$.

Mặt phẳng $(AC'N)$ đi qua $A(a;0;0)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AN},\overrightarrow{AC'}\right]=\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}a;\frac{4a}{\sqrt{3}};-a\sqrt{2}\right)$ có phương trình là:

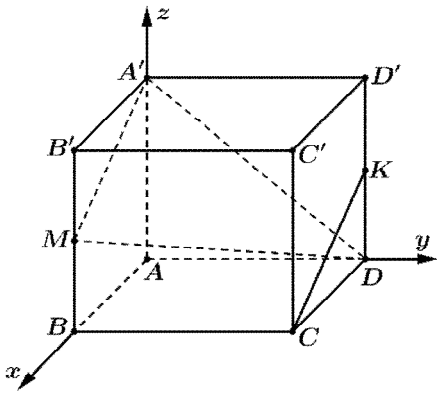
$(AC'N):\dfrac{-\sqrt{6}}{3}(x-a)+\dfrac{4}{\sqrt{3}}y-\sqrt{2}z=0$.

Khoảng cách: $d\left(B',(AC'N)\right)=\dfrac{\left|\dfrac{\sqrt{6}a}{3}-\sqrt{6}a\right|}{\sqrt{\dfrac{6}{9}+\dfrac{16}{3}+2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

**Bài 4.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $a$. Gọi $K$ là trung điểm $DD'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK$ và $A'D$.

**Lời giải**

Chọn trục toạ độ như hình vẽ:




Gọi $M$ là trung điểm $BB'$ thì ta có $CK \,//\, A'M \Rightarrow CK \,//\, (A'MD)$

Suy ra $d(CK,A'D)=d\left(CK,(A'MD)\right)=d\left(C,(A'MD)\right)$

Ta có $A(0;0;0),B(a;0;0),D(0;a;0),A'(0;0;a),C(a;a;0),B'(a;0;a),M\left(a;0;\dfrac{a}{2}\right)$

Khi đó $\overrightarrow{A'M}=\left(a;0;-\dfrac{a}{2}\right),\overrightarrow{A'D}=(0;a;-a)\Rightarrow\left[\overrightarrow{A'M},\overrightarrow{A'D}\right]=\left(\dfrac{a^2}{2};a^2;a^2\right)$.

Suy ra mặt phẳng $(A'MD)$ có một vectơ pháp tuyến là $(1;2;2)$

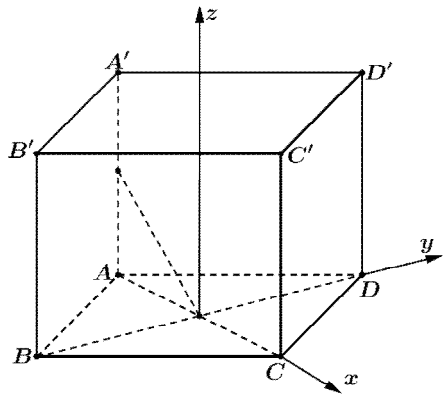
Phương trình mặt phẳng $(A'MD)$ có dạng: $x+2y+2z-2a=0$.

Vậy $d\left(C,(A'MD)\right)=\dfrac{|a+2a-2a|}{3}=\dfrac{a}{3}$.

**Bài 5.** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm $O$ cạnh $a$, $AA'=a$ và góc $\widehat{ABC}=60°$. Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $AA'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $MO$ và $C'D$.

**Lời giải**

Dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ.




Gọi $O$ là giao điểm của $AC$ và $BD$. Chọn $a=1$.

Dễ dàng tính được $O(0;0;0)$, $M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $D\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $C'\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

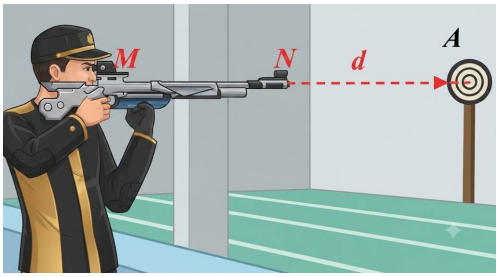
Suy ra $\overrightarrow{OM}=\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{C'D}=\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};-1\right)$ và $\overrightarrow{OC'}=\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{C'D}\right]=\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{-3}{4};\frac{-\sqrt{3}}{4}\right)$.

Khi đó khoảng cách : $d\left(OM;C'D\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM},C'D\right].\overrightarrow{OC'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{OM},C'D\right]\right|}=\dfrac{\left|\frac{-\sqrt{3}}{8}+\frac{-\sqrt{3}}{4}\right|}{\sqrt{\frac{3}{16}+\frac{9}{16}+\frac{3}{16}}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}=\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}$.

## DẠNG 2
## ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

**Bài 1.** Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng 3D trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ đang ngắm với tọa độ khe ngắm và đầu ruồi lần lượt là $M(3;3;1,5)$, $N(3;4;1,5)$.




a) Viết phương trình tham số của đường nắm bắn của xạ thủ (xem như đường thẳng $MN$).

b) Hồng tâm đặt tại điểm $A(3;5;1,5)$, hỏi xạ thủ có bắn trúng hồng tâm không?

**Lời giải**

a) Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;1;0)$ là một vectơ chỉ phương của đường ngắm bắn (đường thẳng $MN$).

Vậy phương trình tham số của đường ngắm bắn là: $\begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=1,5 \end{cases}$

b) Thay $A(3;5;1,5)$ vào phương trình $MN$ : $\begin{cases} 3=3 \\ 5=3+t \\ 1,5=1,5 \end{cases} \Rightarrow t=2$, do đó điểm $A$ nằm trên đường thẳng ngắm bắn, suy ra xạ thủ có bắn trúng hồng tâm.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;3;4)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;6)$. Hỏi viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu trong mỗi tình huống sau hay không?

a) Mục tiêu đặt tại điểm $M\left(7;\frac{7}{2};21\right)$

b) Mục tiêu đặt tại điểm $N(-3;1;-8)$.

**Lời giải**

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=4+6t \end{cases}$

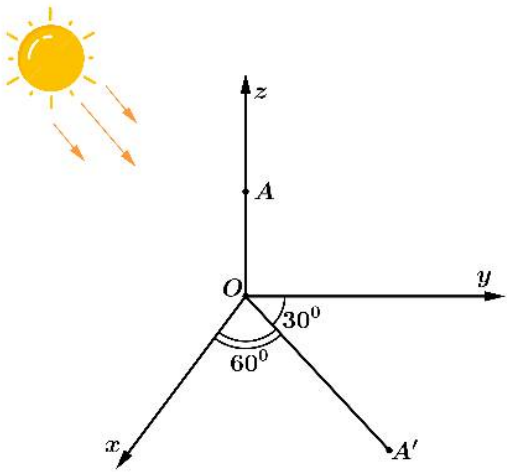
a) Thay tọa độ điểm $M$ vào phương trình chuyển động ta có: $\begin{cases} 7=1+2t \\ \dfrac{7}{2}=3+t \\ 21=4+6t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=\dfrac{1}{2} \\ t=\dfrac{17}{6} \end{cases}$

Ta thấy các giá trị $t$ này đều khác nhau do đó điểm $M$ không nằm trên quỹ đạo chuyển động của viên đạn nên viên đạn không bắn trúng mục tiêu đặt tại điểm $M$.

b) Thay tọa độ điểm $N$ vào phương trình chuyển động của viên đạn ta có: $\begin{cases} -3=1+2t \\ 1=3+t \\ -8=4+6t \end{cases} \Leftrightarrow t=-2$

Suy ra điểm $N$ nằm trên quỹ đạo chuyển động của viên đạn. Do đó viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu đặt tại điểm $N$.

**Bài 3.** Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6m vuông góc với mặt đất có chân cột đặt tại ví trí $O$ trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời thì bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam góc $60°$ tạo với hướng đông góc $30°$). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là $O$, tia $Ox$ chỉ hướng nam, tia $Oy$ chỉ hướng đông, tia $Oz$ chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét.




**Lời giải**

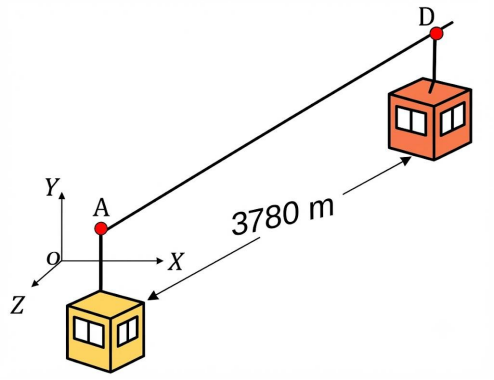
Để viết được phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét ta cần xác định tọa độ của $A$ (đỉnh cột) và $A'$ (bóng của đỉnh cột). Khi đó $A(0;0;6)$

Hoành độ của điểm $A'$ là $x=3\cos 60°=\dfrac{1}{2}$

Tung độ của điểm $A'$ là $y=3\cos 30°=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ do đó $A'\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua $A(0;0;6)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AA'}\left(\frac{1}{2};\frac{3\sqrt{3}}{2};-6\right)$ có phương trình là: $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ y=\frac{3\sqrt{3}}{2}t \\ z=6-6t \end{cases}$.

**Bài 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là $1\text{m}$), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí $D$ cách điểm $A$ một khoảng $3780\,\text{m}$. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}=(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí $B$ có hoành độ $x_B=550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường $AD$ là bao nhiêu giây?




**Lời giải**

Gọi tọa độ điểm $B(550;y;z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(540;y-3;z)$.

Do đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}=(2;-2;1)$ nên ta có:

$$\frac{540}{2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z}{1}\Leftrightarrow\begin{cases} y-3=-540 \\ z=270 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=-537 \\ z=270 \end{cases}\Rightarrow B(550;-537;270).$$

Quãng đường $AB$ bằng $AB=\sqrt{540^2+(-537-3)^2+270^2}=810\,(\text{m}).$

Vận tốc của cabin bằng $v=\frac{AB}{3.60}=4,5(\text{m/s})$.

Thời gian để cabin chuyển động đều từ điểm $A$ đến điểm $D$ là: $\frac{3780}{4,5}=840\,(\text{s}).$

**Bài 5.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(2;-2;1)$ với tốc độ $4,5$ m/s (đơn vị trên mỗi

trục tọa độ là mét). Một camera giám sát an toàn đặt tại $I(50;-10;50)$. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi cabin xuất phát thì cabin gần camera giám sát an toàn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải**

Ta biểu diễn tọa độ của cabin tại thời điểm t (s) như sau: $M(10+3t;3-3t;1,5t)$.

Do camera đặt tại điểm $I(50;-10;50)$ nên khoảng cách từ cabin đến camera là

$$MI=\sqrt{(10+3t-50)^2+(3-3t+10)^2+(1,5t-50)^2}=\sqrt{(3t-40)^2+(13-3t)^2+(1,5t-50)^2}$$

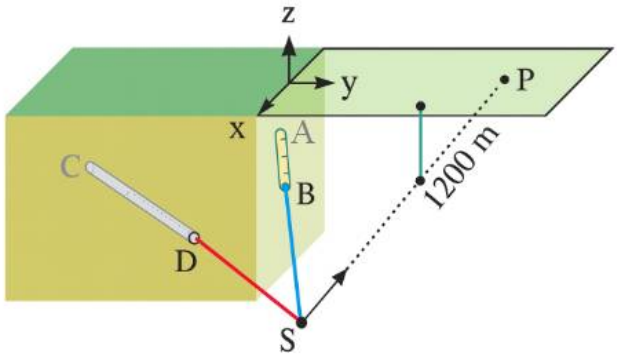
Xét hàm $f(t)=MI^2=(3t-40)^2+(13-3t)^2+(1,5t-50)^2$

Ta có: $f(t)=20,25t^2-468t+4269$

$$\Rightarrow f'(t)=40,5t-468=0\Rightarrow t=\frac{104}{9}\approx 12.$$

Lập bảng biến thiên, ta suy ra $\min\limits_{[0;+\infty)} f(t)=f\left(\frac{104}{9}\right)$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$ ( Mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 100 m và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng). Từ điểm $A(-7;-3;-8)$ qua điểm $B(-2;0;-9)$ là một đường hầm thẳng thứ nhất được đào xuyên vào núi.




Tương tự, từ điểm $C(4;-6;-6)$ qua điểm $D(7;-1;-8)$ một đường hầm thẳng thứ hai cũng sẽ được xây dựng. Sau khi khoang xong 2 đường hầm sẽ gặp nhau tại điểm $S$. Từ điểm $S$, đường hầm Kuckucksloch tiếp tục đào theo hướng véc tơ $(2;1;2)$, cho đến khi đến điểm $P$ trên mặt đất mà đường hầm sẽ chạm tới. Trên đoạn $SP$, cách $P$ một khoảng 1200 m sẽ đào một lối thoát hiểm thẳng đứng. Tính độ sâu cần đào bằng bao nhiêu mét?

**Lời giải**

Đường hầm thẳng thứ nhất qua $A,B:\overrightarrow{AB}=(5;3;-1):\ k:\begin{cases}x=-7+5t\\y=-3+3t\\z=-8-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

Đường hầm thẳng thứ hai qua $C,D:\overrightarrow{CD}=(3;5;-2):\ m:\begin{cases}x=4+3s\\y=-6+5s\\z=-6-2s\end{cases}\ (s\in\mathbb{R})$

Giải hệ $k=m:t=4,s=3\Rightarrow S(13;9;-12)$.

Từ $S$ đào theo $\vec{u}=(2;1;2)$. Điểm chạm mặt đất $P$

Đường thẳng: $SP:\begin{cases}x=13+2\lambda\\y=9+\lambda\\z=-12+2\lambda\end{cases}\quad(\lambda\geq 0)$

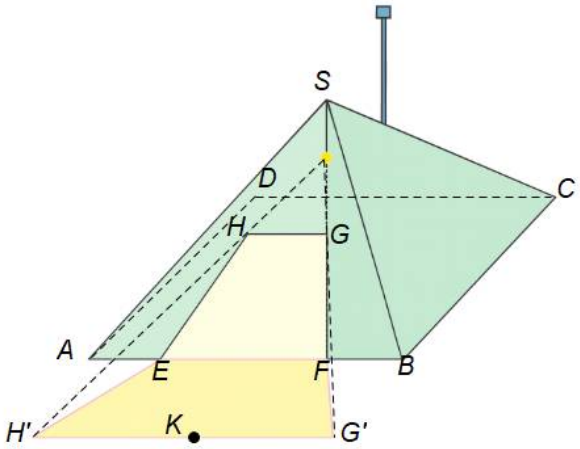
Giao với $z=0\Rightarrow -12+2\lambda=0\Rightarrow\lambda=6$ suy ra $P(25;15;0)$;

Gọi $Q$ là điểm trong lòng núi nằm trên đoạn $SP$, sao cho $Q$ cách $P$ $1200m$ hay $QP=12$ đơn vị. Ta có $SP=18$. Suy ra $Q=(17;11;-8)$. Ta được:

Vị trí trên mặt đất để khoan thẳng đứng: $G(17;11;0)$.

Độ sâu cần khoan: $\left|z_Q\right|=8dv=800m$.

**Bài 7.** Một cái lều có dạng hình chóp tứ giác đều, đáy rộng 8 m và cao 3 m.

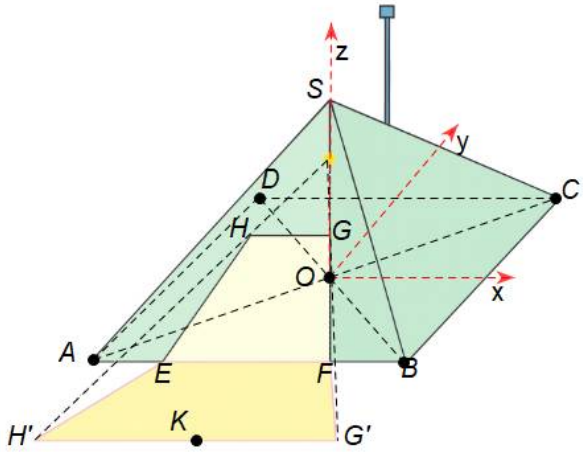



Cửa vào là hình thang $EFGH$ trong đó đoạn $AE=FB$, với $|EF|=4m, G$ và $H$ lần lượt là trung điểm của các đoạn $ES$ và $FS$. Một nguồn sáng đặt cách đỉnh $S$ $1m$ ở phía dưới. Ánh sáng chiếu ra ngoài qua cửa vào, tạo thành một vùng được chiếu sáng $EFG'H'$.

Ở giữa cạnh sau $CD$ của lều có gắn một camera trên một cột thẳng đứng. Camera phải đặt ở độ cao ít nhất là bao nhiêu mét để quan sát được điểm $K$ là trung điểm của $H'G'$?

**Lời giải**

Gọi $O$ là giao điểm của $AC$ và $BD$. Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:




Ta đặt hệ trục $Oxyz$ như hình: khi đó: $O(0;0;0)$

$A(-4;-4;0), B(4;-4;0), C(4;4;0), D(-4;4;0), S(0;0;3)$, $E(-2;-4;0), F(2;-4;0)$

$G, H$ là trung điểm của $SE, SF \Rightarrow G(-1;-2;1,5), H(1;-2;1,5)$.

Nguồn sáng $L(0;0;2)$ ở trên trục $SO$. Chiếu xuyên cửa lên mặt đất $z=0$.

Đường chiếu qua $G$ có phương trình: $\begin{cases} x=-t \\ y=-2t \\ z=2-0,5t \end{cases}$ giao $z=0 \Rightarrow t=4 \Rightarrow G'(-4;-8;0)$.

Tương tự $H'(4;-8;0)$.

-Trung điểm $M$ của $CD: M(0;4;0)$.

-Trung điểm $K$ của $G'H': K(0;-8;0)$.

Đặt camera tại $C_m(0;4;H)$ trên cột thẳng đứng. Muốn nhìn tới $K$ phải vừa lướt qua đỉnh $S(0;0;3)$.

Phương trình tham số đường $C_mK$: $\begin{cases} x=0 \\ y=4-12t, \quad (0 \le t \le 1) \\ z=H-Ht \end{cases}$

Cho $y=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{3}$. Yêu cầu $z=3 \Rightarrow H\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=3 \Rightarrow H=4,5m$.

Vậy đặt camera cao $4,5m$ ở giữa cạnh $CD$ thì thấy được điểm $K$

# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, trục $Ox$ có vectơ chỉ phương là:

**A.** $\vec{u}_1=(2026;0;0)$ **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(0;0;1)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;1;0)$

**Lời giải.**

**Chọn A.**

Trục $Ox$ có vectơ chỉ phương dạng $\vec{u}=k\vec{i}=k(1;0;0)$, do đó $\vec{u}_1=(2026;0;0)$ thoả

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, biết đường thẳng $d$ song song trục $Oz$, khi đó đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là:

**A.** $\vec{u}_1=(1;0;0)$ **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(0;0;-3)$ **D.** $\vec{u}_4=(0;-2;0)$

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Đường thẳng $d$ song song trục $Oz$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3=(0;0;-3)$.

**Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ chỉ phương của trục $Oy$?

**A.** $\vec{u}_1=(0;1;0)$ **B.** $\vec{u}_2=(0;-5;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(0;-2027;0)$ **D.** $\vec{u}_4=(0;0;1)$

**Lời giải.**

**Chọn D.**

$\vec{u}_4=(0;0;1)$ là vectơ chỉ phương của trục $Oz$

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(Oyz)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(0;0;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;0;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

mặt phẳng $(Oyz)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(1;0;0)$

Do đường thẳng $d$ vuông góc với $(Oyz)$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;0)$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(Oxy)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(0;0;-4)$. **B.** $\vec{u}_2=(0;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;0;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

mặt phẳng $(Oxy)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(0;0;1)$

Do đường thẳng $d$ vuông góc với $(Oxy)$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;0;1)$.

Mà $\vec{u}_1=(0;0;-4)=-4(0;0;1)=-4\vec{u}$ nên $\vec{u}_1=(0;0;-4)$ là vectơ chỉ phương của $d$

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vecctơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ phương trình đường thẳng $d$ ta thấy véctơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ là một véctơ chỉ phương của $d$.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}=(2;4;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;5;3)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$ có một vectơ chỉ phương là. $\vec{u}=(2;-5;3)$

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

**A.** $\vec{u}=(3;-1;5)$ **B.** $\vec{u}=(-1;1;-2)$ **C.** $\vec{u}=(-3;1;5)$ **D.** $\vec{u}=(1;-1;-2)$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng $(P)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2)=-1(-1;1;-2)\Rightarrow\vec{u}=(-1;1;-2)$.

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(-1;2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(3;-6;-9)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-2;-3)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;4;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(-1;2;3)$.

$\vec{u}_2=(3;-6;-9)=-3\vec{u}_1$; $\vec{u}_3=(1;-2;-3)=-\vec{u}_1$

$\Rightarrow$ các vectơ $\vec{u}_2,\vec{u}_3$ cũng là vectơ chỉ phương của $d$.

Không tồn tại số $k$ để $\vec{u}_4 = k\vec{u}_1$ nên $\vec{u}_4 = (-2;4;3)$ không phải là vectơ chỉ phương của $d$.

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

**A.** $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 4-t \\ z = 5+4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -1+4t \\ z = 4+5t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 1+4t \\ z = 4+5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -1-4t \\ z = 4-5t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xét đường thẳng được cho ở câu D, có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-4;-5) = -(-2;4;5)$

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$.

**A.** $\vec{d} = (-1;1;2)$ **B.** $\vec{a} = (-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b} = (-1;0;2)$ **D.** $\vec{c} = (1;2;2)$

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;0;2)$ suy ra đường thẳng $AB$ có VTCP là $\vec{b} = (-1;0;2)$.

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi $M_1$, $M_2$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên các trục $Ox$, $Oy$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $M_1M_2$?

**A.** $\vec{u} = (-1;2;0)$ **B.** $\vec{u} = (0;2;0)$ **C.** $\vec{u} = (1;2;0)$ **D.** $\vec{u} = (1;0;0)$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$M_1$ là hình chiếu của $M$ lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1;0;0)$.

$M_2$ là hình chiếu của $M$ lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của $M_1M_2$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5-2t \\ y = -4+3t \\ z = 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1 = (-2;3;1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2;3;0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (5;-4;1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2;3;0)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;3;0)$.

Do đường thẳng $d$ song song đường thẳng $\Delta$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;3;0)$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(1;2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}_3=(-1;2;-3)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Do đường thẳng $d$ song song đường thẳng $\Delta$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Mà $\vec{u}_2=(-1;-2;3)=-1(1;2;-3)=-\vec{u}$

Do đó đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(-1;-2;3)$.

**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P):2x-y-2z-2027=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1=(2;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}_2=(-2;1;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(4;-2;-4)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-1;-2)$

Do đường thẳng $d$ vuông góc với $(P)$ nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;-2)$.

Mà $\vec{u}_2=(-2;1;2)=-1(2;-1;-2)=-\vec{u}$ nên $\vec{u}_2$ cũng là một vectơ chỉ phương của $d$

$\vec{u}_3=(4;-2;-4)=2(2;-1;-2)=2\vec{u}$ nên $\vec{u}_3$ cũng là một vectơ chỉ phương của $d$

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc $d$?

**A.** $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Phương pháp riêng:**

Từ đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$ ta thấy điểm $(2;1;-1)\in d$ nên $P(2;1;-1)\in d$

**Phương pháp chung:**

Thay tọa độ các điểm $Q(2;1;1)$, $M(1;2;3)$, $P(2;1;-1)$, $N(1;-2;3)$ vào phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

+ $Q(2;1;1) \Rightarrow \frac{2-2}{1}=\frac{1-1}{-2}=\frac{1+1}{3}$ vô lý nên $Q(2;1;1) \notin d$

+ $M(1;2;3) \Rightarrow \frac{1-2}{1}=\frac{2-1}{-2}=\frac{3+1}{3}$ vô lý nên $M(1;2;3) \notin d$

+ $P(2;1;-1) \Rightarrow \frac{2-2}{1}=\frac{1-1}{-2}=\frac{-1+1}{3}$ đúng nên $P(2;1;-1) \in d$

+ $N(1;-2;3) \Rightarrow \frac{1-2}{1}=\frac{-2-1}{-2}=\frac{3+1}{3}$ vô lý nên $N(1;-2;3) \notin d$

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

**A.** $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Phương pháp riêng:**

Từ đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$ ta thấy điểm $(-1;2;1) \in d$ nên $P(-1;2;1) \in d$

**Phương pháp chung:**

Thay tọa độ các điểm $P(-1;2;1)$, $Q(1;-2;-1)$, $N(-1;3;2)$, $M(1;2;1)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$ ta thấy điểm $P(-1;2;1)$ thỏa $\frac{-1+1}{-1}=\frac{2-2}{3}=\frac{1-1}{3}=0$. Vậy điểm $P(-1;2;1)$ thuộc đường thẳng yêu cầu.

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2}=\frac{z-2}{-5}=\frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc $d$?

**A.** $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Phương pháp riêng:**

Từ đường thẳng $d: \frac{x-4}{2}=\frac{z-2}{-5}=\frac{z+1}{1}$ ta thấy điểm $(4;2;-1) \in d$ nên $N(4;2;-1) \in d$

**Phương pháp chung:**

Thay tọa độ các điểm vào $d$ ta có điểm $N(4;2;-1)$ thỏa mãn

**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$. Đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ đi qua điểm nào sau sau đây?

**A.** $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Phương pháp riêng:**

Từ đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$ ta thấy điểm $(0;1;2)\in d$ nên $F(0;1;2)\in d$

**Phương pháp chung:**

- Thay tọa độ của $K(1;-1;1)$ vào PTTS của $d$ ta được $\begin{cases}1=t\\-1=1-t\\1=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=2\\t=-1\end{cases}$ : không tồn tại t. Do đó, $K\notin d$.

- Thay tọa độ của $E(1;1;2)$ vào PTTS của $d$ ta được $\begin{cases}1=t\\1=1-t\\2=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=0\\t=0\end{cases}$: không tồn tại t. Do đó, $E\notin d$.

- Thay tọa độ của $H(1;2;0)$ vào PTTS của $d$ ta được $\begin{cases}1=t\\2=1-t\\0=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=-1\\t=-2\end{cases}$: không tồn tại t. Do đó, $H\notin d$.

- Thay tọa độ của $F(0;1;2)$ vào PTTS của $d$ ta được $\begin{cases}0=t\\1=1-t\\2=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=0\\t=0\end{cases}\Leftrightarrow t=0$. vậy $F(0;1;2)\in d$

**Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ ?

**A.** $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Phương pháp riêng:**

Từ đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$ ta thấy điểm $(1;5;2)\in d$ nên $N(1;5;2)\in d$

**Phương pháp chung:**

Thay tọa độ các điểm vào $d$ ta có điểm $N(1;5;2)$ thỏa mãn

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1), N(-2;1;-2), P(1;2;3), Q(2;-1;2), S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho trên?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $M(-1;3;1), P(1;2;3) \in (d)$; $N(-2;1;-2), Q(2;-1;2), S(1;2;-3) \notin (d)$

Vậy đường thẳng $(d)$ đi qua hai điểm.

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và các điểm $M(-1;3;1), N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Có mấy điểm không thuộc đường thẳng $(d)$ cho trước?

**A.** 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $M(-1;3;1), P(1;2;3) \in (d)$; $N(-2;1;-2), Q(2;-1;2), S(1;2;-3) \notin (d)$

Vậy đường thẳng $(d)$ đi qua hai điểm.

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$, $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

**A.** Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

**Lời giải**

**Chọn C.**

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2} \Rightarrow \overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$; $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2} \Rightarrow \overrightarrow{u_2} = (-2;-1;2)$

$\overrightarrow{u_1} = -\overrightarrow{u_2} \Rightarrow d_1 // d_2 \vee d_1 \equiv d_2$

Điểm $M(1;0;-2) \in d_1$; $M \notin d_2$ nên $d_1 // d_2$

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $d': \begin{cases} x = -2t \\ y = -5+3t \\ z = 4+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$d$ có VTCP $\vec{u} = (2;-2;1)$ và đi qua $M(1;2;0)$

$d'$ có VTCP $\overrightarrow{u'} = (-2;3;1)$ và đi qua $M'(0;-5;4)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (-1;-7;4)$ và $[\vec{u}, \overrightarrow{u'}] = (-2;1;6) \neq \vec{0}$

Lại có $[\vec{u},\vec{u'}].\overrightarrow{MM'}=19\neq 0$

Suy ra $d$ chéo nhau với $d'$.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z+1}{-8}$ và $d':\dfrac{x-7}{-6}=\dfrac{y-2}{9}=\dfrac{z}{12}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

**A.** song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$d$ có VTCP $\vec{u}=(4;-6;-8)$ và đi qua $M(2;0;-1)$

$d'$ có VTCP $\vec{u'}=(-6;9;12)$ và đi qua $M'(7;2;0)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(5;2;1)$ và $[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}$

Lại có $[\vec{u},\overrightarrow{MM'}]\neq\vec{0}$

Suy ra $d$ song song với $d'$.

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+12t\\y=2+6t\\z=3+3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=7+8t\\y=6+4t\\z=5+2t\end{cases}$ có vị trí tương đối là:

**A.** trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$d$ có VTCP $\vec{u}=(12;6;3)$ và đi qua $M(-1;2;3)$

$d'$ có VTCP $\vec{u'}=(8;4;2)$ và đi qua $M'(7;6;5)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(8;4;2)$

Suy ra $[\vec{u},\overrightarrow{MM'}]=\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}$

Suy ra $d$ trùng với $d'$.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ có vị trí tương đối là:

**A.** trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$d$ có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

$d'$ có VTCP $\overrightarrow{u'}=(1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-2;2;-6)$

$[\vec{u},\overrightarrow{u'}]=(6;9;1)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u},\overrightarrow{u'}].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra $d$ cắt $d'$.

**Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $d$ cắt và không vuông góc với $(P)$. **B.** $d$ vuông góc với $(P)$.

**C.** $d$ song song với $(P)$. **D.** $d$ nằm trong $(P)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $d$ có vtcp $\vec{u}(1;-3;-1)$

Mặt phẳng $(P)$ có vtpt $\vec{n}(3;-3;2)$

Ta có $\vec{u}.\vec{n}=3+9-2=10\neq 0$ nên loại trường hợp $d//(P)$ và $d\subset(P)$.

Lại có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương nên loại trường hợp $d\perp(P)$.

Vậy $d$ cắt và không vuông góc với $(P)$.

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** $d\subset(P)$. **B.** $d\ //\ (P)$. **C.** $d$ cắt $(P)$. **D.** $d\perp(P)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$(P):3x+5y-z-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;5;-1)$

$d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ có VTCP $\vec{b}=(4;3;1)$

$\vec{a}.\vec{b}\neq 0\Rightarrow d$ không song song với $(P)$ và $d\not\subset(P)$

$\left[\vec{a};\vec{b}\right]\neq\vec{0}\Rightarrow$ $d$ không vuông góc $(P)$

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+4t\\z=3t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** $d \,//\, (P)$. **B.** $d \subset (P)$. **C.** $d$ cắt $(P)$. **D.** $d \perp (P)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$(P): 3x-3y+2z-5=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;-3;2)$

$d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \\ z=3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(2;4;3)$

Ta có $\begin{cases} \vec{a}.\vec{b}=0 \\ A(-1;3;3)\in d \Rightarrow d\,//\,(P) \\ A\notin (P) \end{cases}$

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha)$: $2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng $d$: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+4t \\ z=-t \end{cases}$.

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(\alpha)$.

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của đường thẳng đến mặt phẳng.

Ta lấy điểm $H(1;\ 2;\ 0)$ thuộc đường thẳng $d$. Khi đó:

$$d(d,(\alpha))=d(H,(\alpha))=\frac{|2.1-1.2-2.0-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\frac{4}{3}.$$

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa $\Delta$ và $(P)$ là

**A.** $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{8}{3}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** 1

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$ và đi qua điểm $M=(1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases}\vec{n}.\vec{u}=0\\ M\notin(P)\end{cases}$ suy ra $(\Delta)$ song song với $(P)$.

Khi đó $d\left((\Delta),(P)\right)=d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|2+1+2-3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow d\left(M;d_2\right)=\dfrac{\sqrt{6^2+8^2+(-4)^2}}{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{174}}{6}\Rightarrow d(d_1;d_2)=\dfrac{\sqrt{174}}{6}$.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách $d$ giữa $\Delta$ và $(P)$.

**A.** $d=2$ **B.** $d=\dfrac{5}{3}$ **C.** $d=\dfrac{2}{3}$ **D.** $d=\dfrac{1}{3}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$(P)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-2;-1)$ và đường thẳng $\Delta$ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$ thỏa mãn $\vec{n}.\vec{u}=0$ nên $\Delta//(P)$ hoặc $\Delta\subset(P)$.

Do đó: lấy $A(1;-2;1)\in\Delta$ ta có: $d(\Delta(P))=d(A;(P))=\dfrac{|2.1-2.(-2)-1+1|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

**Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

**A.** $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đường thẳng $d$ qua $M(1;0;0)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng $(P)$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases}\vec{a}.\vec{n}=1.1+1.1-2.1=0\\ M\notin(P)\end{cases}\Rightarrow d//(P)$.

$d\left(d,(P)\right)=d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P)$ nên : Chọn $M(1;3;2)\in d$

$$d(d;(P))=d(M;(P))=\frac{|1-6+4+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=1$$

**Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

**A.** $\sqrt{14}.$ **B.** $\sqrt{6}.$ **C.** $2\sqrt{14}.$ **D.** $2\sqrt{6}.$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $N(0;2;3)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4);\ \left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4).$

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}..$$

**Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{-2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ bằng

**A.** $\sqrt{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi $M(3;0;1)\in d$.

$$\overrightarrow{AM}=(1;1;1);\overrightarrow{u_d}=(-2;-1;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]=(2;-3;1)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|=\sqrt{14}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $(d)$ bằng $d(A,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{|\overrightarrow{u_d}|}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases},\ t\in R$ và mặt phẳng $(P)$: $z-3=0$ lần lượt là $d(H,d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

**A** $d\left(H,d_1\right)>d\left(H,(P)\right).$ **B.** $d\left(H,(P)\right)>d\left(H,d_1\right).$

**C.** $d\left(H,d_1\right)=6.d\left(H,(P)\right)$. **D.** $d\left(H,(P)\right)=1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì $H$ thuộc đường thẳng $d_1$ và $H$ thuộc mặt phẳng $(P)$ nên khoảng cách từ điểm $H$ đến đường thẳng $d_1$ bằng 0 và khoảng cách từ điểm $H$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 0.

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng bao nhiêu?

**A.** $\dfrac{2\sqrt{145}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và nhận $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-1;1\right)$ làm VTCP.

Đường thẳng $d_2$ đi qua điểm $N(1;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{u_2}=\left(4;-2;2\right)$ làm VTCP.

Dễ thấy: $\overrightarrow{u_2}=2.\overrightarrow{u_1}$ nên đường thẳng $d_1$ song song hoặc trùng với đường thẳng $d_2$.

Lại có điểm $M\left(1;-2;0\right)\in d_1$ nhưng $M\left(1;-2;0\right)\notin d_2$ nên suy ra $d_1\ //\ d_2$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng khoảng cách từ điểm $M\left(1;-2;0\right)$ đến đường thẳng $d_2$.

$$\mathrm{d}\left(M;d_2\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}.$$

Ta có $\overrightarrow{MN}=\left(0;1;2\right),\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{u_2}\right]=\left(6;8;-4\right)$.

$$\mathrm{d}\left(M;d_2\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\frac{\sqrt{36+64+16}}{\sqrt{0+1+4}}=\frac{2\sqrt{145}}{5}$$

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

**A.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$d_1$ qua $M\left(0;3;2\right)$ có vtcp $\vec{u}=\left(1;2;1\right)$, $d_2$ qua $N\left(3;-1;2\right)$ có vtcp $\vec{v}=\left(1;-2;1\right)$.

$[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;-4)$, $\overrightarrow{MN}=(3;-4;0)$.

$$d(d_1,d_2)=\frac{\left|[\vec{u},\vec{v}].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|}=\frac{12}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\frac{x}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa $d$ và $d'$ là

**A.** $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $A(1;-3;2)\in d$, $B(0;3;1)\in d'$ và $\vec{u}(1;-1;2),\vec{u'}(3;-1;1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của $d,d'$

Ta có $d(d,d')=\frac{\left|[\vec{u},\vec{u'}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{u'}]\right|}=\frac{27}{\sqrt{30}}=\frac{9\sqrt{30}}{10}$

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng $(P)$ trong đó: $d_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{3};d_2:\frac{-x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

**A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Phương trình tham số của hai đường thẳng $d_1,d_2$ như sau:

$$d_1:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3t\\z=1+3t\end{cases},\ d_2:\begin{cases}x=1-2t'\\y=t'\\z=1+t'\end{cases}.$$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}-1+2t=1-2t'\\3t=t'\\1+3t=1+t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t+2t'=2\\3t-t'=0\\3t-t'=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{4}\\t'=\frac{3}{4}\end{cases}$.

Suy ra giao điểm của $d_1,d_2$ là $A\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4};\frac{7}{4}\right)$.

Khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(P)$ là: $d(A;(P))=\frac{\left|2.\left(-\frac{1}{2}\right)+4.\left(\frac{3}{4}\right)-4.\left(\frac{7}{4}\right)-3\right|}{\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}}=\frac{4}{3}$.

**Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của $d$ với mặt phẳng $(Oxy)$ có tọa độ là

**A.** $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $M=d\cap(Oxy)\Rightarrow M(4-2t;-3+t;1-t)$

Mặt phẳng $(Oxy)$ có phương trình $z=0$.

Do đó, ta có: $1-t=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $M(2;-2;0)$.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=4+2t\\z=1-3t\end{cases}$ với mặt phẳng $(Oxz)$ có tọa độ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của $2027x_0+2028y_0-z_0$ bằng bao nhiêu ?

**A.** 4054. **B.** 4047. **C.** 4056. **D.** 4057.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $M=d\cap(Oxz)\Rightarrow M(-t;4+2t;1-3t)$

Mặt phẳng $(Oxz)$ có phương trình $y=0$.

Do đó, ta có: $4+2t=0\Leftrightarrow t=-2$.

Vậy $M(2;0;7)$, suy ra $2027x_0+2028y_0-z_0=4047$

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ với mặt phẳng $(Oyz)$ có tọa độ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của $2027x_0+y_0-z_0$ bằng bao nhiêu ?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}\Rightarrow d:\begin{cases}x=-1-2t\\y=2+t\\z=-3-t\end{cases}$

Gọi $M=d\cap(Oyz)\Rightarrow M(-1-2t;2+t;-3-t)$

Mặt phẳng $(Oyz)$ có phương trình $x=0$.

Do đó, ta có: $-1-2t=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$.

Vậy $M\left(0;\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$, suy ra $2027x_0+y_0-z_0=4$

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** –2.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$M\in\Delta\Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t)$.

$M\in(P)\Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3$.

$M(0;0;-2)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

**Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ là:

**A.** Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$(P):x+y+z-4=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;1)$

$d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(1;2;-3)$

Ta có $\begin{cases}\vec{a}.\vec{b}=0\\A(1;1;2)\in d\Rightarrow d\subset(P)\\A\in P\end{cases}$, do đó có vô số điểm chung

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=3+3t\end{cases}$ là:

**A.** $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi $A(x;y;z)$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$.

Ta có: $2+t-t-(3+3t)-2=0 \Leftrightarrow -3t-3=0 \Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;0)$.

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng $d$ với mặt phẳng $(ABC)$. Tính tổng $S=a+b-c$.

**A.** 6. **B.** 5. **C.** $-7$. **D.** 11.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$

Điểm $M \in (d) \Rightarrow M(-t;2+t;3+t)$. Lại vì $M=d \cap (ABC)$ nên ta có

$6(-t)+3(2+t)+2(3+t)-6=0 \Leftrightarrow -t=-6 \Leftrightarrow t=6 \Rightarrow M(-6;8;9)$

Vậy ta có $S=a+b-c=-6+8-9=-7$

**Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1+2t' \\ y=4+2t \\ z=-1-t \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của $d$ và $d'$ là:

**A.** $(1;6;2)$. **B.** $(1;6;-2)$. **C.** $(-1;6;-2)$. **D.** $(-1;-6;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $A=d \cap d' \Rightarrow \begin{cases} -1+t=-1+2t' \\ 2+2t=4+2t \\ -t=-3-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=0 \\ 2t-2t'=2 \\ -t-t'=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t'=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;6;-2)$.

**Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của $d$ và $d'$ là $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

**A.** 1. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$\frac{-1+t-1}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-2+3t-4}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-6+3t}{3}$

$\Leftrightarrow t=2$

Từ đó suy ra giao điểm $I$ của $d$ và $d'$ là $I(1;-2;4)$

$\Rightarrow a=1, b=-2; c=4 \Rightarrow a+b+c=3$

**Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-6}{2}=\frac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng $\Delta$ và $d$ là $M(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** –3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $d$ có phương trình tham số $\begin{cases}x=-1-s\\y=6+2s\\z=-3-2s\end{cases}$.

ta xét hệ: $\begin{cases}2-t=-1-s\\2t=6+2s\\1-t=-3-2s\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-s=3\\t-s=3\\t-2s=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\s=-1\end{cases}$.

Hệ có nghiệm duy nhất nên $\Delta$ và $d$ cắt nhau.

Thay $t=2$ vào phương trình $\Delta$ (hoặc thay $s=-1$ vào phương trình của $d$) ta được tọa độ giao điểm của $\Delta$ và $d$ là $M(0;4;-1)\Rightarrow a+b+c=0+4+(-1)=3.$

**Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$?

**A.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{-2}$ **C.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$.

**Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số trục $Oz$ là

**A.** $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=2026-2027t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ đáp án A,B,C ta đều thấy vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$ và đáp án D có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;0;-2027)=-2027(0;0;1)=-2027\vec{k}$ nên chưa loại đáp án nào.

Trục $Oz$ chứa các điểm có dạng $(0;0;z)$, vậy loại đáp án A,B,C

Chọn D

**Chú ý: Dạng toán này học sinh dễ bị "sập hầm" nên các em cần chú ý.**

**Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $Oy$ có phương trình tham số là

**A.** $\begin{cases} x=t \\ y=t(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$.

**B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

**C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$.

**D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Phương pháp loại trừ đáp án:**

**A.** $\begin{cases} x=t \\ y=t(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. Với $t=1\Rightarrow(1;1;1)\notin Oy$, loại đáp án A

**B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$. Với $t=1\Rightarrow(0;3;0)\in Oy$, chọn đáp án B

**C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. Với $t=1\Rightarrow(0;0;1)\notin Oy\left((0;0;1)\in Oz\right)$, loại đáp án C

**D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$. Với $t=1\Rightarrow(1;0;0)\notin Oy\left((1;0;0)\in Ox\right)$, loại đáp án D

**Phương pháp tự luận:**

Đường thẳng $Oy$ đi qua điểm $A(0;2;0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{j}=(0;\ 1;\ 0)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=0+0.t\\y=2+1.t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
$z=0+0.t$ $z=0$

**Chú ý: Dạng toán này học sinh dễ bị "sập hầm" nên các em cần chú ý.**

**Câu 56.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số nào sau đây không phải là phương trình tham số của trục $Ox$?

**A.** $\begin{cases}x=-2027+2028t\\y=0\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

**B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

**C.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=1\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

**D.** $\begin{cases}x=-1-2t\\y=0\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Trục $Ox$ có vectơ chỉ phương dạng $\vec{u}=k\vec{i}=k(0;\ 0;\ 1)$, ta thấy 4 đáp án đều thoả

Trục $Ox$ chứa các điểm có dạng $(x;0;0)$, vậy đáp án C sai

**Câu 57.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của $d$ là:

**A.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$.

**B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$.

**C.** $\begin{cases}x=7+5t\\y=4+2t\\z=-2-3t\end{cases}$.

**D.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$, phương trình của $d$ là

$$\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$$

Nhưng 4 đáp án ko có đáp án nào có $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$.

Lúc này ta cần dùng phương pháp loại trừ đáp án như sau:

$d$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$ nên loại đáp án **B và D**

$d$ đi qua điểm $M(2;2;1)$ nên thay vào đáp án **A và C:**

**A.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=2+5t \\ 2=2+2t \\ 1=-1-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=\dfrac{2}{3} \end{cases}$ vô lý nên loại đáp án **A**

**C.** $\begin{cases} x=7+5t \\ y=4+2t \\ z=-2-3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=7+5t \\ 2=4+2t \\ 1=-2-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=-1 \\ t=-1 \end{cases}$ đúng nên chọn đáp án **C**

**Chú ý: Dạng toán này học sinh dễ bị "sập hầm" nên các em cần chú ý.**

**Câu 58.** Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng *MN* có phương trình tham số là

**A.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đường thẳng *MN* nhận $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án *A*, *B* và *C*.

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

**Chú ý: Dạng toán này học sinh dễ bị "sập hầm" nên các em cần chú ý. Các em hay bị sai chỗ**

$\vec{u}=(-1;2;-1)$ hoặc $\vec{u}=(1;-2;1)$

**Câu 59.** Trong không gian *Oxyz*, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm *A*, *B* có dạng $\begin{cases} x=a \\ y=b-2t \\ z=-2+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

**A.** 5 **B.** 7 **C.** 0 **D.** 11

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$

Đường thẳng *AB* đi qua $A(1;3;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình là:

$\begin{cases} x=1 \\ y=3-2t \\ z=-2+7t \end{cases}, t\in\mathbb{R}.$

$\Rightarrow a=1, b=3; c=7 \Rightarrow a+b+c=11$

**Câu 60.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, đường thẳng $\Delta$ đi qua 2 điểm $A$, $B$ có phương trình dạng: $\begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

**A.** 2 **B.** $-3$ **C.** 0 **D.** 4

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (1;-3;4) = \frac{1}{2}(2;-6;8) \Rightarrow b = -6, c = 8$.

Thay tọa độ điểm $B$ vào phương trình $\Delta$ ta được: $\begin{cases} 2 = 2t \\ -1 = y_0 - 6t \\ 3 = z_0 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ y_0 = 5 \\ z_0 = -5 \end{cases}$

Từ đó ta có: $y_0 + z_0 + b + c = 5 - 5 - 6 + 8 = 2$.

**Câu 61.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;1)$. Gọi $A$, $B$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên các trục $Ox$, $Oz$. Khi đó, đường thẳng $\Delta$ đi qua 2 điểm $A$, $B$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$A$ là hình chiếu của $M$ lên trục $Ox \Rightarrow A(-1;0;0)$.

$B$ là hình chiếu của $M$ lên trục $Oz \Rightarrow B(0;0;1)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (1;0;1)$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ là: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

**Câu 62.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$. Gọi $A$, $B$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên các mặt $(Oxy)$, $(Oxz)$. Khi đó, đường thẳng $\Delta$ đi qua 2 điểm $A$, $B$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$A$ là hình chiếu của $M$ lên mặt $(Oxy) \Rightarrow A(0;-1;0)$.

$B$ là hình chiếu của $M$ lên mặt $(Oxz) \Rightarrow B(0;0;2)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (0;1;2)$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ là: $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$

**Câu 63.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng $d$ có phương trình là:

**A.** $\dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$ **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$

**C.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ **D.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì đường thẳng song song với đường thẳng $d$ nên nó có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;2;-1)$ hoặc $\vec{u} = (1;-2;1)$ nên loại phương án **C** và **D.**

Vì điểm $M(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$ nên chọn phương án **B.**

Vậy phương trình của đường thẳng là $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$

**Câu 64.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases} x = a + 4t \\ y = -2 + bt \\ z = 1 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tính $a + b + 2c$.

**A.** 0 **B.** 10 **C.** $-5$ **D.** 5

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (4;-3;5)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

$\Rightarrow a = 3, b = -3; c = 5 \Rightarrow a + b + 2c = 10$

**Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ $(Oxy)$ có phương trình tham số là:

**A.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng tọa độ $(Oxy)$ nên nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương. Mặt khác $d$ đi qua $A(1;1;1)$ nên đường thẳng $d$ có phương trình là: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.

**Câu 66.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$.

Do $d$ vuông góc với $(P)$ nên $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng $d$ là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

**Câu 67.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có mặt phẳng $(P): x+z-2=0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Gọi đường thẳng cần tìm là $\Delta$. Vì đường thẳng $\Delta$ vuông góc với $(P)$ nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_{\Delta}}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(3;2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$ là:

$\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$.

**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;5)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=b+t \\ z=5+ct \end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+2c$.

**A.** 0 **B.** 1 **C.** $-1$ **D.** 3

**Lời giải**

**Chọn C.**

Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}(2;1;-3)$.

Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $M(1;3;5)$ và vuông góc với $(P)$ thì vec tơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

Vậy phương trình của đường thẳng $d$ là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=5-3t \end{cases}$.

$\Rightarrow a=2,b=3;c=-3\Rightarrow a+b+2c=-1$

**Câu 69.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là:

**A.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

**C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng $(ABC)$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

**Câu 70.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Phương trình đường thẳng đi qua $A$ và song song với $BC$ có dạng: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{b}=\frac{1-z}{c}$. Tính $b+4c$.

**A.** $0$. **B.** $7$. **C.** $5$. **D.** $10$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường thẳng $d$ đi qua $A$ và song song với $BC$ nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Phương trình của đường thẳng $d$: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}\Rightarrow\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{1-z}{1}$.

$\Rightarrow b=3, c=1\Rightarrow b+4c=7$

**Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(BCD)$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(BCD)$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1);\overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Mặt phẳng $(BCD)$ có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

Vì $d\perp(BCD)$ nên $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(BCD)}=(3;2;-1)$.

Đáp **A** và **C** có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;2;-1)$ nên loại **B** và **D.**

Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ thuộc đáp án **C** nên loại **A.**

**Câu 72.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $(P):x+z-5=0$ và $(Q):x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

**A.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$ **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$

**C.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-5}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$

**Lời giải**

**Chọn C.**

$(P): x+z-5=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$

$(Q): x-2y-z+3=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$

Gọi $\Delta$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng thì $\Delta$ có 1 vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)=2(1;1;-1)$.

Chọn $x=0$, ta có: $\begin{cases} z-5=0 \\ -2y-z+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(0;-1;5)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(0;-1;5)$ và nhận $\vec{u}_{\Delta}=(1;1;-1)$ làm một vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-5}{-1}$.

**Câu 73.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A$ song song với mặt phẳng $(P)$ và vuông góc với $d$ là:

**A.** $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

**B.** $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

**C.** $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

**D.** $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2} \Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;2;2)$.

$(P): 2x+y+2z-5=0 \Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;1;2)$.

Đường thẳng $\Delta$ song song với mặt phẳng $(P)$ và vuông góc với $d$

$\Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(2;2;-3)$, và đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(1;1;-2) \Rightarrow$

Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

**Câu 74.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $d$.

**A.** $(T): x+y+2z+1=0$.

**B.** $(P): x-2y+z+1=0$.

**C.** $(Q): x-2y-z+1=0$.

**D.** $(R): x+y+z+1=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vectơ chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;\ -2;\ 1)$.

Mặt phẳng $(T)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_T}=(1;\ 1;\ 2)$. Do $\frac{1}{1}\neq\frac{-2}{1}\neq\frac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_T}$. Do đó $d$ không vuông góc với $(T)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;\ -2;\ 1)$. Do $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$. Do đó $d$ vuông góc với $(P)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(1;\ -2;\ -1)$. Do $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}\neq\frac{1}{-1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_Q}$. Do đó $(d)$ không vuông góc với $(Q)$.

Mặt phẳng $(R)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_R}=(1;\ 1;\ 1)$. Do $\frac{1}{1}\neq\frac{-2}{1}\neq\frac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_R}$. Do đó $(d)$ không vuông góc với $(R)$.

**Câu 75.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ là:

**A.** $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z-1=0$. **C.** $x+y+z-1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ nên nhận véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x+y+z+D=0$, mặt khác $(P)$ đi qua gốc tọa độ nên $D=0$.

Vậy phương trình $(P)$ là: $x+y+z=0$.

**Câu 76.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A$ và vuông góc với đường thẳng $d$ là

**A.** $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0;0;3)$ và vuông góc với đường thẳng $d$ nên nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng $d$ là $\vec{u}=(2;-1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$2x-y+z-3=0$

**Câu 77.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $O$, song song với $\Delta$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là

**A.** $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$\Delta$ có VTCP $\vec{u}=(-1;2;-3)$ và $(P)$ có VTPT là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

$(\alpha)$ qua $O$ và nhận $\overrightarrow{n'}=-\left[\vec{u};\vec{n}\right]=(1;2;1)$

Suy ra $(\alpha):x+2y+z=0$.

**Câu 78.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

**A.** $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

**C.** $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;3)$.

Đường thẳng $d_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;3)$.

Mặt phẳng $(P)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1,d_2\Rightarrow(P)$ qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(6;9;1)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ là :

$(P):6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0\Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$.

**Câu 79.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm $A$ và chứa đường thẳng $d$ ?

**A.** $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

**C.** $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

VTCP của $d$ là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.

Do đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ hay $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$.

**Câu 80.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa $d_1$ và $(P)$ song song với đường thẳng $d_2$ là

**A.** $(P):x+5y+8z-16=0$.

**B.** $(P):x+5y+8z+16=0$.

**C.** $(P):x+4y+6z-12=0$.

**D.** $(P):2x+y-6=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $d_1$ đi qua $A(2;6;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng $d_2$ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$. Do mặt phẳng $(P)$ chứa $d_1$ và $(P)$ song song với đường thẳng $d_2$ nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(1;5;8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A(2;6;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.

**Câu 81.** Trong không gian $Oxy$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với $\Delta$ và $\Delta'$.

**A.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ VTCP của $\Delta,\Delta'$ lần lượt là $\vec{u}=(3;2;1)$ và $\vec{v}=(1;3;-2)$ ; $[\vec{u},\vec{v}]=(-7;7;7)$

+ Vì $d$ vuông góc với $\Delta$ và $\Delta'$ nên $\vec{u}_d=(-1;1;1)$.

+ $d$ đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

**Câu 82.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và $d'$?

**A.** $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$.

**B.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.

**C.** $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$.

**D.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;6)$.

Đường thẳng $d'$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u'}=(2;1;-5)$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $M$, vuông góc với $d$ và $d'$ nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_{\Delta}=\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(14;17;9)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

**Câu 83.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q):x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=5-t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ qua $A$, song song với $d$ và vuông góc với $(Q)$ là :

**A.** $3x+y+z-1=0$.

**B.** $3x-y-z+1=0$.

**C.** $x+3y+z-3=0$.

**D.** $x+y+z-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng $(Q)$ có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;-4)$.

Đường thẳng $d$ có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(0;1;-1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng $(P)$ là $\overrightarrow{n_P}$.

Ta có: $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$ và $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_d}$ nên chọn $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{u_d}\right]=(3;1;1)$.

$(P)$ đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;1;1)$ có phương trình là: $3x+y+z-1=0$.

**Câu 84.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+y-3=0$ và $(Q):2x-y+z-3=0$.

**A.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=-2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=3+t \\ z=-2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là:

$\overrightarrow{n_P}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;1)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

**Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua $A$, song song với $(P)$ và $(Q)$?

**A.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng $d$ song song với hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$, nên $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

Đường thẳng $d$ đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Vì đường thẳng $d$ song song với hai mặt phẳng, nên nhận vectơ $(1;0;-1)$ làm vectơ chỉ phương.

**Câu 86.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

**A.** $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi $H$ à hình chiếu vuông góc của $M$ lên $(P)$ $\Rightarrow MH:\begin{cases}x=-4\\y=5+t\\z=2\end{cases}$

$H\in MH\Rightarrow H(-4;5+t;2)$

$H\in(P)\Leftrightarrow 5+t+1=0\Leftrightarrow t=-6\Rightarrow H(-4;-1;2)$

**Câu 87.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Điểm $M$ thuộc đường thẳng $d$ sao cho $M$ cách $A$ một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm $M$ là

**A.** $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$.

**B.** $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.

**C.** $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$.

**D.** $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$M(5+2t;1+3t;2-2t)\in d$; $\overrightarrow{AM}(2+2m;3+3m;-2-2m)$

$\Rightarrow AM=\sqrt{17}\Leftrightarrow 17(1+m)^2=17\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(5;1;2)\\M(1;-5;6)\end{array}\right.$

**Câu 88.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+3t\\z=-2t\end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của $M$ lên $\Delta$. Tính $a+b+c$.

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $-1$. **D.** $-3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi $H$ là hình chiếu của $M$ lên $\Delta$ nên tọa độ của H có dạng $H(1-t;-2+3t;-2t)$ và $\overrightarrow{MH}\perp\overrightarrow{u_\Delta}$

$\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 14t-11=0\Leftrightarrow t=\dfrac{11}{14}\Rightarrow H\left(\dfrac{3}{14};\dfrac{5}{14};\dfrac{-22}{14}\right)\Rightarrow a+b+c=-1$

**Câu 89.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi $A'$ là điểm đối xứng với $A$ qua $(P)$, khi đó tính $OA'$ bằng bao nhiêu?

**A.** $OA'=\sqrt{46}$. **B.** $OA'=\sqrt{186}$. **C.** $OA'=12$. **D.** $OA'=14$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

+ $A'$ đối xứng với $A$ qua $(P)$ nên $AA'$ vuông góc với $(P)$

+Suy ra phương trình đường thẳng $AA':\begin{cases}x=-1+6t\\y=3-2t\\z=6+t\end{cases}$

+Gọi $H$ là giao điểm của $AA'$ và mặt phẳng $(P)\Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do $H$ thuộc $(P)\Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0\Leftrightarrow 41t-41=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(5;1;7)$

+ $A'$ đối xứng với $A$ qua $(P)$ nên $H$ là trung điểm của $AA'$

$\Rightarrow A'(11;-1;8)\Rightarrow OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186}$

**Câu 90.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P):x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, cắt $d$ và song song với mặt phẳng $(P)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ $O$ đến $\Delta$.

**A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $M=(\Delta)\cap(d)\Rightarrow M(t+3;3t+3;2t)(t\in R)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(t+2;3t+1;2t+1)$.

Gọi $\vec{n}(1;1;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

Ta có $(\Delta)\,//\,(P)\Rightarrow \overrightarrow{AM}\perp\vec{n}\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n}=0\Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0\Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}(1;-2;-1)\Rightarrow d(O;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{OA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

**Câu 91.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua $A$, cắt trục $Oz$ và song song với $(P)$ có phương trình là

**A.** $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$. **B.** $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.

**C.** $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $\Delta$ là đường thẳng cần lập.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$.

Theo đề, ta có $\Delta\cap Oz=B(0;0;c)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(4;3;c-3)$ là một VTCP của $\Delta$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 4.1+3.1+(c-3).1=0\Leftrightarrow c-3=-7$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(4;3;-7)$.

Vậy $\Delta:\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$ hay $\Delta:\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

**Câu 92.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua $A$, vuông góc với $d$ và cắt trục $Ox$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $\Delta$ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M=\Delta\cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

$d$ có VTCP: $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 2a-2-2+6=0\Leftrightarrow a=-1$.

Vậy $\Delta$ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)=-(2;2;3)$ nên $\Delta$ có phương trình: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$

**Câu 93.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $d$ là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc $d$?

**A.** $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng $d_1$ có VTCP là $\vec{u}=(1;1;-2)$.

Gọi $H$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và đường thẳng $d_1$. Vì $H\in d_1:H(1+t;t;5-2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH}=(t;t;3-2t)$.

$d$ vuông góc với $d_1\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow t+t-2(3-2t)=0\Leftrightarrow 6t=6\Leftrightarrow t=1$.

Lúc đó, đường thẳng $d$ qua $A(1;0;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{AH}=(1;1;1)$ có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

Lúc đó, điểm $Q(0;-1;1)$ thuộc đường thẳng $d$.

**Câu 94.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa $d$ và $d'$, đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

**A.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

**C.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta thấy hai đường thẳng $d$ và $d'$ có cùng véctơ chỉ phương hay $d//d'$

Vậy đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1;-2)$ và đi qua trung điểm $I(3;-2;2)$ của $AB$ với $A(2;-3;4)\in d$ và $B(4;-1;0)\in d'$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

**Câu 95.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, đồng thời vuông góc và cắt $d$.

**A.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:**

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi $(P)$ là mặt phẳng qua điểm $A$ và vuông góc với đường thẳng $d$, nên nhận véc tơ chỉ phương của $d$ là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi $B$ là giao điểm của mặt phẳng $(P)$ và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có dạng

$\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

**Cách 2:**

Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng $d$ có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.Ta có đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

**Câu 96.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với $\Delta$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow 4-4t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng $d$ nằm trong mặt phẳng $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với $\Delta$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $d$ nhận $\dfrac{1}{2}\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(0;-1;2)$ làm vectơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

**Câu 97.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng $d$ đi qua $A$, vuông góc với đường thẳng $d_1$ và cắt thẳng $d_2$.

**A.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.

**C.** $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $M\left(2+t;-1-t;1+t\right)=d\cap d_2$ với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(1+t;-t;-2+t\right)$ và $\overrightarrow{u_1}=\left(3;3;-1\right)$ là vectơ chỉ phương của $d_1$

Mặt khác $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_1}=0$ nên $3.(1+t)+3.(-t)-1.\left(-2+t\right)=0\Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là 1 vectơ chỉ phương của $d$.

Vậy phương trình đường thẳng $d$ : $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$.

**Câu 98.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\left(\Delta\right)$ đi qua điểm $M\left(0;1;1\right)$, vuông góc với đường thẳng $\left(d_1\right):\begin{cases}x=t\\y=1-t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ và cắt đường thẳng $\left(d_2\right):\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$. Phương trình của $\left(\Delta\right)$ là?

**A.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $A\left(2t';1+t';t'\right)\in\left(d_2\right)$ là giao điểm giữa đường thẳng $\left(\Delta\right)$ và đường thẳng $\left(d_2\right)$

Ta có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}}=\left(1;-1;0\right)$, $\overrightarrow{MA}=\left(2t';t';t'-1\right)$

Theo đề bài: $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow 2t'-t'=0\Leftrightarrow t'=0$

Suy ra $A\left(0;1;0\right)$

Khi đó vecto chỉ phương của đường thẳng $\left(\Delta\right)$ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=\left(0;0;1\right)$

Phương trình đường thẳng $\left(\Delta\right)$ qua $M\left(0;1;1\right)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(0;0;1\right)$ có dạng: $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$

**Câu 99.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $\left(P\right):x+ay+bz+c=0\left(c>0\right)$ song song với $d_1,d_2$ và khoảng cách từ $d_1$ đến $\left(P\right)$ bằng 2 lần khoảng cách từ $d_2$ đến $\left(P\right)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

**A.** 14. **B.** 6. **C.** –4 **D.** –6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $\vec{u}_1=(1;1;2)$, $\vec{u}_2=(2;1;1)$ lần lượt là một vectơ chỉ phương của $d_1,d_2$

Gọi $\vec{n}_1=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-1;3;-1)$, có $\vec{n}_1$ cùng phương $\vec{n}_2=(1;-3;1)$.

$\vec{n}=(1;a;b)$ là một vec-tơ chỉ phương của $(P)$.

Do $(P)$ song song với $d_1,d_2$ nên chọn $\vec{n}=(1;-3;1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x-3y+z+c=0$.

Lấy $M_1(1;-2;1)\in d_1$, $M_2(1;1;-2)\in d_2$

Có $d(d_1;(P))=2d(d_2;(P))\Leftrightarrow d(M_1;(P))=2d(M_2;(P))$

$$\Leftrightarrow\frac{|1-3(-2)+1+c|}{\sqrt{11}}=2\frac{|1-3-2+c|}{\sqrt{11}}\Leftrightarrow|8+c|=2|-4+c|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8+c=2(-4+c)\\8+c=2(4-c)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=16\ (\text{nhan})\\c=0\ \ (\text{loai})\end{array}\right.$$

Nên $(P)$: $x-3y+z+16=0$, suy ra $a=-3$, $b=1$, $c=16$.

Vậy $a+b+c=14$.

**Câu 100.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1),B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P)$: $x+y+z-7=0$.

Đường thẳng $d$ nằm trong $(P)$ sao cho mọi điểm của $d$ cách đều hai điểm $A,B$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=4t\end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

+ Các điểm cách đều hai điểm $A,B$ thì nằm trên mặt phẳng $(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn $AB$.

+ Gọi $I$ là trung điểm của $AB\Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$

+ Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $3x+y-7=0$.

Do đó đường thẳng $d$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng $(P)$ và $(\alpha)$

Phương trình đường thẳng $d$ đi qua điểm $M(0;7;0)\in(P)\cap(\alpha)$ và nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;-3;2)$ làm

một vectơ chỉ phương là $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 101.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;3)$ và $B(3;5;9)$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là: $\vec{u}=(1;1;3)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $AB$ là: $\begin{cases}x=3+t\\y=5+t\\z=9-3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Điểm $M(4;6;9)$ thuộc đường thẳng $AB$.

d) Phương trình đường thẳng $d$ đi qua gốc toạ độ $O$ và song song với đường thẳng $AB$ là: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;6)=2(1;1;3)$ nên một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là: $\vec{u}=(1;1;3)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $AB$ là: $\begin{cases}x=3+t\\y=5+t\\z=9+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

c) Ta có: $\begin{cases}4=3+t\\6=5+t\\9=9+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=0\end{cases}\Leftrightarrow t\in\varnothing$.

d) Ta có: $\overrightarrow{u_d}=(1;1;3)$

Phương trình đường thẳng $d$ đi qua gốc toạ độ $O$ và song song với đường thẳng $AB$ là: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$.

**Câu 102.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=3+t\\z=4-5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là: $\vec{u}=(2;1;-5)$.

b) Điểm $A(5;5;-6)$ không thuộc đường thẳng $\Delta$.

c) Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=4t\\z=3+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ vuông góc với đường thẳng $\Delta$.

d) Đường thẳng $\Delta$ cắt mặt phẳng $(Oxz)$ tại điểm $M(-5;0;-19)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-5)$.

b) Thay $A(5;5;-6)$ vào đường thẳng, ta có: $\begin{cases}5=1+2t\\5=3+t\\-6=4-5t\end{cases}\Leftrightarrow t=2$ nên $A(5;5;-6)$ thuộc đường thẳng $\Delta$.

c) Ta có: $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-5)$ và $\overrightarrow{u_d}=(3;4;2)$ và dễ thấy: $\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_d}=0$.

d) Ta có: $y=0\Leftrightarrow 3+t=0\Leftrightarrow t=-3$ nên điểm $M(-5;0;19)$ là giao điểm của đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(Oxz)$.

**Câu 103.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;-1)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và vuông góc với $d$ có phương trình tổng quát là $x+y+2z+5=0$.

c) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên đường thẳng $d$. Khi đó $a+2b+3c=7$.

d) Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{2-z}{c}$. Khi đó $2026a+2025b-2024c=2027$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Đường thẳng $d$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và vuông góc với $d$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;2)$. Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)$ là $x+y+2z-5=0$.

c) Đường thẳng $d$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$.

Gọi $H(t+1;t;2t-1)$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên đường thẳng $d$.

Ta có $\overrightarrow{AH}=(t;t;2t-3)$ và $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(2;1;1)$

$\Rightarrow a+2b+3c=7$.

d) Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$ và $\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$

Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$ suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.

Ta có đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{2-z}{1}$.

$\Rightarrow a=1,b=1,c=1\Rightarrow 2026a+2025b-2024c=2027$

**Câu 104.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$.

a) Đường thẳng $d$ qua điểm $M(1;2;2)$.

b) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$.

c) Đường thẳng $d$ có phương trình tham số $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

d) Đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3-t\\y=2-2t\\z=-1-2t\end{cases}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Thay $M(1;2;0)$ vào đường thẳng $d$, ta có $\dfrac{1-2}{1}\neq\dfrac{2-1}{2}$.

b) Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$ nên $\vec{u}=\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ vì $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$

c) Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$ và đi qua điểm $N(2;1;-3)$ suy ra phương trình tham số của $d$: $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3+2t\end{cases}$.

d) Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$.

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;-2;-2)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(3;2;-1)$. Thay tọa độ điểm $M(3;2;-1)$ vào phương trình của $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ ta được $\dfrac{3-2}{1}=\dfrac{2-1}{2}=\dfrac{-1+3}{2}$ vô lý, suy ra $M\notin d$.

Vậy $d//\Delta$.

**Câu 105.** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) Điểm $M(1;-1;1)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(2;1;-1)$

c) Đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

d) Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $M$, cắt và vuông góc với $d$ thì phương trình đường thẳng $\Delta$ có dạng: $\begin{cases}x=a+t\\y=1+bt\\z=ct\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Khi đó $a-b-c=8$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Tọa độ điểm $M(1;-1;1)$ không thỏa mãn phương trình $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(2;1;-1)$

c) Đường thẳng $d$ trùng với đường thẳng $\Delta$

d) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$.

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $M$ lên $d$ đường thẳng $\Delta$ cần tìm là đường thẳng $MH$.

Vì $H$ thuộc $d$ nên $H(1+2t;-1+t;-t)$ suy ra $\overrightarrow{MH}=(2t-1;-2+t;-t)$.

Vì $MH\perp d$ và $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}$

Do đó $\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{-4}{3};\dfrac{-2}{3}\right)$. Vậy phương trình tham số của $\Delta$ là: $\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}$

$\Rightarrow a-b-c=8$

**Câu 106.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-5}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

a) Điểm $M(3;-4;1)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(-3;4;-1)$

c) Đường thẳng $d$ song song với đườn thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-4+3t\\y=5-4t\\z=-2+t\end{cases}$.

d) Đường thẳng $\Delta$ song song với $d$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z}{1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x+4}{a}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z-c}{1}$. Khi đó $a-b-c=6$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Tọa độ điểm $M(3;-4;1)$ không thỏa mãn phương trình $d$.

b) Ta có $\vec{u}(-3;4;-1)=-(3;-4;1)$

c) Đường thẳng $d$ trùng với đường thẳng $\Delta$

d) Gọi $M,N$ là giao điểm của $\Delta$ và $d_1$, $d_2$.

Khi đó $M,N$ thuộc $d_1,d_2$ nên $\begin{cases}x_M=1+3t\\y_M=-1+t\\z_M=2+2t\end{cases},\begin{cases}x_N=-2+2t'\\y_N=3+4t'\\z_N=t'\end{cases}$.

Vector chỉ phương của $\Delta$ là $\overrightarrow{MN}=(-3+2t'-3t;4+4t'-t;-2+t'-2t)$

$\Delta$ song song với $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-5}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$ nên $\dfrac{-3+2t'-3t}{3}=\dfrac{4+4t'-t}{-4}=\dfrac{-2+t'-2t}{1}$

Giải hệ ta được $t'=-1;t=-\dfrac{4}{3}$.

Vậy $N(-4;-1;-1),M\left(-3;-\dfrac{7}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$

Do đó: $\Delta:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{1}$

$\Rightarrow a=3,b=-4,c=-1\Rightarrow a-b-c=8$

**Câu 107.** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $M(1;3;2)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(1;1;-2)$.

c) Đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=2+2t\end{cases}$.

d) Phương trình đường vuông góc chung của $d$ và đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3t\\y=t\\z=-1-3t\end{cases}$ có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-2}{b}=\dfrac{z-4}{c}$. Khi đó $2a-b-3c=10$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Tọa độ điểm $M(1;3;2)$ thỏa mãn phương trình $d$.

b) $\vec{u}=(1;1;-2)$ không là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$.

c) Đường thẳng $d$ trùng với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=2+2t\end{cases}$

d) Gọi $\Delta$ là phương trình đường vuông góc chung của $d,d_1$.

$\Delta\cap d=M(1+t';3-t';2+2t'),\ \Delta\cap d_1=N(-3t;t;-1-3t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-3t-1-t';t-3+t';-3-3t-2t')$.

Hai đường thẳng $d,d_1$ lần lượt có 2 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2),\vec{u_1}=(-3;1;-3)$.

Vì $\Delta$ là đường vuông góc chung của $d,d_1$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{MN}.\vec{u_1}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6t'-10t=4\\10t'+19t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1\end{cases}$

$\Rightarrow M(2;2;4),N(3;-1;2),\overrightarrow{MN}=(1;-3;-2)$.

Vậy phương trình $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{-2}$.

$\Rightarrow a=2,b=-3,c=-2\Rightarrow 2a-b-3c=13$

**Câu 108.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ và vuông góc với $d$ có phương trình tổng quát là $2x+by+cz+d=0$.

Khi đó $b+c+d=-5$

c) Gọi $M'(x_0;y_0;z_0)$ là điểm đối xứng với $M$ qua $d$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=\dfrac{1}{2}$.

d) Phương trình đường thăng $\Delta$ đi qua điểm $M$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d$ có dạng: $\frac{x-a}{1}=\frac{y-1}{b}=\frac{z}{c}$. Khi đó $a-3b+2c=10$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M$ và vuông góc với $d$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)$ là $2(x-2)+y-1-z=0\Leftrightarrow 2x+y-z-5=0.$

Do $(P)$ có phương trình tổng quát là $2x+by+cz+d=0.\Rightarrow\begin{cases}b=1\\c=-1\\d=-5\end{cases}\Rightarrow\ b+c+d=-5$

c) Đường thẳng $d$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Gọi $H(2b+1;-1+b;-b)$ là hình chiếu vuông góc của điểm $M$ trên đường thẳng $d$.

Ta có $\vec{MH}(2b-1;b-2;-b)$.

Do $\vec{MH}\perp\vec{u}\Rightarrow\vec{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(2a-1)+1(a-2)+a=0\Leftrightarrow a=\frac{2}{3}\Rightarrow H\left(\frac{7}{3};\frac{-1}{3};\frac{-2}{3}\right).$

Điểm $M'$ là điểm đối xứng với $M$ qua $d$. Khi đó $H$ là trung điểm $MM'\Rightarrow M'\left(\frac{8}{3};-\frac{5}{3};-\frac{4}{3}\right).$

$\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-\frac{1}{3}$

d) Gọi $N(1+2t;-1+t;-t)$ là giao điểm của đường thẳng $\Delta$ và đường thẳng $d$

Lúc đó đường thẳng $\Delta$ nhận $\vec{MN}(-1+2t;-2+t;-t)$ làm vectơ chỉ phương.

Mặt khác $\Delta$ vuông góc với đường thẳng $d$ nên ta có: $2(2t-1)+t-2+t=0\Rightarrow t=\frac{2}{3}.$

Với $t=\frac{2}{3}$ đường thẳng $\Delta$ nhận $\vec{MN}\left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$ hoặc $\vec{u}(1;-4;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\ \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{-2}$

$\Rightarrow a=2,b=-4,c=-2\Rightarrow a-3b+2c=10$.

**Câu 109.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}.$

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;2;1)$

b) Đường thẳng $(d)$ và mặt phẳng $(P)$ cắt nhau.

c) Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là giao điểm của đường thẳng $(d)$ và mặt phẳng $(P)$. Khi đó $2026x_0-2025y_0+2024z_0=2026$

d) Đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d$ có phương trình là $\frac{x-1}{a}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{b}$. Khi đó $a.b=15$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;2;1)$

b) Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;3)$

Vì $\vec{n}.\vec{u}=7\neq 0$ nên đường thẳng $(d)$ và mặt phẳng $(P)$ cắt nhau.

c) $H=d\cap(P)\Rightarrow$ Tọa độ điểm $H$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x+2y+z-4=0\\ \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}\Rightarrow H=(1;1;1)\Rightarrow 2026x_0-2025y_0+2024z_0=2025$$
$$z=1$$

d) Vì đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d$ nên đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $H$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_p},\overrightarrow{u_d}\right]=(5;-1;-3)$

Vậy phương trình đường thẳng là: $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

$\Rightarrow a.b=-15$

**Câu 110.** Trong không gian $Oxyz$, cho măt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z}{5}$.

a) Măt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

b) Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;0)$.

c) Đường thẳng $d$ cắt $(\alpha)$.

d) Hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(\alpha)$ có phương trình dạng: $\frac{x}{a}=\frac{y+b}{3}=\frac{z-1}{c}$. Khi đó $a+b+c=10$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|

| ĐÚNG | SAI | SAI | SAI |
|---|---|---|---|

a) Mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+6=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

b) Đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;5)$.

c) Vì $\vec{n}.\vec{u}=1.2+1.3+(-1).5=0$ nên $d \,//\, (\alpha)$.

d) Gọi $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(\alpha) \Rightarrow d' \,//\, d$.

Lấy $A(1;-4;0) \in d$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(\alpha)$.

Suy ra phương trình dường thẳng $\Delta$ là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-4+t. \\ z=-t \end{cases}$

Goi $A'$ là hình chiếu của $A$ lên $(\alpha)$ thì $A'=\Delta \cap (\alpha) \Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng $d'$ là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;5)$ có phương trình là

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

$\Rightarrow a+b+c=12$

**Câu 111.** Trong không gian $Oxyz$, cho măt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

a) Điểm $N(0;2;0)$ thuộc đường thẳng $d$.

b) Đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P)$.

c) Phương trình tham số của $d$ là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-4-2t, t \in \mathbb{R}. \\ z=1+t \end{cases}$

d) Phương trình đường thẳng $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$ có phương trình dạng $d': \dfrac{x-2}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-c}{2}$. Khi đó $a-b+c=11$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Thay tọa độ $N(0;2;0)$ vào $d$ thỏa mãn phương trình đường thẳng $d$.

b) Ta có $\vec{n}_P=(1;1;-1)$; $\vec{u}_d=(1;-1;1)$ nên $\vec{n}_P.\vec{u}_d=1.1+(-1).1+1.(-1)=-2 \neq 0$

Vậy đường thẳng $d$ không song song với mặt phẳng $(P)$

c) Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=4-2t\\z=-1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

d) Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của $d$ và $(P)$

Suy ra $(-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M=(2;0,1)$.

Măt phẳng $(P)$ có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0)\in d$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $N(0,2;0)$ và vuông góc với măt phẳng $(P)$\

Đường thẳng $\Delta$ nhận vectơ $\vec{n}_p=(1;1;-1)$ làm vector chỉ phương.

Suy ra phương trình của $\Delta$ là: $(\Delta):\dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-0}{-1}\Leftrightarrow(\Delta):\begin{cases}x=c\\y=2+c,c\in\mathbb{R}.\\z=-c\end{cases}$

Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của $\Delta$ với măt phẳng $(P)$

Suy ra $c+(2+c)-(-c)-1=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng $d'$ là hình chiếu vuông góc của $d$ trên măt phẳng $(P)$ nên $d'$ chính là đường thẳng $MM'$.

Suy ra $d'$ đi qua $M(2;0;1)$ và nhân vector $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình của $d'$ là: $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

$\Rightarrow a-b+c=13$

**Câu 112.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-5;7)$, $B(4;-3;5)$, $C(5;-2;1)$ và điểm $M(-1;3;6)$.

a) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $6x-2y+z-35=0$.

b) Đường thẳng đi qua $M$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ là $\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-6}{1}$.

c) Đường thẳng đi qua $B$ nằm trong mặt phẳng $(ABC)$ đồng thời vuông góc với trục $Oy$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;6)$.

d) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của $M$ trên mặt phẳng $(ABC)$, khi đó $a+b-c=3$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}(1;2;-2), \overrightarrow{AC}(2;3.-6) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-6;2;-1)$.

Mặt phẳng $(ABC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{ABC}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(6;-2;1)$ và đi qua $A$ nên có phương trình:

$6(x-3)-2(y+5)+z-7=0 \Leftrightarrow 6x-2y+z-35=0$.

b) Đường thẳng đi qua $M$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_{ABC}=(6;-2;1)$

nên có phương trình: $\frac{x+1}{6}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-6}{1}$.

c) Gọi $\vec{u}(x;y;z)\ \left(x^2+y^2+z^2\neq 0\right)$.

Vì đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(ABC)$ nên $\vec{u}.\vec{n}_{ABC}=0 \Leftrightarrow 6x-2y+z=0\ (1)$.

Đường thẳng vuông góc với trục $Oy$ nên: $\vec{u}\vec{j}=0 \Leftrightarrow y=0\ (2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra: $\begin{cases} z=-6x \\ y=0 \end{cases}$.

Chọn $x=1$ ta có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-6)$.

d) Tọa độ điểm $H$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 6x-2y+z-35=0 \\ \frac{x+1}{6}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-6}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y+z=35 \\ x+3y=8 \\ y+2z=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \\ z=7 \end{cases}$.

Suy ra: $H(5;1;7) \Rightarrow a=5;b=1;c=7 \Rightarrow a+b-c=-1$.

**Câu 113.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;0)$, $B(5;-3;2)$ và $C(0;4;-1)$. Xét các điểm $M$ thay đổi trong không gian sao cho diện tích tam giác $ABM$ bằng $6\sqrt{2}$.

a) Đoạn thẳng $AB$ có độ dài bằng $3$.

b) Đường thẳng $AB$ có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$.

c) Khoảng cách từ điểm $C$ tới đường thẳng $AB$ bằng $2\sqrt{2}$.

d) Đoạn thẳng $MC$ có độ dài nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $AB=\sqrt{(5-1)^2+(-3-1)^2+(2-0)^2}=6$.

b) $\overrightarrow{AB}=(4;-4;2)=2(2;-2;1)$

Đường thẳng $AB$ đi qua điểm $A(1;1;0)$ và nhận $\vec{u}=(2;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình của $AB$ là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$.

c) Đường thẳng $AB$ đi qua điểm $A(1;1;0)$ và nhận $\vec{u}=(2;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Ta có $\left[\overrightarrow{CA},\vec{u}\right]=(-1;1;4)$.

$$d(C,AB)=\frac{\left\|\left[\overrightarrow{CA},\vec{u}\right]\right\|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{1^2+1^2+4^2}}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\sqrt{2}.$$

d) $S_{\Delta MAB}=6\sqrt{2}\Rightarrow\frac{1}{2}\cdot d(M,AB)\cdot AB=6\sqrt{2}\Rightarrow d(M,AB)=2\sqrt{2}$.

Gọi $I$ là hình chiếu của $C$ lên $AB$. Ta có $d(C,AB)=CI=\sqrt{2}$.

Để $MC$ nhỏ nhất thì điểm $M$ nằm giữa hai đểm $C$ và $I$.

Suy ra $MC_{\min}=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

**Câu 114.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2;-5;-6)$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

b) Mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $d$ có phương trình là $2x+y-3z+17=0$.

c) Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên $d$. Tọa độ của $H$ là $H(3;-1;-4)$.

d) Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(P)$ lớn nhất, khi đó phương trình của mặt phẳng $(P)$ là $x+4y+2z+7=0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

b)Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-2)+1(y+5)-3(z+6)=0\Leftrightarrow 2x+y-3z-17=0$.

c) $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $d\Rightarrow H(1+2t;-2+t;-1-3t)$.

$\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Rightarrow 2(-1+2t)+3+t-3(5-3t)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(3;-1;-4)$.

d) Theo yêu cầu bài toán thì $(P)$ vuông góc với $AH$ nên có phương trình là

$1(x-1)+4(y+2)+2(z+1)=0\Leftrightarrow x+4y+2z+9=0$.

**Câu 115.** Trong không gian với với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-2}$ và

$d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-1}$.

a) Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $A(2;4;4)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả $d_1$ và $d_2$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;1)$.

c) Đường thẳng $d_1$ và đường thẳng $d_2$ chéo nhau.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là $3\sqrt{2}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

$d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-2)$ và đi qua $M(1;3;2)$

$d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{-1}$ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;-1)$ và đi qua $N(1;0;-1)$

a) Vì $\dfrac{2-1}{1}=\dfrac{4-3}{1}\neq\dfrac{4-2}{-2}$ nên đường thẳng $d_1$ không đi qua điểm $A(2;4;4)$.

b) Gọi $\Delta$ là đường thẳng vuông góc với cả $d_1$ và $d_2$ và $\vec{v}$ là véctơ chỉ phương của $\Delta$.

Khi đó ta có $\begin{cases}\vec{v}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \vec{v}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$. Chọn $\vec{v}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-3;-3;-3)$ hay $\vec{u}=(1;1;1)$

c) Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-3;-3;-3)$; $\overrightarrow{MN}=(0;-3;-3)$

Suy ra $\overrightarrow{MN}.\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=0.(-3)+(-3).(-3)+(-3).(-3)=18\neq 0$

Vậy đường thẳng $d_1$ và đường thẳng $d_2$ chéo nhau.

d) Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng $d_1$ và song song với $d_2$.

Suy ra $(P)$ đi qua $M(1;3;2)$ và có VTPT $\vec{v}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-3;-3;-3)$.

PT mặt phẳng $(P):1.(x-1)+1.(y-3)+1.(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-6=0$.

Khi đó $d(d_1,d_2)=d(d_2,(P))=d(N,(P))=\dfrac{|1+0+(-1)-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=2\sqrt{3}$

**Câu 116.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$.

a) Toạ độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$

b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là $\begin{cases}x=t\\ y=1\\ z=-t\end{cases}$

c) Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n}(-1;1;1)$

d) Gọi $E,F$ là các điểm lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục $Ox$ sao cho đường thẳng $EF$ vuông

góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Khi đó $EF=\sqrt{3}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$

b) Ta có $\overrightarrow{DC'}=(1;0;1)\Rightarrow$ Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là $\begin{cases}x=t\\y=1\\z=t\end{cases}$.

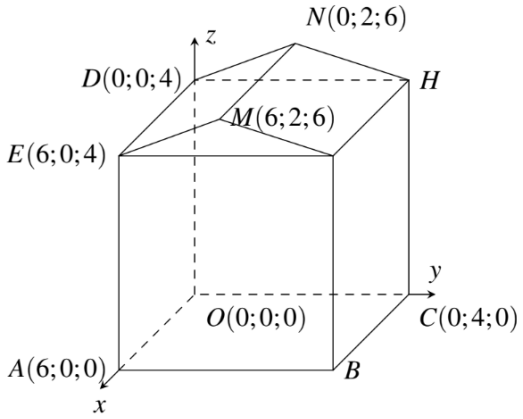
c) Ta có $\overrightarrow{DA'}=(0;-1;1)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{DC'},\overrightarrow{DA'}\right]=(-1;1;1)$.

d) Có $E\in(a,1,a)\in C'D$; $F(b;0;0)\in Ox\Rightarrow\overrightarrow{FE}=(a-b;1;a)$.

$EF\perp(A'C'D)\Rightarrow\dfrac{a-b}{-1}=\dfrac{1}{1}=\dfrac{a}{1}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}(E\equiv C')$

Suy ra $\overrightarrow{FE}=(-1;1;1)\Rightarrow EF=\sqrt{3}$.

**Câu 117.** Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình dưới đây nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).




a) $DE=6(m)$

b) Phương trình đường thẳng $DN$ là: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=4+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

c) Phương trình mặt phẳng mái nhà $(DEMN)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $a-2c+d=3$.

d) Khoảng cách từ điểm $B$ đến mái nhà $(DEMN)$ bằng $4$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) $\overrightarrow{DE}=(6;0;0)\Rightarrow DE=6(m)$

b) Ta có $\overrightarrow{DN}=(0;2;2)=2(0;1;1)$.

Phương trình đường thẳng $DN$ đi qua điểm $D(0;0;4)$ và có VTCP $\overrightarrow{DN}=(0;1;1)$ là: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=4+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

c) Mặt phẳng $(DEMN)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{DE}=(6;0;0),\overrightarrow{DN}=(0;2;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DN}\right]=(0;-12;12)$ nên suy ra $(DEMN)$ có vectơ pháp tuyến là:

$\vec{n}=-\frac{1}{12}\left[\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DN}\right]=(0;1;-1)$

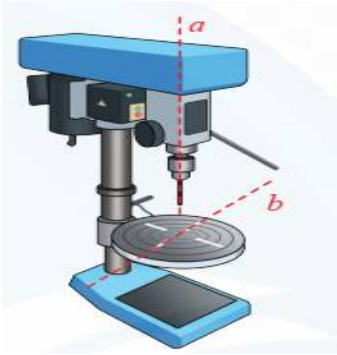
Phương trình của mặt phẳng $(DEMN)$ là: $y-z+4=0$.

$\Rightarrow a=0,c=-1,d=0\Rightarrow a-2c+d=6$

d) Điểm $B(6;4;0)$ nên suy ra d $\left(B,(DEMN)\right)=\frac{|4+4|}{\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$.

**Câu 118.** Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian $Oxyz$, cho biết phương trình trục $a$ của mũi khoan và một đường rãnh $b$ trên vật cần khoan như hình vẽ dưới đây lần lượt là:

$$a:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3t\end{cases}\text{ và }b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$$




a) Đường thẳng $a$ có một vecơ chỉ phương $\vec{u}=(0;0;1)$.

b) Phương trình chính tắc đường thẳng $b$ là : $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-6}{0}$

c) Hai đường thẳng $a$ và $b$ vuông góc và cắt nhau.

d) Gọi giao điểm của $a$ và $b$ là $M(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=10$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Đường thẳng $a$ có một vecơ chỉ phương $\vec{u}=(0;0;3)=3(0;0;1)$.

b) Đường thẳng $b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$ có vecơ chỉ phương $\vec{u}=(4;2;0)$

Ta có: $4.2.0=0$ nên đường thẳng $b$ không tồn tại phương trình chính tắc .

c) Đường thẳng $b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$ có vecơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(4;2;0)$.

Ta thấy: $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0.4+0.2+3.0=0$ do đó đường thẳng $a,b$ vuông góc.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}1=1+4t'\\2=2+2t'\\3t=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=0\\t'=0\\t=2\end{cases}$.

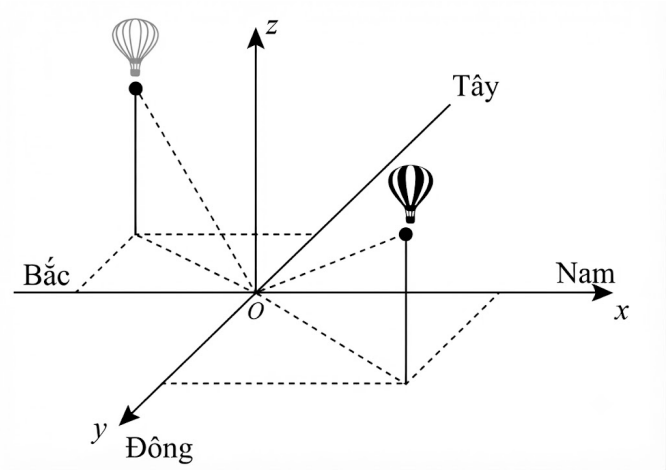
Vậy đường thẳng $a,b$ vuông góc và cắt nhau.

d) Gọi giao điểm của $a$ và $b$ là $M(x_0;y_0;z_0)$.

Với $t=2$, thay vào phương trình đường thẳng $a$ ta được $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=6\end{cases}$

Vậy giao điểm của $a$ và $b$ là $M(1;2;6)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=9$

**Câu 119.** Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ một điểm trong cùng một ngày. Lúc 7h00 sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí $A$ cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0.5 km. Chiếc thứ hai ở vị trí điểm $B$ nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ với gốc $O$ đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất, trục $Ox$ hướng về phía Nam, trục $Oy$ hướng về phía đông và trục $Oz$ hướng thẳng đứng lên trời (như hình vẽ). Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là kilômét.




a) Phương trình chính tắc của $AB$ là $\frac{x-2}{30}=\frac{y-1}{25}=\frac{z-0,5}{3}$.

b) Toạ độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 7h00 sáng là $A(2;1;0,5)$.

c) Từ 7h00 sáng đến 7h10' sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc $50km/h$ và độ cao không đổi để đến vị trí điểm M, khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đến điểm N với vận tốc $60km/h$, biết véc tơ $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là $4,66\,km$ ( làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Lúc 7h00 sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là $3,92$ km ( làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

Từ giả thiết của đề bài ta có $A(2;1;0,5)$ và $B(-1;-1,5;0,8)$

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;-2,5;0,3) \Rightarrow$ Véc tơ chỉ phương của $AB$ là $\vec{u}(30;25;-3)$

Phương trình $AB$ là $\dfrac{x-2}{30}=\dfrac{y-1}{25}=\dfrac{z-0,5}{-3}$

b) Toạ độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 7h00 sáng là $A(2;1;0,5)$.

c) Thời gian khinh khí cầu thứ nhất di chuyển thẳng theo hướng Nam từ $A$ đến $M$ là $\dfrac{10}{60}=\dfrac{1}{6}h$.

Suy ra quãng đường nó di chuyển được là $\dfrac{1}{6}.50=\dfrac{25}{3}$ km. $\Rightarrow M\left(\dfrac{31}{3};1;0,5\right)$

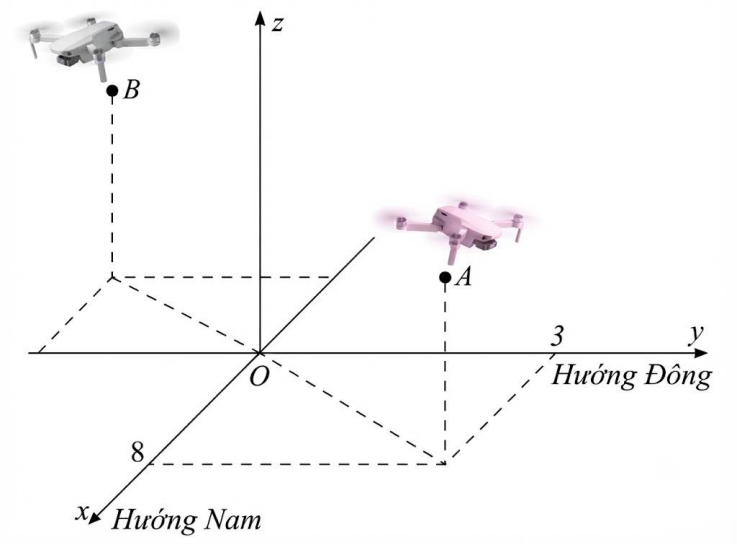
Phương trình $BN$ là: $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1,5+2t \\ z=0.8+t \end{cases} \Rightarrow N(-1+2t;-1,5+2t;0,8+t)$

$BN=\dfrac{1}{6}.60=10(km)$. Ta có: $(2t)^2+(2t)^2+t^2=100 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{10}{3} \\ t=-\dfrac{10}{3}(loai) \end{array}\right. \Rightarrow N\left(\dfrac{17}{3};\dfrac{31}{6};\dfrac{62}{15}\right)$

Suy ra $MN=7,23$

d) Lúc 7h00 sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là $AB=3,92\,(km)$.

**Câu 120.** Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại cùng một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm $A$ cách mặt đất $10m$, cách điểm xuất phát $8m$ về phía nam và $3m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm $B$ cách mặt đất $12m$, cách điểm xuất phát $4m$ về phía bắc và $5m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc $O$ đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục $Ox$ hướng về phía nam, trục $Oy$ hướng về phía đông và trục $Oz$ hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét).




a) Tọa độ của điểm $A(8;3;10)$.

b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại $A$ và $B$ là $\begin{cases} x=8+12t \\ y=3+8t \\ z=10-2t \end{cases}$.

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB$ đi qua $M(1;-2;1)$.

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí $A$, $B$ cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí $A$ và $B$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $25,46(m)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Dựa vào hình vẽ ta thấy điểm $A$ có hoành độ là 8, tung độ là 3 và cao độ là 10.

b) $B(-4;-5;12)$.

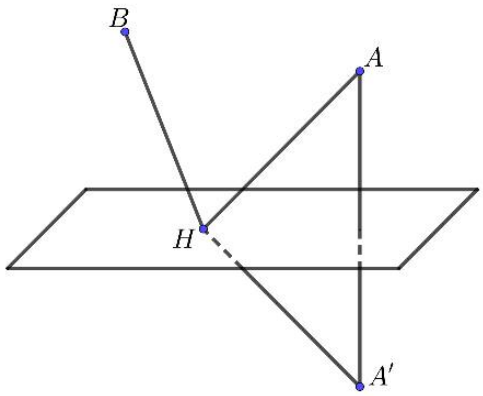
Đường thẳng $AB$ đi qua điểm $A(8;3;10)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(12;8;-2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=8+12t \\ y=3+8t \\ z=10-2t \end{cases}$.

c) Gọi $I(2;-1;11)$ là trung điểm $AB$.

Mặt phẳng đi qua điểm $I(2;-1;11)$ và nhận $\overrightarrow{IA}=(6;4;-1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $6(x-2)+4(y+1)-1(z-11)=0 \Leftrightarrow 6x+4y-z+3=0$.

Thay tọa độ điểm $M(1;-2;1)$ vào phương trình mặt phẳng ta được $6.1+4.(-2)-1+3=0$ (đúng).

d)




Gọi $A'(8;3-10)$ là điểm đối xứng với $A$ qua mặt phẳng $(Oxy)$.

Với mọi điểm $H \in (Oxy)$, ta có $HA+HB=HA'+HB \geq A'B$.

Vậy tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai flycam là $A'B=2\sqrt{173} \simeq 26,31(m)$.

**Câu 121.** Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ với vận tốc $80\,km/h$ theo một đường thẳng.

a) Hai điểm $A, B$ nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng $AB$ là $\begin{cases} x=4+2t \\ y=2+t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M(0;0;3)$.

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có: $OA=\sqrt{4^2+2^2+1^2}=\sqrt{21}$ đơn vị $\approx 45,83km > 30km$

và $OB=\sqrt{(-1)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$ đơn vị $\approx 36,74km > 30km$.

Vậy cả hai điểm $A, B$ nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(-5;-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Suy ra vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là $\vec{u}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}=(2;1;-1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $AB$ là $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = 2+t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M(x;y;z)$ thì $M \in AB$ và $OM = 30km = 3$ đơn vị.

Phương trình đường thẳng $AB$ là $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = 2+t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Gọi $M \in AB \Rightarrow M(4+2t;2+t;1-t)$.

Giải phương trình $OM = 3 \Rightarrow OM^2 = 9 \Rightarrow (4+2t)^2 + (2+t)^2 + (1-t)^2 = 9$

$\Rightarrow 6t^2 + 18t + 12 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -2 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 điểm là $M_1(2;1;2)$ và $M_2(0;0;3)$.

Thử lại: $AM_1 = \sqrt{6}$ và $AM_2 = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

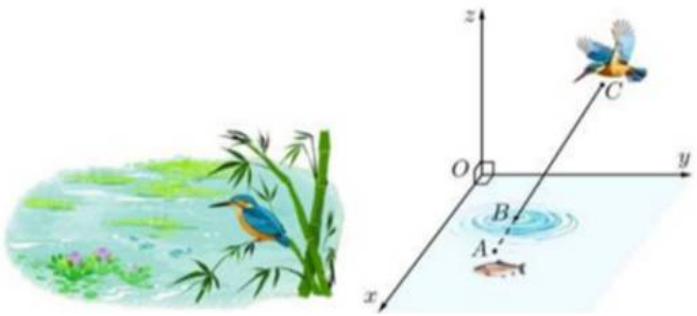
Do vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4;\ 2;\ 1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ nên ta chọn điểm $M_1(2;1;2)$.

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện khi nó đi từ $M_1(2;1;2)$ đến $M_2(0;0;3)$.

Ta có: $M_1M_2 = \sqrt{6}$ đơn vị $= 10\sqrt{6}km$.

Thời gian đi là $t = \frac{10\sqrt{6}}{80} = \frac{\sqrt{6}}{8}h \approx 18,37$ phút.

**Câu 122.** Một hệ trục tọa độ $Oxy$ sao cho $O$ nằm trên mặt nước, mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt nước, trục $Oz$ hướng lên trên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang săn mồi ở vị trí $C$ cách mặt nước $5m$, cách mặt phẳng $(Oxz)$, $(Oyz)$ lần lượt là $6m$ và $2m$, từ vì trí này nó phóng thẳng xuống vị trí con cá ở vị trí $A$, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng $(Oxz)$, $(Oyz)$ lần lượt là $1m$ và $1,5m$ (hình vẽ).




a) Tọa độ điểm $B$ lúc chim bói cá tiếp xúc với mặt nước là $(a;b;c)$ thì $a+b+c=3$.

b) Giả sử vận tốc của con chim bói cá là $40\ km/h$, vậy sau $0,19$ giây (làm tròn đến hàng phần trăm) con chim bói cá sẽ bay đến điểm $B$.

c) Tọa độ các điểm $A(1,5;1;-0,5)$; $C(2;6;5)$.

d) Phương trình đường thẳng $AC$ là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-6}{10}=\frac{z-5}{-11}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Tọa độ các điểm $A(1,5;1;-0,5)$; $C(2;6;5)$. Suy ra $\overrightarrow{CA}=(0,5;5;5,5)$.

Tọa độ điểm $B(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$ suy ra $c=0$.

Vậy tọa độ điểm $B$ là $B(a;b;0)$.

Ta có $\overrightarrow{CB}=(a-2;b-6;-5)$; $\overrightarrow{CA}=(0,5;5;5,5)$. Vì 3 điểm $A,B,C$ thẳng hàng. Suy ra

$\frac{a-2}{0,5}=\frac{b-6}{5}=\frac{-5}{5,5}=-\frac{10}{11}$. Suy ra $a=\frac{17}{11}$ và $b=\frac{16}{11}$.

Vậy $a+b+c=\frac{17}{11}+\frac{16}{11}+0=3$.

b) Tọa độ điểm $C$ của con chim bói cá là $C(2;6;5)$.

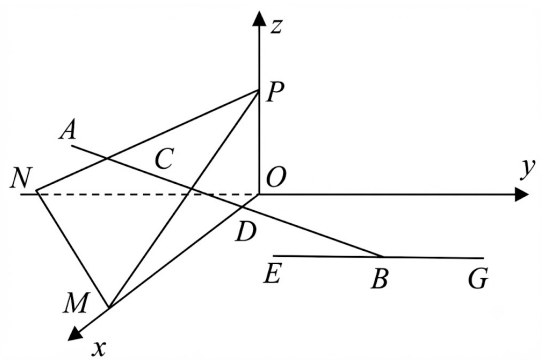
Độ dài $BC=\sqrt{\left(2-\frac{17}{11}\right)^2+\left(6-\frac{16}{11}\right)^2+(5-0)^2}\approx 6,77$ (m); $40km/h=\frac{100}{9}(m/s)$.

Thời gian con chim bay từ $C$ đến $B$ là $\frac{6,77}{\left(\frac{100}{9}\right)}\approx 0,61$ (giây).

c) Tọa độ các điểm $A(1,5;1;-0,5)$; $C(2;6;5)$.

d) $\overrightarrow{AC}=(0,5;5;5,5)=0,5.(1;10;11)$. Phương trình đường thẳng $AC$ qua điểm $C(2;6;5)$ nhận $\overrightarrow{AC}$ làm vtcp là $\frac{x-2}{1}=\frac{y-6}{10}=\frac{z-5}{11}$.

**Câu 123.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị tính trên mỗi trục toạ độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(4;-0,5;0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3;2,5;0)$ trên đường băng $EG$ (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-8;0)$, $P(0;0;0,8)$



a) Đường thẳng $AB$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$.

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng $AB$ là điểm $D\left(3,24;\ 1,78;\ 0,12\right)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là $0,42km$ *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*

d) Theo quy định của an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G\left(4,5;\ 5,5;\ 0\right)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là $900m$ thì người phi công đã đạt được quy định của an toàn bay.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Đường thẳng $AB$ đi qua điểm $A\left(4;\ -0,5;\ 0,5\right)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = \left(-1;3;-0,5\right)$.

Đường thẳng $AB$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$.

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ hay $0,12km$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng $AB$ là điểm $D$ có cao độ $z = 0,12 \Leftrightarrow 0,5 - 0,5t = 0,12 \Leftrightarrow t = \dfrac{19}{25}$.

Thay $t = \dfrac{19}{25}$ vào phương trình đường thẳng $AB$ ta được $D\left(3,24;\ 1,78;\ 0,12\right)$.

c) Khi xuyên qua đám mây thì vị trí của máy bay là điểm $E$, với $E$ là giao điểm của đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right)$.

Do đó độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây chính là cao độ của điểm $E$.

Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua ba điểm $M\left(8;\ 0;\ 0\right)$, $N\left(0;\ -8;\ 0\right)$, $P\left(0;\ 0;\ 0,8\right)$. Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình $\left(\alpha\right)$: $\dfrac{x}{8} - \dfrac{y}{8} + \dfrac{z}{0,8} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 8 = 0$.

Thay $x, y, z$ theo $t$ ở phương trình đường thẳng $AB$ vào phương trình $\left(\alpha\right)$ ta được:

$4 - t + 0,5 - 3t + 10\left(0,5 - 0,5t\right) - 8 = 0 \Leftrightarrow -9t = -1,5 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{6}$.

Khi $t = \dfrac{1}{6}$ thì điểm $E$ có cao độ $z = 0,5 - 0,5 \cdot \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{12} \approx 0,42km$.

d) Theo ý b) ta có: Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay là điểm $D\left(3,24;\ 1,78;\ 0,12\right)$.

$\overrightarrow{DG} = \left(1,26;\ 3,72;\ 0,12\right)$. Khi đó: $DG = \sqrt{1,26^2 + 3,72^2 + 0,12^2} \approx 3,929km$

Do $DG > 900m$ nên người phi công đó không đạt được quy định an toàn bay.

**Câu 124.** Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm..., những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng $(Oxy)$, đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng $d:\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=20 \end{cases}$ ( $t$ là tham số). Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng $d$ nằm trên mặt phẳng $(Oyz)$.

b) Điểm đối xứng với $A$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

**c)** Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường $AB, BC, AC$ nhỏ nhất. Khi đó, ta có $m+n+b=\dfrac{200}{7}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn đường $AB, BC, AC$ bằng $55,6m$ (làm tròn đến hàng phần chục của mét).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Ta có $M(0;1;20)$ và $N(0;2;20)$ thuộc đường thẳng $d$. Mà $M(0;1;20)$ và $N(0;2;20)$ cũng thuộc mặt phẳng $(Oyz): x=0$ nên đường thẳng $d$ nằm trên mặt phẳng $(Oyz)$.

b) Nếu điểm $I(a;b;c)$ thì điểm đối xứng với $I$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ là $I'(a;b;-c)$

Do đó điểm đối xứng với $A(15;10;15)$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ là $A'(15;10;-15)$.

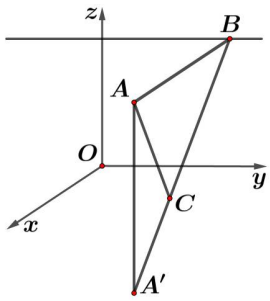
c) Ta có $AB+AC+BC=AB+A'C+BC\geq AB+A'B$

$=\sqrt{15^2+(t-10)^2+5^2}+\sqrt{15^2+(t-10)^2+35^2}\geq\sqrt{15^2+5^2}+\sqrt{15^2+35^2}=5\sqrt{58}+5\sqrt{10}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}t=10\\C=A'B\cap(Oxy)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B(0;10;20)\\C=A'B\cap(Oxy)\end{cases}$.

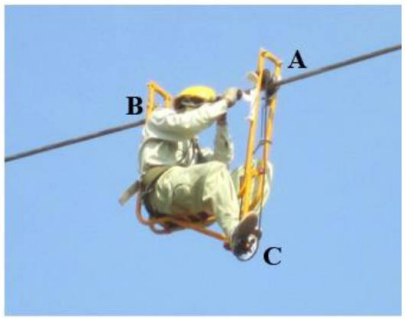
Ta có $A'B$ đi qua $B(0;10;20)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B}=(-15;0;35)=-5(3;0;-7)$ nên phương trình $A'B$ là $\begin{cases}x=3t\\y=10\\z=20-7t\end{cases}$. Vì $C=A'B\cap(Oxy)\Rightarrow z_C=0\Rightarrow t=\dfrac{20}{7}\Rightarrow C\left(\dfrac{60}{7};10;0\right)$

Do đó $m+n+b=\dfrac{60}{7}+10+10=\dfrac{200}{7}$.




d) Ta có $5\sqrt{58}+5\sqrt{10}\approx 53,9$

**Câu 125.** Để thuận tiện việc sửa chữa đường dây điện cao thế, các kỹ sư đã sáng chế ra chiếc xe đu dây phục vụ công nhân điện lực di chuyển trên dây điện cao thế. Khi ở vị trí cân bằng, chiếc xe và đường dây điện sẽ cùng nằm trên một mặt phẳng vuông góc với mặt đất. Xe được cấu tạo bởi khung xe có gắn hai Puly tại vị trí $A$ và $B$ cách mặt đất lần lượt là $20m$ và $19,9m$ (như hình). Xe đu dây di chuyển giống xe đạp, được kết hợp dây xích, líp, đĩa, bàn đạp, phanh...; bàn đạp đặt tại vị trí $C$.




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất (mỗi đơn vị độ dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với $1m$ trên thực tế); tọa độ các điểm $A;B;C$ lần lượt là $(7;5;20);(7;5,5;19,9);(7;5;19)$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là $\vec{u}=(0;5;1)$.

b) Khi người thợ điện di chuyển đến vị trí điểm $D$ cách mặt đất $18m$ thì tọa độ điểm $D$ là $D(7;-5;18)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $x=7$.

d) Khoảng cách từ Puly tại $A$ đến bàn đạp tại $C$ là $1,03m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Ta có $A(7;5;20)$, $B(7;5,5;19,9)$ khi đó $\overrightarrow{AB}=(0;0,5;-0,1)$. Khi đó $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương với $\vec{u}$.

Suy ra $\vec{u}=(0;5;1)$ không phải là một vectơ của đường thẳng $AB$.

b) Đường thẳng $AB$ qua điểm $A(7;5;20)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;5;-1)$ có phương trình tham số là $(AB):\begin{cases}x=7\\y=5+5t\\z=20-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Theo đề ta có $z_D=18$, vì $D\in AB$ nên ta có $\begin{cases}x_D=7\\y_D=5+5t\\18=20-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=7\\y_D=15\\t=2\end{cases}$ Vậy $D(7;15;18)$.

c) Ta có: $A(7;5;20)$; $B(7;5,5;19,9)$; $C(7;5;19)$, $\overrightarrow{AB}=(0;0,5;-0,1)$; $\overrightarrow{AC}=(0;0;-1)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-0,5;0;0)$.

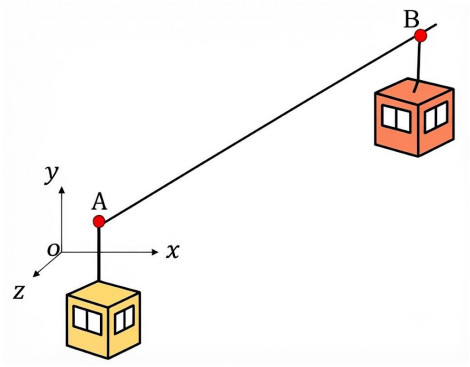
Mặt phẳng $(ABC)$ qua điểm $A(7;5;20)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=-2\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;0;0)$ có phương trình là: $x-7=0\Leftrightarrow x=7$.

d) Ta có: $\overrightarrow{AC}=(0;0;-1)$

$AC=\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{0^2+0^2+(-1)^2}=1$.

Suy ra khoảng cách từ Puly tại $A$ đến bàn đạp tại $C$ là $1m$.

**Câu 126.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét và mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-40;5;2)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(808;-101;426)$ với vận tốc là $6m/s$.




a) Điểm $M(384;-48;214)$ là trung điểm của đoạn thẳng $AB$.

b) Vectơ $\vec{u}(8;1;4)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$.

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ $A$ đến $B$ là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ $A$ được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Toạ độ của $M$ là $M(384;-48;214)$.

b) Ta có $\overrightarrow{AB}=(848;-106;424)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là $\vec{u}(8;-1;4)$.

Suy ra radar **không** phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí $A$.

c) Ta có $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{848^2+(-106)^2+424^2}=954$ (mét), suy ra $t=\dfrac{954}{6}=159(s)$

Thời gian cabin cáp treo đi từ $A$ đến $B$ là 2 phút 39 giây.

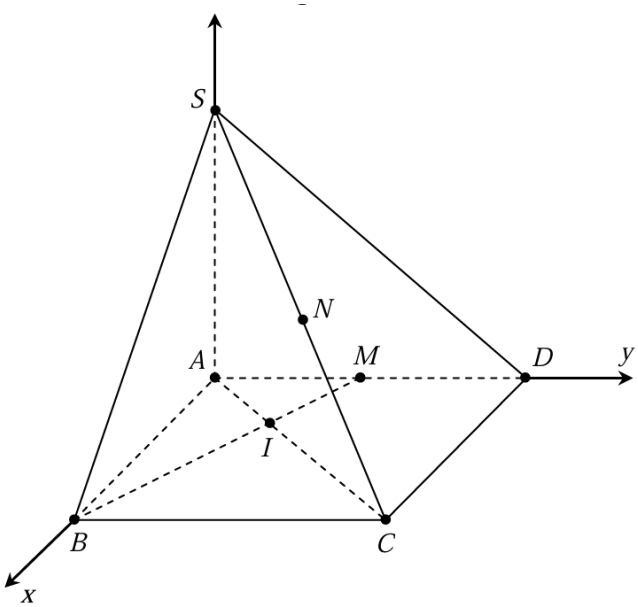
d) Giả sử sau khi di chuyển từ $A$ được 1 phút thì cabin cáp treo ở vị trí $H$. Vận tốc của cáp treo là $6\,\text{m/s}$ nên độ dài $\left|\overrightarrow{AH}\right|=6\cdot 60=360\,m$.

Ta có $\overrightarrow{AH}$ và $\vec{u}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{AH}=k\vec{u}\Rightarrow\left|\overrightarrow{AH}\right|=k\left|\vec{u}\right|, k>0$. Suy ra $9k=360\Rightarrow k=40$.

Gọi $H(a;b;c)$ và $\overrightarrow{AH}=40\vec{u}\Rightarrow\begin{cases}a+40=8\cdot 40\\ b-5=-1\cdot 40\\ c-2=4\cdot 40\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=280\\ b=-35\\ c=162\end{cases}$

Vậy sau khi di chuyển từ $A$ được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

**Câu 127.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=a, AD=a\sqrt{2}, SA=a$ và $SA$ vuông góc $(ABCD)$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $AD, SC$. Gọi $I$ là giao điểm $BM$ và $AC$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây.




a) $S(0;0;a), A(0;0;0), B(a;0;0), C\left(a;a\sqrt{2};0\right), D\left(0;a\sqrt{2};0\right)$

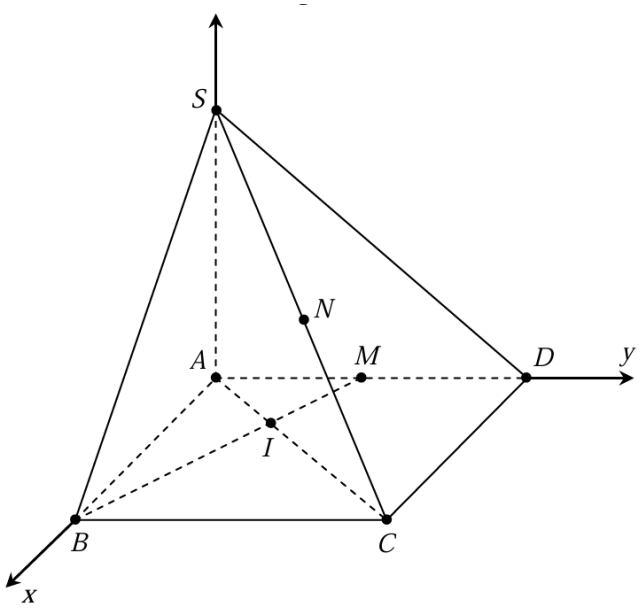
b) $M\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right), I\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)$

c) Mặt phẳng $(SMB)$ có một vecto pháp tuyến $\vec{n}=\left(\frac{1}{2};1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) Mặt phẳng $(SAC)$ vuông góc với mặt phẳng $(SMB)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |




a) Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ nên ta có: $S(0;0;a), A(0;0;0), B(a;0;0), C\left(a;a\sqrt{2};0\right), D\left(0;a\sqrt{2};0\right)$

b) $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $AD, SC$ nên $M\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right)$

$\frac{IA}{IC}=\frac{IM}{IB}=\frac{AM}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow IA=\frac{1}{3}AC\Rightarrow I\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)$

c) $\overrightarrow{BM}\left(-a;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), \overrightarrow{BA}(-a;0;0)$

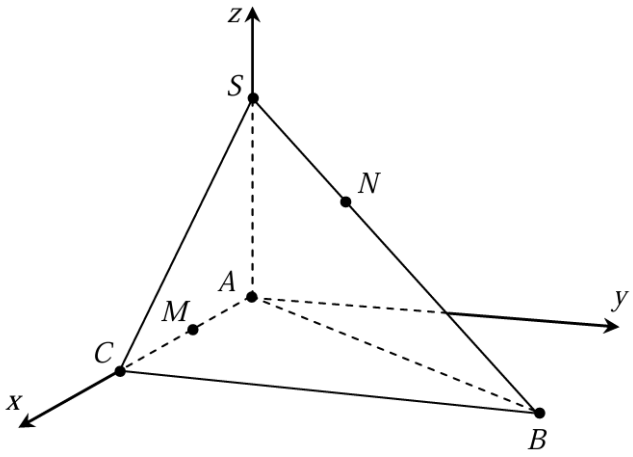
Mặt phẳng $(SMB)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right]=\left(\frac{a^2\sqrt{2}}{2};a^2;\frac{a^2\sqrt{2}}{2}\right)=a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2};1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) Mặt phẳng $(SMB)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right]=\left(\frac{a^2\sqrt{2}}{2};a^2;\frac{a^2\sqrt{2}}{2}\right)$

Mặt phẳng $(SCA)$ có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-a^2\sqrt{2};a^2;0\right)$

Vì $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0$ nên 2 mặt phẳng $(SAC),(SMB)$ vuông góc

**Câu 128.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=h$ và có đáy là tam giác $ABC$ vuông tại $C$. Biết rằng $AC=b, BC=a$. Gọi $M$ là trung điểm của $AC$ và $N$ là điểm sao cho $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$. Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc $O$ trùng với $A$, tia $Ox$ trùng với tia $AC$, tia $Oz$ trùng với tia $AS$ sao cho điểm $B$ nằm trong góc $xOy$ như hình vẽ dưới đây.




a) $A(0;0;0), C(b;0;0), B(b;a;0), S(0;0;h), M\left(\frac{b}{2};0;0\right)$

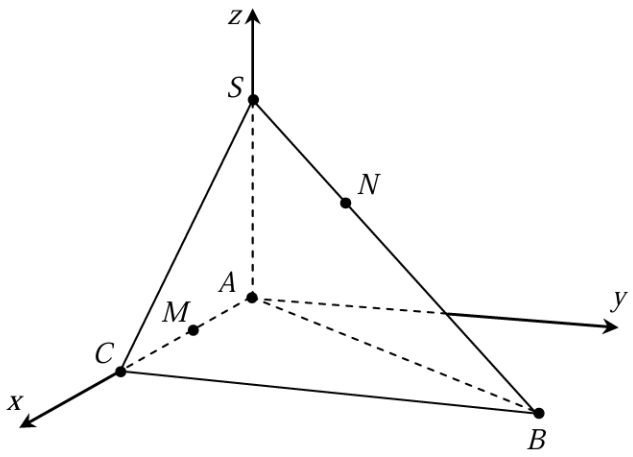
b) $\overrightarrow{SB}=(a;b;-h)$

c) $MN=\frac{5}{6}\sqrt{b^2+4a^2+16h^2}$

d) Hai đường thẳng $MN$ và $SB$ vuông góc với nhau khi $4h^2=2a^2-b^2$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |




a) Ta có $A(0;0;0), C(b;0;0), B(b;a;0), S(0;0;h)$

b) $\overrightarrow{SB}=(b;a;-h)$

c) $M$ là trung điểm của $AC \Rightarrow M\left(\frac{b}{2};0;0\right)$

Gọi $N(x;y;z)$ thì $\overrightarrow{SN}=(x;y;z-h)$

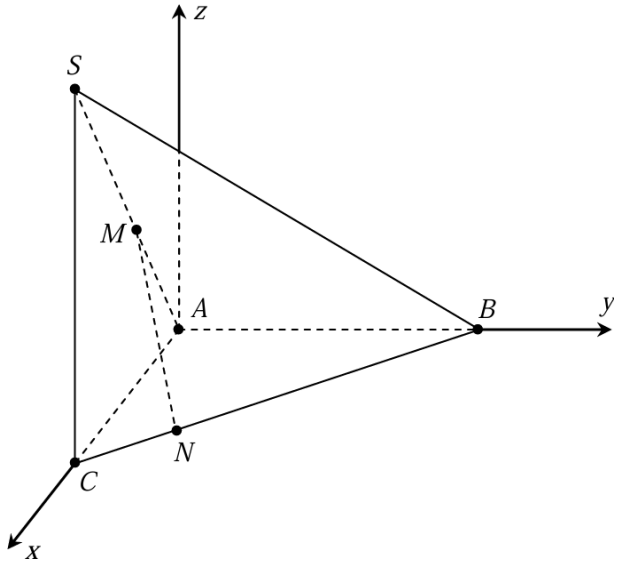
Từ điều kiện $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$ nên $x=\frac{b}{3};y=\frac{a}{3},z-h=\frac{-h}{3}\Rightarrow z=\frac{2h}{3}\Rightarrow N\left(\frac{b}{3};\frac{a}{3};\frac{2h}{3}\right)$

Ta có $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{b}{3}-\frac{b}{2};\frac{a}{3};\frac{2h}{3}\right)=\left(-\frac{b}{6};\frac{a}{3};\frac{2h}{3}\right)$ nên $MN=\sqrt{\frac{b^2}{36}+\frac{a^2}{9}+\frac{4h^2}{9}}=\frac{1}{6}\sqrt{b^2+4a^2+16h^2}$

d) Hai đường thẳng $MN$ và $SB$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi:

$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SB}=0\Leftrightarrow\frac{-b^2}{6}+\frac{a^2}{3}+\frac{-2h^2}{3}=0\Leftrightarrow 4h^2=2a^2-b^2$

**Câu 129.** Cho tứ diện $S.ABC$ có $SC=CA=AB=a\sqrt{2}$ và $SC\perp(ABC)$. Biết rằng tam giác $ABC$ là tam giác vuông tại $A$. Các điểm $M\in SA,N\in BC$ sao cho $AM=CN=t\ (0<t<2a)$. Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O\equiv A$. Trục $Ox$ chứa $AC$, trục $Oy$ chứa $AB$ và trục $Oz\perp(ABC)$ như hình vẽ dưới đây.




a) $A(0;0;0),B\left(0;a\sqrt{2};0\right),C\left(a\sqrt{2};0;0\right),S\left(a\sqrt{2};0;a\sqrt{2}\right)$

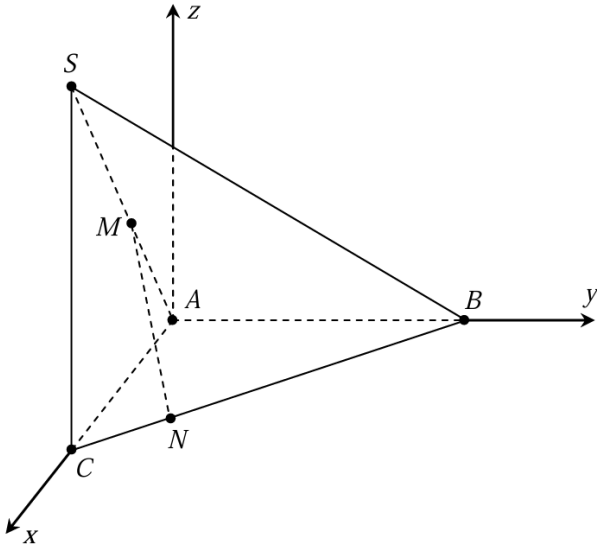
b) Tọa độ điểm $M\left(\frac{t\sqrt{2}}{2};0;\frac{t\sqrt{2}}{2}\right)$

c) Đoạn thẳng $MN$ ngắn nhất bằng $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

d) Khi $MN$ ngắn nhất thì $MN$ là đường vuông góc chung của $BC$ và $SA$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |




a) Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục $Ox$ chứa $AC$, trục $Oy$ chứa $AB$ và trục $Oz \perp (ABC)$. Khi đó cạnh $SC$ song song với trục $Oz$ và ta có:

$A(0;0;0), B\left(0;a\sqrt{2};0\right), C\left(a\sqrt{2};0;0\right), S\left(a\sqrt{2};0;a\sqrt{2}\right)$

b) Ta có $M\left(\frac{t\sqrt{2}}{2};0;\frac{t\sqrt{2}}{2}\right); N\left(a\sqrt{2}-\frac{t\sqrt{2}}{2};\frac{t\sqrt{2}}{2};0\right)$

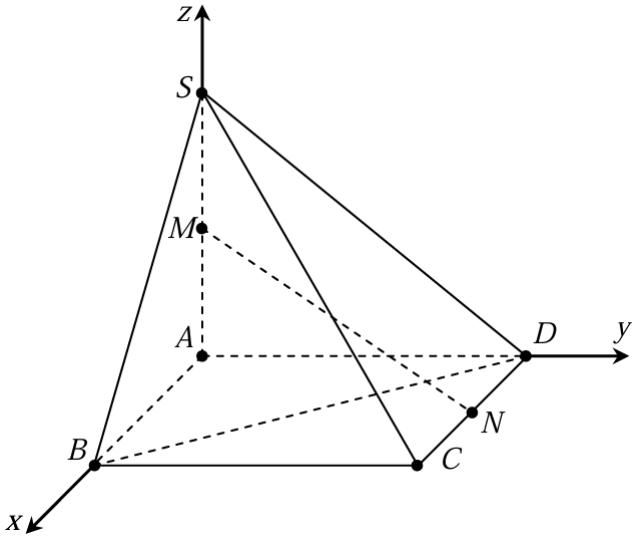
c) $MN=\sqrt{2\left(a^2-2at+t^2\right)+\frac{t^2}{2}+\frac{t^2}{2}}=\sqrt{3t^2-4at+2a^2}=\sqrt{3\left(t-\frac{2a}{3}\right)^2+\frac{2a^2}{3}}\geq\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy $MN$ ngắn nhất bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ khi $t=\frac{2a}{3}$

d) Khi $MN$ ngắn nhất thì: $M\left(\frac{a\sqrt{2}}{3};0;\frac{a\sqrt{2}}{3}\right), N\left(\frac{2a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(\frac{a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};-\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)$

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SA}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$ nên $MN$ là đường vuông góc chung.

**Câu 130.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=10\sqrt{5}$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $CD$. Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục $Ox$ chứa $AB$, trục $Oy$ chứa $AD$ và trục $Oz$ chứa $AS$ như hình vẽ dưới đây.




a) $A(0;0;0), B(10;0;0), D(0;10;0), C(10;0;0)$

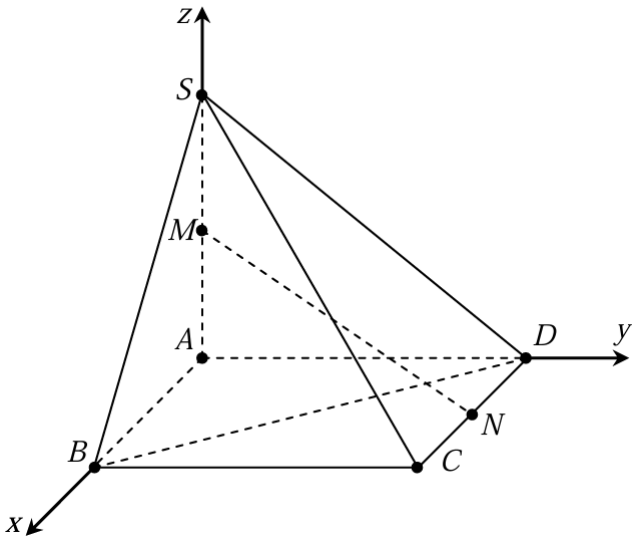
b) $\overrightarrow{MN} = \left(5;10;5\sqrt{3}\right)$

c) Phương trình đường thẳng $MN$ là : $\begin{cases} x = 5+t \\ y = 10+2t \\ z = \sqrt{3}t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$

d) Khoảng cách giữa $BD$ và $MN$ bằng $\sqrt{5}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |




a) Xét tam giác vuông $SAC$ có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{500 - 200} = 10\sqrt{3}$.

Ta có $A(0;0;0), M\left(0;0;5\sqrt{3}\right), B(10;0;0), D(0;10;0), C(10;10;0), N(5;10;0)$

b) $M, N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $CD \Rightarrow M\left(0;0;5\sqrt{3}\right), N(5;10;0)$

$\overrightarrow{MN}=\left(5;10;-5\sqrt{3}\right)$

c) $\overrightarrow{MN}=\left(5;10;-5\sqrt{3}\right)=5\left(1;2;-\sqrt{3}\right)$

Phương trình đường thẳng $MN$ đi qua $N\left(5;10;0\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(1;2;-\sqrt{3}\right)$ là: $\begin{cases}x=5+t\\y=10+2t\\z=-\sqrt{3}t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

d) Ta có:

$\overrightarrow{ND}=\left(-5;0;0\right)$

$\overrightarrow{MN}=\left(5;10;-5\sqrt{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{u_1}=\left(1;2;-\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{BD}=\left(-10;10;0\right)\Rightarrow\overrightarrow{u_2}=\left(-1;1;0\right)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=\left(\sqrt{3};\sqrt{3};3\right)$

Khoảng cách giữa $BD$ và $MN$ bằng: $d\left(MN,BD\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\overrightarrow{ND}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}=\sqrt{5}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 131.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

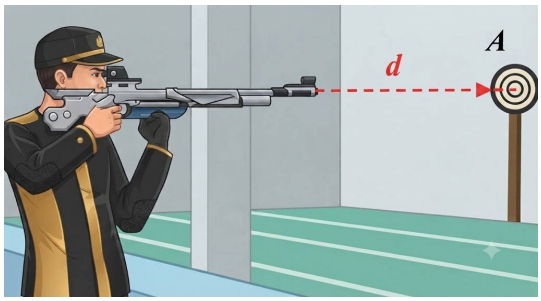
**Đáp án:** $-13$

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là : $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3+5t \end{cases} (1)$.

Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì tọa độ của điểm $B$ thỏa $(1)$, tức là

$$\begin{cases} -5=1+2t \\ a=2+t \\ b=3+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3 \\ a=2+t \\ b=3+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3 \\ a=-1 \\ b=-12 \end{cases} \Rightarrow a+b=-13.$$

**Câu 132.** Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục $d$ của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8;-19;6m+4)$. Hỏi $m$ bằng bao nhiêu để vận động viên bắn trúng hồng tâm?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-6$

Để vận động viên có bắn trúng hồng tâm thì trục $d$ phải đi qua hồng tâm.

Ta thay điểm $A(8;-19;6m+4)$ vào phương trình trục $d$ :

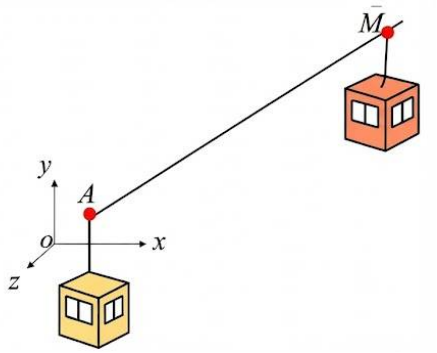
$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5} \Leftrightarrow \frac{8-1}{1}=\frac{-19-2}{-3}=\frac{6m+4-3}{-5}=7 \Leftrightarrow 6m=-36 \Leftrightarrow m=-6.$$

Vậy $m=-6$ thì vận động viên bắn trúng hồng tâm.

**Câu 133.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Vinpearl Nha Trang xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s

(đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Giả sử sau $5$ (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm $M$. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.






**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Phương trình tham số của đường cáp là: $d:\begin{cases}x=-2\\y=1-2k\\z=5+6k\end{cases}\quad(k\in\mathbb{R})$

Do tốc độ chuyển động của cabin là $4$ m/s nên độ dài $AM=4t\ (m)$.

Vì vậy sau $5$ (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm $M$ thì $AM=4.5=20\ (m)$.

Vì $M\in d\Rightarrow M(-2;1-2k;5+6k)$ nên suy ra $\overrightarrow{AM}(0;-2k;6k)$.

Do 2 vec tơ $\overrightarrow{AM};\vec{u}$ cùng hướng $k>0$ $AM=20\Leftrightarrow\sqrt{0^2+4k^2+36k^2}=20\Leftrightarrow 40k^2=400\Leftrightarrow k=\pm\sqrt{10}$

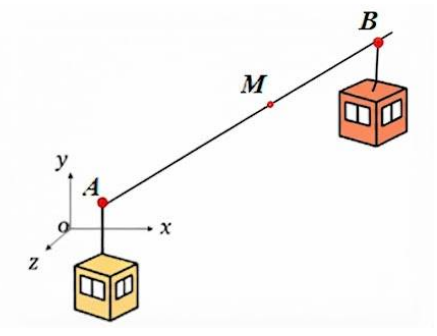
Vì $k>0\Rightarrow k=\sqrt{10}$.

Vậy tọa độ $M\left(-2;1-2\sqrt{10};5+6\sqrt{10}\right)$.

Khi đó $a+3b+c=-2+3\left(1-2\sqrt{10}\right)+5+6\sqrt{10}=6$.

**Câu 134.** Trong khu du lịch Vinpearl Nha Trang, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí $A$ cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí $B$ cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của $A$ và $B$ lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $37,3$

Ta có: $A(3;2,5;15)$, $B(21;27,5;10) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (18;15;-5)$

Phương trình tham số đường thẳng $AB$ là: $\begin{cases} x = 3+18t \\ y = 2,5+15t \\ z = 15-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Vậy phương trình đường thẳng chứa đường trượt zipline là $\begin{cases} x = 3+18t \\ y = 2,5+15t \\ z = 15-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

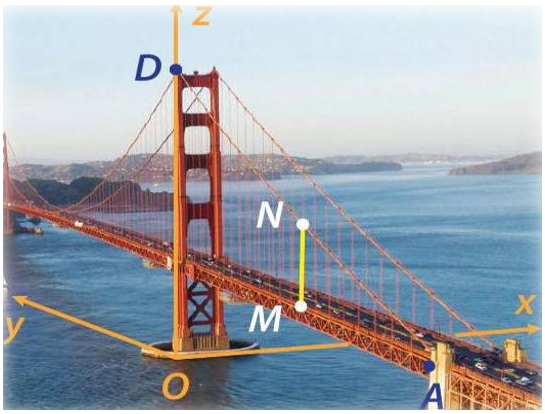
Xác định toạ độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

Khi du khách khi ở độ cao 12 mét $\Rightarrow z = 12 \Rightarrow 15-5t = 12 \Rightarrow t = \dfrac{3}{5}$

Thay $t = \dfrac{3}{5}$ vào phương trình đường thẳng $AB$ ta được $\begin{cases} x = 13,8 \\ y = 11,5 \\ z = 12 \end{cases} \Rightarrow C(13,8;11,5;12)$

Vậy $T = a+b+c = 13,8+11.5+12 = 37,3$

**Câu 135.** Cầu Cổng Vàng *(The Golden Gate Bridge)* ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ với $O$ là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục $Oz$ trùng với cột trụ, mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt nước và xem như trục $Oy$ cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp $AD$ (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh $D$ thuộc trục $Oz$ và điểm $A$ thuộc mặt phẳng $Oyz$, trong đó điểm $D$ là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227$ m, điểm $A$ cách mặt nước $75$ m và cách trục $Oz$ $343$ m. Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm $N$ trên dây cáp $AD$ và điểm $M$ trên thành cầu, biết $M$ cách mặt nước $75$ m và $MN$ song song với cột trụ.




Tính độ dài $MN$, biết điểm $M$ cách trục $Oz$ một khoảng bằng $230$ m (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét)

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $50,1$

Ta có $A \in Oyz$ và $A$ cách mặt nước $75(m)$ và cách trục $Oz$ $343(m) \Rightarrow A(0;343;75)$

Điểm $D$ là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227(m) \Rightarrow D(0;0;227) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0;-343;152)$

Phương trình đường thẳng $AD$ là $\begin{cases} x = 0 \\ y = -343t \\ z = 227 + 152t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Vì $N \in AD \Rightarrow N(0;-343t;227+152t)$

Điểm $M$ trên thành cầu, $M$ cách mặt nước $75(m)$ và cách trục $Oz$ một khoảng bằng $230(m)$ nên tọa độ điểm $M$ là $M(0;230;75)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0;-343t-230;152+152t)$

$MN$ song song với cột trụ $\Rightarrow MN \perp Oy \Rightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{j} = 0 \Rightarrow -343t - 230 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{230}{343}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(0;0;\dfrac{17176}{343}\right) \Rightarrow MN = \dfrac{17176}{343} \approx 50,1(m)$

**Câu 136.** Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian *Oxyz* hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$; $d_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-3}$.



Người ta muốn tạo một con đường $\Delta$ cắt $d_1, d_2$ lần lượt tại $A$ và $B$ sao cho $AB$ nhỏ nhất. Tính độ dài $AB$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2,45

Ta có $AB$ ngắn nhất khi $AB$ là đoạn vuông góc chung của $d_1$ và $d_2$.

Gọi $A(2+a;2+a;-a) \in d_1$; $B(2+b;-1+2b;-3b) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(b-a;2b-a-3;-3b+a)$.

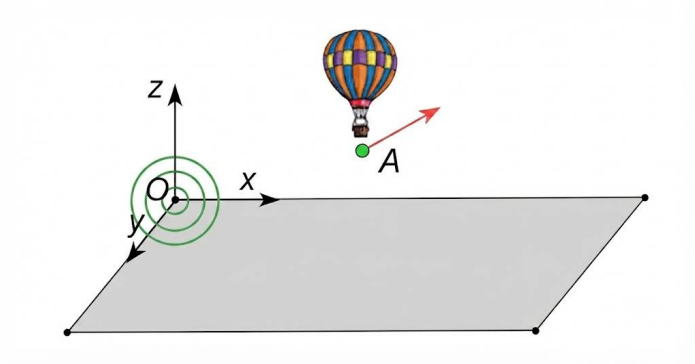
$d_1, d_2$ lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1} = (1;1;-1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (1;2;-3)$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(b-a)+1(2b-a-3)-1(-3b+a) = 0 \\ 1(b-a)+2(2b-a-3)-3(-3b+a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b-3a-3 = 0 \\ 14b-6a-6 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1;1;1) \\ B(2;-1;0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;-2;-1)$

Do đó $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{6} \approx 2,45$.

**Câu 137.** Trong không gian $Oxyz$, một khinh khí cầu ở tọa độ $A(-16;-10;10)$ bắt đầu bay với vectơ vận tốc không đổi $\vec{v} = (4;3;-1)$ (đơn vị vận tốc là km/h) và dự kiến bay trong thời gian 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc tọa độ $O$ kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 240

Phương trình tham số của đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(-16;-10;10)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (4;3;-1)$ là: $\begin{cases} x = -16+4t \\ y = -10+3t \\ z = 10-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Gọi $B$ là vị trí của khinh khí cầu mà trạm kiểm soát có thể kiểm soát được $\Rightarrow OB \le 12$

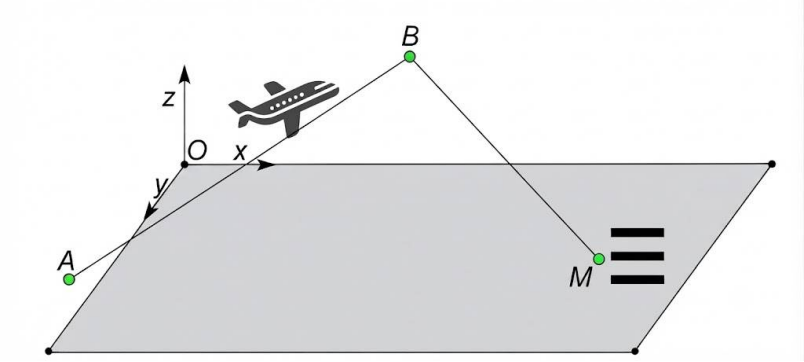
Vì $B \in d \Rightarrow B(-16+4t;-10+3t;10-t)$

$\Rightarrow \sqrt{(-16+4t)^2+(-10+3t)^2+(10-t)^2} \le 12 \Leftrightarrow 26t^2-208t+312 \le 0 \Leftrightarrow 2 \le t \le 6$

$\left.\begin{array}{l} t=2 \Rightarrow B_1(-8;-4;8) \\ t=6 \Rightarrow B_2(8;8;4) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{B_1B_2} = (16;12;-4)$

Khinh khí cầu bị phát hiện ra khi di chuyển từ $B_1$ đến $B_2$. Ta thấy $\overrightarrow{B_1B_2} = 4\vec{v}$ nên thời gian từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là 4h = 240 phút.

**Câu 138.** Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;\ 0;\ 5)$ đến vị trí $B(10;\ 10;\ 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;\ b;\ 0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 42,5

Phương trình đường thẳng $AB$ là: $\frac{x-5}{5}=\frac{y}{10}=\frac{z-5}{-2}$.

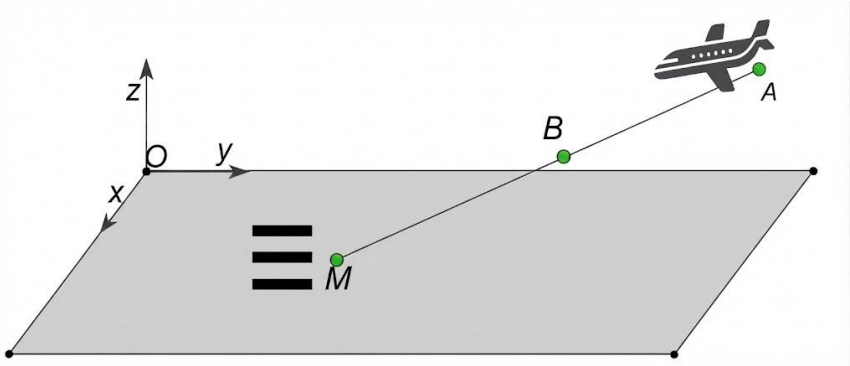
Vì $M$ thuộc $AB$ nên tồn tại số thực $t$ sao cho $M(5t+5;\ 10t;\ -2t+5)$.

Ngoài ra, $M$ thuộc mặt phẳng $(Oxy)$ nên $-2t+5=0 \Leftrightarrow t=\frac{5}{2}$.

Suy ra $M(17,\ 5;\ 25;\ 0)$.

Vậy $a+b=17,5+25=42,5$.

**Câu 139.** Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 42,5

$\overrightarrow{AB}=(5;10;-2)$.

Đường thẳng $AB$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;\ 10;\ -2)$ nên có phương trình tham số dạng

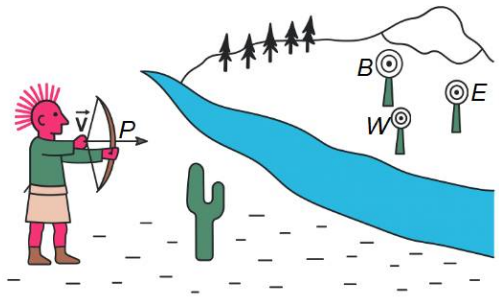
$$AB:\begin{cases}x=5+5t\\y=10t\\z=5-2t\end{cases}$$

Vị trí máy bay hạ cánh là giao điểm của đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow z=0$, ta được

$$t=\frac{5}{2}\Rightarrow x=\frac{35}{2}=17,5;\ y=25$$

Vậy toạ độ điểm $M(17,5;\ 25;\ 0)$ nên $a+b=17,5+25=42,5$.

**Câu 140.** Một cung thủ ngắm từ điểm $P(0;0;15)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(-1;3;0,5)$ để bắn trúng một trong ba bia được đặt trên vùng núi. (1 đơn vị $=1\,dm$). Biết tọa độ bia gấu $B(-155;465;85)$, tọa độ bia sói $W(-155;465;92,5)$, tọa độ bia nai $E(-160;640;95)$. Giả sử mũi tên bay theo đường thẳng, tính vận tốc của mũi tên là bao nhiêu m/s, nếu thời gian bay là 1 giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 49,6

Điểm bắn: $P(0;0;15)$. Hướng bắn: $\vec{v}=(-1;3;0,5)$.

Phương trình tham số của tia bắn: $\begin{cases}x=-t\\y=3t\\z=15+0,5t\end{cases}\quad(t\ge 0)$

Xác định bia trúng

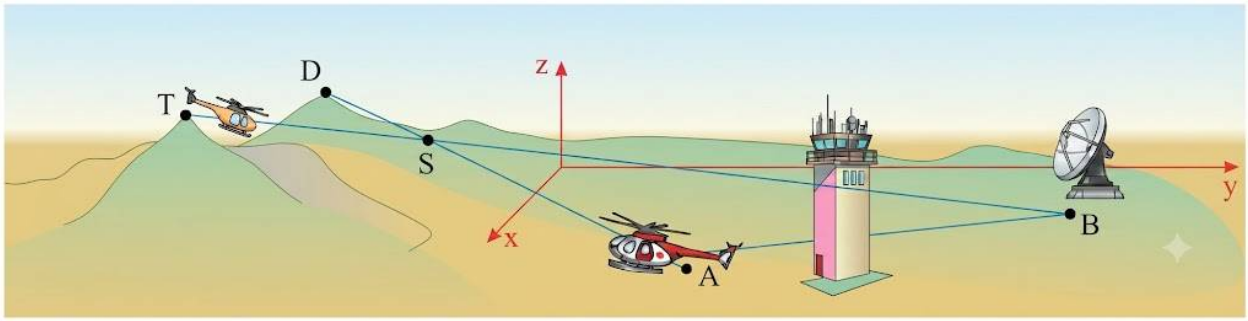
- $B(-155;465;85)$: từ $x=-t\Rightarrow t=155$. Khi đó $z=15+0,5\cdot 155=92,5\neq 85\Rightarrow$ không trúng.
- $W(-155;465;92,5)$: với $t=155$ ta có $z=15+0,5\cdot 155=92,5\Rightarrow$ trúng bia sói $W$.
- $E(-160;640;95)$: không có $t$ thỏa đồng thời $x,y$.

Độ dài quỹ đạo bay $PW=\left|\overrightarrow{PW}\right|=\sqrt{(-155)^2+465^2+77,5^2}=\frac{155\sqrt{41}}{2}(dm)\approx 496,242dm$

Tức khoảng 49,624 m.

- Tốc độ: $v=\frac{PW}{1s}\approx 496,242dm/s\approx 49,6m/s$.

**Câu 141.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trực thăng cứu hộ $M$ cất cánh lúc 10 giờ 00 từ điểm xuất phát $A(10;6;0)$. Nó bay thẳng với vận tốc $300\,km/h$ tới đỉnh núi $D$ có toạ độ là $D(4;-3;3)$, nơi xảy ra tai nạn.




Cùng lúc đó, trực thăng $N$ cất cánh từ đỉnh núi $T$ có toạ độ $T(7;-8;3)$ để đưa du khách về điểm $B(4;16;0)$. Vận tốc của nó là $350\,km/h$.

Biết đường bay của hai trực thăng giao nhau tại $S$. Khi trực thăng $M$ tới $S$ thì trực thăng $N$ đã đi qua trước đó một khoảng thời gian (tính bằng giây), hỏi khoảng thời gian đó bằng bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6,2

Phương trình đường bay của trực thăng $M$:

Điểm $A(10;6;0)$, hướng $\overrightarrow{AD}=(-6;-9;3)$: $\begin{cases} x=10-6t \\ y=6-9t \\ z=0+3t \end{cases}$

Phương trình đường bay của trực thăng $N$:

Điểm $T(7;-8;3)$, hướng $\overrightarrow{TB}=(-3;24;-3)$: $\begin{cases} x=7-3s \\ y=-8+24s \\ z=3-3s \end{cases}$

- Giao điểm đường bay: giải hệ cho $r=\frac{2}{3}, s=\frac{1}{3}$, được giao điểm $S\left(6;0;2\right)$

- Tính quãng đường tới điểm $S$:

$|AS|=\sqrt{(-4)^2+(-6)^2+2^2}=\sqrt{56}\,km$

$|TS|=\sqrt{(-1)^2+8^2+(-1)^2}=\sqrt{66}\,km$

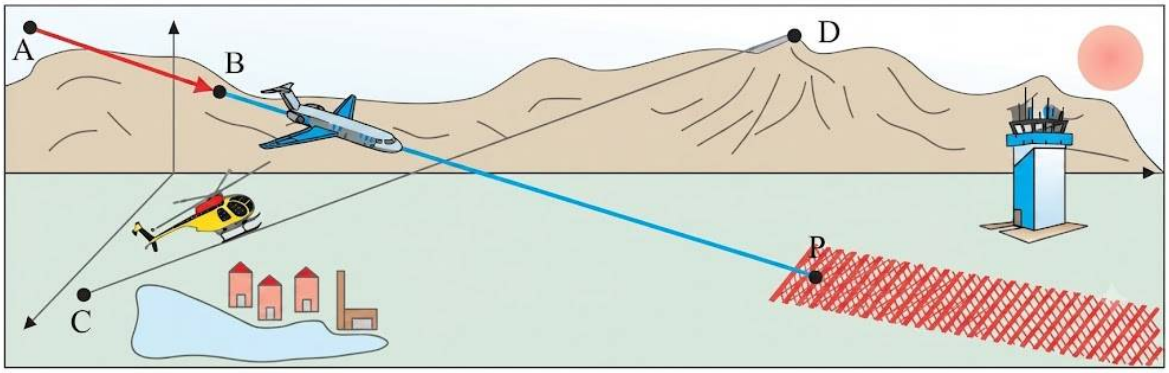
- Tính thời gian bay tới $S$:

trực thăng $M$: $t_1=\frac{\sqrt{56}}{300}h$

trực thăng $N$: $t_2=\frac{\sqrt{66}}{350}h$

Vậy trực thăng $M$ tới $S$ muộn hơn trực thăng $N$ là : $\left(\frac{\sqrt{56}}{300}-\frac{\sqrt{66}}{350}\right).3600\approx 6,2$ giây.

**Câu 142.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng kilomét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), một máy bay đang bay với vận tốc không đổi trong quá trình tiếp cận đường băng. Lúc 16:00, máy bay ở vị trí $A(4;0;6)$. Một phút sau, máy bay ở vị trí $B(5;3;4,5)$ và sẽ bay tiếp đến điểm $P$ trên đường băng (mặt phẳng $z=0$). Cùng lúc bắt đầu tiếp cận ở $A$, một trực thăng khởi hành từ giàn khoan dầu $C(12;0;0)$ theo hướng tới trạm trên núi $D(-2;14;7)$ .Thời gian dự kiến cho chuyến bay này là đúng 5 phút. Biết quỹ đạo bay của trực thăng và máy bay sẽ cắt nhau tại một điểm $M$ nhưng sẽ không xảy ra tai nạn vì thời gian đi qua điểm $M$ của trực thăng và máy bay chênh lệch nhau. Tìm thời gian chênh lệch đó là bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8,57

-Theo đề ta có: $A(4;0;6), B(5;3;4,5)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1;3;-1,5)$.

Tốc độ máy bay $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{1^2+3^2+1,5^2}=3,5\,km/$ phút (tức $210\,km/h$).

Đường bay: $\ell:\begin{cases}x=4+t\\ y=0+3t \quad (t\ge 0)\\ z=6-1,5t\end{cases}$

-Trực thăng từ $C(12;0;0)$ đến $D(-2;14;7)$ trong 5 phút $\overrightarrow{CD}=(-14;14;7)$.

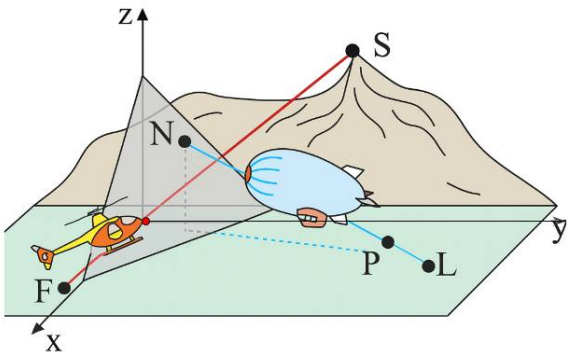
Đường bay (tham số $s$, phút): $h:\begin{cases}x=12-\frac{14}{5}s\\ y=0+\frac{14}{5}s \quad (0\le s\le 5)\\ z=0+\frac{7}{5}s\end{cases}$

Giải $\ell = h:\ t = 2, s = \dfrac{15}{7}, \Rightarrow M(6;6;3).$

Thời điểm tới điểm chung: máy bay $t = 2$ phút, trực thăng $s = \dfrac{15}{7}$ phút.

Chênh lệch $\dfrac{1}{7}$ phút $\approx 8,57$ giây

**Câu 143.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng kilomét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), một khinh khí cầu xuất phát từ sân bay $L(24;52;0)$ và sau đó được xác định tại $P(20;42;2)$.




Một trực thăng bay thẳng đều cùng thời điểm trong ngày, xuất phát từ sân bay quân sự $F(20;-8;0)$ hướng về đỉnh núi $S(-4;32;16)$.

Bức tường sương mù được mô tả bởi mặt phẳng $E_{ABC}$ với $A(16;0;0),\quad B(0;16;0),\quad C(0;0;16).$

Gọi $T$ là vị trí mà quỹ đạo bay của khinh khí cầu và trực thăng cắt nhau. Trên quỹ đạo bay tiếp theo, khinh khí cầu đi vào tường sương mù tại $N$. Tính khoảng cách $TN$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của kilomét)

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 11

Từ đề bài ta xác định được:

Đường đi của khinh khí cầu có phương trình: $\begin{cases} x = 24 - 4t \\ y = 52 - 10t \\ z = 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Đường đi của trực thăng có phương trình: $\begin{cases} x = 20 - 3s \\ y = -8 + 5s \\ z = 2s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$

Giải hệ $24 - 4t = 20 - 3s, 52 - 10t = -8 + 5s, 2t = 2s \Rightarrow t = s = 4 \ \Rightarrow T(8;12;8).$

Vì $t = s = 4 > 0$ (cùng thời điểm kể từ lúc xuất phát) nên hai quỹ đạo có thể va chạm tại $T$.

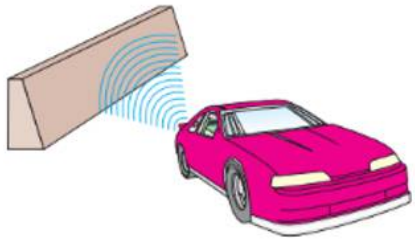
Mặt phẳng $E_{ABC}:\ \vec{n} = (1;1;1),\quad x + y + z - 16 = 0.$

Đường đi của khinh khí cầu giao với tường sương mù tại $N$

$(24-4t)+(52-10t)+2t-16=0\Rightarrow 76-12t-16=0\Rightarrow t=5\Rightarrow N(4;2;10)$

Khi đó: $TN\approx 11\,\text{km}$

**Câu 144.** Khi phát triển hệ thống hỗ trợ đỗ xe ô tô, các nhà nghiên cứu sinh học đã sao chép hệ thống định vị của loài dơi và tích hợp các cảm biến tương ứng vào cản sau của xe. Các cảm biến được cài đặt sao cho chúng sẽ phát tín hiệu khi khoảng cách đến vật cản nhỏ hơn $0,3\,m$.



Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một người lái xe đang lùi thẳng về phía một mặt phẳng nghiêng, được cho bởi phương trình: $E:\ 6x+2y+3z=49$. Xác định được điểm $R(a;b;c)$ trên đoạn $PQ$ trong đó $P(6;3;1)$ và $Q(6;4;1)$ mà tại đó cảm biến bắt đầu báo động. Tính $a+20b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 86

Điểm $R$ trên đoạn $PQ$ khi cảm biến bắt đầu báo động

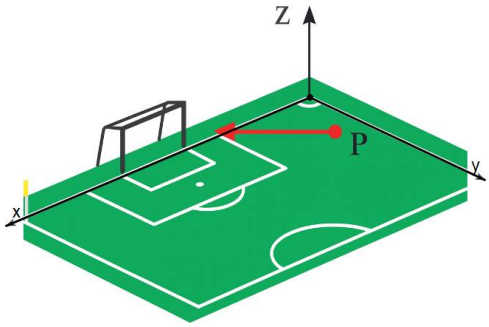
Đường thẳng $PQ$ (dạng tham sô): $\begin{cases} x=6 \\ y=3+t, \quad (0\le t\le 1) \\ z=1 \end{cases}$

Khoảng cách đến $E$: $d=\dfrac{|36+2(3+t)+3-49|}{7}=\dfrac{|-4+2t|}{7}$.

Cảm biến bắt đầu báo động nên $4-2t=\dfrac{21}{10}\Rightarrow t=\dfrac{19}{20}$.

Suy ra $R\left(6;3+\dfrac{19}{20};1\right)=\left(6;\dfrac{79}{20};1\right)\Rightarrow a+20b+c=86$

**Câu 145.** Một sân bóng đá rộng 60 m, được gắn hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt sân). Trong một quả đá phạt, bóng được sút từ vị trí $P(3;9;0)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(18;-6;1)$ về phía khung thành rộng $7,20\,m$, cao $2,40\,m$. Quỹ đạo bay được giả sử là một đường thẳng. Biết vận tốc bóng ước tính $28,5\,m/s$. Thời gian bóng bay tới khung thành bằng bao nhiêu giây?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

- Quỹ đạo bóng từ $P(3;9;0)$ theo $\vec{v}=(18;-6;1)$: $\begin{cases} x=3+18t \\ y=9-6t \\ z=t \end{cases} \quad (t\ge 0)$

$|\vec{v}|=\sqrt{18^2+(-6)^2+1^2}=19m.$

- Mặt phẳng khung thành (biên ngang): $y=0$.

Điểm chạm mặt phẳng khung thành $y=0\Rightarrow 9-6t=0\Rightarrow t=\dfrac{3}{2}$ hay $Q(30;0;1,5)$.

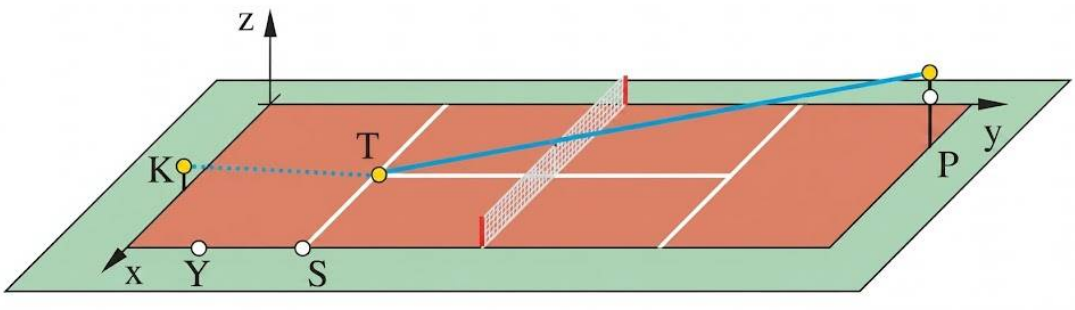
Khung thành rộng $7,20m$, tâm ở giữa sân rộng $60m\Rightarrow x\in[30-3,6;30+3,6]$, cao $2,40m\Rightarrow 0\le z\le 2,40$. Tại $Q: x=30$ và $z=1,5\Rightarrow$ nằm trong khung thành

Thời gian bóng bay tới khung

Quãng đường $s=|\vec{v}|t=19\cdot\dfrac{3}{2}=28,5m$.

Vận tốc $28,5m/s\Rightarrow t_{\text{bay}}=\dfrac{28,5}{28,5}=1s$.

**Câu 146.** Sân quần vợt có chiều dài 24m và chiều rộng 10m, được gắn hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt sân). Các ô giao bóng dài 6m và rộng 5m. Lưới cao liên tục 1 m. Mọi cú đánh đều bay theo đường thẳng.




Một vận động viên đứng ở vạch cuối sân tại điểm $P(3;24;0)$ và cố gắng đánh quả bóng với vận tốc 144 $km/h$ ở độ cao $3,10m$ sao cho bóng rơi đúng vào điểm $T(5;6;0)$ của ô giao bóng. Sau khi chạm đất,

bóng phản xạ theo góc $\alpha$ (giữ nguyên vận tốc, không đổi hướng ngang). Tại vị trí $K$ trên vạch cuối sân bên kia đối thủ sẽ đánh trả, hãy tính thời gian đối thủ có để phản ứng là bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,15

Quỹ đạo từ $A$ đến $T:\begin{cases}x=3+2t\\y=24-18t\\z=3,10-3,1t\end{cases}\quad(0\le t\le 1)$ (hướng $\vec{v}=(2;-18;-3,1)$).

Sau nảy bóng: phản xạ giữ nguyên vận tốc, không đổi hướng ngang.

Hướng mới: $\vec{v}'=(2;-18;3,1)$. Vậy phương trình mới của quả bóng là $\begin{cases}x=5+2s\\y=6-18s,(s\in\mathbb{R})\\z=3,1s\end{cases}$

Điểm $K$ trên vạch cuối sân bên kia thuộc mặt phẳng $y=0$: Suy ra

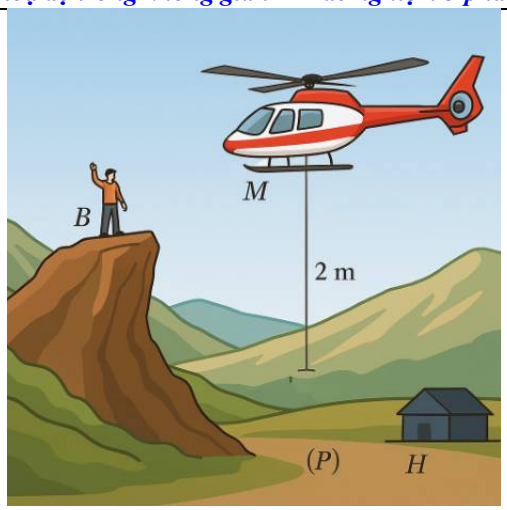
$6-18s=0\Rightarrow s=\frac{1}{3}\Rightarrow K(\frac{17}{3};0;\frac{31}{30}).$

Quãng đường $TK=\sqrt{\left(\frac{17}{3}-5\right)^2+6^2+\left(\frac{31}{30}\right)^2}=\frac{7\sqrt{689}}{30}.$

Vận tốc $144\,km/h=40\,m/s\Rightarrow$ thời gian đối thủ có để phản ứng: $t=\frac{TK}{40}\approx 0,15\,s.$

**Câu 147.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét), một vùng núi được mô phỏng bằng mặt phẳng địa hình $(P)$: $x+2y-z=0$. Một người bị nạn đang đứng tại điểm $B(2;1;6)$ không nằm trên mặt đất, mà đứng trên một mỏm đá cao.

Một trực thăng xuất phát từ căn cứ tại điểm $H(1082;-809;1624)$, bay theo đường thẳng hướng đến người bị nạn. Tuy nhiên, để đảm bảo an toàn, trực thăng chỉ được phép dừng lại tại một điểm $M$ trên đường bay, sao cho: $M$ cách mặt phẳng địa hình $(P)$ đúng 2 mét. Sau đó từ điểm $M$ (trong đó hoành độ, tung độ và cao độ được làm tròn đến hàng phần trăm), trực thăng thả cáp cứu hộ hỗ trợ người bị nạn. Hãy tính độ dài đoạn bay từ căn cứ $H$ đến điểm tiếp cận $M$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2104

Ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{HB} = (2-1082;1+809;6-1624) = (-1080;810;-1618)$

Phương trình tham số của đường thẳng: $\begin{cases} x = 1082-1080t \\ y = -809+810t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 1624-1618t \end{cases}$

Công thức khoảng cách từ điểm $M(x,y,z)$ đến mặt phẳng $x+2y-z=0$:

$$d = \frac{|x+2y-z|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}} = \frac{|x+2y-z|}{\sqrt{6}} = 2 \Rightarrow |x+2y-z| = 2\sqrt{6}$$

Thay tọa độ điểm $M \in d$: $x+2y-z = (1082-1080\,t)+2(-809+810\,t)-(1624-1618\,t)$

$= 1082-1080\,t-1618+1620\,t-1624+1618\,t = -2160+2158\,t$

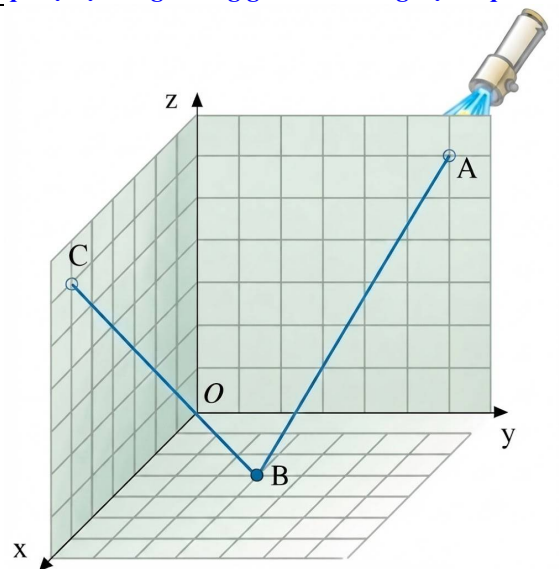
$$\rightarrow |2158t-2160| = 2\sqrt{6} \Rightarrow 2158t-2160 = \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow t = \frac{2160 \pm 2\sqrt{6}}{2158}$$

Chọn nghiệm nhỏ hơn (vì $M$ nằm giữa $H$ và $B$): $t = \frac{2160-2\sqrt{6}}{2158}$

Tại đây ta tìm được tọa độ điểm đã được làm tròn đến hàng phần trăm là: $M(3,45;-0,09;8,17)$

Suy ra: $HM \approx 2104$

**Câu 148.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tia sáng xuất phát từ điểm $A(0;6;6)$ theo hướng của vectơ $\vec{v} = (1;-1;-2)$ và đi tới mặt phẳng $(Oxy)$, tại đó (điểm $B$) nó bị phản xạ (như hình vẽ). Tia sáng phản xạ theo hướng của vectơ $\vec{u} = (1;-1;2)$ và cắt mặt phẳng $(Oxz)$ tại điểm $C(a;b;c)$, tính $a+b+c$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 12

- Phương trình tia sáng $g$ đi qua điểm $A(0;6;6)$ và có vectơ chỉ phương $(1;-1;-2)$ là : $\begin{cases} x=0+t \\ y=6-t \\ z=6-2t \end{cases}$

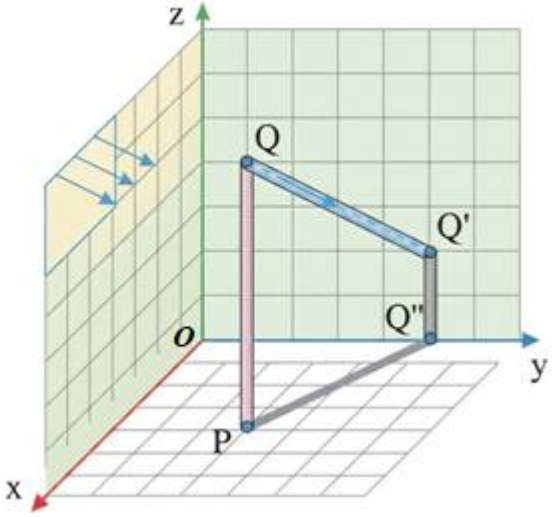
Giao điểm với mặt phẳng $xOy(z=0)$: $6-2t=0 \Rightarrow t=3 \Rightarrow B(3;3;0)$

- Phương trình tia phản xạ $h$ tại $B(3;3;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$ là : $\begin{cases} x=3+s \\ y=3-s \\ z=0+2s \end{cases}$

Giao điểm với mặt phẳng $xOz(y=0)$: $3-s=0 \Rightarrow s=3 \Rightarrow C(6;0;6)$

$\Rightarrow a+b+c=12$

**Câu 149.** Trong không gian $Oxyz$ ( mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 1m), có đoạn thẳng đứng $PQ$ với: $P(4;3;0), Q(4;3;6)$. Ánh sáng song song theo hướng của vectơ $\vec{v}=(-2;1;-2)$ chiếu vào đoạn thẳng $PQ$, tạo bóng là hai đoạn thẳng $Q'Q''$ và $PQ''$ ($Q'Q''$ nằm trên mặt phẳng $Oyz$ và $PQ''$ nằm trên mặt phẳng $Oxy$ như hình vẽ). Hãy tính tổng độ dài đoạn chiếu bóng $PQ''+Q'Q''$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét)




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6,9

Kết quả là một bóng gãy khúc, được xác định bằng cách xét tia sáng đi qua điểm $Q$.

- Phương trình tham số của đường thẳng $g$ qua $Q$: $g:\begin{cases} x=4-2t \\ y=3+t \\ z=6-2t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

- Giao điểm $Q'$ của $g$ với mặt phẳng $x=0$ (mặt phẳng $yOz$): $4-2t=0\Rightarrow t=2$

Thay vào: $Q'(0;5;2)$

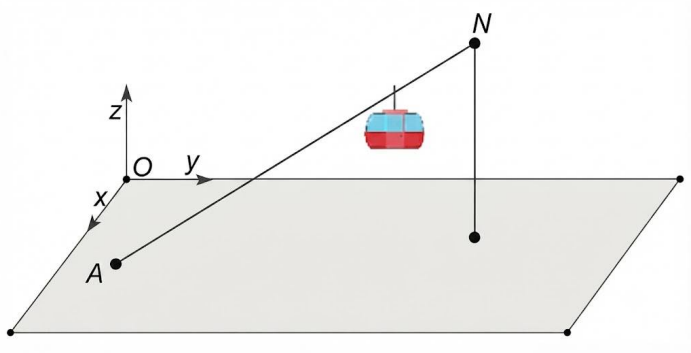
- Hình chiếu vuông góc của $Q'$ xuống trục $Oy$:

Điều kiện trên trục $Oy: x=0, z=0$, giữ nguyên $y=5$

Nên $Q''(0;5;0)$

Khi đó: $PQ''+Q'Q''=\sqrt{4^2+2^2+2^2}+2=2+2\sqrt{6}\approx 6,9m$

**Câu 150.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-8;-6;0)$ với tốc độ là $10\,m/s$ (Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau $t(s)$ kể từ lúc xuất phát $(t\geq 0)$, cabin đến điểm $N$. Một người đứng tại điểm $O(0;0;0)$ quan sát cabin chạy trên cáp treo, sau thời gian bao nhiêu giây thì khoảng cách giữa người quan sát và cabin gần nhau nhất (đơn vị giây)?



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,98

Do tốc độ của cabin là $10\,m/s$ nên độ dài $AN = 10t\,m$.

Do hai véc tơ $\overrightarrow{AN}$ và $\vec{u}$ cùng phương nên $\overrightarrow{AN} = k\vec{u}$ với $k$ là số thực dương nào đó.

Suy ra: $\left|\overrightarrow{AN}\right| = k\left|\vec{u}\right| = k\sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 10k$.

Suy ra $t = k$, vì thế $\overrightarrow{AN} = k\vec{u} = t\vec{u} = (-8t; -6t; 0)$.

Gọi $N(a;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (a-10; b-3; c)$.

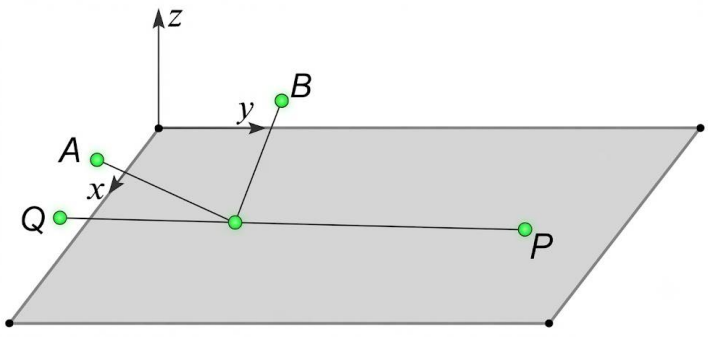
Ta có $\begin{cases} a-10 = -8t \\ b-3 = -6t \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10-8t \\ b = 3-6t \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow N(10-8t; 3-6t; 0)$.

Khoảng cách giữa người quan sát và cabin bằng độ dài đoạn

$ON = \sqrt{(10-8t)^2 + (3-6t)^2} = \sqrt{100t^2 - 196t + 109}$.

Ta có $100t^2 - 196t + 109$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \dfrac{196}{2.100} = \dfrac{49}{50} = 0,98\,s$.

**Câu 151.** Chuẩn bị đến ngày sinh nhật, bạn Minh Hiền muốn trang trí căn phòng trọ của mình đẹp hơn. Trước khi trang trí, bạn Minh Hiền gắn 2 móc treo vào các vị trí $P, Q$, rồi căng một sợi dây từ $P$ đến $Q$. Tiếp theo, bạn gắn 2 móc treo vào các vị trí $A$ và $B$, sau đó lấy một điểm $M$ nằm giữa đoạn thẳng $PQ$ rồi tiếp tục căng dây từ $M$ đến $A$ và từ $M$ đến $B$. Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $P(1;1;0)$, $Q(3;0;1)$ $A(1;0;-1)$, $B(2;1;1)$ đơn vị trên mỗi trục là mét. Khi tổng độ dài các đoạn dây mà bạn Minh Hiền sử dụng là ngắn nhất thì khoảng cách từ $M$ đến $P$ bằng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,8

**Cách 1:**

Dễ thấy $P,Q,A,B$ cùng thuộc mặt phẳng $(PQA): x+y-z-2=0$ và $A,B$ nằm về hai phía của $PQ$. Khi đó $AB \cap PQ = M\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ thỏa tổng độ dài các đoạn dây là ngắn nhất.

$PM = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,8$.

**Cách 2:**

Ta có

$$\overrightarrow{PQ} = (2;-1;1) \Rightarrow PQ: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow M(1+2t;1-t;t).$$

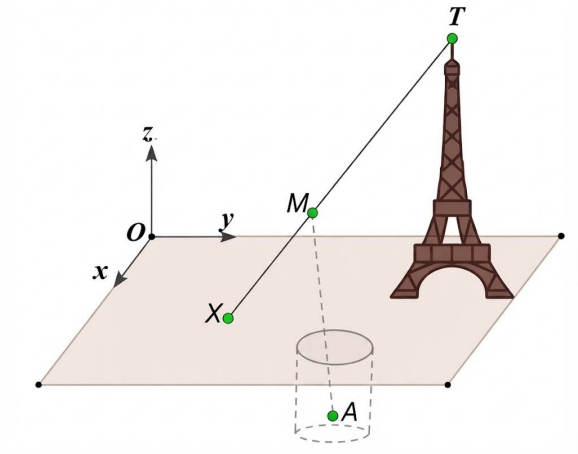
$$MA+MB = \sqrt{6t^2+2} + \sqrt{6t^2-6t+2} = \sqrt{\left(\sqrt{6}t\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{6}t\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}.$$

Suy ra: $MA+MB \geq \sqrt{\left(\sqrt{6}t+\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{6}t\right)^2+\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{6}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{6}t.\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{6}t\right).\sqrt{2} \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow M\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Vậy $PM = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,8$.

**Câu 152.** Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm $X$ ở trên mặt đất tới đỉnh $T$ của một tòa tháp. Giả sử tọa độ của các điểm là $T(40;60;150)$ và $X(100;-40;0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$ (mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất). Người ta muốn nối điểm $A(40;30;-20)$ nằm dưới một cái hố tới một điểm $M(a;b;c)$ nằm trên dây cáp sao khoảng cách $MA$ này là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 100

$MA$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA \perp XT$ hay $M$ là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A$ và vuông góc $XT$ với $XT$.

$$(\alpha) \text{ có } \begin{cases} \text{qua } A(40;30;-20) \\ \text{VTPT } \vec{n} = \overline{XT} = (-60;100;150) = -10(6;-10;-15) \end{cases} \Rightarrow (\alpha): 6x-10y-15z-240=0$$

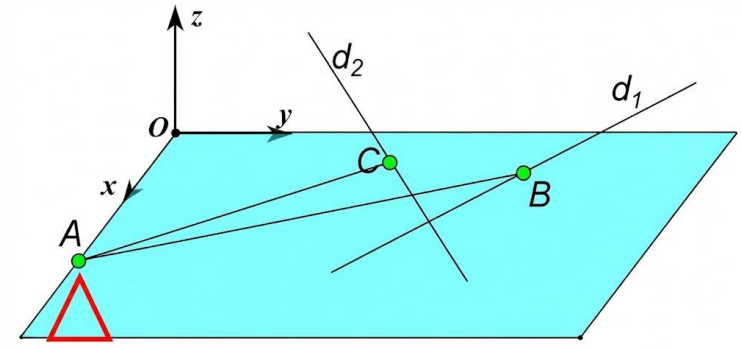
Phương trình tham số của $XT: \begin{cases} x = 40+6t \\ y = 60-10t \\ z = 150-15t \end{cases}$

Suy ra: $6(40+6t)-10(60-10t)-15(150-15t)-240=0 \Leftrightarrow 361t-2850=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{150}{19}$.

Tọa độ của $M$ là $\begin{cases} a = x = 40+6.\dfrac{150}{19} = \dfrac{1660}{19} \\ b = y = 60-10t = 60-10.\dfrac{150}{19} = -\dfrac{360}{19} \\ c = z = 150-15t = 150-15.\dfrac{150}{19} = \dfrac{600}{19} \end{cases}$

Vậy $a+b+c = \dfrac{1660-360+600}{19} = \dfrac{1900}{19} = 100$

**Câu 153.** Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5;0;0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng $km$), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển.




Tàu du lịch $B$ đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = 0 \end{cases}$. Tàu chở hàng $C$ đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 2-s \\ y = 11+s \\ z = 0 \end{cases}$. Do thời tiết xấu, nên hai tàu $B$ và $C$ gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ $A$ để lần lượt tiếp cận tàu du lịch $B$ trước, sau đó đến tàu chở hàng $C$. Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch $B$ dừng lại và tàu chở hàng $C$ dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $T = AB+BC+CA$ là nhỏ nhất. Biết giá trị nhỏ nhất $T$ bằng $\sqrt{a}$ $(km)$, khi đó giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 244

Chúng ta cần tìm vị trí tối ưu của tàu du lịch $B$ (tương ứng với điểm $B$) và tàu chở hàng $C$ (tương ứng với điểm $C$) sao cho tổng quãng đường cứu hộ $T = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất.

Trong không gian $Oxyz$, ta có:

+ Hai đường thẳng $d_1, d_2$ cùng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): z = 0$ và $A \in (\alpha)$.

+ $d_1$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1;-2;0)$; $d_2$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1;1;0)$.

Do $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0}$ nên $d_1$ cắt $d_2$.

+ Gọi $A_1, A_2$ lần lượt là điểm đối xứng của $A$ qua $d_1$ và $d_2$.

+ Gọi $(P)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $d_1 \Rightarrow (P): x - 2y - 5 = 0$.

+ Gọi $I = (P) \cap d_1$, thì tọa độ của $I$ là nghiệm của hệ $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 0 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(3;-1;0) \Rightarrow A_1(1;-2;0)$.

+ Gọi $(Q)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $d_2 \Rightarrow (Q): -x + y + 5 = 0$.

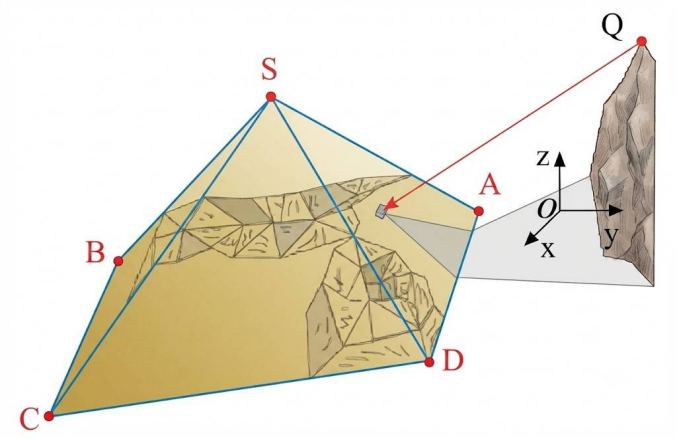
+ Gọi $J = (Q) \cap d_2$, thì tọa độ của $J$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 - s \\ y = 11 + s \\ z = 0 \\ -x + y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow J(9;4;0) \Rightarrow A_2(13;8;0)$.

+ Khi đó $T = AB + BC + CA = A_1B + BC + CA_2 \geq A_1A_2$

$\Rightarrow T$ đạt GTNN khi $T = A_1A_2 \Rightarrow P_{\min} = A_1A_2 = \sqrt{244}$ $(km)$. Vậy $a = 244$

Dấu bằng xảy ra khi $B, C, A_1, A_2$ thẳng hàng.

**Câu 154.** Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 100 mét, ta có các điểm $A(0;-1;0), B(1;-4;0)$ và $C(4;-3;0)$ là các đỉnh thu được của đáy một kim tự tháp khối chóp tứ giác đều, đã bị sụp một phần và cần được phục dựng.



Gọi tâm $M$ của hình vuông và tọa độ đỉnh $D$ còn thiếu. Trên đỉnh $M$ theo phương thẳng đứng là đỉnh $S$ của kim tự tháp, với chiều cao 200 m. Theo mô tả, ánh sáng mặt trời vuông góc với mặt bên $DAS$ chiếu qua điểm $Q\left(\frac{1}{2};\frac{5}{3};\frac{7}{2}\right)$ vào một lối vào bí mật của kim tự tháp. Xác định được tọa độ điểm $P(a;b;c)$ là vị trí ban đầu của lối vào bí mật này. Tính $2a-3b+c$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Vì $A,B,C$ là ba đỉnh liên tiếp của hình vuông, $D=(3,0,0)$

Tâm hình vuông: $M=(2,-2,0)$.

Cao kim tự tháp $=200m=2$ (đv) theo phương thẳng đứng $\Rightarrow S(2,-2,2)$

Có $\overrightarrow{DA}=(-3,-1,0),\overrightarrow{DS}=(-1,-2,2).\Rightarrow$ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DS}\right]=(-2,6,5)$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(DAS):-2x+6y+5z+6=0$

Vì ánh sáng mặt trời vuông góc với mặt $DAS$ nên hướng tia là $\vec{n}=(-2,6,5)$

Đường thẳng đi qua $Q$, vuông góc với $DAS$ có phương trình: $\ell:\begin{cases}x=\frac{1}{2}-2t\\ y=\frac{5}{3}+6t\\ z=\frac{7}{2}+5t\end{cases},t\in\mathbb{R}$

Giao với $DAS:-2x+6y+5z+6=0$ cho $t=-\frac{1}{2}$.

Suy ra $P\left(\frac{3}{2},-\frac{4}{3},1\right)$.

$\Rightarrow 2a-3b+c=8$

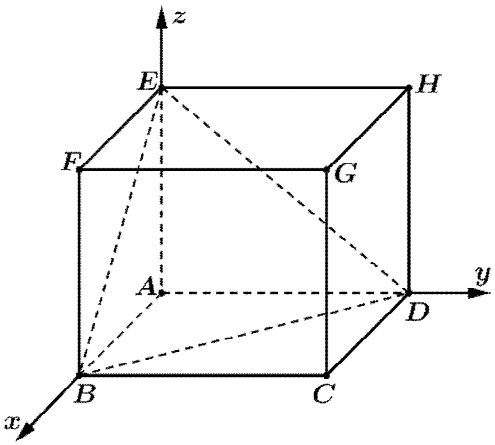
**Câu 155.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng $4dm$. Gọi $d$ là đường thẳng đi qua trọng tâm của tứ diện $EABD$, cắt đường thẳng $AE$ tại $M$ và song song với mặt phẳng $(EBD)$. Đô dài $AM$ bằng bao nhiêu $dm$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.




Ta có: $A(0;0;0); B(4;0;0); D(0;4;0); E(0;0;4)$.

Gọi $T$ là trọng tâm của tứ diện $EABD$ suy ra $T(1;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(EBD)$: $\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow x+y+z-4=0$.

Đường thẳng $d$ cắt đường thẳng $AE$ tại $M$ suy ra $M(0;0;m)$.

Khi đó, $\overrightarrow{MT}=(1;1;1-m)$ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(EBD)$ là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Do $d \,//\, (EBD)$ nên $\overrightarrow{MT}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow 1+1+1-m=0 \Leftrightarrow m=3$.

Suy ra $M(0;0;3)$ nên $AM=3$.

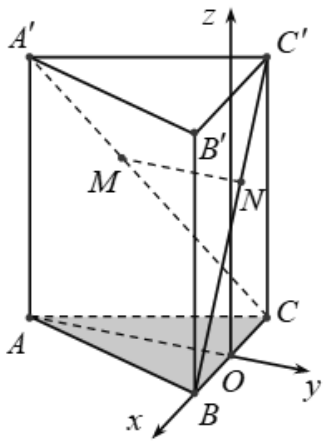
**Câu 156.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng $MN$ $(M \in A'C;\ N \in BC')$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và $BC'$. Tỷ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1,5

Kết quả bài toán sẽ không thay đổi nếu ta xét lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng $2$.




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ($O$ là trung điểm của $BC$) thì ta có: $A'(0;-\sqrt{3};2)$, $B(1;0;0)$,

$C(-1;0;0)$, $C'(-1;0;2)$, $\overrightarrow{CA'}=\left(1;-\sqrt{3};2\right)$, $\overrightarrow{BC'}=(-2;0;2)$.

Do $\begin{cases}\overrightarrow{CM}=m\overrightarrow{CA'}\\ \overrightarrow{BN}=n\overrightarrow{BC'}\end{cases}$ nên ta có $M\left(-1+m;-\sqrt{3}m;2m\right)$, $N\left(1-2n;0;2n\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-m-2n+2;\sqrt{3}m;2n-2m\right)$.

Đường thẳng $MN$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và $BC'$ nên:

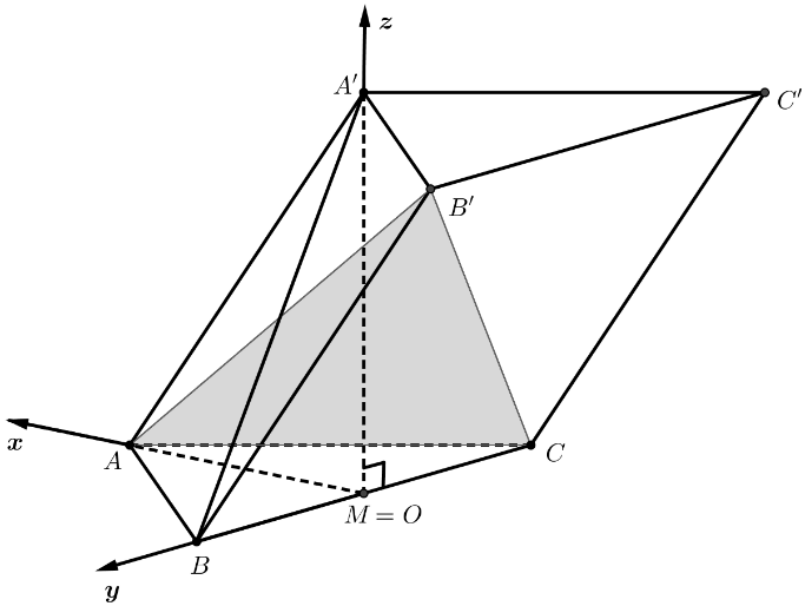
$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{CA'}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BC'}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4m+2n=-1\\ -m+4n=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\dfrac{2}{5}\\ n=\dfrac{3}{5}\end{cases}\Rightarrow\frac{BN}{BC'}=n=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{NB}{NC'}=\frac{3}{2}=1,5.$$

**Câu 157.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác $ABC$ đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của $A'$ lên mặt phẳng $(ABC)$ trùng với trung điểm $M$ của $BC$. Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ $B$ đến mặt phẳng $(AB'C)$ là $\dfrac{a\sqrt{39}m}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 15




Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABC)$ là góc $\widehat{A'BM}=60°$.

Ta có $A'M=BM.\tan 60°=a\sqrt{3}$; $AM=AB.\sin 60°=2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Đặt hệ trục toạ $Oxyz$ như hình vẽ. Coi $a=1$ khi đó $A\left(\sqrt{3};0;0\right)$, $B(0;1;0)$, $C(0;-1;0)$,

$A'\left(0;0;\sqrt{3}\right)$. Gọi $B'(x_0;y_0;z_0)$, $\overrightarrow{A'B'}=\left(x_0;y_0;z_0-\sqrt{3}\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{3};1;0\right)$.

Vì $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}$ nên $\begin{cases}x_0=-\sqrt{3}\\ y_0=1\\ z_0=\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow B'\left(-\sqrt{3};1;\sqrt{3}\right).$

Ta có $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{3};-1;0\right)\\ \overrightarrow{AB'}=\left(-2\sqrt{3};1;\sqrt{3}\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB'}\right]=\left(-\sqrt{3};3;-3\sqrt{3}\right)\Rightarrow\vec{n}=\left(1;-\sqrt{3};3\right)$ là vectơ pháp tuyến của mp$\left(ACB'\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(ACB'\right)$ là: $x-\sqrt{3}y+3z-\sqrt{3}=0$.

$\Rightarrow d\left(B,\left(ACB'\right)\right)=\dfrac{\left|-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1+3+9}}=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}.$

Vậy khoảng cách từ $B$ đến $\left(AB'C\right)$ là $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

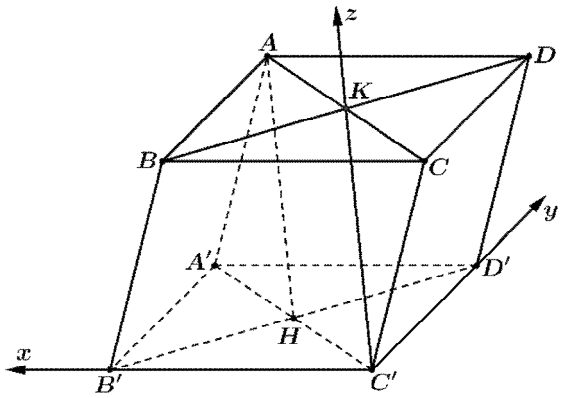
$\Rightarrow m+n=15$

**Câu 158.** Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=1, AD=\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm $A$ lên mặt phẳng $\left(A'B'C'D'\right)$ trùng với giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khoảng cách từ điểm $B$ đến $\left(AB'D'\right)$ bằng $\dfrac{m.\sqrt{3}}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $2027m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2029




Gọi $H=A'C'\cap B'D'$ và $K=AC\cap BD$.

Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ với $C'\equiv O, B'\in Ox, D'\in Oy, K\in Oz$.

Đặt $AH=m>0$.

Khi đó $B'\left(\sqrt{3};0;0\right), D'\left(0;1;0\right), A'\left(\sqrt{3};1;0\right), H\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2};0\right), A\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2};m\right).$

Ta có $\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{A'A}\Rightarrow B\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2};m\right).$

Mặt khác $\overrightarrow{B'D'}=\left(-\sqrt{3};1;0\right),\overrightarrow{B'A}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};m\right)$ nên $\left(AB'D'\right)$ có véctơ pháp tuyến là

$\left[\overrightarrow{B'D'},\overrightarrow{B'A}\right]=\left(m;\sqrt{3}m;0\right)$ nên $\left(AB'D'\right)$ có phương trình $x+\sqrt{3}y-\sqrt{3}=0$.

Vậy $d\left(B;\left(AB'D'\right)\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow a=1,b=2\Rightarrow 2027m+n=2029$

**Câu 159.** Cho hình tứ diện $EFGH$ có $EF$ vuông góc với $EG$, $EG$ vuông góc với $EH$, $EH$ vuông góc với $EF$. Biết $EF=6, EG=8, EH=12$. Gọi $I,J$ tương ứng là trung điểm của hai cạnh $FG,FH$. Khoảng cách từ điểm $F$ đến mặt phẳng $\left(EIJ\right)$ bằng $\frac{m.\sqrt{29}}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

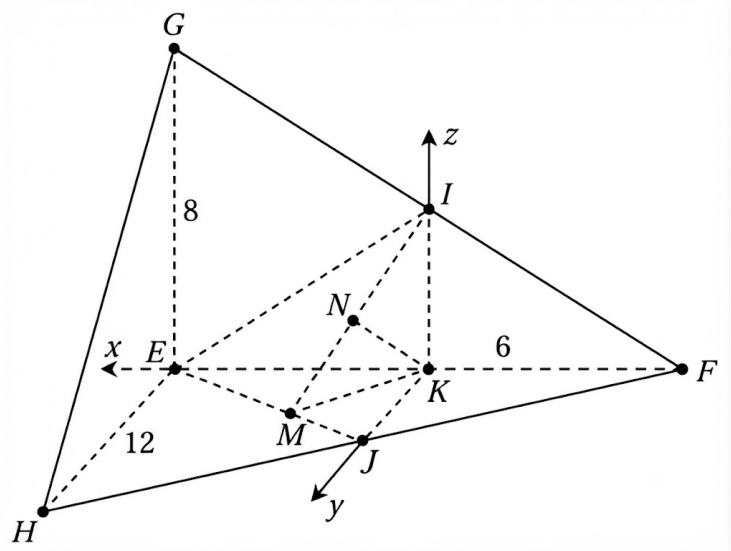
**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 53

Vì $EF$ vuông góc với $EG$, $EG$ vuông góc với $EH$ nên $EG\perp\left(EFH\right)$. Gọi $K$ là trung điểm của $EF$ suy ra $IK\perp\left(EFH\right)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Khi đó ta có: $K\left(0;0;0\right),I\left(0;0;4\right),E\left(3;0;0\right),J\left(0;6;0\right).$




Phương trình mặt phẳng $\left(EIJ\right):\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 4x+2y+3z-12=0$.

Vậy $d=\left(F,\left(EIJ\right)\right)=2d\left(K,\left(EIJ\right)\right)=2\frac{12}{\sqrt{4+9+16}}=\frac{24}{\sqrt{29}}=\frac{24\sqrt{29}}{29}$

$\Rightarrow m+n=53$

**Câu 160.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi $M, N, P, Q$, lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và $DD'$. Biết thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $2m+n$.

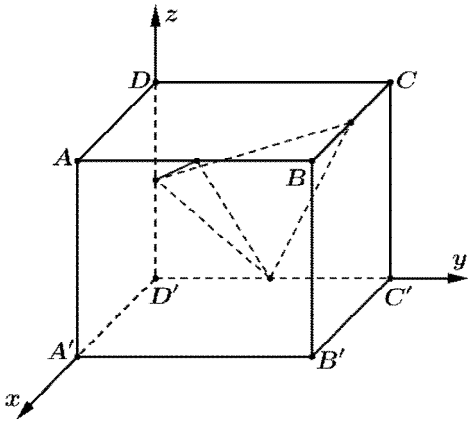
**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 14

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $D' \equiv O; Ox \equiv D'A'; Oy \equiv D'C'; Oz \equiv D'D$ .

Khi đó: $A(1;0;1)$, $B(1;1;1)$, $C(0;1;1)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;0;0)$, $B'(1;1;0)$, $C'(0;1;0)$




Ta có: $M\left(1;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};1;1\right)$, $P\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{MN}\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{MP}(-1;0;-1)$, $\overrightarrow{MQ}\left(-1;\frac{-1}{2};\frac{-1}{2}\right)$

$$\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right].\overrightarrow{MQ}\right| = \left|\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{MNPQ} = \frac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right].\overrightarrow{MQ}\right| = \frac{1}{12}$$

$\Rightarrow 2m+n=14$

**Câu 161.** Trong không gian $Oxyz$. Khi $m \in \mathbb{R}\setminus\{a\}$ thì đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $A(1;2;0)$; $B(m;-1;3)$ cắt mặt phẳng $(P)$: $x+y+z-6=0$. Giá trị của $a$ bằng bao nhiêu ?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(1;2;0)$ và có vecto chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(m-1;-3;3)$

Mặt phẳng $(P)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$

$d$ cắt $(P)$ $\Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u}=m-1-3+3=2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 1$

Vậy với $m\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ thì $d$ cắt $(P)$ nên $a=1$.

**Câu 162.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$: $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng $d$: $\dfrac{x-m}{1}=\dfrac{y+2m}{3}=\dfrac{z}{2}$. Giá trị của $m$ bằng bao nhiêu thì giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ thuộc mặt phẳng $(Oyz)$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

$$d\cap(P)=A\in(Oyz)\Rightarrow A\left(0;\frac{3}{2}a-2;a\right)$$

$$A\in d\Rightarrow 0-m=\frac{\frac{3}{2}a-2+2m}{3}=\frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=-2m\\ \dfrac{3}{2}a-2+2m=-3m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\ m=1\end{cases}$$

**Câu 163.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với $m$ là tham số. Giá trị của $m$ bằng bao nhiêu để $d//(\alpha)$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(m^2;-m;-2)$.

Để $d//(\alpha)$ thì $\begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\ M(1;2;9)\notin(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m+2=0\\ m^2-2m-18+19\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\ m=2\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 164.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-3+t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$. Tổng các giá trị của $m$ bằng bao nhiêu để $d//(P)$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-5$

Ta có $d$ đi qua $M(2;-3;1)$ và có VTCP $\vec{u}(-1;1;1)$

Và $(P)$ có VTPT $\vec{n}(m^2;-2m;6-3m)$

Để $d$ song song với $(P)$ thì

$$\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}\\M\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\M\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(-1).m^2-2m+6-3m=0\\2m^2-2.(-3)m+6-3m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2-5m+6=0\\2m^2-m-4\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-6\end{array}\right.$$

Tổng các giá trị của $m$ là $1-6=-5$

**Câu 165.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ có phương trình: $\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, $m$ là tham số thực. Để mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $\Delta$ thì giá trị của $m$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Đường thẳng $\Delta:\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$

Mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;2;m)$

Để mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $\Delta$ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$

$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=\frac{1}{m}\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 166.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $m,n$ là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$. Tính giá trị của $m+n$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

$(P_m):mx+2y+nz+1=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(m;2;n)$.

$(Q_m):x-my+nz+2=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;-m;n)$.

$(\alpha): 4x-y-6z+3=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;-1;-6)$.

Do giao tuyến của $(P_m)$ và $(Q_n)$ vuông góc với $(\alpha)$

$$\Rightarrow \begin{cases}(P_m)\perp(\alpha)\\(Q_n)\perp(\alpha)\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\\overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}4m-2-6n=0\\4+m-6n=0\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}4m-6n=2\\m-6n=-4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}$$

Vậy $m+n=3$.

**Câu 167.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$. Gọi $S$ là tập tất cả các số $m$ sao cho $d_1$ và $d_2$ chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tổng các phần tử của $S$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-12$

$d_1$ đi qua điểm $M(1;0;0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;1;3)$.

$d_2$ đi qua điểm $N(1;2;m)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;1;0)$.

$[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-3;3;1)$; $\overrightarrow{MN}=(0;2;m)$.

$d_1$ và $d_2$ chéo nhau khi và chỉ khi $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\neq 0\Leftrightarrow m\neq -6$.

Mặt khác $d(d_1,d_2)=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\dfrac{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\right|}=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\dfrac{|m+6|}{\sqrt{19}}=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-11\end{array}\right.$.

Khi đó tổng các phần tử của $m$ là $-12$.

**Câu 168.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(5;2;-2)$. Biết $\vec{u}=(a;b;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là đường đối xứng với $AB$ qua mặt phẳng $(Oyz)$. Tính $a+b$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Do $A'(1;2;4)$ và $B'(-5;2;-2)$ là hai điểm đối xứng với $A,B$ qua mặt phẳng $(Oyz)$ vậy nên đường thẳng $\Delta$ đi qua $A'$ và $B'$ nên $\Delta$ nhận $\overrightarrow{A'B'}=(-6;0;-6)$ là vectơ chỉ phương.

Khi đó $\Delta$ nhận $\vec{u}=(1;0;1)$ là vecto chỉ phương $\Rightarrow a=1;b=0\Rightarrow a+b=1$.

**Câu 169.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-5}{1}$ và $\Delta':\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng $(P)$. Biết $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;3)$. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Đường thẳng $\Delta$ qua $A(1;-4;5)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;1)$ là vecto chỉ phương.

Đường thẳng $\Delta'$ qua $B(-3;-2;3)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;1)$ là vecto chỉ phương $\Rightarrow \Delta \,//\, \Delta'$.

Gọi $A'$ là điểm trên $\Delta'$ sao cho $AA'\perp\Delta$.

Do $A'\in\Delta'\Rightarrow A'(-3+2t;-2+3t;3+t)\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=(-4+2t;2+3t;-2+t)$.

Do $AA'\perp\Delta\Rightarrow \overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -8+4t+6+9t-2+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{7}$

$\Rightarrow A'\left(\dfrac{-17}{7};\dfrac{-8}{7};\dfrac{23}{7}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=\left(\dfrac{-24}{7};\dfrac{20}{7};\dfrac{-12}{7}\right)=-\dfrac{4}{7}.(6;-5;3)$

Khi đó $(P)$ nhận $\vec{n}=(6;-5;3)$ là vectơ pháp tuyến $\Rightarrow a=6;b=-5\Rightarrow a+b=1$.

**Câu 170.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-5}{1}$ và $\Delta':\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng $(P)$. Biết $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;3)$. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Đường thẳng $\Delta$ qua $A(1;-4;5)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;1)$ là vecto chỉ phương.

Đường thẳng $\Delta'$ qua $B(-3;-2;3)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;1)$ là vecto chỉ phương $\Rightarrow \Delta \,//\, \Delta'$.

Gọi $A'$ là điểm trên $\Delta'$ sao cho $AA'\perp\Delta$.

Do $A'\in\Delta'\Rightarrow A'(-3+2t;-2+3t;3+t)\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=(-4+2t;2+3t;-2+t)$.

Do $AA'\perp\Delta\Rightarrow \overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -8+4t+6+9t-2+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{7}$

$\Rightarrow A'\left(\dfrac{-17}{7};\dfrac{-8}{7};\dfrac{23}{7}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=\left(\dfrac{-24}{7};\dfrac{20}{7};\dfrac{-12}{7}\right)=-\dfrac{4}{7}.(6;-5;3)$

Khi đó $(P)$ nhận $\vec{n}=(6;-5;3)$ là vectơ pháp tuyến $\Rightarrow a=6;b=-5\Rightarrow a+b=1$.

**Câu 171.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ có dạng: $\frac{x-2}{a}=\frac{1-y}{b}=\frac{z+c}{-1}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là: $\overrightarrow{u_\Delta}=\vec{n}_{(P)}=(3;2;-1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ đi qua $M$ và vuông góc với $(P)$ là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$

$\Rightarrow \frac{x-2}{3}=\frac{1-y}{-2}=\frac{z+2}{-1}$

$\Rightarrow a=3, b=-2, c=2 \Rightarrow a+b+c=3$

**Câu 172.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua $B$ và vuông góc với mặt phẳng $(BCD)$ có dạng: $\begin{cases} x=1 \\ y=1+at \\ z=b+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $2a+3b+4c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Ta có $\overrightarrow{BC}=(0;-2;-2), \overrightarrow{BD}=(-1;-1;-1)$;

Mặt phẳng $(BCD)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(0;2;-2)$;

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;2;-2)$.

Đường thẳng đi qua $B$ và vuông góc với mặt phẳng $(BCD)$ có phương trình là $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=2-2t \end{cases}$.

$\Rightarrow a=2, b=2, c=-2 \Rightarrow 2a+3b+4c=2$

**Câu 173.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cz+10=0$. Biết mặt phẳng $(\alpha)$ chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1+2t' \\ y=4+2t \\ z=-1-t \end{cases}$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

$d$ có VTCP là $\vec{u}_d=(1;2;-1)$.

$d'$ có VTCP là $\vec{u}_{d'}=(2;2;1)$.

Vì mặt phẳng $(\alpha)$ chứa hai đường thẳng $d$ và $d'$ nên $(\alpha)$ có VTPT là: $\vec{n}_{(\alpha)}=[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]=(4;-3;-2)$.

Lấy điểm $A(-1;2;0)\in d$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$: $4(x+1)-3(y-2)-2(z-0)=0\Leftrightarrow 4x-3y-2z+10=0$

$\Rightarrow a+b+c+d=4+(-3)+(-2)=-1$.

**Câu 174.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa $d$ và $\Delta$ có dạng: $ax+by+z+c=0$. Tính giá trị của $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-2$

Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}\Rightarrow d$ qua $M(2;0;0)$ và nhận $\vec{u}=(2;-1;4)$ làm một VTCP

Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}\Rightarrow\Delta$ qua $N(1;2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(2;-1;4)$ làm một VTCP

Thế tọa độ điểm $M(2;0;0)$ vào đường thẳng $\Delta$, ta được: $\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{-2}{-1}\neq\dfrac{1}{4}\Rightarrow d//\Delta$.

$\overrightarrow{MN}=(-1;2;-1)$. $(P)$ chứa $d$ và $\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_P}=\left[\vec{u};\overrightarrow{MN}\right]=(7;-7;7)$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P):x-y+z-2=0$

$\Rightarrow a=1,b=-1;c=-2\Rightarrow a+b+c=-2$.

**Câu 175.** Trong không gian $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-c}{1}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Gọi $\Delta$ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A=\Delta\cap d_1;B=\Delta\cap d_2\Rightarrow A(2+2t;3+3t;-4-5t),B(-1+3t';4-2t';4-t')$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3t'-2t-3;-2t'-3t+1;-t'+5t+8)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;3;-5),\overrightarrow{u_{d_2}}=(3;-2;-1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của $\Delta,d_1,d_2$ ta có:

$\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_2}}\end{cases}$.Chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(-13;-13;-13)=-13(1;1;1)=-13\vec{u}$.

Vì $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của $\Delta$ nên ta có:

$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-3=k\\-2t'-3t+1=k\\-t'+5t+8=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-k=3\\-2t'-3t-k=-1\\-t'+5t-k=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1\\k=2\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1).$

$\Rightarrow\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}.$

$\Rightarrow a=1,b=1,c=1\Rightarrow a+b+c=3$

**Câu 176.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng $\Delta$ là đường vuông góc chung của $d_1$ và $d_2$. Biết phương trình của $\Delta$ có dạng $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z+2}{c}$. Tính $a+2b-c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Lấy điểm $M\in(d_1):\ M(2+t_1;1+t_1;1+t_1)$

$N\in(d_2):\ N(t_2;7-3t_2;-t_2)$

$\overrightarrow{MN}=(t_2-t_1-2;-3t_2-t_1+6;-t_2-t_1-1)$

Đường thẳng $MN$ là đường vuông góc chung $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2+t_1=1\\11t_2+3t_1=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2=2\\t_1=-1\end{cases}$

Suy ra $M(1;0;0),N(2;1;-2)$ và $\overrightarrow{MN}(1;1;-2)$

Phương trình đường thẳng $(\Delta)$ đi qua $M,N$ là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

$\Rightarrow a=2,b=1,c=-2\Rightarrow a+2b-c=6$

**Câu 177.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=-5+t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=0\\y=4-2t'\\z=5+3t'\end{cases}$.

Đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d$ và $d'$ đi qua điểm $K(6;m;n)$. Tính $m+n$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-7$

Giả sử $AB$ là đường vuông góc chung của $d$ và $d'$ với $A\in d$, $B\in d'$.

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;0;1)$, $\overrightarrow{u_{d'}}=(0;-2;3)$

$\begin{cases} A(1+t;0;-5+t) \\ B(0;4-2t';5+3t') \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (t+1;2t'-4;t-3t'-10)$.

Ta có $\begin{cases} d \perp AB \\ d' \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{BA} = 0 \\ \overrightarrow{u_{d'}}.\overrightarrow{BA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (t+1)+(t-3t'-10) = 0 \\ -2(2t'-4)+3(t-3t'-10) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A(4;0;-2) \\ B(0;6;2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (4;-6;-4) \Rightarrow \vec{u} = (-2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$.

Phương trình đường thẳng $AB: \dfrac{x-4}{-2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{2}$.

Đường thẳng AB đi qua $K(6;m;n)$ nên $\dfrac{6-4}{-2} = \dfrac{m}{3} = \dfrac{n+2}{2} \Rightarrow m = -3, n = -4$.

Vậy $m+n = -7$.

**Câu 178.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z}{-2}$ và $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+2}{-1}$. Gọi $M$ là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính $OM^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 4+t \\ z = -2t \end{cases}$ nhận véctơ $\vec{u} = (1;1;-2)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng $d': \begin{cases} x = 3+2m \\ y = -1-m \\ z = -2-m \end{cases}$ nhận véctơ $\vec{v} = (2;-1;-1)$ làm véctơ chỉ phương.

Gọi $AB$ là đoạn vuông góc chung với $A \in d$ và $B \in d'$.

Khi đó $A(2+t;4+t;-2t)$ và $B(3+2m;-1-m;-2-m)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2m-t+1;-m-t-5;-m+2t-2)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{v} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-6t = 0 \\ 6m-3t = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ t = -1 \end{cases}$. Suy ra $A(1;3;2)$ và $B(-1;1;0)$.

Suy ra trung điểm của $AB$ là $M(0;2;1)$. Vậy $OM^2 = 5$.

**Câu 179.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Gọi $\vec{u}(a;b;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$, vuông góc với đường thẳng $\Delta$ và cắt trục $Oy$. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Gọi giao điểm của đường thẳng $d$ và trục $Oy$ là $B(0;t;0)$.

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(-2;t-1;-3)$.

Từ giả thiết ta có $\vec{u}\perp\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow-2-2(t-1)-6=0\Leftrightarrow t=-3$.

Có $\overrightarrow{AB}=(-2;-4;-3)$ nên có thể chọn $\vec{v}=(2;4;3)$ là vectơ chỉ phương của $d$.

Vậy $a=2, b=4$ nên $a+b=6$.

**Câu 180.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và chứa đường thẳng $d$ có dạng $(P):ax+by+10z+d=0$.

Tính $a+b+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** −18

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2;-3;0)$; $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Mặt phẳng $(P)$ chứa điểm $A$ và đường thẳng $d$ có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $-3(x+1)-2(y-3)-10(z-2)=0\Leftrightarrow-3x-2y-10z+23=0$

$\Leftrightarrow 3x+2y+10z-23=0$

$\Rightarrow a=3,b=2,d=-23\Rightarrow a+b+d=-18$

**Câu 181.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ có dạng $\Delta:\dfrac{x-2}{a}=\dfrac{y-b}{1}=\dfrac{z-1}{c}$. Tính $a+2b-c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Gọi giao điểm của $\Delta$ và $d$ là $B(t+1;t;2t-1)$. Khi đó $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AB}=(t,t,2t-3)$.

Vì đường thẳng $\Delta$ vuông góc với đường thẳng $d$ có $\overrightarrow{u_d}=(1,1,2)$ thì:

$t+t+2(2t-3)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=(1,1,-1)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$

$\Rightarrow a=1,b=1,c=-1\Rightarrow a+2b-c=4$

**Câu 182.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và cắt $Oz$ có phương trình dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=0\\z=b+ct\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Tính $a-2b+3c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-2$

Gọi $\Delta$ là đường thẳng cần tìm và $N=\Delta\cap Oz$.

Ta có $N(0;0;c)$. Vì $\Delta$ qua $M,N$ và $M\notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}(-1;0;c-1)$ là VTCP của $\Delta$.

$d$ có 1 VTCP $\vec{u}(1;2;3)$ và $\Delta\perp d$ nên

$$\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow -1+3(c-1)=0\Leftrightarrow c=\frac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\frac{1}{3}\right)$$

Chọn $\vec{v}\left(-3;0;1\right)$ là 1 VTCP của $\Delta$, phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$ là $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

$\Rightarrow a=-3,b=1,c=1\Rightarrow a-2b+3c=-2$

**Câu 183.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng $d_3$ qua $M\left(1;-1;2\right)$ và vuông góc với cả $d_1,d_2$ có dạng $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z-a}{c}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 28

Đường $d_1$ có VTCP $\vec{a}=\left(1;-4;6\right)$; $d_2$ có vectơ chỉ phương $\vec{b}=\left(2;1;-5\right)$.

Vì $d_3$ vuông góc với $d_1$; $d_2$ nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(14;17;9\right)$.

Vậy phương trình của đường thẳng $d_3$ là: $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$

$\Rightarrow a=2,b=17;c=9\Rightarrow a+b+c=28$

**Câu 184.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng $(\Delta)$ qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ và $(Q): x+3y-2z+3=0$ có dạng $\begin{cases} x=a+bt \\ y=3+6t \\ z=c+dt \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Tính $a+b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2,-1,2)$

Mặt phẳng $(Q): x+3y-2z+3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1,3,-2)$

Vì $(\Delta)//(P)$ và $(\Delta)//(Q)$ nên vectơ chỉ phương của $(\Delta)$ là $\vec{a}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-4;6;7)$

Phương trình tham số của đường thẳng $(\Delta)\begin{cases} x=2-4t \\ y=3+6t \\ z=1+7t \end{cases}; t\in\mathbb{R}.$

$\Rightarrow a=2, b=-4; c=1, d=7 \Rightarrow a+b+c+d=6$

**Câu 185.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;b;c)$, mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Khi đó, để đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $A$, $B$, song song với mặt phẳng $(\alpha)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$ thì $b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

Mặt phẳng $(\alpha)$ có VTPT là $\vec{n}=(1;3;-2)$.

Đường thẳng $\Delta$ có VTCP là $\vec{u}=(3;2;1)$.

Vì đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(\alpha)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$ nên VTCP của $d$ là $\overrightarrow{u_d}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(7;-7;-7)$ hay $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $A$, song song với mặt phẳng $(\alpha)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$ là: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Vì $B\in d$ nên: $\dfrac{2-1}{-1}=\dfrac{b+2}{1}=\dfrac{c-3}{1}\Rightarrow\begin{cases} b=-3 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy $b+c=-1$.

**Câu 186.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng $d$ đi qua $A(1;1;3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x+2y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=1 \\ z=3+bt \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $S=2024a-2025b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4049

Gọi $B=\Delta\cap(P)\Rightarrow$ tọa độ điểm $B$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x+2y+z-6=0 \\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow B(2;1;2)$$

Vì $d\subset(P)$ và $d$ cắt $\Delta\Rightarrow B\in d\Rightarrow d$ đi qua $A(1;1;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;0;-1)$ làm một VTCP.

Suy ra PTTS của $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=3-t \end{cases} \Rightarrow a=1, b=-1\Rightarrow S=2024a-2025b=4049.$

**Câu 187.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ và $B(3;a;2a)$. Biết mặt phẳng $(\alpha)$ chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+5t \\ y=2-4t \\ z=3+3t \end{cases}$ và đường thẳng $d': \begin{cases} x=2+5t \\ y=-4t \\ z=5+3t \end{cases}$. Khi đó để điểm $B$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ thì giá trị của $a$ bằng bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(5;-4;3)$ và đi qua điểm $A(-1;2;3)$.

Đường thẳng $d': \begin{cases} x=2+5t \\ y=-4t \\ z=5+3t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(5;-4;3)$ và đi qua điểm $B(2;0;5)$.

$\overrightarrow{AB}=(3;-2;2)$

Vì mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d$ và $d'$ nên $(\alpha)$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_d}'\right]=(2;1;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ có VTPT $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(2;1;-2)$ và đi qua điểm $A(-1;2;3)$ là:

$2(x+1)+(y-2)-2(z-3)=0\Leftrightarrow 2x+y-2z+6=0$

$B\in(\alpha)\Rightarrow 2.3+a-2.2a+6=0\Leftrightarrow a=4$.

**Câu 188.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình của đường thẳng $\Delta$ đi qua trung điểm của đoạn $AB$ và song song với $d$ có dạng $\Delta:\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{x+1}{c}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Trung điểm của $AB$ là $I(0;1;-1)$

$d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ có VTCP là $\vec{u}(1;-1;2)$ nên đường thẳng $\Delta$ cần tìm cũng có VTCP $\vec{u}(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{x+1}{2}$.

$\Rightarrow a=0,b=-1,c=2\Rightarrow 2024a+b+c=1$

**Câu 189.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P)$: $x+y+z+1=0$, $(Q)$: $x-y+z-2=0$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, song song với $(P)$ và $(Q)$ có dạng $\Delta:\begin{cases}x=1+at\\y=-2\\z=b+ct\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)=2(1;0;-1)$.

Vì đường thẳng $\Delta$ song song với hai mặt phẳng, nên nhận vectơ $(1;0;-1)$ làm vectơ chỉ phương, do đó phương trình là: $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

$\Rightarrow a=1,b=3,c=-1\Rightarrow a+b+c=3$

**Câu 190.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng $\Delta$ vuông góc với $d$ đồng thời cắt $\Delta_1,\Delta_2$ tương ứng tại $H,K$ sao cho độ dài $HK$ nhỏ nhất. Biết rằng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t;t;1+t)$.

$K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m;2+2m;m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2;2m-t+2;m-t-1)$.

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (1;1;-2)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4;t-2;-3)$.

Ta có $HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow minHK = \sqrt{27}$, đạt được khi $t=-1$.

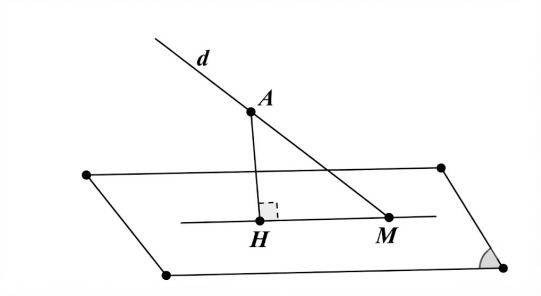
Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3;-3;-3)$, suy ra $\vec{u}(1;1;1) \Rightarrow h=k=1 \Rightarrow h-k=0$.

**Câu 191.** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+7}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi $M$ là giao điểm của $d$ và $(\alpha)$, $A$ thuộc $d$ sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(\alpha)$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3.




Đường thẳng $d: \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+7}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-3)$.

Ta có: $\sin(d;(\alpha)) = \dfrac{|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}|}{|\overrightarrow{u_d}|.|\overrightarrow{n_\alpha}|} = \dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên mặt phẳng $(\alpha)$.

Khi đó tam giác $\Delta MAH$ vuông tại $H$ nên $\sin(d;(\alpha)) = \sin\widehat{AMH} = \dfrac{AH}{AM}$.

$\Rightarrow AH = AM.\sin(d;(\alpha)) = 3$.

Vậy khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ bằng $3$.

**Câu 192.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ cách đều hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $20$.

Đường thẳng $d_2$ có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $N(-3;1;-4)$

Ta có: $\left[\vec{v},\vec{u}\right]=(4;5;2)\neq\vec{0}$; $\overrightarrow{MN}=(-4;4;-6)$; $\left[\vec{v},\vec{u}\right].\overrightarrow{MN}=-16+20-12=-8\neq 0$

$\Rightarrow$ $d_1$ và $d_2$ chéo nhau.

Mặt phẳng $(P)$ cách đều hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ nên $(P)$ nhận $\left[\vec{v},\vec{u}\right]=(4;5;2)$ làm một vectơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1;-1;-1)$ của đoạn $MN$

Suy ra phương trình của $(P)$: $4(x+1)+5(y+1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow 4x+5y+2z+11=0$

$\Rightarrow a=4;b=5;c=2\Rightarrow a+2b+3c=20$

**Câu 193.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y-2z+5=0$. Điểm $A(a;b;c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $(\alpha)$ bằng $3$. Tính tổng $a+b-c$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $1$

Điểm $A$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng $d$, tọa độ $A$ là $(2t;-t;-1+t)$ với $t>0$.

Khoảng cách từ $A$ đến $(\alpha)$ bằng $3$ nên ta có: $\dfrac{\left|2t-2(-t)-2(-1+t)+5\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$

$\Leftrightarrow\dfrac{|2t+7|}{3}=3\Leftrightarrow|2t+7|=\pm 9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-8\,(L)\\t=1(TM)\end{array}\right.$.

Vậy tọa độ $A$ là $(2;-1;0)\Rightarrow a+b-c=2-1-0=1$.

**Câu 194.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases};d_2:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. Đường thẳng $d$ đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1,d_2$ lần lượt ở $B,C$. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,5

$B \in d_1 \Rightarrow B(4+t;-4-t;6+2t)$. Phương trình tham số $d_2: \begin{cases} x = 5+2s \\ y = 11+4s \\ z = 5+2s \end{cases}$

$C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s;11+4s;5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-1+t;-1-t;2t+1); \overrightarrow{AC} = (2s;4s+14;2s)$

Do $A, B, C$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1 = 2ks \\ -t-1 = 4ks+14k \\ 2t+1 = 2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ s = -3 \\ k = \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đó $\overrightarrow{AB} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{1}{2} = 0,5$

**Câu 195.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$ có dạng $\dfrac{x-3}{a} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-5}{b}$. Tính $a.b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** −6

Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P} = (1;-1;1)$; mặt phẳng $(Q)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q} = (2;1;1)$.

Nhận thấy $A \notin (P)$ và $A \notin (Q)$.

Gọi đường thẳng cần lập là $d$ và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của nó.

Ta chọn $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_P}\right] = (2;-1;-3)$.

Mặt khác, $d$ qua $A(3;-1;5)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-5}{-3}$.

$\Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow a.b = -6$

**Câu 196.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{1}; d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm $A, B$ lần lượt di động trên $d_1$ và $d_2$ sao cho $AB$ song song với mặt phẳng $(P)$. Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng $AB$ là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-9;b;c)$. Tính $b.c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** –40

$A\in d_1\Rightarrow A(3a;1-a;-1+a)$ ; $B\in d_2\Rightarrow B(2+b;1-2b;-3+b)$.

$\overrightarrow{AB}=(2+b-3a;-2b+a;b-2-a)$ ; $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Do $AB//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow a=\frac{2}{3}b$.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng $AB$ là

$I\left(\frac{3a+2+b}{2};\frac{2-2b-a}{2};\frac{-4+a+b}{2}\right)$ hay $I\left(1+\frac{3}{2}b;1-\frac{8}{6}b;-2+\frac{5}{6}b\right)$

Suy ra tập hợp điểm I là một đường thẳng $\begin{cases}x=1+\frac{3}{2}b\\y=1-\frac{8}{6}b\\z=-2+\frac{5}{6}b\end{cases}$

Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng $AB$ là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$.

$\Rightarrow b.c=-40$

**Câu 197.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$ và đường thẳng $d$, mặt phẳng $(P)$ lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ cắt $d$ và $(P)$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn thẳng $MN$ có dạng $\frac{x-5}{a}=\frac{y-3}{b}=\frac{z-5}{2}$. Tính $3a-2b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Đường thẳng $d$ có phương trình tham số: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$

Điểm $M$ thuộc đường thẳng $d$ nên $M(-1+2t;t;2+t)$.

Điểm $A$ là trung điểm của $MN$ nên:

$A(2;-1;3)$

$\begin{cases}x_N=2x_A-x_M=5-2t\\y_N=2y_A-y_M=-2-t\Rightarrow N(5-2t;-2-t;4-t)\\z_N=2z_A-z_M=4-t\end{cases}$

Mặt khác điểm $N\in(P)$ nên: $5-2t-2-t-8+2t+8=0\Leftrightarrow t=3$

Suy ra: $M(5;3;5)$.

Đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}(3;4;2)$ và đi qua điểm $M(5;3;5)$ nên có phương trình:

$\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$

$\Rightarrow a=3;b=4\Rightarrow 3a-2b=1$

**Câu 198.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, song song $(P)$ và cắt đường thẳng $d$ có dạng $\begin{cases}x=3+at\\y=b-54t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 60

Gọi $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-2;-3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $M(2;-4;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-2;2)$.

Giả sử $\Delta\cap d=M$ nên $M(2+3t;-4-2t;1+2t)$ khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là

$\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(3t-1;-2t-6;2t+5)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$ nên $3(3t-1)-2(-2t-6)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{11}{7};-\dfrac{54}{7};\dfrac{47}{7}\right)$

Chọn vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ có tọa độ là $(11;-54;47)$ do đó phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$.

$\Rightarrow a=11,b=2,c=47\Rightarrow a+b+c=60$

**Câu 199.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$: $x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $A$ và song song với $(P)$, biết $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời $\Delta$ đồng phẳng và không song song với $Oz$. Tính $\dfrac{a}{c}$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

$(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

$\Delta$ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

$Oz$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

$\Delta$ không song song với $Oz \Leftrightarrow a:b:c \neq 0:0:1$.

$\Delta$ đồng phẳng với $Oz \Leftrightarrow$ Ba vectơ $\vec{u};\vec{k};\overrightarrow{OA}$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow \left[\vec{k},\overrightarrow{OA}\right]\vec{u}=0 \Leftrightarrow a+2b=0 \Leftrightarrow a=-2b$.

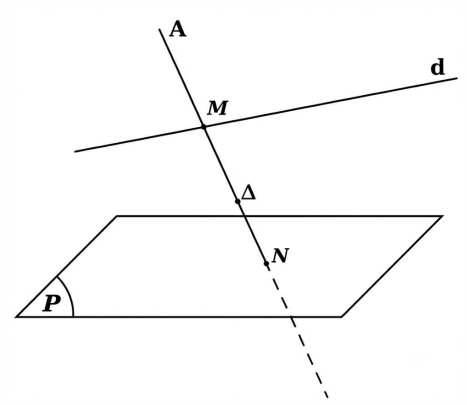
Do $\Delta // (P) \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n}=\vec{0} \Leftrightarrow a+b-c=0 \Rightarrow c=-b$. Suy ra $\dfrac{a}{c}=2$.

**Câu 200.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng $\Delta$ cắt $d$ và $(P)$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn thẳng $MN$. Biết vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(a;b;2)$, tính $a.b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6




Ta có $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1} \Rightarrow \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Do đó $M \in d \Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Vì $A(1;-1;2)$ là trung điểm $MN \Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$.

Mặt khác $N \in (P) \Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(3;2;4) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.

$\Rightarrow a=2, b=3 \Rightarrow a.b=6$

**Câu 201.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và cắt $Oz$ có phương trình dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=bt \\ z=c+t \end{cases}$. Tính $2a+3b-c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-5$

Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $M$, vuông góc với $d$ và cắt $Oz$.

Gọi $N(0;0;t)=\Delta\cap Oz \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;0;t-1)$.

$\Delta\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u_1}=(-3;0;1)$

Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một vectơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$$

$\Rightarrow a=-3,b=0,c=1\Rightarrow 2a+3b-c=-5$

**Câu 202.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với $(P)$, cắt $d_1$ và $d_2$ có phương trình dạng $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{a}=\dfrac{z}{b}$. Tính $2a+3b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 13

Phương trình $d_1:\begin{cases}x=3-t_1\\y=3-2t_1\\z=-2+t_1\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=5-3t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+t_2\end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là $\Delta$.

Giả sử đường thẳng $\Delta$ cắt đường thẳng $d_1$ và $d_2$ lần lượt tại $A$, $B$.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}\\\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=2\\t_2=1\end{cases}$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là

$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$.

$\Rightarrow a=2,b=3\Rightarrow 2a+3b=13$

**Câu 203.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d$ có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ có dạng $\frac{x-1}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z-2}{-1}$. Tính $a-b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi $(P)$ là mặt phẳng qua điểm $A$ và vuông góc với đường thẳng $d$, nên nhận véc tơ chỉ phương của $d$ là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi $B$ là giao điểm của mặt phẳng $(P)$ và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

$\Rightarrow a=1,b=1\Rightarrow a-b=0$

**Câu 204.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của $d_1$ và $(P)$, đồng thời vuông góc với $d_2$ có dạng $ax+by+cz-13=0$. Tính $a-b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Tọa độ giao điểm của $d_1$ và $(P)$ là $A(4;-1;2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua $A$ và nhận $\vec{u}_2(2;-1;2)$ làm VTCP có phương trình $2x-y+2z-13=0$.

$\Rightarrow a=2,b=-1,c=2\Rightarrow a-b+c=5$

**Câu 205.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A=(1;2;-1)$,đường thẳng $\Delta:\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm $B(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ thỏa mãn đường thẳng $AB$ vuông góc và cắt đường thẳng $d$. Tính $2027a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Ta gọi $AB$ cắt $d$ tại điểm $M(1+2m;-1+m;2-m)\in d$

$\overrightarrow{AM}(2m;m-3;3-m)$, theo yêu cầu bài toán $AB$ vuông góc $d$, ta có

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow 2.2m+m-3+m-3=0\Rightarrow m=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)$

Đường thẳng $AB$ đi qua $A$ nhận $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AM}=(1;-1;1)$ là VTCP, ta có phương trình $AB$ là

$AB:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$. Gọi $B(1+t;2-t;-1+t)\in AB$

Lại có điểm $B\in(P)\Rightarrow 1+t+2-t+2(-1+t)+1=0\Rightarrow t=-1$. Vậy $B(0;3;-2)$.

$\Rightarrow a=0,b=3,c=-2\Rightarrow 2027a+b+c=1$

**Câu 206.** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng $d$ cắt $(P)$ tại điểm $A$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng $d$ và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2027a+b-c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2029

Tìm $A$ từ hệ $\begin{cases}x-2y+z=0\\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y+z=0\\ x-2y=1\\ y+z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=-1\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow A(-1;-1;-1)$.

Gọi $M(1+2t;t;-2-t)$, $t>\dfrac{-1}{2}$ ta có $AM=\sqrt{6t^2+12t+6}=\sqrt{6}\Leftrightarrow t=0;t=-2$

Với $t=0\Rightarrow M(1;0;-2)\Rightarrow a=1;b=0;c=-2\Rightarrow S=2027a+b-c=2029$

**Câu 207.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng $d$ đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt $d_1$, $d_2$ tại $B$ và $C$. Tính $BC^2$.

**Lời giải**

Ta có: $d\cap d_1=B\Rightarrow B(1+t_1;-1-t_1;2t_1)$.

$d\cap d_2=C\Rightarrow C(t_2;1+2t_2;t_2)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=\left(t_1-4;-t_1+2;2t_1-5\right)$ và $\overrightarrow{AC}=\left(t_2-5;2t_2+4;t_2-5\right)$.

Vì $A\notin d_2\Rightarrow\overrightarrow{AC}\neq\vec{0}$.

Ba điểm $A$, $B$, $C$ cùng thuộc đường thẳng $d\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-4=k\left(t_2-5\right)\\-t_1+2=k\left(2t_2+4\right)\\2t_1-5=k\left(t_2-5\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\t_2=-1\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Do đó $B\left(2;-2;2\right)$, $C\left(-1;-1;-1\right)\Rightarrow\overrightarrow{BC}=\left(-3;1;-3\right)$.

Vậy $BC^2=19$.

**Câu 208.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(3;3;-2\right)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng $d$ đi qua $M$ cắt $d_1$, $d_2$ lần lượt tại $A$ và $B$. Độ dài đoạn thẳng $AB$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có:

phương trình tham số của $d_1:\begin{cases}x=1+t_1\\y=2+3t_1;t_1\in\mathbb{R}\\z=t_1\end{cases}$, $A\in d_1\Rightarrow A\left(1+t_1;2+3t_1;t_1\right)$;

phương trình tham số của $d_2:\begin{cases}x=-1-t_2\\y=1+2t_2;t_2\in\mathbb{R}\\z=2+4t_2\end{cases}$, $B\in d_2\Rightarrow B\left(-1-t_2;1+2t_2;2+4t_2\right)$;

$\overrightarrow{MA}=\left(t_1-2;3t_1-1;t_1+2\right);\overrightarrow{MB}=\left(-4-4t_2;-2+2t_2;4+4t_2\right)$.

Vì $A,B,M$ thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB},k\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-2=-4k-kt_2\\3t_1-1=-2k+2kt_2\\t_1+2=4k+4kt_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1+4k+kt_2=2\\3t_1+2k-2kt_2=1\\t_1-4k-4kt_2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\k=\dfrac{1}{2}\\kt_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\k=\dfrac{1}{2}\\t_2=0\end{cases}.$$

Vậy, $A\left(1;2;0\right)$ và $B\left(-1;1;2\right)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(-2;-1;2\right)$.

Độ dài đoạn thẳng $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$.

**Câu 209.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng $(ABC)$ sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$.

Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Ta có $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;2;-3)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$.

Mặt phẳng $(ABC)$ nhận vectơ $\overrightarrow{n_{(ABC)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi $(Q)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$

$\Rightarrow$ mặt phẳng $(Q)$ nhận vectơ $\overrightarrow{n_Q}=\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó $AM\perp\Delta\Leftrightarrow AM\subset(Q)\Rightarrow M\in(Q)$.

Mặt khác theo giả thiết $M\in(ABC)\Rightarrow M\in$ giao tuyến $d$ của hai mặt phẳng $(ABC)$ và $(Q)$.

Đường thẳng $d$ nhận vectơ $\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_{(ABC)}}\right]=(3;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương, đồng thời đi qua $A$

$\Rightarrow$ PT $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Ta có $M\in d\Rightarrow M=(1+3t;1+2t;1-t)$.

Theo giả thiết $AM^2=14\Leftrightarrow(3t)^2+(2t)^2+(-t)^2=14\Leftrightarrow14t^2=14\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=1\end{array}\right.$.

Với $t=-1\Rightarrow M=(-2;-1;2)$ (loại).

Với $t=1\Rightarrow M=(4;3;0)$ (nhận)

Khi đó $a=4;b=3;c=0$.

Vậy $a+b+c=7$.

**Câu 210.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi $d_2$ là đường thẳng đi qua điểm $A$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Để đường thẳng $d_1$ cắt đường thẳng $d_2$ thì giá trị của $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Phương trình tham số của đường thẳng $d_1$ là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Phương trình tham số đường thẳng $d_2$ qua điểm $A$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$ là:

$$d_2:\begin{cases} x=1+at' \\ y=0+t' \\ z=-1+2t' \end{cases}$$

$d_1$ nhận $\vec{u}=(1;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương và $d_2$ nhận $\vec{v}=(a;1;2)$ làm vectơ chỉ phương

Đường thẳng $d_1$ cắt đường thẳng $d_2$ khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} 1+t=1+at' \\ 2-2t=0+t' \\ 3+t=-1+2t' \end{cases}$ có đúng một nghiệm.

Ta có: $\begin{cases} 1+t=1+at' \\ 2-2t=0+t' \\ 3+t=-1+2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-at'=0 \\ -2t-t'=-2 \\ t-2t'=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=2 \\ 0-a.2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=2 \\ a=0 \end{cases}$.

Vậy $a=0$.

**Câu 211.** Trong không gian $Oxyz$, Gọi $M(a;\ b;\ c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm $M$ có tung độ âm và cách mặt phẳng $(Oyz)$ một khoảng bằng 2. Tính giá trị $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

$M\in\Delta\Rightarrow M(t;\ 1+2t;\ -2+3t)$.

Ta có $d(M;(Oyz))=|t|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2\Rightarrow 1+2t=5 \\ t=-2\Rightarrow 1+2t=-2 \end{array}\right.$.

Suy ra $t=-2$. Do đó $M(-2;\ -3;\ -8)$.

Vậy $a=-2;\ b=-3;\ c=-8\Rightarrow T=a+b+c=-13$.

trình $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=1+2t \\ 2x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=1 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$. Do đó $M(1;1;3)$, $a+b+c=5$.

**Câu 212.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Gọi điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc $d$ sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$. Tính $6a+6b+3c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}: M(1+t;\ 2+t;\ 1+2t)$.Đk :$1+2t<0\Rightarrow t<\dfrac{-1}{2}\ (*)$

$MA^2+MB^2=28$

$\Leftrightarrow (-t)^2+(-3-t)^2+(1-2t)^2+(-2-t)^2+(-t)^2+(2-2t)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(L)\\ t=-\dfrac{5}{6}(N)\end{array}\right.$

Với $t=-\dfrac{5}{6}$, ta có $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow 6a+6b+3c=6$.

**Câu 213.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm $M$ thuộc $(P)$ sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết $M$ có hoành độ nguyên, tính $OM^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

* Ta có : $\overrightarrow{AB}=(2;4;-6)=2(1;2;-3)$

Gọi $I(4;3;4)$ là trung điểm của $AB$

Phương trình mặt phẳng trung trực $(Q)$ của $AB$ là : $(x-4)+2(y-3)-3(z-4)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z+2=0$

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Đường thẳng $d$ có 1 vpcp là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(1;1;1)$ và đi qua điểm $N(-2;0;0)$, có phương trình là $d:\begin{cases}x=-2+t\\ y=t\\ z=t\end{cases}$

* Gọi $M\in(P): MA=MB$. Khi đó $M\in$ d và $M(-2+t;t;t)$

Theo giả thiết, ta có : $MA=\sqrt{35}\ \Leftrightarrow\sqrt{(t-5)^2+(t-1)^2+(t-7)^2}=\sqrt{35}$

$\Leftrightarrow 3t^2-26t+40=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{20}{3} \\ t=2\Rightarrow M\left(0;2;2\right) \end{array}\right.$

Vậy $OM^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2=8$

**Câu 214.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x+y+4z-3=0$ và điểm $A\left(1;1;3\right)$. Mặt phẳng $\left(Q\right)//\left(P\right)$ và cắt các tia $Ox,Oy$ lần lượt tại các điểm $B$ và $C$ sao cho tam giác $ABC$ có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Biết khoảng cách từ điểm $M\left(2;2;1\right)$ đến $\left(Q\right)$ bằng $a\sqrt{2}$ bao nhiêu? Khi đó, giá trị $a$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Mặt phẳng $\left(Q\right)//\left(P\right)\Rightarrow\left(Q\right)$ có dạng: $x+y+4z+d=0\left(d\neq -3\right)$.

$\left(Q\right)\cap Ox=B\left(-d;0;0\right)$, $\left(Q\right)\cap Oy=C\left(0;-d;0\right)$. Do $B$, $C$ lần lượt thuộc các tia $Ox,Oy$

Suy ra $d<0$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(-d-1;-1;-3\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(-1;-d-1;-3\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-3d;-3d;d^2+2d\right)$.

$S_{\Delta ABC}=2\sqrt{22}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=2\sqrt{22}\Leftrightarrow 9d^2+9d^2+\left(d^2+2d\right)^2=352$

$\Leftrightarrow d^4+4d^3+22d^2-352=0\ (*)$

Giải $(*)$ chỉ có $d=-4$ thỏa mãn. Khi đó ta có phương trình mặt phẳng $\left(Q\right):x+y+4z+4=0$.

Khoảng cách từ điểm $M\left(2;2;1\right)$ đến $\left(Q\right)$ bằng: $\dfrac{\left|2+2+4.1+4\right|}{\sqrt{1^2+1^2+4^2}}=2\sqrt{2}\Rightarrow a=2$

**Câu 215.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(3;-1;0\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ chứa $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $\left(\alpha\right)$ lớn nhất có dạng $ax+by-z+d=0$. Tính $3a+2b+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ đến $d$. Khi đó $H\left(2-t;-1+2t;1+t\right)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\left(-1-t;2t;1+t\right)$.

Do $AH\perp d\Rightarrow -\left(-1-t\right)+2.2t+1+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ chứa $d$ sao cho khoảng cách từ $A$ đến $\left(\alpha\right)$ lớn nhất khi $AH\perp\left(\alpha\right)$.

Do đó $\left(\alpha\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;1;-1\right)$.

Vậy $(\alpha)$: $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z=0$.

$\Rightarrow a=1, b=1, d=0 \Rightarrow 3a+2b+d=5$

**Câu 216.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$. Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng $d$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ nhỏ nhất khi $A'$ là hình chiếu của $A$ trên $d$

Ta có $A' \in d$ nên gọi $A'(6-4t;-2-t;-1+2t)$; $\overrightarrow{AA'}=(5-4t;-3-t;-2+2t)$;

đường thẳng $(d)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;-1;2)$.

$AA' \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow (5-4t).(-4)+(-3-t).(-1)+(-2+2t).2=0 \Leftrightarrow t=1$.

$\Rightarrow A'(2;-3;1)$.

Vậy $A'(2;-3;1) \Rightarrow a+b+c=0$.

**Câu 217.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$. Gọi $M'(a;b;c)$ là điểm trên mặt phẳng $(\alpha)$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** –3

Khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ nhỏ nhất khi $M'$ là hình chiếu của $M$ trên mặt phẳng $(\alpha)$

Mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;2)$.

$MM'$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)$ nên đường thẳng $MM'$ nhận $\vec{n}=(2;1;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $MM'$ là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Gọi $H$ là giao điểm của đường thẳng $MM'$ và mặt phẳng $(\alpha)$.

$H \in MM' \Leftrightarrow H(1+2t;2+t;4+2t)$.

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2+t+2(4+2t)-3=0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow H(-1;1;2)$.

$M'$ đối xứng với điểm $M$ qua mặt phẳng $(\alpha)$ nên $H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-3;0;0)$.

$\Rightarrow a+b+c=-3$

**Câu 218.** Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $D$ và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm $A, B, C$ đến $\Delta$ là lớn nhất. Biết phương trình $\Delta$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=1+bt \\ z=c+t \end{cases}$. Tính $a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 3x+2y+z-6=0$, dễ thấy $D \in (ABC)$.

Ta thấy $P=d(A,\Delta)+d(B,\Delta)+d(C,\Delta) \le AD+BD+CD$.

Vậy $P$ lớn nhất khi và chỉ khi các hình chiếu vuông góc của các điểm $A, B, C$ trên $\Delta$ trùng $D$ hay $\Delta \perp (ABC)$ tại $D$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Suy ra $a=3, b=2, c=1 \Rightarrow a+b+c=6$

**Câu 219.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3), B(1;0;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{2}$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ trên đường thẳng $d$ để $MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $a+2027b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

**Cách 1:**

Vì $M \in d$ nên $M(1+t;2-2t;3+2t)$.

Ta có:

$\overrightarrow{MA}=(-2+t;4-2t;2t) \Rightarrow MA^2=9t^2-20t+20$

$\overrightarrow{MB}=(t;2-2t;-2+2t) \Rightarrow MB^2=9t^2-16t+8$

Do đó $MA^2+MB^2=18t^2-36t+28=18(t-1)^2+10 \ge 10$

Do đó $MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $t=1$,

khi đó: $M(2;0;5) \Rightarrow a+2027b+c=7$.

**Cách 2:** Tâm tỉ cự

Gọi $I$ là trung điểm của $AB$, ta có $I=(2;-1;4)$.

Khi đó: $MA^2+MB^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=2\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)=2MI^2+IA^2+IB^2=MI^2+6$.

Do đó $MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $MI$ có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi $M$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên đường thẳng $d$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $I$ và vuông góc với đường thẳng $d$ là

$1.(x-2)-2.(y+1)+2.(y-4)=0$ hay $(P):x-2y+2z-12=0$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d$ là: $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+2t\end{cases}$.

Tọa độ điểm $M$ cần tìm là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình:

$\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+2t\\x-2y+2z-12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\\z=5\\t=1\end{cases}$. Vậy $M(2;0;5)$, suy ra $a+2027b+c=7$

**Câu 220.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$ và ba điểm $A(6;0;0),B(0;3;0),C(0;0;4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc $d$ sao cho biểu thức $P=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Vì $M\in d$ nên $M(1-t;2+t;-t)$.

Ta có: $MA^2=3t^2+14t+29;\ MB^2=3t^2-4t+2;\ MC^2=3t^2+10t+21$

$\Rightarrow P=MA^2+2MB^2+3MC^2=18t^2+36t+96=18(t+1)^2+78\geq 78$

Do đó $P=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $t=-1$,

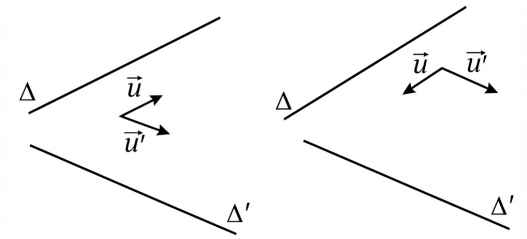
khi đó: $M(2;1;1)\Rightarrow a+b+c=4$.

# BÀI 16
# CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN

## 1. Công thức tính góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta,\Delta'$ có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u'}=(a';b';c')$. Khi đó, ta có:

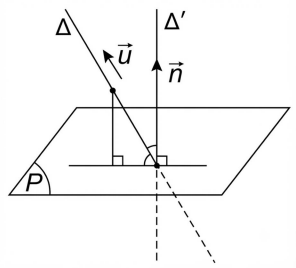
$$\cos(\Delta,\Delta')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u'})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{u'}|}{|\vec{u}|.|\vec{u'}|}=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$$




## 2. Công thức tính góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

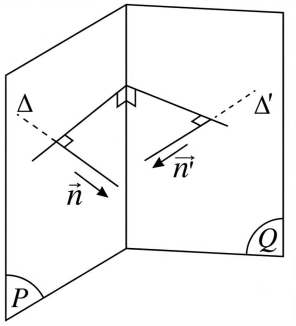
$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$




## 3. Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P),(Q))=\left|\cos(\vec{n},\vec{n'})\right|=\frac{|\vec{n}.\vec{n'}|}{|\vec{n}|.|\vec{n'}|}=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$



# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## DẠNG 1
## TÍNH GÓC

### 1. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta,\Delta'$ có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u'}=(a';b';c')$. Khi đó, ta có:

$$\cos(\Delta,\Delta')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u'})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{u'}|}{|\vec{u}|.|\vec{u'}|}=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$$

**Chú ý :**

- $\Delta\perp\Delta'\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{u'}=0\Leftrightarrow aa'+bb'+cc'=0$
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là $0°$.

### 2. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

**Chú ý :** Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là $0°$.

### 3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P),(Q))=\left|\cos(\vec{n},\vec{n'})\right|=\frac{|\vec{n}.\vec{n'}|}{|\vec{n}|.|\vec{n'}|}=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$

**Chú ý :** Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là $0^0$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ biết:

a) $d_1:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=-2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+2t'\\y=-3-4t'\\z=2+4t'\end{cases}$.

b) $d_1:\begin{cases}x=t\\y=5-2t\\z=14-3t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-4t'\\y=2+t'\\z=-1+5t'\end{cases}$.

c) $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{9}$.

d) $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ biết:

a) $\Delta:\begin{cases}x=-2\\y=-1-t\\z=2+2t\end{cases}$ và $(P):3y-6z+7=0$.

b) $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+3}{-1}$ và $(P):2x+y+z-1=0$.

c) $\Delta:\begin{cases}x=6+5t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$ và $(P):3x-2y+1=0.$

d) $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $(P):x+y-z-2=0.$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ biết:

a) $(P):x-y+1=0$ và mặt phẳng $(Oxz)$.

b) $(P):2x-y-z-3=0$ và $(Q):x-z-2=0.$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(MNP)$ và mặt phẳng $(Oxy)$ bằng bao nhiêu ?

## DẠNG 2
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P):\ 2x-z+1=0$ góc $45°$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=3-t\\z=t\end{cases}$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng $d$ và tạo với mặt phẳng $(Oxy)$ một góc $45°$. Lập phương trình mặt phẳng $(P)$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$, $B$ và tạo với mặt phẳng $(Oyz)$ một góc $\alpha$ thỏa mãn $\cos\alpha=\frac{2}{7}$.

**Bài 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z-5=0$ và điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua $A$ và tạo với mặt phẳng $(\alpha)$ một góc $45°$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P):x-z-1=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi $d_1;d_2$ là các đường thẳng đi qua $A$, nằm trong $(P)$ và đều có khoảng cách đến đường thẳng $d$ bằng $\sqrt{6}$. Tính Côsin của góc giữa $d_1$ và $d_2$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $d$ là đường thẳng đi qua $O$, thuộc mặt phẳng $(Oyz)$ và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa $d$ và trục tung bằng bao nhiêu?

## DẠNG 3
## TOẠ ĐỘ HOÁ VÀ ỨNG DỤNG THỰC TIỄN LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, với mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v}=(150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Bài 2.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng $a$ đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng $b$ đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng $a$ và $b$ bằng $n°$ ($n$ là số tự nhiên). Giá trị của $n$ bằng bao nhiêu?

**Bài 3.** Trên một cánh đồng điện năng lượng mặt trời, người ta đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Hai tấm pin năng lượng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng $(P):2x+2z+1=0$ và $(P'):x+z+7=0$



a) Tính góc giữa $(P)$ và $(P')$.

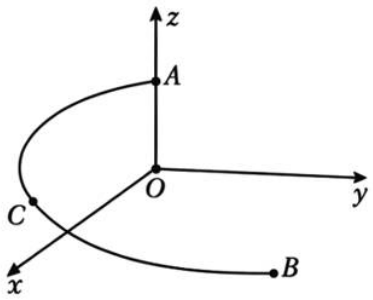
b) Tính góc hợp bởi $(P)$ và $(P')$ với mặt đất $(Q)$ có phương trình $z=0$.

**Bài 4.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau $2\,\text{m}$, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là $4\,\text{m}$, $4,4\,\text{m}$, $4,8\,\text{m}$. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

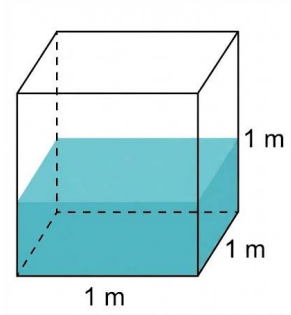
**Bài 5.** Trượt nước là một trò chơi vận động được nhiều người yêu thích trong các công viên nước. Một cái máng trượt nước có thiết kế dạng cung tròn với hai đầu mút là $A$ và $B$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc $O$ đặt tại hình chiếu của $A$ trên mặt đất, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất và trục $Oz$ hướng

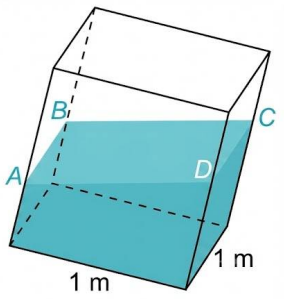
thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét (tham khảo hình vẽ dưới đây). Biết các điểm $A, B$ và một điểm $C$ nằm trên máng trượt lần lượt có tọa độ là $(0;0;5),(6;7;1)$ và $(5;0;2)$. Độ dài máng trượt nước đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?






**Bài 6.** Trong một bể hình lập phương cạnh $1\text{m}$ có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm $A$, $C$ đến đáy bể tương ứng là $25\text{cm}$, $75\text{cm}$.




Để góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất thì khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt đáy bể bằng bao nhiêu centimét?

**Bài 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$, gọi $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tính $\sin\alpha$.

**Bài 8.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng bao nhiêu độ?

**Bài 9.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác $ABD$ đều. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi đường thẳng $MN$ và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng bao nhiêu?

**Bài 10.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120°$, $AA' = a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và $CC'$. Cosin của góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng bao nhiêu?

**Bài 11.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh $a$ và độ dài cạnh $SA = a$ và vuông góc với $(ABC)$. Góc giữa mặt phẳng $(SAB)$ và mặt phẳng $(SBC)$ là $\alpha$. Tính $\tan^2\alpha$.

**Bài 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha=\sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBC)$ bằng nhiêu độ?

**Bài 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Gọi $E$ và $F$ lần lượt là trung điểm của $SB$, $SD$. Côsin của góc hợp bởi hai mặt phẳng $(AEF)$ và $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

**Bài 14.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a$, tâm $O$. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $BC$. Biết rằng góc giữa $MN$ và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng $MN$ và mặt phẳng $(SBD)$ bằng bao nhiêu?

## PHẦN B
## TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\alpha$ là góc giữa hai đường thẳng $AB, CD$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.
**B.** $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.
**C.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.
**D.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1$ song song trục $Ox$ và đường thẳng $d_2$ song song trục $Oz$. Góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là:

**A** $0°$. **B.** $90°$. **C.** $180°$. **D.** $60°$.

**Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1$ song song trục $Oy$ và đường thẳng $d_2$ vuông góc với mặt phẳng $(Oxz)$. Góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là:

**A** $0°$. **B.** $90°$. **C.** $180°$. **D.** $60°$.

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là:

**A** $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{2}$, $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 1-t \end{cases}$. Gọi $\varphi$ là góc giữa hai đường thẳng $d_1, d_2$. Giá trị $\cos\varphi$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{5}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P = b - 3a$?

**A** 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$
**B.** $\sin\alpha = \dfrac{aA+bB+cC}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**C.** $\cos\alpha=\dfrac{aA+bB+cC}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ **D.** $\sin\alpha=\dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục $Oy$ và mặt phẳng $(Oxz)$ bằng

**A.** $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi $(P)$ với trục $Ox$?

**A.** $60°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $150°$.

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)$: $(P):5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ là:

**A.** $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)$: $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$.

**A.** $60°$ **B.** $30°$ **C.** $120°$ **D.** $45°$

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng $d$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0;(\beta):x-2z-3=0$. Gọi $\varphi$ là góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$. Khi đó:

**A.** $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, số đo góc $\alpha$ giữa đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z+1=0$ bằng bao nhiêu độ?

**A.** $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $150°$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của $m$ thì đường thẳng $(D):\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{m}=\dfrac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y+2z=2$?

**A.** $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-4$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(P):A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q):A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

**A.** $\sin\alpha=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$ **B.** $\sin\alpha=\dfrac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

**C.** $\cos\alpha=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$ **D.** $\cos\alpha=\dfrac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(Oxy)$ và $(Oxz)$ bằng

**A.** $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết góc giữa hai vectơ $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ bằng

**A.** $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0; (\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng $(\alpha)$ và mặt phẳng $(\beta)$ bằng:

**A.** $\frac{4}{9}$ **B.** $-\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ **D.** $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

**A.** $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.

**B.** $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

**C.** $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

**D.** $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, tính tổng các giá trị tham số $m$ để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90°$.

**A.** $6$ **B.** $4$ **C.** $8$ **D.** $2$

**Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): x + y - z + 2 = 0$. Hai mái nhà này hợp với nhau một góc bằng bao nhiêu độ?




**A.** $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-2t\\y=3-2t\\z=1-3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=6+2t'\\y=3+2t'\\z=7+9t'\end{cases}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

b) Đường thẳng $d'$ đi qua điểm $B(6;3;7)$.

c) Hai đường thẳng $d$ và $d'$ cắt nhau.

d) Cosin góc giữa hai đường thẳng $d$ và $d'$ bằng $\dfrac{35}{\sqrt{1513}}$.

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$ và $d:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $A(0;2;1)$ thuộc đường thẳng $\Delta$.

b) Đường thẳng $d$ có vtcp $\vec{u}_d=(1;0;2)$.

c) Hai đường thẳng $\Delta$ và $d$ chéo nhau.

d) Gọi $\alpha$ là góc giữa hai đường thẳng $\Delta$ và $d$. Khi đó $\cos\alpha=\dfrac{5\sqrt{38}}{38}$.

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d$ và $d'$ có phương trình lần lượt là: $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-7}{5}=\dfrac{z-15}{6}$ và $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;7;15)$.

b) Phương trình tham số của $d'$ là: $\begin{cases}x=1+t'\\y=2+t',t'\in\mathbb{R}\\z=3+t'\end{cases}$.

c) Hai đường thẳng $d$ và $d'$ chéo nhau.

d) Cosin của góc giữa đường thẳng $d$ và $d'$ bằng $\dfrac{13}{\sqrt{195}}$.

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $3x+6y-3z-2027=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(1;2;1)$.

c) Góc giữa $\Delta$ và $(P)$ bằng $90°$.

d) Lấy tuỳ ý hai điểm phân biệt $A,B\in\Delta$. Gọi $A',B'$ lần lượt là hình chiếu của $A,B$ lên $(P)$. Khi đó $A'B'=1$.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$ và đường thẳng $\Delta_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

a) Điểm $M(1;2;3)$ thuộc $\Delta_1$ và điểm $N(2;-2;1)$ thuộc $\Delta_2$.

b) $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\sqrt{154}}{77}$.

c) Hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau.

d) Đường thẳng $d$ đi qua điểm $Q(2;3;-1)$ đồng thời cắt và vuông góc với $\Delta_2$ có phương trình dạng $\dfrac{x-a}{2}=\dfrac{y-3}{b}=\dfrac{z+1}{c}$. Khi đó $a-b+c=98$.

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=4+2t\\z=-3-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $2x+y+z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;1)$

c) Góc giữa $\Delta$ và $(P)$ bằng $30^\circ$.

d) Toạ độ giao điểm của $\Delta$ và $(P)$ là $M(3;4;-3)$

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-1-3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $2x+y-3z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

c) Góc giữa $\Delta$ và $(P)$ bằng $60°$.

d) Hình chiếu của $M(1;2;-1)$ lên $(P)$ có toạ độ là $N(1;2;1)$.

**Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3-2t\\y=1+2t\\z=-5+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y-5=0$.

a) Vectơ $\vec{u}=(-2;2;1)$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.

b) Góc giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Oyz)$ bằng $45°$.

c) Đường thẳng đi qua $N(2;3;-4)$ và song song với $\Delta$ có phương trình là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+4}{1}$

d) Đường thẳng $d$ vuông góc $\Delta$ và tạo với $(P)$ một góc $45°$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u_1}=(1;-2;4)$.

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+2024}{2}=\dfrac{y+2025}{1}=\dfrac{z+2026}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$.

a) $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$.

b) $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

c) $\cos(\Delta,(P))=\dfrac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ bằng khoảng $68^{\circ}$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Câu 30.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxy$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$.

a) Vectơ $\vec{n}(1;1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

b) Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(-2;2;0)$.

c) Góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $22,2^0$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng $(\Delta)$ nằm trong mặt phẳng $(P)$, vuông góc và cắt đường thẳng $d$. Khoảng cách từ gốc toạ độ $O$ đến đường thẳng $(\Delta)$ bằng $\sqrt{11}$.

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z-3=0$.

a) Điểm $A(1;-1;-2)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Mặt phẳng $(Q)$ song song với đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $(1;1;-1)$.

c) Góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $30°$.

d) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(-3;1;2)$, song song với mặt phẳng $(P)$ và cắt đường thẳng $d$ tại điểm $N(a;b;c)$. Giá trị $a+b+c$ bằng 3.

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y-2z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

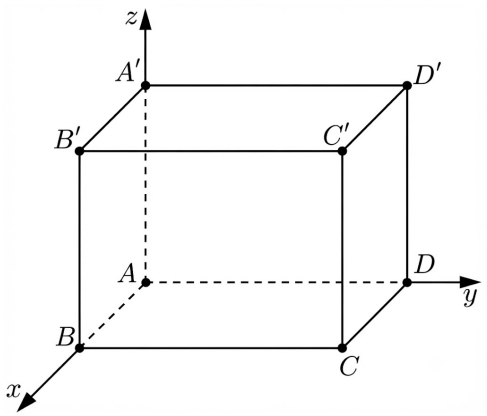
a) $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

b) $A(1;-1;0)$ là một điểm thuộc đường thẳng $d$.

c) $\cos\left(d;(P)\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ chứa đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là $4x-3y+5z-7=0$.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh $A$ trùng với gốc $O$, các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$ theo hướng thứ tự cùng hướng với các vectơ đơn vị $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ và có $AB=3$, $AD=4$, $AA'=6$.



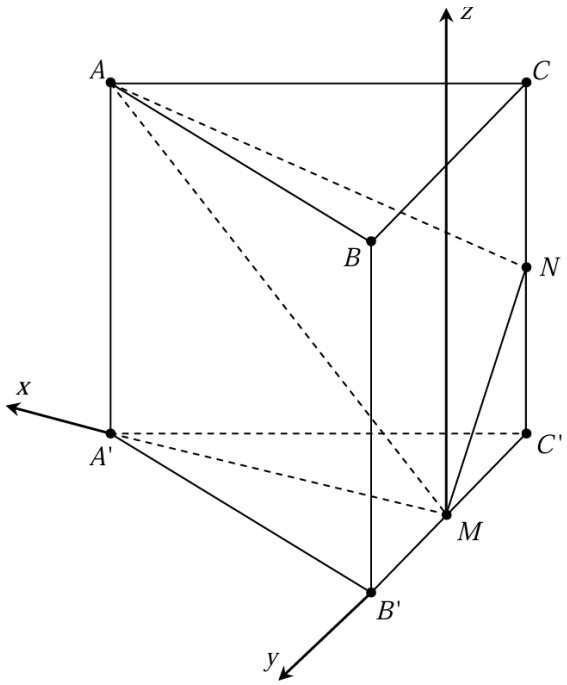

a) Toạ độ điểm $B$ là $(3;0;0)$.

b) Toạ độ điểm $D$ là $(0;4;0)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(A'BD)$ là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=0$.

d) Số đo của góc nhị diện $[A,BD,A']$ là sấp xỉ $68°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Câu 34.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a, BAC=120^\circ, AA'=a$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và $CC'$. Thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ trong không gian như hình vẽ, gốc toạ độ $O$ trùng $M$.




a) $N\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

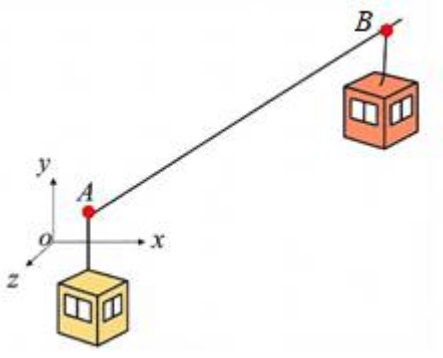
b) Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

c) Đường thẳng $\Delta$ vuông góc với mặt phẳng $(AMN)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$.

d) Cosin góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và cabin dừng ở điểm $B$.





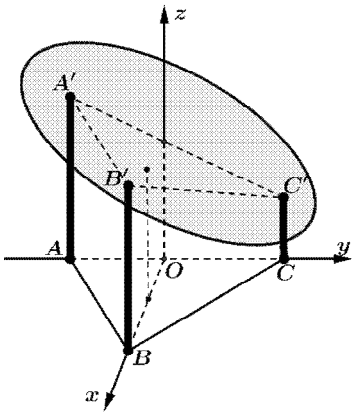

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

b) Giả sử sau thời gian $t$(s) kể từ lúc xuất phát $(t \ge 0)$ thì cabin đến điểm $M$. Khi đó tọa độ điểm $M$ là $M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm $B$ có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường $AB$ dài 800 m.

d) Đường cáp $AB$ tạo với mặt phẳng $(Oxy)$ một góc $25°$.

**Câu 36.** Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $8\text{m}, 9\text{m}, 10\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia $Oz$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ $O$ trùng với trung điểm của $AC$ và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).



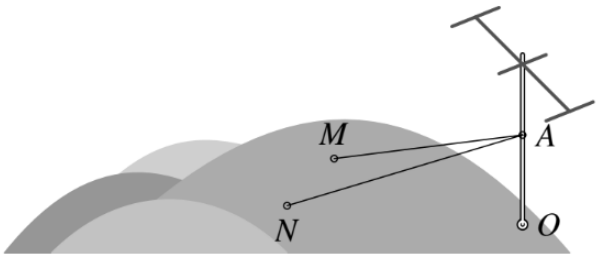

a) Tọa độ các điểm $A'(0;-4;10), B'\left(4\sqrt{3};0;9\right), C'(0;4;8)$.

b) Mặt phẳng $(ABC)$ nhận $\vec{k} = (0;1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

c) Mặt phẳng $(A'B'C')$ nhận $\vec{n} = (0;1;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

d) Biết độ dốc của mái nhà đạt mức tiêu chuẩn khoảng từ $22°$ đến $34°$ thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.

**Câu 37.** Người ta muốn dựng một cột ăngten trên một sườn đồi. Ăngten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng mét. Gọi $O$ là gốc cột, $A$ là điểm buộc dây cáp vào cột ăngten và $M, N$ là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (hình vẽ). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0), A(0;0;6), M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$.



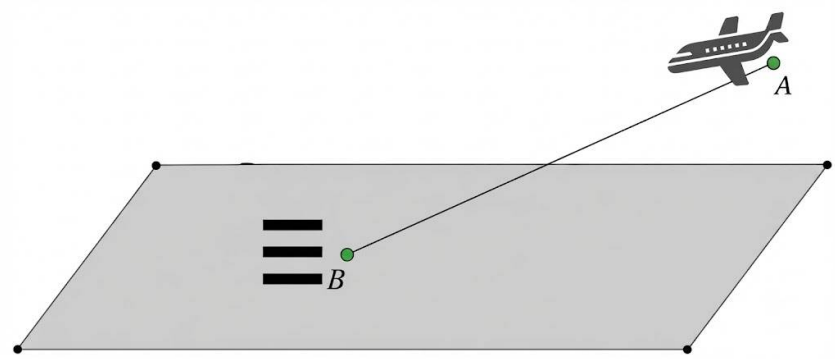
a) Độ dài các đoạn dây cáp $MA, NA$ lần lượt là $6,7\,(m)$ và $5,8\,(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

b) Phương trình tham số của đường cáp $MA$ là: $\begin{cases} x=-3t \\ y=4t \\ z=6+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

c) Mặt phẳng sườn đồi có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=40$.

d) Góc tạo bởi các sợi dây cáp $MA, NA$ với mặt phẳng sườn đồi lần lượt là $43°$ và $54°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Câu 38.** Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz* (đơn vị trên các trục là km) mặt đất được coi là mặt phẳng *(Oxy)* có phương trình $z=0$. Tại gần sân bay có một máy bay dân dụng đang thực hiện quá trình hạ cánh bắt đầu từ vị trí điểm $A(38;-16;6)$ và bay thẳng đến vị trí điểm $B(-2;4;1)$ gần đường băng. Máy bay duy trì tốc độ không đổi $270$ km/h trong suốt quá trình hạ cánh.




a) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ biểu diễn đường bay của máy bay từ $A$ đến $B$ là: $\begin{cases} x=38-8t \\ y=-16+4t \\ z=6-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

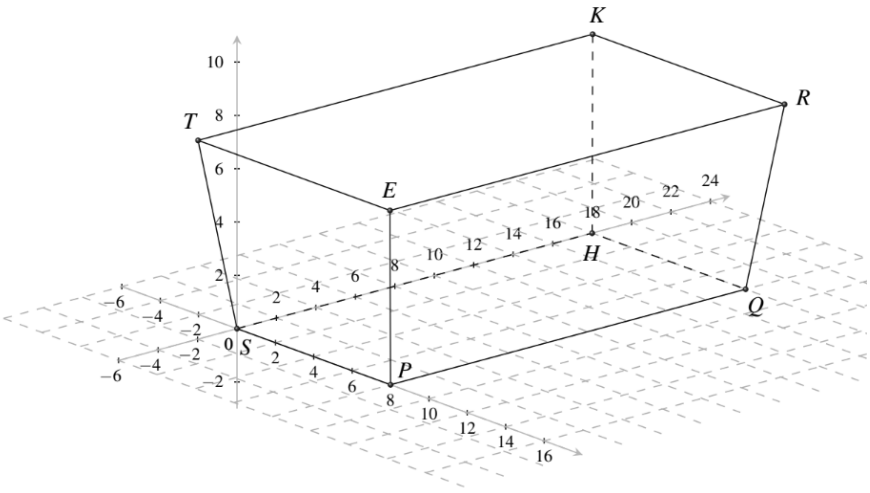
b) Quá trình hạ cánh may bay đi qua vị trí điểm $C(46;-20;7)$.

c) Quy định về an toàn bay yêu cầu góc hạ cánh (góc giữa đường bay và mặt đất) không được lớn hơn $5^o$. Đường bay này đã tuân thủ đúng quy định an toàn.

d) Sau $5$ phút kể từ khi bắt đầu hạ cánh may bay ở vị trí điểm $M\left(18;6;\frac{7}{2}\right)$.

**Câu 39.** Một khuôn nướng bánh mì được mô phỏng trong không gian $Oxyz$ như hình minh họa dưới đây với $S(0;0;0), P(8;0;0), Q(8;18;0), T(-1;-1;7), R(9;19;7)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét).






a) $SH = 324(cm)$

b) Góc giữa hai cạnh kề $SP$ và $ST$ bằng $82°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa cạnh bên $ST$ và mặt đáy $(SPQH)$ bằng $78°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa mặt bên $(STEP)$ và mặt đáy $(SPQH)$ bằng $82°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1;-2;6)$ hướng đến vị trí $B(0;2;-4)$, bia chắn là mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$, đơn vị là kilomet.

a) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vec tơ $\vec{v}(-1;4;-10)$ với vận tốc $850m/s$ ( bỏ qua mọi lực cản và chướng ngại vật) sau hai phút viên đạn bắn ra đi qua điểm $B$.

b) Điểm $B$ thuộc mặt phẳng $(P)$

c) Hình chiếu vuông góc của $A$ trên $(Oxz)$ là $H(1;0;6)$.

d) Góc giữa đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(P)$ nhỏ hơn $50°$.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với $m$ là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của $m$ để $(P)$ tạo với $(Q)$ góc $\frac{\pi}{4}$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$ và $H$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O$ xuống mặt phẳng $(P)$. Số đo góc giữa mặt $(P)$ và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1); B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa $A$, $B$ và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-1=0$ với $c<0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0); B(1;0;0)$ và tạo với $(Oyz)$ một góc $60°$. Tính $2a+3b+c^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi $d$ là đường thẳng nằm trong $(\alpha)$ và cắt đường thẳng $AB$, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng $AB$ và $d$ bằng góc giữa đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(\alpha)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}$, với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$, $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng $(P)$ qua $d_1$ tạo với $d_2$ một góc $45^0$ và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích $bc$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng $BC$ có phương trình $\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+7}{-4}$, đường thẳng $AB$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết đỉnh $C$ có cao độ âm, tính hoành độ đỉnh $A$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác $ABC$ là $I(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Ta có: Ta có phương trình đường thẳng $AC$ là $\begin{cases} x=1-5t \\ y=2+5t \\ z=-1+6t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Gọi $I$ là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác $ABC \Rightarrow I(1-5t;2+5t;-1+6t)$.

Lại có $\overrightarrow{BA}=(-1;3;-4)$, $\overrightarrow{BC}=(-6;8;2)$, $\overrightarrow{BI}=(-5t-1;5t+3;6t-4)$.

Vì $I$ là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác nên $ABC$:

$$\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BI}\right)=\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BI}\right) \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BI}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BI}\right|}=\frac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|.\left|\overrightarrow{BI}\right|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5t+1+15t+9+16-24t}{\sqrt{(-1)^2+3^2+(-4)^2}}=\frac{30t+6+40t+24+12t-8}{\sqrt{(-6)^2+8^2+2^2}} \Leftrightarrow \frac{-4t+26}{\sqrt{26}}=\frac{82t+22}{\sqrt{104}}$$

$$\Leftrightarrow -8t+52=82t+22 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right).$$

Vậy $a=-\frac{2}{3}, b=\frac{11}{3}, c=1 \Rightarrow a+b+c=-\frac{2}{3}+\frac{11}{3}+1=4$

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-t \end{cases}$ và $(P):-x+2y+2z+5=0$. Gọi $d$ là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng $\Delta_1$ và tạo với đường thẳng $\Delta_2$ một góc nhỏ nhất. Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(a;b;c)$. Tính tổng $a+2b-3c$?

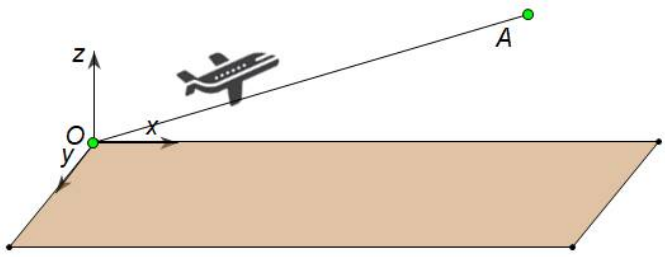
**Trả lời**: ……..

**Câu 50.** Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng $(Oxz)$, đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(-1;4;-2)$. Tính góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của độ).

**Trả lời**: ……..

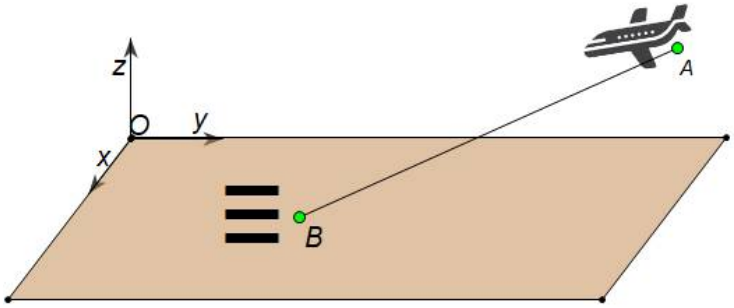
**Câu 51.** Một máy bay cất cánh tại một sân bay, sau khi bắt đầu cất cánh trong thời gian ngắn máy bay sẽ bay theo một đường thẳng và sân bay nơi máy bay cất cánh được coi là một mặt phẳng. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km. Biết rằng, máy bay bắt đầu cất cánh tại điểm $O(0;0;0)$ và sau một thời gian ngắn máy bay bay đến điểm $A(2;5;1,2)$ và sân bay máy bay cất cánh nằm trên mặt phẳng

$(Oxy)$. Góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ là độ)?



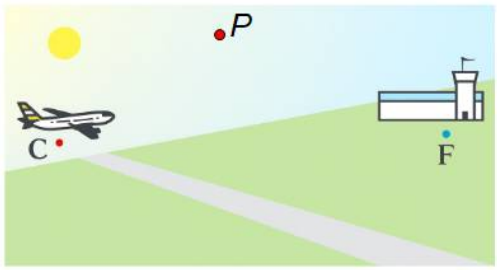

**Trả lời**: ……..

**Câu 52.** Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(3;2;-3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí $B(8;8;0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng $AB$) và sân bay (một phần của mặt phẳng $(Oxy)$) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



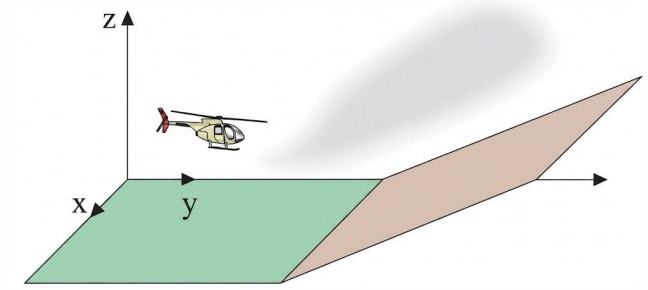

**Trả lời**: ……..

**Câu 53.** Gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay sao cho sân bay $F$ nằm trên mặt phẳng $Oxy$. Một máy bay bay hướng tới điểm $C(10;-10;5)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(-2;2;-1)$. Khi qua điểm $C$, máy bay nhận lệnh từ đài kiểm soát bay đổi hướng bay theo vectơ $\vec{w}=(-5;4;-1)$. Ở điểm $P$ có độ cao 1000 m, máy bay sẽ thực hiện một lần đổi hướng cuối cùng theo vecto $\vec{u}$ để hạ cánh xuống sân bay $F$. Tính cosin góc của hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{w}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).




**Trả lời**: ……..

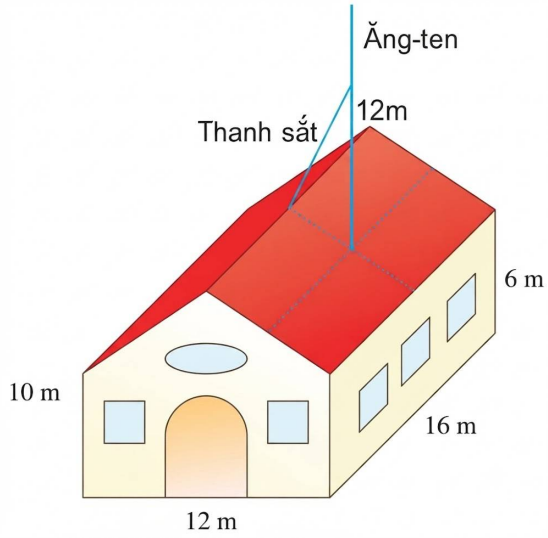
**Câu 54.** Một chiếc trực thăng bay trong điều kiện tầm nhìn kém tiến về phía một sườn núi dốc lên, được mô tả bởi các điểm $P(0;5;0)$, $Q(5;10;2)$, $R(10;10;2)$ trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét).




Trực thăng bay qua các điểm $A(1;6;1)$ và $B(2;7;1)$. Nếu trực thăng tiếp tục giữ nguyên hướng bay hiện tại, sẽ va vào sườn núi. Vì thế để tránh tai nạn, tại điểm $B$ phi công giữ nguyên hướng theo phương $x-y$ nhưng bay lên với góc nâng sao cho đường bay song song với sườn núi. Tính góc mà phi công đã thay đổi hướng bay tại điểm $B$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị độ)

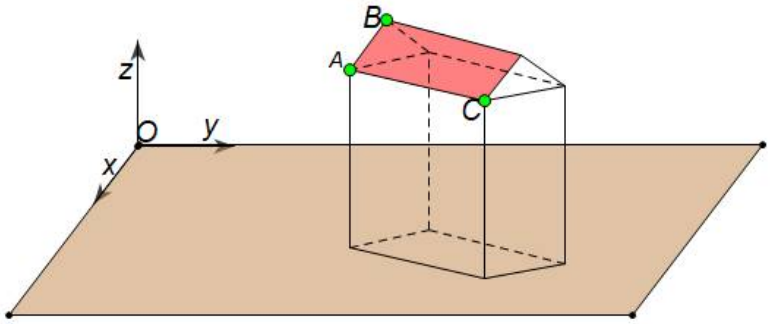
**Trả lời**: ……..

**Câu 55.** Chính giữa mặt bên phải của mái nhà (như hình minh họa) có một ăng-ten cao 12 m nhô ra. Ăng-ten được cố định bởi một thanh thép, đầu trên của thanh được gắn ở điểm cách đỉnh ăng-ten 4 m và đầu dưới được bắt vít tại chính giữa đỉnh mái. Tính góc giữa thanh thép giữa thanh thép và mặt phẳng mái nhà (gắn ăng-ten) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị độ)



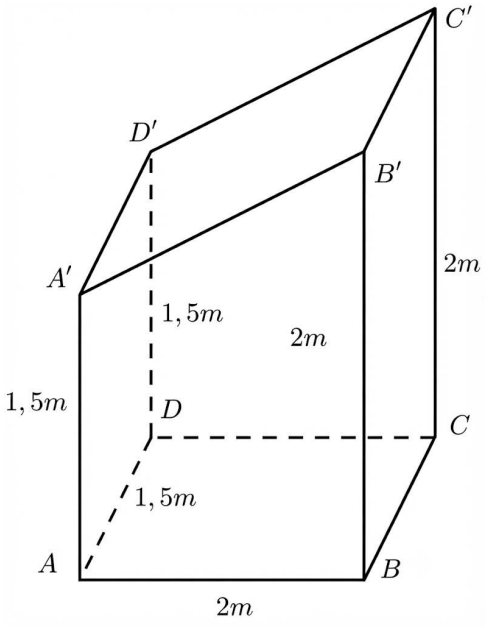

**Trả lời**: ……..

**Câu 56.** Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng $(Oxy)$, người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí $A,B,C$ ở mái nhà bên trái lần lượt có toạ độ $(2;0;4),(4;0;3)$ và $(4;9;3)$. Góc giữa mái nhà bên trái và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?




**Trả lời**: ……..

**Câu 57.** Cô Minh Nhàn muốn làm chiếc lều như hình vẽ. Đáy nằm trên nền đất phẳng, các cột vuông góc với đáy có chiều cao $AA'=DD'=1,5m$, $BB'=CC'=2m$, đáy là hình chữ nhật có $AB=2m, AD=1,5m$ (tham khảo hình vẽ minh hoạ). Góc tạo bởi mái lều và nền lều là bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng đơn vị)




**Trả lời**: ……..

**Câu 58.** Kim tự tháp Giza ở Ai Cập có dạng một hình chóp tứ giác đều. Biết rằng cạnh đáy của kim tự tháp dài 230 m và chiều cao của kim tự tháp là $146,6\,m$. Tính độ dốc của mặt bên kim tự tháp so với mặt phẳng nằm ngang (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

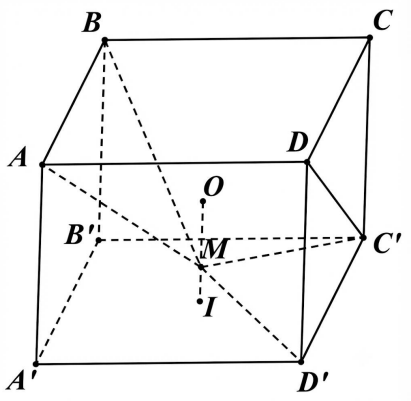


**Trả lời**: ……..

**Câu 59.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Góc giữa $CC'$ và mặt phẳng $(AB'C')$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Câu 60.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm $O$. Gọi $I$ là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm $M$ thuộc đoạn $OI$ sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và $(MAB)$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).




**Trả lời**: ……..

**Câu 61.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(C'AB)$ và $(BCC'B')$. Tính $\tan^2\alpha$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 62.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh $A$. Biết $BC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 30°$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi $M$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'}$. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABC)$ và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời**: ……..

**Câu 63.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và $CC'$. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi $\alpha$ là góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$, khi đó giá trị $(4\cos\alpha)^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 64.** Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi $K$ là trung điểm của $DD'$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK$ và $A'D$ bằng $\dfrac{a}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị $2027a + b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 65.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBC)$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Câu 66.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a$. Cạnh bên $SA=a$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi $M$ là điểm nằm trên cạnh $SD$ sao cho $SM=2MD$. Tính **cosin** của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AMC)$ và $(SBC)$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời**: ……..

**Câu 67.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi $E,M$ lần lượt là trung điểm các cạnh $BC$, $SA$ và $\alpha$ là góc tạo bởi đường thẳng $EM$ và mặt phẳng $(SBD)$. Tính $\tan^2\alpha$

**Trả lời**: ……..

**Câu 68.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết rằng $AB=a, BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và $SA$ vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi giữa đường thẳng $BD$ và mặt phẳng $(SBC)$, hãy tính giá trị $(2\sin\alpha)^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 69.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a$. Trên hai tia $Bx$, $Dy$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm $M,N$ sao cho $BM=\frac{a}{4}; DN=2a$. Hỏi góc $\varphi$ giữa hai mặt phẳng $(AMN)$ và $(CMN)$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Câu 70.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại $A$ và $B$, thỏa mãn điều kiện, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA$ vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA=a$. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $SB,CD$. Tính cosin của góc giữa $MN$ và $(SAC)$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

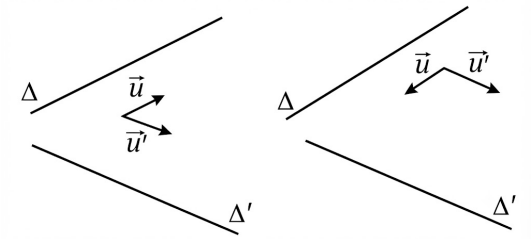
**Trả lời**: ……..

# BÀI 16
# CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN

## 1. Công thức tính góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta,\Delta'$ có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u'}=(a';b';c')$. Khi đó, ta có:

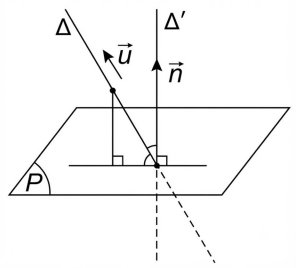
$$\cos(\Delta,\Delta')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u'})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{u'}|}{|\vec{u}|.|\vec{u'}|}=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$$




## 2. Công thức tính góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

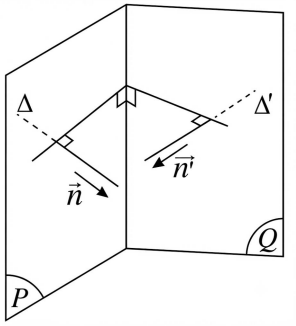
$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$




## 3. Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P),(Q))=\left|\cos(\vec{n},\vec{n'})\right|=\frac{|\vec{n}.\vec{n'}|}{|\vec{n}|.|\vec{n'}|}=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$



# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## DẠNG 1
## TÍNH GÓC

### 1. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta,\Delta'$ có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u'}=(a';b';c')$. Khi đó, ta có:

$$\cos(\Delta,\Delta')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u'})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{u'}|}{|\vec{u}|.|\vec{u'}|}=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$$

**Chú ý :**

- $\Delta\perp\Delta'\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{u'}=0\Leftrightarrow aa'+bb'+cc'=0$
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là $0°$.

### 2. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

**Chú ý :** Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là $0°$.

### 3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=(A;B;C)$, $\vec{n'}=(A';B';C')$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P),(Q))=\left|\cos(\vec{n},\vec{n'})\right|=\frac{|\vec{n}.\vec{n'}|}{|\vec{n}|.|\vec{n'}|}=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$

**Chú ý :** Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là $0^0$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ biết:

a) $d_1:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=-2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+2t'\\y=-3-4t'\\z=2+4t'\end{cases}$.

b) $d_1:\begin{cases}x=t\\y=5-2t\\z=14-3t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-4t'\\y=2+t'\\z=-1+5t'\end{cases}$.

c) $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{9}$.

d) $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$

**Lời giải**

a) Đường thẳng $d_1$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(-1;2;-2)$.

Đường thẳng $d_2$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(2;-4;4)$.

Do $\vec{u}_2=(2;-4;4)=-2(-1;2;-2)=-2\vec{u}_1$ nên hai đường thẳng $d_1,d_2$ song song hoặc trùng nhau, suy ra $(d_1,d_2)=0^o$

b) Đường thẳng $d_1$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-2;-3)$.

Đường thẳng $d_2$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(-4;1;5)$.

Ta có: $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\dfrac{|1.(-4)+(-2).1+(-3).5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-3)^2}.\sqrt{(-4)^2+1^2+5^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow(d_1,d_2)=30^o$.

c) Đường thẳng $d_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;1;-1)$.

Đường thẳng $d_2$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(3;3;9)$.

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{|2.3+1.3+(-1).9|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}.\sqrt{3^2+3^2+9^2}}=0$.

d) Vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1}=(1;-1;2)$, vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2}=(-1;1;1)$

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}\right)\right|=\dfrac{|1.(-1)-1.1+2.1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=0$

Vậy $(d_1,d_2)=90°$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ biết:

a) $\Delta:\begin{cases}x=-2\\y=-1-t\\z=2+2t\end{cases}$ và $(P):3y-6z+7=0$.

b) $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+3}{-1}$ và $(P):2x+y+z-1=0$.

c) $\Delta:\begin{cases}x=6+5t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$ và $(P):3x-2y+1=0$.

d) $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $(P):x+y-z-2=0$.

**Lời giải**

a) $\Delta:\begin{cases}x=-2\\y=-1-t\\z=2+2t\end{cases}$ và $(P):3y-6z+7=0$.

Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-1;2)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;3;-6)$.

Do $\vec{n}=-3(0;-1;2)=-3\vec{u}$ nên đường thẳng $\Delta$ song song hoặc trùng nhau với mặt phẳng $(P)$, suy ra $(\Delta,(P))=0^o$

b) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;1)$.

Ta có: $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{|1.2+2.1+(-1).1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}.\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow(\Delta,(P))=30^o$

c) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;0)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;0)$.

Ta có: $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(\Delta,(P))=45°.$

d) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;2)$ và mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Ta có: $\sin(\Delta,(P))=|\cos(\vec{u},\vec{n})|=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{9}\Rightarrow(\Delta,(P))\approx 11,09^o.$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ biết:

a) $(P):x-y+1=0$ và mặt phẳng $(Oxz)$.

b) $(P):2x-y-z-3=0$ và $(Q):x-z-2=0.$

**Lời giải**

a) Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxz)$ là $\vec{j}=(0;1;0)$.

vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x-y+1=0$ là $\vec{n}=(1;-1;0)$.

Ta có: $\cos((P),(Oxz))=\dfrac{|\vec{n}.\vec{j}|}{|\vec{n}|.|\vec{j}|}=\dfrac{|1.0+1.(-1)+0.0|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}.\sqrt{0^2+1^2+0^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow((P),(Oxz))=45°.$

b) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-1;-1).$

Mặt phẳng $(Q)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;0;-1).$

Ta có: $\cos\left((P),(Q)\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}_P.\vec{n}_Q\right|}{\left|\vec{n}_P\right|.\left|\vec{n}_Q\right|}=\dfrac{\left|2+0+1\right|}{\sqrt{4+1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left((P),(Q)\right)=30°$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M\left(1;0;0\right)$, $N\left(0;1;0\right)$ và $P\left(0;0;1\right)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng $\left(MNP\right)$ và mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ bằng bao nhiêu ?

**Lời giải**

Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=\left(1;1;1\right)$.

Mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$.

Gọi $\varphi$ là góc giữa hai mặt phẳng $\left(MNP\right)$ và $\left(Oxy\right)$.

Ta có $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{k}\right)\right|=\dfrac{\left|1.0+1.0+1.1\right|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

## DẠNG 2
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P):\ 2x-z+1=0$ góc $45°$.

**Lời giải**

$d$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-1;-3)$.

$(\alpha)$ qua $O$ có vtpt $\vec{n}=(a;b;c)$ có dạng $ax+by+cz=0$, do $\vec{n}.\vec{u}=0\Rightarrow a-b-3c=0$.

$(P):\ 2x-z+1=0$ vtpt $\vec{k}=(2;0;-1)$.

Ta có $\cos 45°=\dfrac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}||\vec{k}|}=\dfrac{|2a-c|}{\sqrt{5(a^2+b^2+c^2)}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 10(a^2+b^2+c^2)=(4a-2c)^2$

$\Leftrightarrow 10(b^2+6bc+9c^2+b^2+c^2)=(4b+12c-2c)^2\Leftrightarrow 10(2b^2+6bc+10c^2)=(4b+10c)^2$

$\Leftrightarrow 4b^2-20bc=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=5c\end{array}\right.$.

+ $b=0\Rightarrow a=3c\ \Rightarrow(\alpha):\ x+3z=0$.

+ $b=5c$, chọn $c=1\Rightarrow b=5,\ a=8\Rightarrow(\alpha):\ 8x+5y+z=0$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=3-t\\z=t\end{cases}$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng $d$ và tạo với mặt phẳng $(Oxy)$ một góc $45°$. Lập phương trình mặt phẳng $(P)$.

**Lời giải**

Ta viết phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y+z-3=0\end{cases}$.

Mặt phẳng $(P)$ chứa đường thẳng $d$ nên có dạng: $mx+n(y+z-3)=0, m^2+n^2\neq 0$

$\Leftrightarrow mx+ny+nz-3n=0\Rightarrow(P)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(m;n;n)$.

Mặt phẳng $(Oxy)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có: $\cos((P);(Oxy))=\left|\cos(\overrightarrow{n_P};\vec{k})\right|\Leftrightarrow\cos 45°=\dfrac{|\overrightarrow{n_P}.\vec{k}|}{|\overrightarrow{n_P}|.|\vec{k}|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{|n|}{\sqrt{m^2+n^2+n^2}}$

$\Leftrightarrow\sqrt{m^2+2n^2}=\sqrt{2}|n|\Leftrightarrow m^2=0\Leftrightarrow m=0$.

Chọn $n=1\Rightarrow(P):\ y+z-3=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$, $B$ và tạo với mặt phẳng $(Oyz)$ một góc $\alpha$ thỏa mãn $\cos\alpha = \frac{2}{7}$.

**Lời giải**

Giả sử $(P)$ có VTPT $\overrightarrow{n_1} = (a;b;c)$

$(P)$ có VTCP $\overrightarrow{AB} = (3;-2;0)$ suy ra $\overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{AB} = 0$

$\Rightarrow 3a + b(-2) + 0.c = 0 \Rightarrow 3a - 2b = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}b \qquad (1)$

$(Oyz)$ có phương trình $x = 0$ nên có VTPT $\overrightarrow{n_2} = (1;0;0)$

Mà $\cos\alpha = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{|a.1 + b.0 + c.0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = \frac{2}{7}$

$\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 7|a| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \Leftrightarrow 49a^2 = 4(a^2+b^2+c^2)$

$\Leftrightarrow 45a^2 - 4b^2 - 4c^2 = 0 \qquad (2)$

Thay $(1)$ vào $(2)$ ta được $4b^2 - c^2 = 0$

Chọn $c = 2$ ta có $4b^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 1 \\ b = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = \frac{2}{3} \\ a = \frac{-2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \vec{n} = \left(\frac{2}{3};1;2\right) \\ \vec{n} = \left(-\frac{2}{3};-1;2\right) \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} \vec{n} = (2;3;6) \\ \vec{n} = (2;3;-6) \end{array}\right.$

Vậy $(P)$: $2x + 3y - 6z = 0$ hoặc $2x + 3y + 6z - 12 = 0$

**Bài 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua $A$ và tạo với mặt phẳng $(\alpha)$ một góc $45°$.

**Lời giải**

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;\ b;\ c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta)$ cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\ \overrightarrow{n_\beta}\right)\right| = \frac{|\overrightarrow{n_\alpha}.\ \overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\alpha}|.|\overrightarrow{n_\beta}|} = \frac{|3.a - 2.b + 2.c|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 2^2}.\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

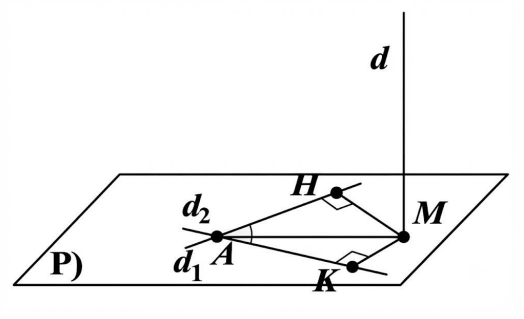
$\Rightarrow 2(3a - 2b + 2c)^2 = 17(a^2 + b^2 + c^2)$

Phương trình trên có vô số nghiệm.

Suy ra có vô số vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;\ b;\ c)$ là véc tơ pháp tuyến của $(\beta)$. Suy ra có vô số mặt phẳng $(\beta)$ thỏa mãn điều kiện bài toán

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x-z-1=0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua $A$, nằm trong $(P)$ và đều có khoảng cách đến đường thẳng $d$ bằng $\sqrt{6}$. Tính Côsin của góc giữa $d_1$ và $d_2$.

**Lời giải**




Ta có: $\vec{n}_P = (1;0;-1)$, $\vec{u}_d = (-1;0;1) \Rightarrow d \perp (P)$ và $d \cap (P) = M(0;2;-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (2;-1;2) \Rightarrow MA = 3$

Gọi $H$; $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ lên $d_1$ và $d_2$, ta có

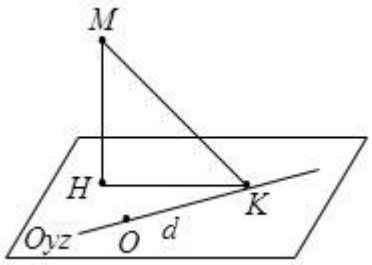
$d(d_1;d) = d(M;d_1) = MH$, $d(d_2;d) = d(M;d_2) = MK \Rightarrow MH = MK = \sqrt{6}$

$\Rightarrow \sin\widehat{MAK} = \sin\widehat{MAH} = \dfrac{HM}{AM} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow \cos(d_1;d_2) = \left|\cos\left(2.\widehat{MAH}\right)\right| = \left|1-2\sin^2\widehat{MAH}\right| = \left|1-\dfrac{4}{3}\right| = \dfrac{1}{3}.$

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $d$ là đường thẳng đi qua $O$, thuộc mặt phẳng $(Oyz)$ và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa $d$ và trục tung bằng bao nhiêu?

**Lời giải**




Gọi $H, K$ lần lượt là hình chiếu của $M$ trên mặt phẳng $(Oyz)$ và trên đường thẳng $d$.

Ta có: $d(M,d) = MK \geq MH = 1$, $H(0;-2;1)$.

Suy ra $d(M,d)$ nhỏ nhất khi $K \equiv H$. Khi đó $d$ có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{OH} = (0;-2;1)$.

$\cos(d,Oy) = \dfrac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\left|\vec{j}\right|} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}.$

## DẠNG 3
## TOẠ ĐỘ HOÁ VÀ ỨNG DỤNG THỰC TIỄN LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, với mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v}=(150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

Gọi $\Delta$ là đường thẳng biểu thị cho hướng chuyển động bay lên của máy bay.

Ta có $\Delta$ nhận vectơ $\vec{v}=(150;150;40)=10(15;15;4)$ làm vectơ chỉ phương.

Mặt phẳng $(Oxy)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;0;1)$.

Gọi $\varphi$ là góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(Oxy)$.

Suy ra $\sin\varphi=\left|\cos(\vec{v},\vec{n})\right|=\dfrac{|\vec{v}.\vec{n}|}{|\vec{v}|.|\vec{n}|}=\dfrac{|15.0+15.0+4.1|}{\sqrt{15^2+15^2+4^2}.\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{466}}$.

Vậy góc nâng của máy bay là $\varphi\approx 11°$.

**Bài 2.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng $a$ đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng $b$ đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng $a$ và $b$ bằng $n°$ ($n$ là số tự nhiên). Giá trị của $n$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;2;-2)$, $\overrightarrow{PQ}=(2;3;6)$.

Khi đó: $\cos(a,b)=\dfrac{|\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{MN}|.|\overrightarrow{PQ}|}=\dfrac{8}{21}$, suy ra $(a,b)\approx 68^0$.

**Bài 3.** Trên một cánh đồng điện năng lượng mặt trời, người ta đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Hai tấm pin năng lượng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng $(P):2x+2z+1=0$ và $(P'):x+z+7=0$



a) Tính góc giữa $(P)$ và $(P')$.

b) Tính góc hợp bởi $(P)$ và $(P')$ với mặt đất $(Q)$ có phương trình $z=0$.

**Lời giải**

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;0;2)$ và mặt phẳng $(P')$ có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}'=(1;0;1)$ nên $\cos((P),(P'))=\dfrac{|2.1+0.0+2.1|}{\sqrt{2^2+0^2+2^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\dfrac{4}{4}=1$

Suy ra $((P),(P'))=0^\circ$.

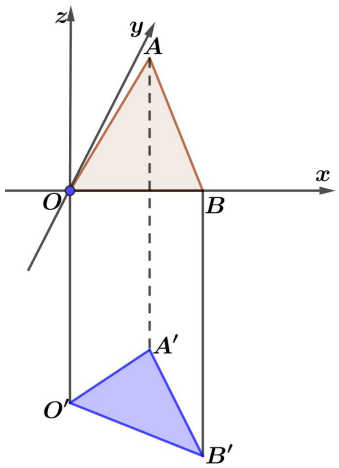
b) Mặt phẳng $(Q)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(0;0;1)$

$\cos((P),(Q))=\dfrac{|2.0+0.0+2.1|}{\sqrt{2^2+0^2+2^2}.\sqrt{1^2}}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow((P),(Q))=45^\circ$.

$\cos((P'),(Q))=\dfrac{|1.0+0.0+1.1|}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}.\sqrt{1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow((P'),(Q))=45^\circ$.

**Bài 4.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau $2\,\text{m}$, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là $4\,\text{m}$, $4,4\,\text{m}$, $4,8\,\text{m}$. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz* như hình vẽ, ta có các tọa độ điểm tương ứng như sau:

$O(0;0;0), B(2;0;0), A(1;\sqrt{3};0), O'(0;0;-4), B'(2;0;-4,8), A'(1;\sqrt{3};-4,4)$

Ta có: $\overrightarrow{O'A'}=(1;\sqrt{3};-0,4);\overrightarrow{O'B'}=(2;0;-0,8)\Rightarrow\vec{n}_{O'A'B'}=\left[\overrightarrow{O'A'};\overrightarrow{O'B'}\right]=(-0,8\sqrt{3};0;-2\sqrt{3})$

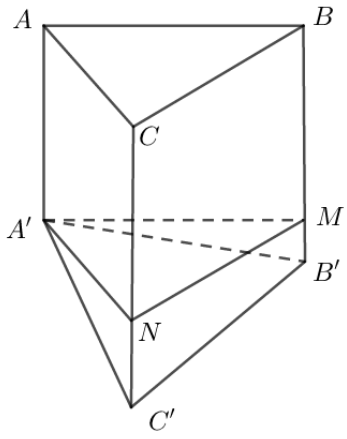
$\vec{n}_{Oxy}=(0;0;1)$.

Suy ra góc cần tìm là $\alpha=((Oxy),(O'A'B'))$, với:

$$\text{Cos}\,\alpha=\frac{\left|-0,8\sqrt{3}.0+0.0+\left(-2\sqrt{3}\right).1\right|}{\sqrt{\left(-0,8\sqrt{3}\right)^2+0^2+\left(-2\sqrt{3}\right)^2}\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}\Rightarrow\alpha\approx 21,8°.$$

Vậy đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bằng $21,8°$.

**Cách khác:**




Gọi ba vị trí trên mặt nước là $A,B,C$. Đáy bể $(A'B'C')$ thỏa mãn $AA'=4;BB'=4,4;CC'=4,8$.

Gọi $M,N$ lần lượt trên $BB';CC'$ sao cho $AA'=BM=CN$.

Khi đó: $A'B'=\frac{2\sqrt{26}}{5};B'C'=\sqrt{MN^2+\left(NC'-MB'\right)^2}=\frac{2\sqrt{26}}{5};A'C'=\frac{2\sqrt{29}}{5}$.

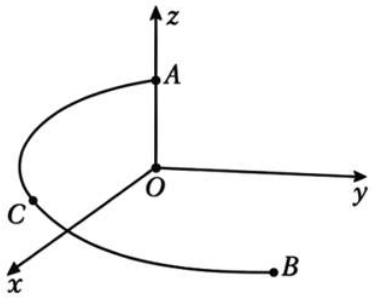
Theo công thức Herong có $S_{A'B'C'}=\frac{\sqrt{87}}{5}$.

Theo công thức diện tích hình chiếu ta có:

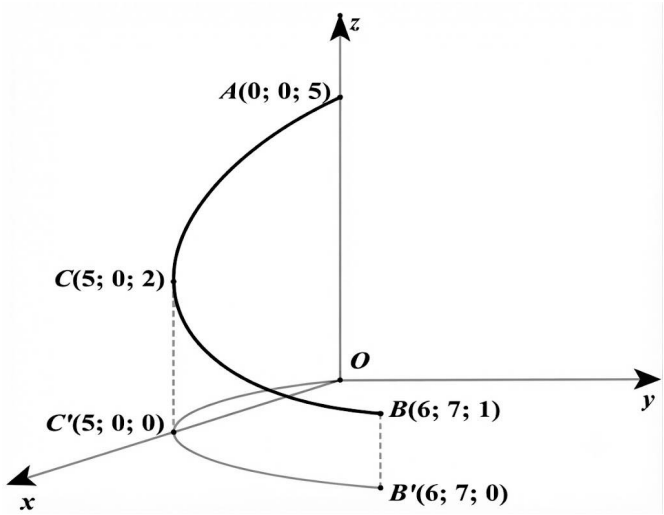
$$\cos\left((ABC),(A'B'C')\right)=\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=\frac{5}{\sqrt{29}}\Rightarrow\left((ABC),(A'B'C')\right)\approx 21,8\text{ độ}.$$

**Bài 5.** Trượt nước là một trò chơi vận động được nhiều người yêu thích trong các công viên nước. Một cái máng trượt nước có thiết kế dạng cung tròn với hai đầu mút là $A$ và $B$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc $O$ đặt tại hình chiếu của $A$ trên mặt đất, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt đất và trục $Oz$ hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét (tham khảo hình vẽ dưới đây). Biết các điểm $A,B$ và một điểm $C$ nằm trên máng trượt lần lượt có tọa độ là $(0;0;5),(6;7;1)$ và $(5;0;2)$. Độ dài máng trượt nước đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?






**Lời giải**




Ta có: $A(0;0;5), B(6;7;1), C(5;0;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(6;7;-4), \overrightarrow{AC}=(5;0;-3), \overrightarrow{BC}=(-1;-7;1)$.

$\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(21;2;35)$; $AB=\sqrt{101}$; $AC=\sqrt{34}$; $BC=\sqrt{51}$.

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]\right|=\frac{\sqrt{21^2+2^2+35^2}}{2}=\frac{\sqrt{1670}}{2}.$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC$ bằng:

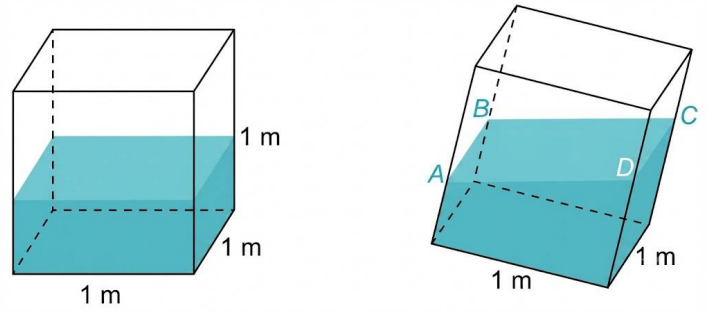
$$R=\frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}}=\frac{\sqrt{101}.\sqrt{34}.\sqrt{51}}{4.\frac{\sqrt{1670}}{2}}=\frac{17\sqrt{253005}}{1670}\approx 5{,}12.$$

$\cos\widehat{C}=\dfrac{AC^2+BC^2-AB^2}{2.AC.BC}=-\dfrac{4\sqrt{6}}{51}$. Suy ra $\widehat{C}\approx 1{,}7641 \Rightarrow \widehat{A}+\widehat{B}\approx \pi-1{,}7641\approx 1{,}3775$.

Suy ra số đo cung $ACB$ bằng $2\left(\widehat{A}+\widehat{B}\right)\approx 2{,}755=\alpha$

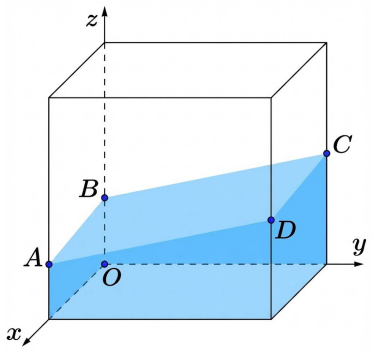
Suy ra độ dài cung $\overset{\frown}{ACB}$ bằng $R.\alpha\approx 14{,}1056\approx 14(m)$.

**Bài 6.** Trong một bể hình lập phương cạnh 1m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm $A$, $C$ đến đáy bể tương ứng là $25\text{cm}$, $75\text{cm}$.




Để góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất thì khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt đáy bể bằng bao nhiêu centimét?

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ (đơn vị trên mỗi trục là centimét) sao cho các cạnh của hình hộp trùng với các trục tọa độ như hình trên.

Do hình hình hộp có kích thước đáy là $1\text{m}\times 1\text{m}$ nên $A(100;0;25)$, $B(0;0;b)$, $C(0;100;75)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-100;0;b-25)$ và $\overrightarrow{AC}=(-100;100;50)$.

Nên $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2500-100b;7500-100b;-10000)=100(25-b;75-b;-100)$.

Để góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất thì $\cos\left((ABC),(Oxy)\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

Khi đó $\cos\left((ABC),(Oxy)\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_{(ABC)},\vec{k}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}_{(ABC)}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}_{(ABC)}\right|\left|\vec{k}\right|}$.

$=\dfrac{100}{\sqrt{(25-b)^2+(75-b)^2+(-100)^2}}=\dfrac{100}{\sqrt{2b^2-200b+16250}}$.

Để $\cos\left((ABC),(Oxy)\right)=\dfrac{100}{\sqrt{2b^2-200b+16250}}$ đạt giá trị lớn nhất

thì biểu thức $P=2b^2-200b+16250$ đạt giá trị nhỏ nhất.

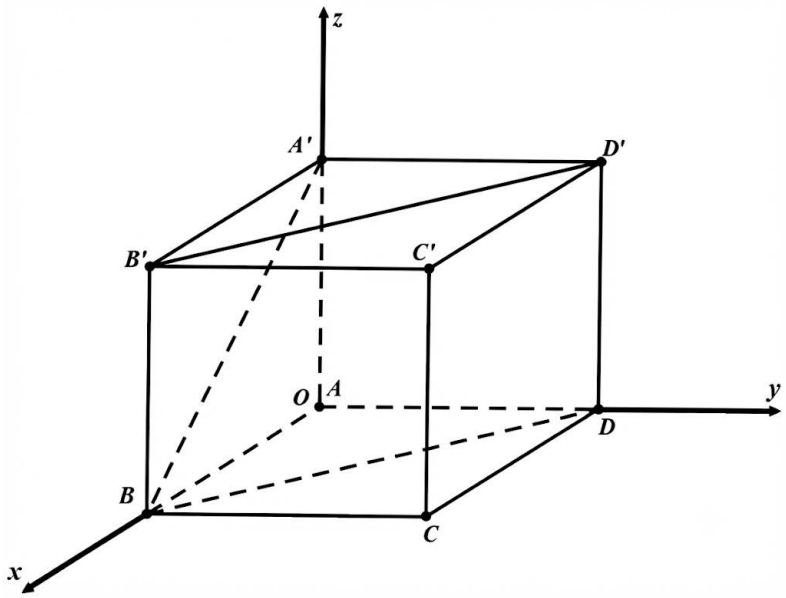
Dễ thấy biểu thức $P=2b^2-200b+16250$ là một hàm số bậc hai nên đạt giá trị nhỏ nhất là $P=11250$

tại $b=50$ hay giá trị $\cos\left((ABC),(Oxy)\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ khi $b=50$.

Vậy khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt đáy bể bằng $50cm$

**Bài 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$, gọi $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tính $\sin\alpha$.

**Lời giải**




+ Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A\equiv O(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;a;0), A'(0;0;a)$, $B'(a;0;a)$, $C'(a;a;a), D'(0;a;a)$.

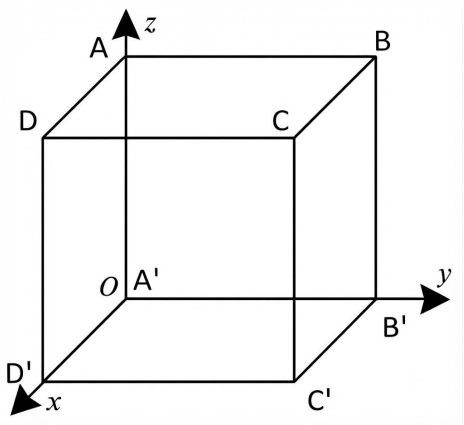
+Ta thấy $OC\perp(BB'D'D)$ và $\overrightarrow{OC}=(a;a;0)$ nên suy ra mặt phẳng $(BB'D'D)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;0.)$.

+Đường thẳng $A'B$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B}=(a;0;-a)$ ta chọn $\vec{u}=(1;0;-1)$.

+Ta có $\sin\alpha=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\left|1.1+1.0+0.(-1)\right|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{2}$.

**Bài 8.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng bao nhiêu độ?

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho gốc tọa độ $O\equiv A', Ox\equiv A'D', Oy\equiv A'B', Oz\equiv A'A$.

Khi đó: $A'(0;0;0)$, $D'(a;0;0)$, $B'(0;a;0)$, $C'(a;a;0)$,

$A(0;0;a)$, $D(a;0;a)$, $B(0;a;a)$, $C(a;a;a)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'}=(0;a;0), \overrightarrow{A'D}=(a;0;a), \overrightarrow{A'A}=(0;0;a), \overrightarrow{A'C'}=(a;a;0).$

$\left[\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'D}\right]=(a^2;0;-a^2).$

Chọn $\overrightarrow{n_1}=(1;0;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'CD)$.

$\left[\overrightarrow{A'A},\overrightarrow{A'C}\right]=(-a^2;a^2;0).$

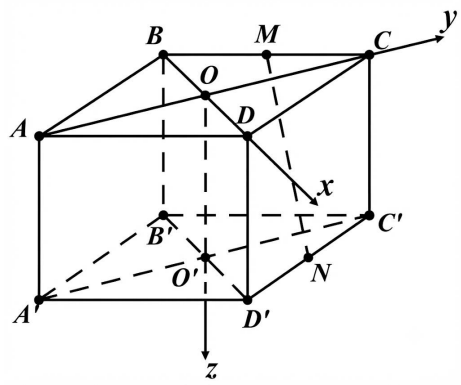
Chọn $\overrightarrow{n_2}=(-1;1;0)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ACC'A')$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ là:

$$\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{|-1|}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60°.$$

**Bài 9.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác $ABD$ đều. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $C'D'$, biết rằng $MN\perp B'D$. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi đường thẳng $MN$ và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**




* Chọn $AB=2\Rightarrow BD=2; AC=2\sqrt{3}$, đặt

$AA'=h$, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta có: $D(1;0;0)$, $B(-1;0;0)$, $C\left(0;\sqrt{3};0\right)$, $D'(1;0;h)$,

$C'\left(0;\sqrt{3};h\right)$, $B'(-1;0;h)$.

$\Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), N\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};h\right)$, $\overrightarrow{MN}=(1;0;h)$, $\overrightarrow{B'D}=(2;0;-h)$.

* Do $MN\perp B'D\Rightarrow\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{B'D}=0\Leftrightarrow 2-h^2=0\Rightarrow h=\sqrt{2}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(1;0;\sqrt{2}\right)$. Ta có:

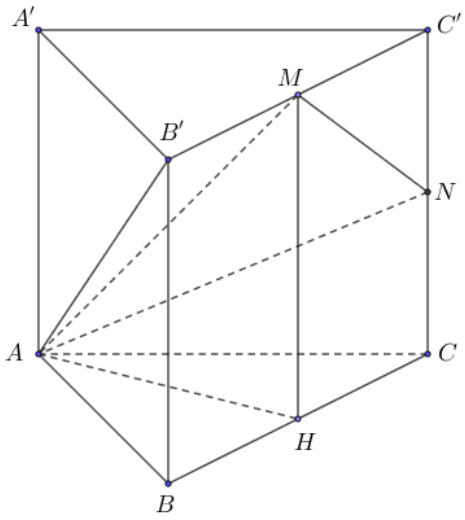
$MN//\vec{u}=\overrightarrow{MN}=\left(1;0;\sqrt{2}\right)$, $(ABCD)\perp\vec{n}=\vec{j}=(0;0;1)$.

* Do $\alpha$ là góc tạo bởi đường thẳng $MN$ và mặt đáy $(ABCD)$ nên ta có:

$$\sin\alpha=\left|\cos\left(\vec{u};\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Bài 10.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$, $AA'=a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và $CC'$. Cosin của góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**




Gọi $H$ là trung điểm $BC$, $BC=a\sqrt{3}$, $AH=\dfrac{a}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $H(0;0;0)$, $A\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$,

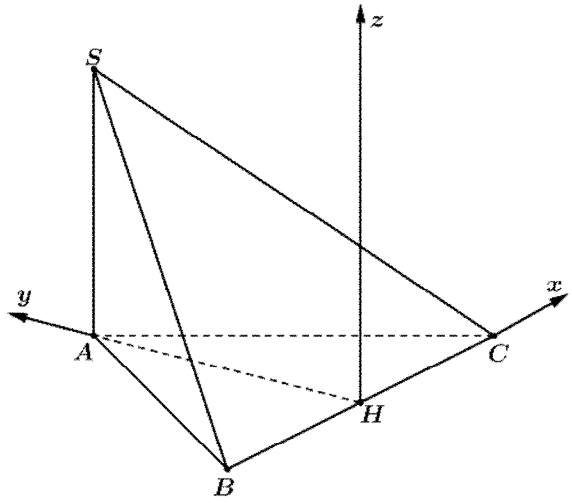
$M(0;0;a)$, $N\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right)$. Gọi $\varphi$ là góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$.

$(AMN)$ có một vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{-1}{4};\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$

$(ABC)$ có một vtpt $\overrightarrow{HM}=(0;0;1)$, từ đó $\cos\varphi=\dfrac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{HM}\right|}{|\vec{n}|HM}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{4}}{1.1}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

**Bài 11.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh $a$ và độ dài cạnh $SA=a$ và vuông góc với $(ABC)$. Góc giữa mặt phẳng $(SAB)$ và mặt phẳng $(SBC)$ là $\alpha$. Tính $\tan^2\alpha$.

**Lời giải**




Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:

Ta có: $H\left(0;0;0\right)$, $C\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $A\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $S\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};a\right)$

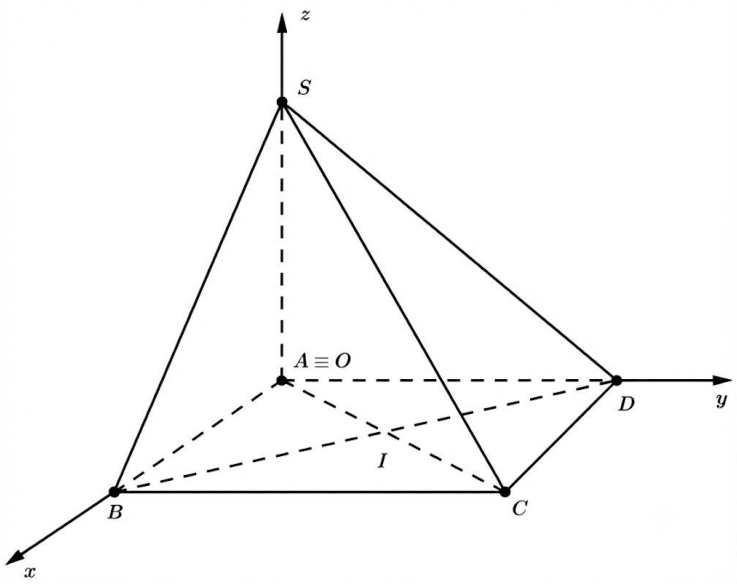
Suy ra $\vec{n}_{(SAB)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AS}\right]=\left(-\frac{a^2\sqrt{3}}{2};\frac{a^2}{2};0\right)$, $\vec{n}_{(SBC)}=\left[\overrightarrow{BS},\overrightarrow{BC}\right]=\left(0;a^2;-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$

$$\cos\alpha=\left|\frac{\vec{n}_{(SAB)}.\vec{n}_{(SBC)}}{\left|\vec{n}_{(SAB)}\right|.\left|\vec{n}_{(SBC)}\right|}\right|=\frac{\frac{a^4}{2}}{\sqrt{\frac{3a^4}{4}+\frac{a^4}{4}}.\sqrt{a^4+\frac{3a^4}{4}}}=\frac{1}{\sqrt{7}}.$$

Vậy $\tan\alpha=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\sqrt{6}\Rightarrow\tan^2\alpha=6$

**Bài 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBD\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Nếu $\tan\alpha=\sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng $\left(SAC\right)$ và $\left(SBC\right)$ bằng nhiêu độ?

**Lời giải**



Gọi $I = AC \cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng $a$.

Ta có $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SI \perp BD \\ AI \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((SBD);(ABCD)) = (SI;AI) = \widehat{SIA}$.

Ta có $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a)$.

Khi đó $\overrightarrow{SA} = (0;0;-a)$; $\overrightarrow{SC} = (a;a;-a)$; $\overrightarrow{SB} = (a;0;-a)$.

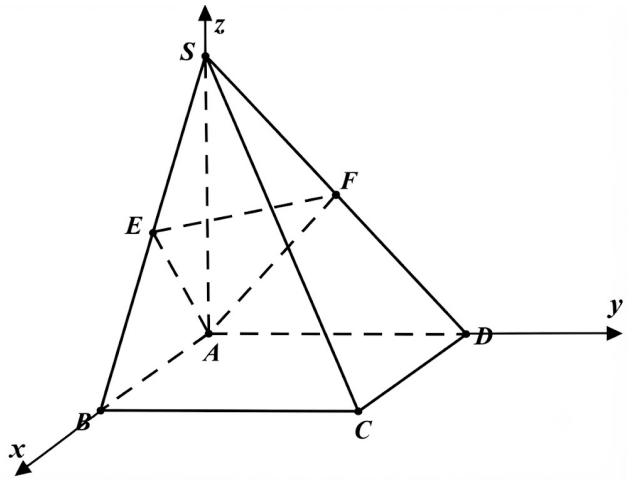
Mặt phẳng $(SAC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng $(SBC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;0;1)$.

Suy ra $\cos((SAC);(SBC)) = \dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow ((SAC);(SBC)) = 60°$.

**Bài 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi $E$ và $F$ lần lượt là trung điểm của $SB$, $SD$. Côsin của góc hợp bới hai mặt phẳng $(AEF)$ và $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$, $B \in Ox$, $D \in Oy$, $S \in Oz$.

$\Rightarrow B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;\text{a})$. Khi đó $E\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$, $F\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AE} = \left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{AF} = \left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Vectơ pháp tuyến của mp$(AEF)$ là $\vec{n_1} = \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}\right] = \left(\dfrac{-a}{4};\dfrac{-a}{4};\dfrac{a}{4}\right) \Rightarrow \vec{n_1} = (1;1;-1)..$

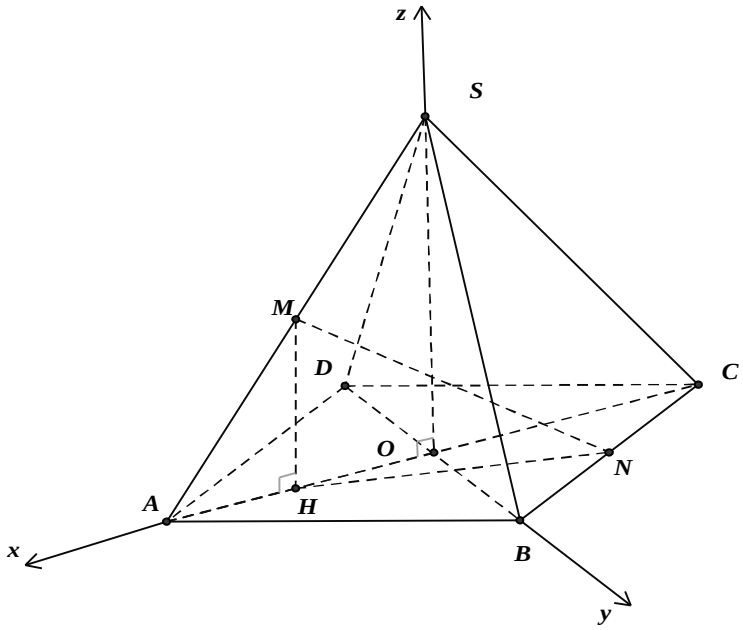
Vectơ pháp tuyến của mp$(ABCD)$ là $\vec{n_2} = \overrightarrow{AS} = (0;0;a) \Rightarrow \vec{n_2} = (0;0;1)..$

Vậy côsin góc giữa 2 mặt phẳng $(AEF)$ và $(ABCD)$ là.

$$\cos\left((AEF),(ABCD)\right)=\frac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot.$$

**Bài 14.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a$, tâm $O$. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $BC$. Biết rằng góc giữa $MN$ và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng $MN$ và mặt phẳng $(SBD)$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Đặt $SO=m,\ (m>0)$.

$$A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right);S\left(0;0;m\right);N\left(-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{2}}{4};0\right)\Rightarrow M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4};0;\frac{m}{2}\right).\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{m}{2}\right).$$

Mặt phẳng $(ABCD)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$.

$$\Rightarrow\sin\left(MN,(ABCD)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{k}\right|}=\frac{\frac{m}{2}}{\sqrt{\frac{5a^2}{8}+\frac{m^2}{4}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow m^2=\frac{15a^2}{8}+\frac{3m^2}{4}.$$

$$\Rightarrow 2m^2=15a^2\Rightarrow m=\frac{a\sqrt{30}}{2}$$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{30}}{4}\right)$, mặt phẳng $(SBD)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

$$\Rightarrow\sin\left(MN,(SBD)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{i}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{i}\right|}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{8}+\frac{30a^2}{16}}}=\frac{\sqrt{5}}{5}\Rightarrow\cos\left(MN,(SBD)\right)=\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\alpha$ là góc giữa hai đường thẳng $AB, CD$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

**B.** $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

**C.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.

**D.** $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1$ song song trục $Ox$ và đường thẳng $d_2$ song song trục $Oz$. Góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là:

**A** $0°$. **B.** $90°$. **C.** $180°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

trục $Ox$ và trục $Oz$ tạo nhau $90°$ nên góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là: $90°$

**Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1$ song song trục $Oy$ và đường thẳng $d_2$ vuông góc với mặt phẳng $(Oxz)$. Góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là:

**A** $0°$. **B.** $90°$. **C.** $180°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

đường thẳng $d_2$ vuông góc với mặt phẳng $(Oxz)$ nên đường thẳng $d_2$ song song trục $Oy$ nên góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là: $0°$

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ là:

**A** $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vecto chỉ phương của đường thẳng $d_1$; $d_2$ lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{u_2}=(-1;0;1)$

Áp dụng công thức ta có $\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{|-1|}{\sqrt{1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow(d_1,d_2)=60°$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\begin{cases}x=2t\\y=1\\z=1-t\end{cases}$. Gọi $\varphi$ là góc giữa hai đường thẳng $d_1,d_2$. Giá trị $\cos\varphi$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{5}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P=b-3a$?

**A** 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $\vec{u}_{d_1}=(-1;2;2),\vec{u}_{d_2}=(2;0;-1)$

Khi đó $\cos\varphi=\dfrac{\left|\vec{u}_{d_1}.\vec{u}_{d_2}\right|}{\left|\vec{u}_{d_1}\right|\left|\vec{u}_{d_2}\right|}=\dfrac{\left|-1.2+2.0+2.(-1)\right|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}.\sqrt{2^2+0^2+(-1)^2}}=\dfrac{4}{3\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$.

Vậy $a=4,b=15\Rightarrow P=b-3a=15-3.4=3$

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

**A.** $\cos\alpha=\dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ **B.** $\sin\alpha=\dfrac{aA+bB+cC}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**C.** $\cos\alpha=\dfrac{aA+bB+cC}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ **D.** $\sin\alpha=\dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

$\sin\alpha=\dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục $Oy$ và mặt phẳng $(Oxz)$ bằng

**A.** 45°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 120°.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì $Oy\perp(Oxz)$ nên góc giữa $Oy$ và mặt phẳng $(Oxz)$ bằng 90°.

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi $(P)$ với trục $Ox$?

**A.** $60°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $150°$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt phẳng $(P)$ có VTPT $\vec{n}=(-\sqrt{3};1;0)$

Trục $Ox$ có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$

Góc tạo bởi $(P)$ với trục $Ox$

$$\sin((P);Ox)=\left|\cos((P);Ox)\right|=\frac{\left|\vec{n}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{i}\right|}=\frac{\left|-\sqrt{3}.1+1.0+0.0\right|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{1}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc tạo bởi $(P)$ với trục $Ox$ bằng $60^0$.

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)$: $(P):5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ là:

**A.** $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $\vec{u};\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$.

$\vec{u}=(1;-2;1);\ \vec{n}=(5;11;2)$

Áp dụng công thức ta có $\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|1.5-11.2+1.2\right|}{\sqrt{5^2+11^2+2^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow(\Delta,(P))=30°$

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)$: $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$.

**A.** $60°$ **B.** $30°$ **C.** $120°$ **D.** $45°$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $d$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$

Mặt phẳng $(P)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;0)$

Gọi $\alpha$ là góc giữa Đường thẳng $d$ và Mặt phẳng $(P)$. Khi đó ta có

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|-1.1+2.(-1)+1.0\right|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha=60^0$

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng $d$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0;(\beta):x-2z-3=0$. Gọi $\varphi$ là góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$. Khi đó:

**A.** $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng $d$ có phương trình: $\begin{cases}x=2t\\ y=\frac{1}{2}+t\\ z=-\frac{3}{2}+t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Suy ra VTCP của $d$ là $\overrightarrow{u_d}(2;1;1)$

Ta có $\sin\left(d,(P)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_d},\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{u_d}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|2.3+1.4+1.5\right|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}.\sqrt{3^2+4^2+5^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d,(P))=60°$.

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, số đo góc $\alpha$ giữa đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z+1=0$ bằng bao nhiêu độ?

**A.** $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $150°$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: đường thẳng $\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;2;-1)$; mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;-1;2)$.

Áp dụng công thức $\sin\alpha=\sin(\vec{u}_\Delta,\vec{n}_P)=\frac{\left|\vec{u}_\Delta.\vec{n}_P\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_P\right|}$

$$\Leftrightarrow\sin\alpha=\frac{\left|1.1+2.(-1)+(-1).2\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\alpha=30°$$

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của $m$ thì đường thẳng $(D):\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{m}=\frac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y+2z=2$?

**A.** $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-4$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vectơ chỉ phương của $(D)$: $\vec{a}=(2;m;m-2)$.

Vectơ pháp tuyến của $(P)$: $\vec{n}=(1;3;2)$.

$(D)\perp(P)\Leftrightarrow$ $\vec{a}$ và $\vec{n}$ cùng phương: $2=\dfrac{m}{3}=\dfrac{m-2}{2}\Leftrightarrow m=6$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

**A.** $\sin\alpha=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

**B.** $\sin\alpha=\dfrac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

**C.** $\cos\alpha=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

**D.** $\cos\alpha=\dfrac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\cos\alpha=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$

**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(Oxy)$ và $(Oxz)$ bằng

**A.** $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Góc giữa hai mặt phẳng $Oxy$ và $Oxz$ bằng $90°$.

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết góc giữa hai vectơ $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ bằng

**A.** $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi $\varphi$ là góc giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

Do $(\vec{n}_P,\vec{n}_Q)=120°>90°\Rightarrow\varphi=180°-120°=60°$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ bằng $60°$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-1=0; (\beta): x+2y-2z-3=0$.

Cosin góc giữa mặt phẳng $(\alpha)$ và mặt phẳng $(\beta)$ bằng:

**A.** $\dfrac{4}{9}$ **B.** $-\dfrac{4}{9}$ **C.** $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$ **D.** $-\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$, lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$.

Ta có $\vec{n}_\alpha = (2; -1; 2); \vec{n}_\beta = (1; 2; -2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos\left(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta\right)\right| = \frac{\left|\vec{n}_\alpha . \vec{n}_\beta\right|}{\left|\vec{n}_\alpha\right| . \left|\vec{n}_\beta\right|} = \frac{\left|2.1 - 1.2 - 2.2\right|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}.\sqrt{(1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{9}$$

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

**A.** $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.

**B.** $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

**C.** $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

**D.** $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos\left((P),(Q)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$. Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng.

**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, tính tổng các giá trị tham số $m$ để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90°$.

**A.** 6 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 2

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$, $(Q)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_p = (m+2; 2m; -m)$, $\vec{n}_Q = (m; m-3; 2)$

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_p . \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow (m+2)m + 2m(m-3) - 2m = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$$

**Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): x + y - z + 2 = 0$. Hai mái nhà này hợp với nhau một góc bằng bao nhiêu độ?



**A.** $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$(P): x+y+2z+1=0$ có VTPT $\vec{n}_{(P)}=(1;1;2)$

$(Q): x+y-z+2=0$ có VTPT $\vec{n}_{(Q)}=(1;1;-1)$

Ta có $\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)}=1.1+1.1+2(-1)=0\Rightarrow (P)\perp (Q)$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-2t\\y=3-2t\\z=1-3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=6+2t'\\y=3+2t'\\z=7+9t'\end{cases}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

b) Đường thẳng $d'$ đi qua điểm $B(6;3;7)$.

c) Hai đường thẳng $d$ và $d'$ cắt nhau.

d) Cosin góc giữa hai đường thẳng $d$ và $d'$ bằng $\dfrac{35}{\sqrt{1513}}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

b) Khi $t'=0$ thì $\begin{cases}x=6\\y=3\\z=7\end{cases}$ nên đường thẳng $d'$ đi qua điểm $B(6;3;7)$.

c) $d$ đi qua điểm $A(2;3;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

Đường thẳng $d'$ đi qua điểm $B(6;3;7)$ có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(2;2;9)$.

Ta có: $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-12;12;0);\overrightarrow{AB}=(4;0;6)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{AB}=-48\neq 0$ nên $d$ và $d'$ chéo nhau.

d) $\cos(d;d')=\dfrac{\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{35}{\sqrt{1513}}$.

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$ và $d:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $A(0;2;1)$ thuộc đường thẳng $\Delta$.

b) Đường thẳng $d$ có vtcp $\vec{u}_d=(1;0;2)$.

c) Hai đường thẳng $\Delta$ và $d$ chéo nhau.

d) Gọi $\alpha$ là góc giữa hai đường thẳng $\Delta$ và $d$. Khi đó $\cos\alpha=\dfrac{5\sqrt{38}}{38}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Khi $t=0$ thì $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$ nên điểm $A(0;2;1)$ thuộc đường thẳng $\Delta$

b) Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(-3;2;2)$.

c) $\Delta$ đi qua điểm $A(0;2;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;-3;2)$.

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $B(1;0;2)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(-3;2;2)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_d}\right]=(-10;-8;-7);\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_d}\right]\cdot\overrightarrow{AB}=-1\neq 0$ nên $\Delta$ và $d$ chéo nhau.

d) Ta có các vecto chỉ phương của hai đường thẳng là $\vec{u}_\Delta=(1;-3;2),\vec{u}_d=(-3;2;2)$.

Khi đó: $\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{u}_\Delta,\vec{u}_d\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{u}_\Delta\cdot\vec{u}_d\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|\cdot\left|\vec{u}_d\right|}=\dfrac{\left|1\cdot(-3)+(-3)\cdot 2+2\cdot 2\right|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+2^2}\cdot\sqrt{(-3)^2+2^2+2^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{238}}=\dfrac{5\sqrt{238}}{238}$.

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d$ và $d'$ có phương trình lần lượt là: $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-7}{5}=\dfrac{z-15}{6}$ và $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;7;15)$.

b) Phương trình tham số của $d'$ là: $\begin{cases} x=1+t' \\ y=2+t',t'\in\mathbb{R} \\ z=3+t' \end{cases}$.

c) Hai đường thẳng $d$ và $d'$ chéo nhau.

d) Cosin của góc giữa đường thẳng $d$ và $d'$ bằng $\dfrac{13}{\sqrt{195}}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;5;6)$.

b) Phương trình tham số của $d'$ là: $\begin{cases} x=1+t' \\ y=2+t',t'\in\mathbb{R}. \\ z=3+t' \end{cases}$

c) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;5;6)$.

Đường thẳng $d'$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=(1;1;1)$. Suy ra $d$ và $d'$ cắt nhau hoặc chéo nhau.

Phương trình tham số của $d$ là: $\begin{cases} x=3+2t \\ y=7+5t \\ z=15+6t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và phương trình tham số của $d'$ là: $\begin{cases} x=1+t' \\ y=2+t' \\ z=3+t' \end{cases}, t'\in\mathbb{R}.$

Xét $\begin{cases} 3+2t=1+t' \\ 7+5t=2+t' \\ 15+6t=3+t' \end{cases} ;t,t'\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-t'=-2 \\ 5t-t'=-5 \\ 6t-t'=-12 \end{cases} ;t,t'\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=-7 \\ 6t-t'=-12 \end{cases} ;t,t'\in\mathbb{R}.$

Hệ phương trình trên vô nghiệm. Do đó hai đường thẳng $d$ và $d'$ chéo nhau.

d) Góc giữa đường thẳng $d$ và $d'$ là:

$$\cos(d,d')=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{u}'\right)\right|=\frac{\left|2\cdot1+5\cdot1+6\cdot1\right|}{\sqrt{2^2+5^2+6^2}\cdot\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{13}{\sqrt{195}}.$$

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $3x+6y-3z-2027=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(1;2;1)$.

c) Góc giữa $\Delta$ và $(P)$ bằng $90°$.

d) Lấy tuỳ ý hai điểm phân biệt $A,B\in\Delta$. Gọi $A',B'$ lần lượt là hình chiếu của $A,B$ lên $(P)$. Khi đó $A'B'=1$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

b) Một vectơ chỉ phương của $(P)$ là $\vec{n}=(3;6;-3)=3(1;2;-1)$.

c) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$, một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(1;2;-1)$.

Khi đó $\sin(\Delta,(P))=\frac{\left|(-1)\cdot1+(-2)\cdot2+1\cdot(-1)\right|}{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=1$.

Vậy $(\Delta,(P))=90°$.

d) Vì $\Delta\perp(P)$ nên $A'$ trùng $B'$. Do đó $A'B'=0$.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \\ z=3-t \end{cases}$ và đường thẳng $\Delta_2:\frac{x-2}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{3}$.

a) Điểm $M(1;2;3)$ thuộc $\Delta_1$ và điểm $N(2;-2;1)$ thuộc $\Delta_2$.

b) $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\sqrt{154}}{77}$.

c) Hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau.

d) Đường thẳng $d$ đi qua điểm $Q(2;3;-1)$ đồng thời cắt và vuông góc với $\Delta_2$ có phương trình dạng $\dfrac{x-a}{2}=\dfrac{y-3}{b}=\dfrac{z+1}{c}$. Khi đó $a-b+c=98$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Từ phương trình của $\Delta_1;\Delta_2$ ta có $M(1;2;3)\in\Delta_1$ và $N(2;-2;1)\in\Delta_2$.

b) Ta có $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{|1\cdot(-2)+3\cdot1+(-1)\cdot3|}{\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+1^2+3^2}}=\dfrac{\sqrt{154}}{77}$.

c) Ta có $\vec{u_1}=(1;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của $\Delta_1;\vec{u_2}=(-2;1;3)$ là vectơ chỉ phương của $\Delta_2$

$M(1;2;3)\in\Delta_1$ và $N(2;-2;1)\in\Delta_2\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(1;-4;-2)$.

Do đó $\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=(10;-1;7)\neq\vec{0};\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]\cdot\overrightarrow{MN}=10\cdot1+(-1)\cdot(-4)+7\cdot(-2)=0$. Suy ra $\Delta_1$ và $\Delta_2$ cắt nhau.

d) Gọi $P=d\cap\Delta_2$ và $P\in\Delta_2\Rightarrow P(-2t+2;t-2;3t+1)$ (với $t\in\mathbb{R}$ )

$\Rightarrow\overrightarrow{QP}=(-2t;t-5;3t+2)$ mà $Q\in d,P\in d$ và $d\perp\Delta_2$ nên $\overrightarrow{QP}\perp\vec{u_2}$

$\Rightarrow\overrightarrow{QP}\cdot\vec{u_2}=0\Rightarrow(-2t)\cdot(-2)+(t-5)\cdot1+(3t+2)\cdot3=0\Rightarrow t=-\dfrac{1}{14}$.

Do đó $\overrightarrow{QP}=\left(\dfrac{1}{7};-\dfrac{71}{14};\dfrac{25}{14}\right)\Rightarrow\vec{u_3}=(2;-71;25)$ là vectơ chỉ phương của $d$.

Vậy $d$ có phương trình là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-71}=\dfrac{z+1}{25}$.

$\Rightarrow a=2,b=-71,c=25\Rightarrow a-b+c=98$.

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=4+2t\\z=-3-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $2x+y+z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;1)$

c) Góc giữa $\Delta$ và $(P)$ bằng $30^\circ$.

d) Toạ độ giao điểm của $\Delta$ và $(P)$ là $M(3;4;-3)$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;-1)$

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;1)$

c) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;-1)$, một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;1)$. Khi đó

$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{\left|1\cdot 2+2\cdot 1+(-1)\cdot 1\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\frac{1}{2}.$$

Khi đó $(\Delta,(P))=30°$.

d) Ta có $2.3+(-4)+(-3)-1=-2\neq 0$ nên $M(3;4;-3)\notin(P)$.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-1-3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $2x+y-3z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

c) Góc giữa $\Delta$ và $(P)$ bằng $60°$.

d) Hình chiếu của $M(1;2;-1)$ lên $(P)$ có toạ độ là $N(1;2;1)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

c) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u}=(2;1;-3)$, một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{n}=(2;1;-3)$. Khi đó

$$\sin(\Delta,(P))=\frac{\left|2\cdot 2+(-1)\cdot(-1)+3\cdot 3\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}}=1.$$

Do đó $(\Delta,(P))=90°$.

d) Ta có $\Delta\perp(P), M(1;2;-1)\in\Delta$ và $\overrightarrow{MN}=(0;0;2)$ không cùng phương với $\vec{n}=(2;1;-3)$ nên đáp án sai.

**Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3-2t\\y=1+2t\\z=-5+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y-5=0$.

a) Vectơ $\vec{u}=(-2;2;1)$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.

b) Góc giữa hai mặt phẳng $(P)$ và $(Oyz)$ bằng $45°$.

c) Đường thẳng đi qua $N(2;3;-4)$ và song song với $\Delta$ có phương trình là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+4}{1}$

d) Đường thẳng $d$ vuông góc $\Delta$ và tạo với $(P)$ một góc $45°$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;4)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Từ phương trình của $\Delta:\begin{cases}x=3-2t\\y=1+2t\\z=-5+t\end{cases}$ ta có $\vec{u}=(-2;2;1)$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$.

b) $(P):x+y-5=0;(Oyz):x=0$ nên ta có $\cos((P),(Oyz))=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.Suy ra $((P),(Oyz))=45°$.

c) Đường thẳng $\Delta_1 \,//\, \Delta$ nên $\Delta_1$ nhận $\vec{u}=(-2;2;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Hơn nữa $\Delta_1$ đi qua $N(2;3;-4)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+4}{1}$.

d) Gọi $\overrightarrow{u_1}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2>0$ ) là một vectơ chỉ phương của $d$.

Do $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{u_1}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{u_1}\cdot\vec{u}=0\Rightarrow -2a+2b+c=0\Rightarrow c=2a-2b(*)$.

Hơn nữa $(d,(P))=45^\circ$ nên $\sin(d,(P))=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\dfrac{|a+b|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow|a+b|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow(a+b)^2=a^2+b^2+c^2\Leftrightarrow c^2=2ab$.

Thay (*) vào ta được $(2a-2b)^2=2ab\Leftrightarrow 2a^2-5ab+2b^2=0(**)$.

Nếu $b=0\Rightarrow a=0;c=0$ (không thỏa mãn).

Nếu $b\neq 0$, ta có $(**)\Leftrightarrow 2\left(\dfrac{a}{b}\right)^2-5\left(\dfrac{a}{b}\right)+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{a}{b}=2\\\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Với $\dfrac{a}{b}=2\Rightarrow a=2b$, thay vào $(*)$ ta được $c=2b$. Do đó $\overrightarrow{u_1}=(2b;b;2b)=b(2;1;2)$ (với $b\neq 0$ ).

Với $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow b=2a$, thay vào $(*)$ ta được $c=-2a$. Do đó $\overrightarrow{u_1}=(a;2a;-2a)=a(1;2;-2)$ (với $a\neq 0$ ).

Vậy $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;4)$ không là một vectơ chỉ phương. của $d$.

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+2024}{2}=\dfrac{y+2025}{1}=\dfrac{z+2026}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$.

a) $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$.

b) $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

c) $\cos(\Delta,(P))=\dfrac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ bằng khoảng $68^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Do $\Delta:\dfrac{x+2024}{2}=\dfrac{y+2025}{1}=\dfrac{z+2026}{-2}$ nên $\vec{u}=(2;1;-2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$.

b) Do $(P):2x+2y-z+1=0$ nên $\vec{n}=(2;2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $(P)$.

c) Ta có $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{|2.2+1.2-2(-1)|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{8}{9}$

$\cos^2(\Delta,(P))=1-\sin^2(\Delta,(P))=1-\dfrac{64}{81}=\dfrac{17}{81}\Rightarrow\cos(\Delta,(P))=\dfrac{\sqrt{17}}{9}$.

d) Ta có $\cos(\Delta,(P))=\dfrac{\sqrt{17}}{9}\Rightarrow(\Delta,(P))\approx 63^0$

**Câu 30.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxy$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$.

a) Vectơ $\vec{n}(1;1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

b) Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(-2;2;0)$.

c) Góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $22,2^0$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng $(\Delta)$ nằm trong mặt phẳng $(P)$, vuông góc và cắt đường thẳng $d$. Khoảng cách từ gốc toạ độ $O$ đến đường thẳng $(\Delta)$ bằng $\sqrt{11}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Từ phương trình $(P):x+2y-3z+4=0$ ta có một vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{v}(1;2;-3)$.

Do $\frac{1}{1}\neq\frac{1}{2}\neq\frac{-1}{-3}$ nên $\vec{n}(1;1;-1)$ khônglà một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

b) Thay tọa độ điểm $A(-2;2;0)$ vào phương trình $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ ta thấy thỏa mãn nên A thuộc d.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng $(P)$ được tính bằng:

$$\sin(d,P)=\frac{|1.1+1.2+(-1).(-3)|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2}}=\frac{6}{\sqrt{3.14}}\Rightarrow(d,P)\approx 67,8^o$$

d) Đường thẳng $(\Delta)$ nằm trong mặt phẳng $(P)$, vuông góc đường thẳng $d$ nên một vectơ chỉ phương của $(\Delta)$ chính là tích có hướng giữa vecto pháp tuyến của $(P)$ là $\vec{v}(1;2;-3)$ và vecto chỉ phương của d là $\vec{u}(1;1;-1)$.

Ta tính được $\vec{q}=\left[\vec{v};\vec{u}\right]=(1;-2;-1)$.

Do đường thẳng $(\Delta)$ nằm trong mặt phẳng $(P)$và cắt đường thẳng $d$ nên giao điểm đó chính là giao điểm của mặt phẳng $(P)$ cắt đường thẳng $d$.

Gọi giao điểm cần tìm là M. Tọa độ giao điểm có dạng $M(-2+t;2+t;-t)$. Do M thuộc $(P)$ nên ta có $(-2+t)+2(2+t)-3(-t)+4=0\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(-3;1;1)$.

Vậy khoảng cách từ gốc O tới $(\Delta)$ là:

$$d(O;\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OM};\vec{q}\right]\right|}{|\vec{q}|}=\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}=3$$

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z-3=0$.

a) Điểm $A(1;-1;-2)$ nằm trên đường thẳng $d$.

b) Mặt phẳng $(Q)$song song với đường thẳng $d$và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $(1;1;-1)$.

c) Góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $30°$.

d) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(-3;1;2)$, song song với mặt phẳng $(P)$ và cắt đường thẳng $d$ tại điểm $N(a;b;c)$. Giá trị $a+b+c$ bằng 3.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Thay tọa độ điểm $A(1;-1;-2)$ vào phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ ta có

$\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{-1+1}{-1}\neq\dfrac{-2-2}{1}$. Vậy điểm $A(1;-1;-2)$ không nằm trên đường thẳng $d$.

b) Vì mặt phẳng $(Q)$ song song với đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ nên

$$\left.\begin{array}{l}\vec{n}_{(Q)}\perp\vec{n}_{(P)}\\ \vec{n}_{(Q)}\perp\vec{u}_d\end{array}\right\}\Rightarrow\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{u}_d\right]=(-3;-3;3)=-3(1;1;-1).$$

c) Gọi $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$. Ta có $\sin\alpha=\dfrac{\left|\vec{n}_{(P)}.\vec{u}_d\right|}{\left|\vec{n}_{(P)}\right|.\left|\vec{u}_d\right|}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30°$.

d) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(-3;1;2)$, song song với mặt phẳng $(P)$,

$\Delta\cap d=N(1+2t;-1-t;2+t)$.

$\overrightarrow{MN}=(4+2t;-2-t;t)$.

Vì $\Delta$ song song với $(P)$ nên $\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Rightarrow(4+2t)(-1)+(-2-t).2+t=0\Leftrightarrow-3t=8\Leftrightarrow t=-\dfrac{8}{3}$

Vậy điểm $N\left(-\dfrac{13}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow-\dfrac{13}{3}+\dfrac{5}{3}-\dfrac{2}{3}=\dfrac{-10}{3}$.

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

b) $A(1;-1;0)$ là một điểm thuộc đường thẳng $d$.

c) $\cos(d;(P))=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ chứa đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là $4x-3y+5z-7=0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}=(1;-2;-2)$

b) Thay toạ độ điểm $A(1;-1;0)$ vào đường thẳng d ta được $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{-1+1}{1}=\dfrac{0}{-1}$. Vậy $A\in d$.

c) Ta có $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ và $\vec{u}=(2;1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$. Khi đó

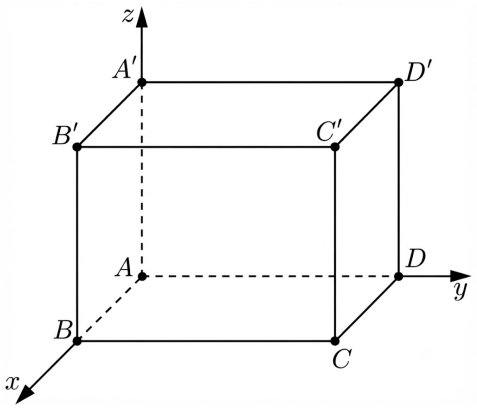
$\sin\left(d;(P)\right)=\dfrac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|2.1+1.(-2)+(-1).(-2)\right|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\dfrac{2}{3\sqrt{6}}\Rightarrow\cos\left(d;(P)\right)=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$.

d) Do mặt phẳng $(Q)$ chứa đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ nên $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-3;5)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q)$.

Chọn $A(1;-1;0)\in d\Rightarrow A\in(Q)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q)$ có dạng: $4(x-1)-3(y+1)+5z=0\Leftrightarrow 4x-3y+5z-7=0$.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh $A$ trùng với gốc $O$, các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$ theo hướng thứ tự cùng hướng với các vectơ đơn vị $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ và có $AB=3$, $AD=4$, $AA'=6$.




a) Toạ độ điểm $B$ là $(3;0;0)$.

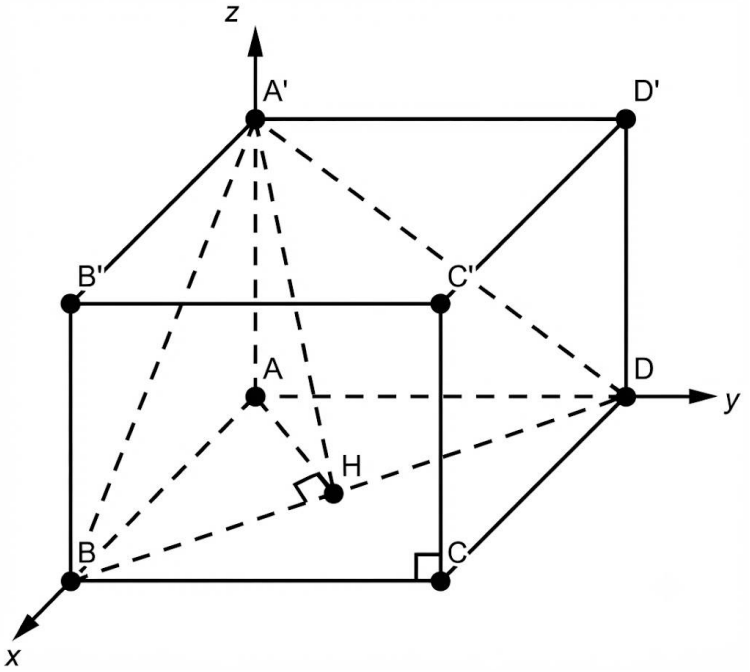
b) Toạ độ điểm $D$ là $(0;4;0)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(A'BD)$ là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=0$.

d) Số đo của góc nhị diện $[A,BD,A']$ là sấp xỉ $68°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |




a)Ta có: $A(0;0;0)$, $B \in Ax$ và $AB=3$ nên $\overrightarrow{AB}=3\vec{i}$, suy ra: toạ độ điểm $B$ là $(3;0;0)$.

b)Ta có: $A(0;0;0)$, $D \in Ay$ và $AD=4$ nên $\overrightarrow{AD}=4\vec{j}$, suy ra: toạ độ điểm $D$ là $(0;4;0)$.

c)Ta có: $A(0;0;0)$, $A' \in Az$ và $AA'=6$ nên $\overrightarrow{AD}=6\vec{k}$, suy ra: toạ độ điểm $A'$ là $(0;0;6)$.

Mặt phẳng $(A'BD)$ đi qua ba điểm $B(3;0;0)$, $D(0;4;0)$ và $A'(0;0;6)$ có phương trình là:

$\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$

d) Từ $A$, kẻ $AH \perp BD$ tại $H$ (1). Nối $A'$ và $H$ ta được $A'H$.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AH \\ BD \perp AA' \end{cases}$ (do $AA' \perp (ABCD)$) $\Rightarrow BD \perp (A'AH) \Rightarrow A'H \perp BD$ (2)

Lại có: $(A'BD) \cap (ABD) = BD$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow [A, BD, A'] = ((A'BD);(ABD)) = \widehat{AHA'}$.

Mặt phẳng $(ABD)$ chính là mặt phẳng $(Axy)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$.

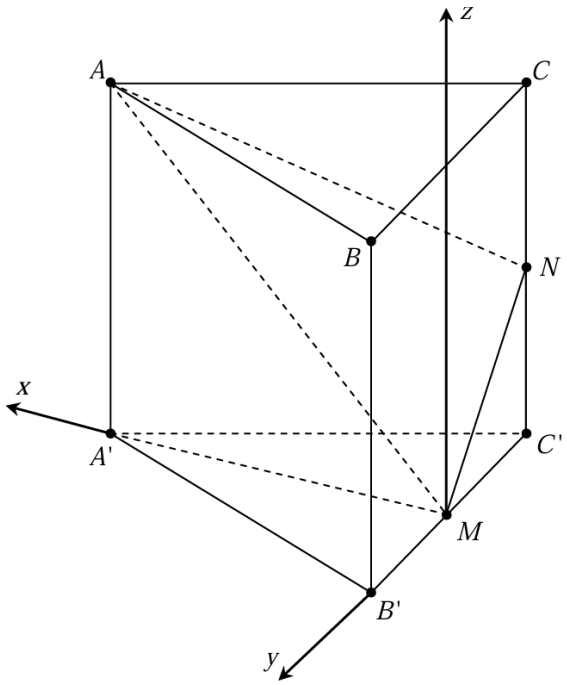
Mặt phẳng $(A'BD): \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=\left(\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{6}\right)$

$$\Rightarrow \cos((A'BD);(ABD)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right)\right| = \frac{\left|0.\frac{1}{3}+0.\frac{1}{4}+1.\frac{1}{6}\right|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}.\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

$\Rightarrow ((A'BD);(ABD)) = [A, BD, A'] \approx 68°$

Vậy số đo của góc nhị diện $[A, BD, A']$ là $\approx 68°$

**Câu 34.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a, BAC=120^\circ, AA'=a$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và $CC'$. Thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ trong không gian như hình vẽ, gốc toạ độ $O$ trùng $M$.




a) $N\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

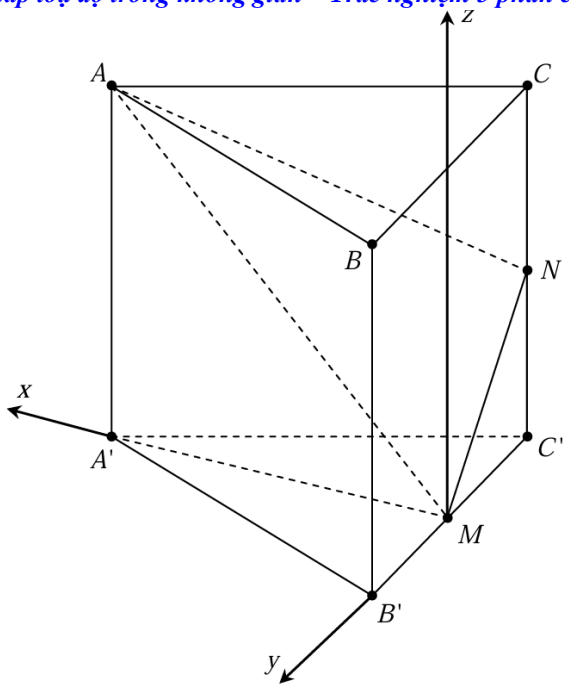
b) Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

c) Đường thẳng $\Delta$ vuông góc với mặt phẳng $(AMN)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$.

d) Cosin góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |




a) Dễ dàng tính được $MB' = MC' = \frac{a\sqrt{3}}{2}; MA' = \frac{a}{2}$ và $M\left(0;0;0\right), N \in \left(Oyz\right) \Rightarrow N\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$

a) $\left(ABC\right) // \left(A'B'C'\right); \left(A'B'C'\right) \equiv \left(Oxy\right)$

Suy ra mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = \left(0;0;1\right)$

c) Ta có: $A \in \left(Oxz\right) \Rightarrow A\left(\frac{a}{2};0;a\right)$

$\overrightarrow{MA}\left(\frac{a}{2};0;0\right)$ cùng phương $\overrightarrow{u_1} = \left(1;0;2\right)$

$\overrightarrow{MN}\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$ cùng phương $\overrightarrow{u_2} = \left(0;-\sqrt{3};1\right)$

Mặt phẳng $\left(AMN\right)$ có một vecto pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = \left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$

Do đó, đường thẳng $\Delta$ vuông góc với mặt phẳng $\left(AMN\right)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$

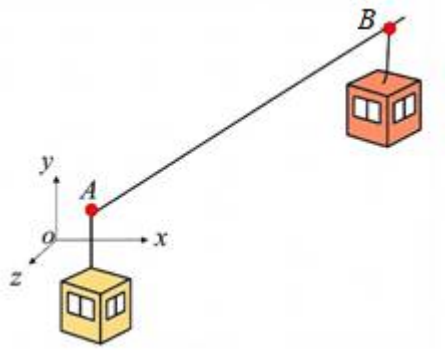
d) Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = \left(0;0;1\right)$

Mặt phẳng $\left(AMN\right)$ có một vecto pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = \left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$

Khi đó: $\cos\left(\left(AMN\right),\left(ABC\right)\right) = \left|\cos\left(\vec{k},\vec{n}\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{4}$

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(2;-2;1\right)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và cabin dừng ở điểm $B$.






a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$

b) Giả sử sau thời gian $t$ (s) kể từ lúc xuất phát $\left(t \geq 0\right)$ thì cabin đến điểm $M$. Khi đó tọa độ điểm $M$ là $M\left(3t + 10; -3t + 3; \dfrac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm $B$ có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường $AB$ dài 800 m.

d) Đường cáp $AB$ tạo với mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ một góc $25°$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$

b) Ta có $AM = v.t = 4,5t$ và ta gọi $M\left(10 + 2m;\ 3 - 2m;\ m\right)$ thuộc đường thẳng $d$

Khi đó: $\overrightarrow{AM} = \left(2m; -2m; m\right)$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với vecto $\vec{u}$ nên $m$ dương

Suy ra $AM = \sqrt{4m^2 + 4m^2 + m^2} = 3\left|m\right| \xrightarrow{m>0} m = 1,5t$ nên $M\left(3t + 10; -3t + 3; \dfrac{3t}{2}\right)$

c) Từ câu trên suy ra $M \equiv B \Leftrightarrow 10 + 3t = 550 \Leftrightarrow t = 180$

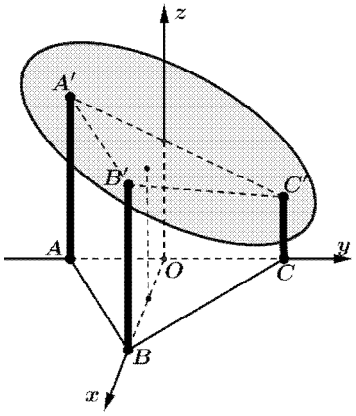
Khi đó: $AB = vt = 4,5.t = 4,5.180 = 810\left(m\right)$

d) Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = \left(2; -2; 1\right)$ và mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là $z = 0$ nên ta có $\vec{n} = \left(0; 0; 1\right)$

Từ đó: $\sin\alpha = \left|\dfrac{\vec{u}.\vec{n}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}\right| = \dfrac{1}{3}$ nên $\alpha \approx 19,5°$

**Câu 36.** Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $8\text{m}, 9\text{m}, 10\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia $Oz$ cùng hướng với vecto

$\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ $O$ trùng với trung điểm của $AC$ và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).




a) Tọa độ các điểm $A'(0;-4;10), B'\left(4\sqrt{3};0;9\right), C'(0;4;8)$.

b) Mặt phẳng $(ABC)$ nhận $\vec{k}=(0;1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

c) Mặt phẳng $(A'B'C')$ nhận $\vec{n}=(0;1;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

d) Biết độ dốc của mái nhà đạt mức tiêu chuẩn khoảng từ $22°$ đến $34°$ thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) $A(0;-4;0), B\left(4\sqrt{3};0;0\right), C(0;4;0)$ và $A'(0;-4;10), B'\left(4\sqrt{3};0;9\right), C'(0;4;8)$

b) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ là $\vec{k}=(0;0;1)$.

c) $\overrightarrow{A'B'}=\left(4\sqrt{3};4;-1\right); \overrightarrow{A'C'}=(0;8;-2)$, khi đó vectơ pháp tuyến của $(A'B'C')$ là:

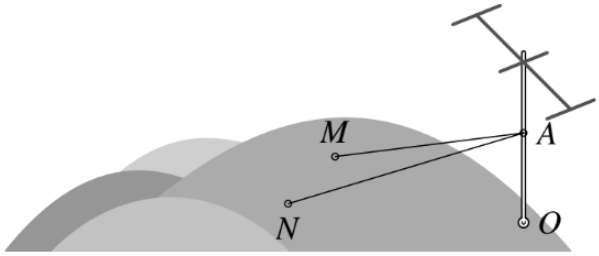
$\vec{n}=\left[\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}\right]=\left(0;8\sqrt{3};32\sqrt{3}\right)=8\sqrt{3}(0;1;4)$

Vậy Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'C')$ là: $\vec{n}=(0;1;4)$.

d) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ là: $\vec{k}=(0;0;1)$

Khi đó: $\cos\left((ABC),(A'B'C')\right)=\dfrac{|4|}{\sqrt{4^2+1^2}}=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$ nên $\left((ABC),(A'B'C')\right)\approx 14°$ nên mái nhà không ở mức tiêu chuẩn.

**Câu 37.** Người ta muốn dựng một cột ăngten trên một sườn đồi. Ăngten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng mét. Gọi $O$ là gốc cột, $A$ là điểm buộc dây cáp vào cột ăngten và $M, N$ là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (hình vẽ). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0), A(0;0;6), M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$.




a) Độ dài các đoạn dây cáp $MA, NA$ lần lượt là $6,7\,(m)$ và $5,8(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

b) Phương trình tham số của đường cáp $MA$ là: $\begin{cases} x=-3t \\ y=4t \\ z=6+3t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

c) Mặt phẳng sườn đồi có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=40$.

d) Góc tạo bởi các sợi dây cáp $MA, NA$ với mặt phẳng sườn đồi lần lượt là $43°$ và $54°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) $\overrightarrow{MA}=(-3;4;3)\Rightarrow MA=\sqrt{(-3)^2+4^2+3^2}=\sqrt{34}\approx 5,8(m)$

$\overrightarrow{NA}=(5;2;4)\Rightarrow NA=\sqrt{5^2+2^2+4^2}=\sqrt{45}\approx 6,7\,(m)$.

b) Ta có $\overrightarrow{MA}=(-3;4;3)$

Phương trình tham số của đường cáp $MA$ đi qua $A$ là: $\begin{cases} x=-3t \\ y=4t \\ z=6+3t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

c) Mặt phẳng sườn đồi chính là mặt phẳng $(OMN)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OM}=(3;-4;3),\overrightarrow{ON}=(-5;-2;2)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(-2;-21;-26)$.

Mặt phẳng $(OMN)$ đi qua $O$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;-21;-26)$ là:

$-2x-21y-26z=0\Leftrightarrow 2x+21y+26z=0$

$\Rightarrow b=21, c=26, d=0\Rightarrow b+c+d=47$

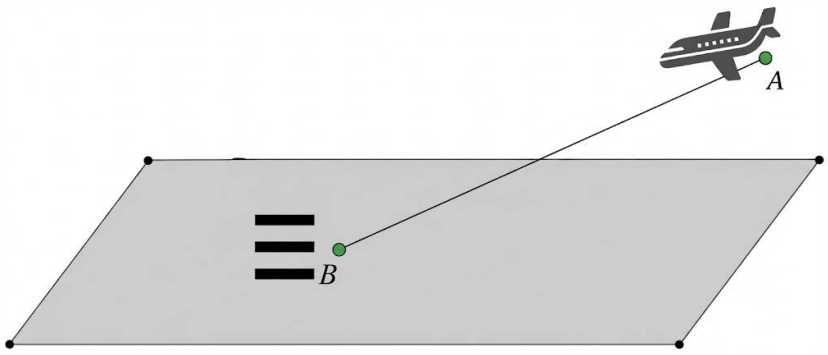
d) Mặt phẳng sườn đồi chính là mặt phẳng $(OMN)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(-2;-21;-26)$.

Gọi $\alpha,\beta$ lần lượt là góc tạo bởi $MA, NA$ với mặt phẳng $(AMN)$.

Ta có: $\sin\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{MA}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{MA}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{\left|-3.(-2)+4.(-21)+3.(-26)\right|}{\sqrt{(-3)^2+4^2+3^2}.\sqrt{(-2)^2+(-21)^2+(-26)^2}} = \dfrac{156}{\sqrt{38114}} \Rightarrow \alpha \approx 53°$

Khi đó: $\sin\beta = \dfrac{\left|\overrightarrow{NA}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{NA}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{\left|5.(-2)+2.(-21)+4.(-26)\right|}{\sqrt{5^2+2^2+4^2}.\sqrt{(-2)^2+(-21)^2+(-26)^2}} == \dfrac{156}{\sqrt{50445}} \Rightarrow \beta \approx 44°$

**Câu 38.** Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz* (đơn vị trên các trục là km) mặt đất được coi là mặt phẳng *(Oxy)* có phương trình $z=0$. Tại gần sân bay có một máy bay dân dụng đang thực hiện quá trình hạ cánh bắt đầu từ vị trí điểm $A(38;-16;6)$ và bay thẳng đến vị trí điểm $B(-2;4;1)$ gần đường băng. Máy bay duy trì tốc độ không đổi $270$ km/h trong suốt quá trình hạ cánh.




a) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ biểu diễn đường bay của máy bay từ $A$ đến $B$ là: $\begin{cases} x = 38-8t \\ y = -16+4t \\ z = 6-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Quá trình hạ cánh may bay đi qua vị trí điểm $C(46;-20;7)$.

c) Quy định về an toàn bay yêu cầu góc hạ cánh (góc giữa đường bay và mặt đất) không được lớn hơn $5^o$. Đường bay này đã tuân thủ đúng quy định an toàn.

d) Sau $5$ phút kể từ khi bắt đầu hạ cánh may bay ở vị trí điểm $M\left(18;6;\dfrac{7}{2}\right)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) $\overrightarrow{AB} = (-40;20;-5) = 5(-8;4;-1)$

Đường thẳng $d$ đi qua $A(38;-16;6)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-8;4;-1)$

Suy ra phương trình tham số của $d$ là: $\begin{cases} x = 38-8t \\ y = -16+4t \\ z = 6-t \end{cases}$

b) $\overrightarrow{CA} = (-8;4;-1)$; $\overrightarrow{CB} = (-48;24;-6) = 6\overrightarrow{CA}$

Suy ra $C$ nằm ngoài đoạn $AB$, nên quá trình hạ cánh máy bay không đi qua vị trí $C$

c) Đường thẳng $d$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(-8;4;-1)$, mặt đất được coi là mặt phẳng $(Oxy)$ có phương trình $z=0$, có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;0;1)$

Gọi $\alpha$ là góc giữa $d$ và $(Oxy)$.

Ta có $\sin\alpha=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{1}{9}\Rightarrow\alpha\approx 6,37^{O}>5^{o}$

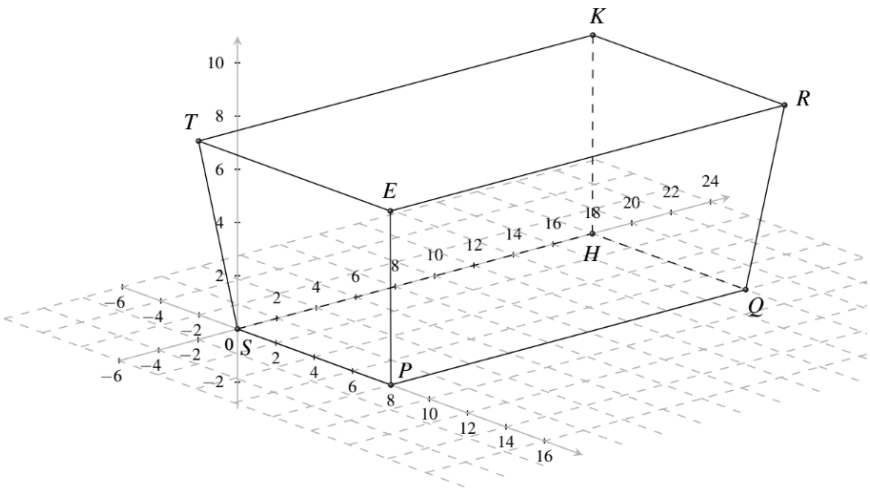
d) $AB=45\,\text{km}$

Thời gian máy bay đi từ $A$ đến $B$ là $\dfrac{45}{270}=\dfrac{1}{6}(h)=10(p)$

Sau 5 phút may bay đi đến vị trí điểm $M$ thoả mãn $M$ là trung điểm của $AB$, suy ra $M\left(18;-6;\dfrac{7}{2}\right)$

**Câu 39.** Một khuôn nướng bánh mì được mô phỏng trong không gian $Oxyz$ như hình minh họa dưới đây với $S(0;0;0),P(8;0;0),Q(8;18;0),T(-1;-1;7),R(9;19;7)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét).






a) $SH=324(cm)$

b) Góc giữa hai cạnh kề $SP$ và $ST$ bằng $82°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa cạnh bên $ST$ và mặt đáy $(SPQH)$ bằng $78°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa mặt bên $(STEP)$ và mặt đáy $(SPQH)$ bằng $82°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có: $\overrightarrow{SH}=(0;18;0)\Rightarrow SH=18(cm)$

b) Ta có: $\overrightarrow{SP}=(8;0;0);\overrightarrow{ST}=(-1;-1;7)$

$\cos(SP,ST)=\dfrac{\left|\overrightarrow{SP}.\overrightarrow{ST}\right|}{\left|\overrightarrow{SP}\right|.\left|\overrightarrow{ST}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{51}}\Rightarrow(SP,ST)\approx 82°$

c) Gọi $\alpha$ là góc giữa cạnh bên $ST$ và mặt phẳng đáy $(SPQH)$.

Ta có: $\overrightarrow{ST}=(-1;-1;7)$, $\vec{n}_{(SPQH)}=(0;0;1)$

Khi đó: $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{ST}.\vec{n}_{(SPQH)}\right|}{\left|\overrightarrow{ST}\right|.\left|\vec{n}_{(SPQH)}\right|}=\dfrac{7}{\sqrt{51}}\Rightarrow\alpha\approx 79°$

d) Gọi $\beta$ là góc giữa mặt bên $(STEP)$ và mặt phẳng đáy $(SPQH)$.

$\overrightarrow{SP}=(8;0;0);\overrightarrow{ST}=(-1;-1;7)$

Ta có: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{ST},\overrightarrow{SP}\right]=(0;56;8)$, $\vec{n}_{(SPQH)}=(0;0;1)$

Khi đó: $\cos\beta=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{n}_{(SPQH)}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{n}_{(SPQH)}\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}\Rightarrow\beta\approx 82°$

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1;-2;6)$ hướng đến vị trí $B(0;2;-4)$, bia chắn là mặt phẳng $(P):2x-y+2z+8=0$, đơn vị là kilomet.

a) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vec tơ $\vec{v}(-1;4;-10)$ với vận tốc $850m/s$ ( bỏ qua mọi lực cản và chướng ngại vật) sau hai phút viên đạn bắn ra đi qua điểm $B$.

b) Điểm $B$ thuộc mặt phẳng $(P)$

**c)** Hình chiếu vuông góc của $A$ trên $(Oxz)$ là $H(1;0;6)$.

d) Góc giữa đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(P)$ nhỏ hơn $50°$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-1;4;-10)$

Phương trình $AB:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+4t\\z=6-10t\end{cases}$

Giao điểm $M(x;y;z)$ của $AB$ và $(P)$ thỏa mãn: $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+4t \\ z=6-10t \\ 2x-y+2z+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{12}{13} \\ x=\dfrac{1}{13} \\ y=\dfrac{22}{13} \\ z=-\dfrac{42}{13} \end{cases} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{13};\dfrac{22}{13};-\dfrac{42}{13}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}\left(-\dfrac{12}{13};\dfrac{48}{13};-\dfrac{120}{13}\right)=\dfrac{12}{13}\overrightarrow{AB}$

Vậy viên đạn dừng lại ở bia chắn là mặt phẳng *(P)*, không đi qua $B$.

b)Thay tọa độ điểm $B(0;2;-4)$ vào phương trình $(P): 2x-y+2z+8=0$ ta có $2.0-2+2(-4)+8\neq 0$ vậy điểm $B$ không thuộc $(P)$.

c) Hình chiếu vuông góc của A trên $(Oxz)$ là $H(1;0;6)$.

d) Góc giữa đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(P)$ là $\varphi$

Ta có $\vec{n}(2;-1;2)$ là vec tơ pháp tuyến của $(P)$, $\overrightarrow{AB}(-1;4;-10)$

$$\sin\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB};\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|-1.2+4(-1)+(-10).2\right|}{\sqrt{(-1)^2+4^2+(-10)^2}.\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{26\sqrt{117}}{351}\Rightarrow\varphi\approx 53°.$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với $m$ là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của $m$ để $(P)$ tạo với $(Q)$ góc $\frac{\pi}{4}$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Mặt phẳng $(P)$, $(Q)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_p}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;0;2m-1)$

Vì $(P)$ tạo với $(Q)$ góc $\frac{\pi}{4}$ nên

$$\cos\frac{\pi}{4}=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_p};\overrightarrow{n_Q}\right)\right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|1+2(2m-1)|}{3.\sqrt{1+(2m-1)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2(4m-1)^2=9\left(4m^2-4m+2\right)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2-20m+16=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right. \Rightarrow 1+4=5$$

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$ và $H$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O$ xuống mặt phẳng $(P)$. Số đo góc giữa mặt $(P)$ và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 45

$(P)$ qua $O$ và nhận $\overrightarrow{OH}=(2;1;2)$ làm VTPT

$(Q): x+y-11=0$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;0)$

Ta có $\cos((P),(Q))=\frac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{n}\right|}{OH.\left|\vec{n}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow((P),(Q))=45^0$

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1); B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa $A$, $B$ và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;3)$, $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;-2;1)$

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta)$ cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta))=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}=\frac{|1.a-2.b+1.c|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow 2(a-2b+c)^2=3(a^2+b^2+c^2)\ (1)$$

Mặt khác vì mặt phẳng $(\beta)$ chứa $A$, $B$ nên: $\overrightarrow{n_\beta}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow a-b+3c=0\Leftrightarrow a=b-3c$

Thế vào $(1)$ ta được: $2b^2-13bc+11c^2=0\ (2)$

Phương trình $(2)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra có 2 vectơ $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ thỏa mãn và có 2 mặt phẳng.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):ax+by+cz-1=0$ với $c<0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0);B(1;0;0)$ và tạo với $(Oyz)$ một góc $60°$. Tính $2a+3b+c^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Mặt phẳng $(P)$ đi qua 2 điểm A, B nên ta có: $\begin{cases}b-1=0\\a-1=0\end{cases}\Rightarrow a=b=1$

Và $(P)$ tạo với $(Oyz)$ một góc $60°$ nên $\cos((P);(Oyz))=\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1}}=\frac{1}{2}\ (*)$

Thay $a=b=1$ vào phương trình $(*)$ được: $\sqrt{2+c^2}=2\Rightarrow c=-\sqrt{2}$

Khi đó: $2a+3b+c^2=5-2=3$

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi $d$ là đường thẳng nằm trong $(\alpha)$ và cắt đường thẳng $AB$, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng $AB$ và $d$ bằng góc giữa đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(\alpha)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $d$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}$, với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Gọi $A'$ là hình chiếu của $A(2;0;1)$ lên $(\alpha)$.

Ta có $B\in(\alpha)$. Gọi $d$ là đường thẳng nằm trong $(\alpha)$ và cắt đường thẳng $AB$, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng $AB$ và $d$ bằng góc giữa đường thẳng $AB$ và mặt phẳng $(\alpha)$

Khi đó $d \equiv A'B \Rightarrow d\left(A,d\right)=d\left(A,\left(\alpha\right)\right)=\left|\dfrac{2}{\sqrt{6}}\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow a=1,b=3\Rightarrow a+b=4$

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ qua $d_1$ tạo với $d_2$ một góc $45^0$ và nhận vectơ $\vec{n}=\left(1;b;c\right)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích $bc$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-4$

Ta có vectơ chỉ phương của $d_1$, $d_2$ lần lượt là $\vec{u}_1=\left(2;-2;-1\right)$ và $\vec{u}_2=\left(1;0;-1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ qua $d_1\Rightarrow \vec{n}.\vec{u}_1=0\Leftrightarrow 2-2b-c=0.\qquad (1)$

$\sin\left(d_2,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|\vec{u}_2.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}_2\right|.\left|\vec{n}\right|}=\sin 45°\Leftrightarrow\dfrac{\left|1-c\right|}{\sqrt{b^2+c^2+1}.\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left|1-c\right|=\sqrt{b^2+c^2+1}\Leftrightarrow b^2+2c=0.\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)\Rightarrow\begin{cases}b=2\\c=-2\end{cases}\Rightarrow b.c=-4.$

**Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng $BC$ có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng $AB$ nằm trong mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+z-3=0$. Biết đỉnh $C$ có cao độ âm, tính hoành độ đỉnh $A$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $4,5$

Vì $C\in BC$ nên $C\left(4+t;5+t;-7-4t\right)$.

$BC$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;1;-4\right)$. Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(1;0;1\right)$.

Gọi $\varphi$ là góc giữa $BC$ và $\left(\alpha\right)$. Ta có $\sin\varphi=\left|\cos\left(\vec{u};\vec{n}\right)\right|=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\varphi=30^0$. Tức là $A$ là hình chiếu của $C$ lên $\left(\alpha\right)$.

Vậy $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=CA=d\left(C;\left(\alpha\right)\right)=\dfrac{\left|4+t-7-4t-3\right|}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}C\left(3;4;-3\right)\\C\left(1;2;5\right)\end{array}\right.$

Mà $C$ có cao độ âm, suy ra $C\left(1;2;5\right)$.

Lúc này $AC$ qua $C\left(1;2;5\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=\left(1;0;1\right)$. Nên $A\left(3+t;4;-3+t\right)$.

Mặt khác $A$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2} \Rightarrow x_A=\frac{9}{2}=4,5$.

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác $ABC$ là $I(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Ta có: Ta có phương trình đường thẳng $AC$ là $\begin{cases} x=1-5t \\ y=2+5t \\ z=-1+6t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Gọi $I$ là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác $ABC \Rightarrow I(1-5t;2+5t;-1+6t)$.

Lại có $\overrightarrow{BA}=(-1;3;-4)$, $\overrightarrow{BC}=(-6;8;2)$, $\overrightarrow{BI}=(-5t-1;5t+3;6t-4)$.

Vì $I$ là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác nên $ABC$:

$$\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BI})=\cos(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BI}) \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BI}}{|\overrightarrow{BA}|.|\overrightarrow{BI}|}=\frac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}}{|\overrightarrow{BC}|.|\overrightarrow{BI}|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5t+1+15t+9+16-24t}{\sqrt{(-1)^2+3^2+(-4)^2}}=\frac{30t+6+40t+24+12t-8}{\sqrt{(-6)^2+8^2+2^2}} \Leftrightarrow \frac{-4t+26}{\sqrt{26}}=\frac{82t+22}{\sqrt{104}}$$

$$\Leftrightarrow -8t+52=82t+22 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right).$$

Vậy $a=-\frac{2}{3}, b=\frac{11}{3}, c=1 \Rightarrow a+b+c=-\frac{2}{3}+\frac{11}{3}+1=4$

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-t \end{cases}$ và $(P): -x+2y+2z+5=0$. Gọi $d$ là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng $\Delta_1$ và tạo với đường thẳng $\Delta_2$ một góc nhỏ nhất. Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(a;b;c)$. Tính tổng $a+2b-3c$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 9

Giả sử đường thẳng $d$ cắt đường thẳng $\Delta_1$ tại $B$, ta có: $B(1+2t;2+t;-2-t) \in \Delta_1$.

Đường thẳng $d$ có VTCP là: $\overrightarrow{AB}=(2t+2;t+2;-t-1)$, mặt phẳng $(P)$ có VTPT $\vec{n}=(-1;2;2)$.

Gọi $\varphi$ là góc giữa $d$ và $\Delta_2$, ta có: $\sin\varphi=\frac{|-2t-2+2t+4-2t-2|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}}=\frac{|2t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}} \geq 0, \Rightarrow d$ tạo với đường thẳng $\Delta_2$ một góc $\varphi$ nhỏ nhất khi $\varphi=0°$ hay $\sin\varphi=0 \Rightarrow t=0$.

Khi đó đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$.

Vậy $a=2,b=2,c=-1\Rightarrow a+2b-3c=2+2.2-3.(-1)=9$

**Câu 50.** Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ *Oxyz*. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng $(Oxz)$, đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(-1;4;-2)$. Tính góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của độ).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 20,4

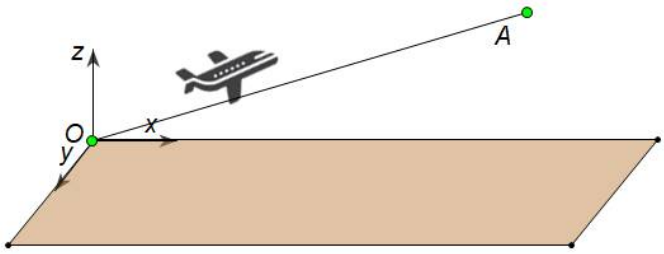
Mặt phẳng $(Oxz)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Đường thẳng *AB* có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-5)$.

Ta có $\sin(AB,(Oxz))=\dfrac{|0.(-2)+1.2+0.(-5)|}{\sqrt{2^2+2^2+5^2}}=\dfrac{2\sqrt{33}}{33}\Rightarrow(AB,(Oxz))\approx 20,4°$.

Vậy góc giữa đường ống thoát nước và mặt sàn là khoảng $20,4°$.

**Câu 51.** Một máy bay cất cánh tại một sân bay, sau khi bắt đầu cất cánh trong thời gian ngắn máy bay sẽ bay theo một đường thẳng và sân bay nơi máy bay cất cánh được coi là một mặt phẳng. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km. Biết rằng, máy bay bắt đầu cất cánh tại điểm $O(0;0;0)$ và sau một thời gian ngắn máy bay bay đến điểm $A(2;5;1,2)$ và sân bay máy bay cất cánh nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ là độ)?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 14

Dựa vào đề bài ta có thể thấy góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay chính là góc của $\overrightarrow{OA}$ và mặt phẳng $(Oxy)$.

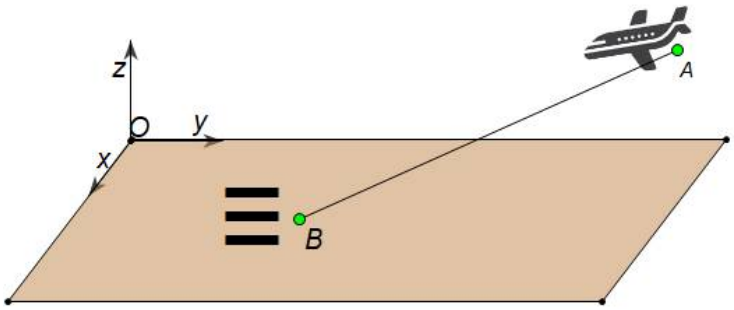
Ta có: $\overrightarrow{OA}=(2;5;1,2)$ và véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxy)$ là $\vec{n}=\vec{k}=(0;0;1)$.

Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi $\overrightarrow{OA}$ và mặt phẳng $(Oxy)$, suy ra:

$$\sin\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{OA}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{OA}\right|\left|\vec{k}\right|}=\frac{|1,2.1|}{\sqrt{2^2+5^2+(1,2)^2}.\sqrt{1^2}}=\frac{6\sqrt{761}}{761}.$$

Suy ra $\alpha\approx 14°$.

**Câu 52.** Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay, mặt phẳng $(Oxy)$ trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(3;2;-3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí $B(8;8;0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng $AB$) và sân bay (một phần của mặt phẳng $(Oxy)$) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 21

Gọi $\alpha$ là góc giữa đường bay và sân bay. Khi đó $\alpha=(AB,(Oxy))$.

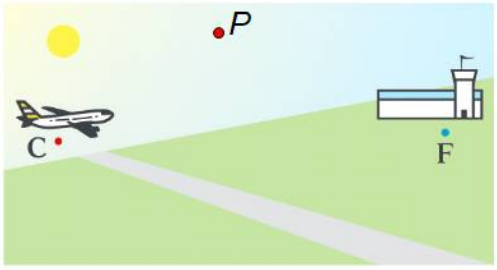
Với đường thẳng $AB$, nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(5;6;3)$ làm vectơ chỉ phương.

Với $(Oxy)$ do $Oz\perp(Oxy)$ nên mặt phẳng $(Oxy)$ nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó ta có $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{k}\right|}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\vec{k}|}=\dfrac{3\sqrt{70}}{70}\Rightarrow\alpha\approx 21°$

Vậy $\alpha\approx 21°$.

**Câu 53.** Gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay sao cho sân bay $F$ nằm trên mặt phẳng $Oxy$. Một máy bay bay hướng tới điểm $C(10;-10;5)$ theo hướng của vectơ $\vec{v}=(-2;2;-1)$. Khi qua điểm $C$, máy bay nhận lệnh từ đài kiểm soát bay đổi hướng bay theo vectơ $\vec{w}=(-5;4;-1)$. Ở điểm $P$ có độ cao 1000 m, máy bay sẽ thực hiện một lần đổi hướng cuối cùng theo vecto $\vec{u}$ để hạ cánh xuống sân bay $F$. Tính cosin góc của hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{w}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,95

Sau khi qua $C$, Beta bay theo $\vec{w}=(-5;4;-1)$: $\begin{cases} x=10-5\lambda \\ y=-10+4\lambda \\ z=5-\lambda \end{cases}$

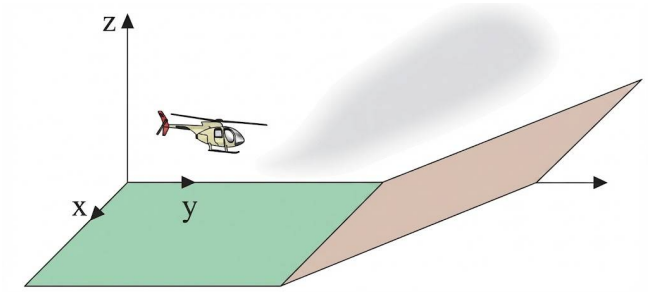
Ở cao $1000\,m=1\,km: 5-\lambda=1\Rightarrow\lambda=4$.

Điểm đổi hướng cuối: $P(-10;6;1)$.

Chặng cuối hướng về $F(-12;7;0)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{PF}=\vec{u}=(-2;1;-1)$.

Khi đó $\cos\theta=\dfrac{\vec{w}.\vec{u}}{|\vec{w}|.|\vec{u}|}=\dfrac{10+4+1}{\sqrt{42}.\sqrt{6}}=\dfrac{15}{\sqrt{252}}\approx 0,95$

**Câu 54.** Một chiếc trực thăng bay trong điều kiện tầm nhìn kém tiến về phía một sườn núi dốc lên, được mô tả bởi các điểm $P(0;5;0)$, $Q(5;10;2)$, $R(10;10;2)$ trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét).




Trực thăng bay qua các điểm $A(1;6;1)$ và $B(2;7;1)$. Nếu trực thăng tiếp tục giữ nguyên hướng bay hiện tại, sẽ va vào sườn núi. Vì thế để tránh tai nạn, tại điểm $B$ phi công giữ nguyên hướng theo phương $x-y$ nhưng bay lên với góc nâng sao cho đường bay song song với sườn núi. Tính góc mà phi công đã thay đổi hướng bay tại điểm $B$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị độ)

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 15,8

$\overrightarrow{PQ}=(5;5;2), \overrightarrow{PR}=(10;5;2), \vec{n}=\left[\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{PR}\right]=(0;10;-25)$

Vậy phương trình mặt phẳng sườn núi: $2y-5z-10=0$

Hướng bay mới: $\vec{v}=(1;1;k), k\in\mathbb{R}$

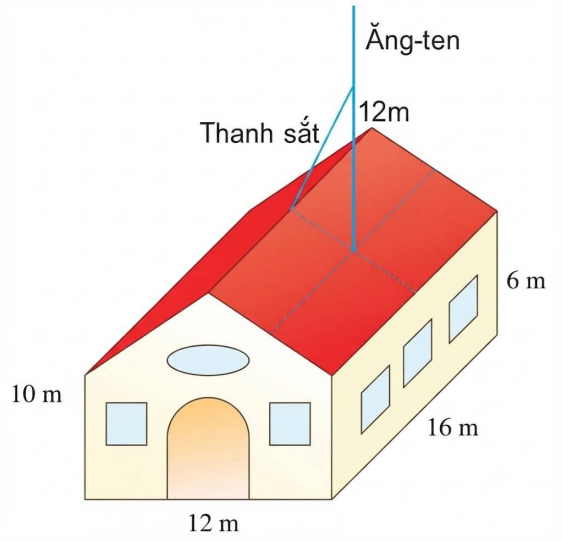
Điều kiện $\vec{v}\perp\vec{n}:\ (1;1;k)\cdot(0;2;-5)=0\Rightarrow 2-5k=0\Rightarrow k=\dfrac{2}{5}.$

Đường bay mới qua $B:\begin{cases}x=2+t\\y=7+t\\z=1+\dfrac{2}{5}t\end{cases}$

Góc đổi hướng tại $B$

Góc giữa $\vec{v}_0=(1;1;0)$ và $\vec{v}=\left(1;1;\dfrac{2}{5}\right):\ \cos\theta=\dfrac{\vec{v}_0\cdot\vec{v}}{|\vec{v}_0||\vec{v}|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\sqrt{2+\dfrac{4}{25}}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}\Rightarrow\theta\approx 15,8°$

**Câu 55.** Chính giữa mặt bên phải của mái nhà (như hình minh họa) có một ăng-ten cao 12 m nhô ra. Ăng-ten được cố định bởi một thanh thép, đầu trên của thanh được gắn ở điểm cách đỉnh ăng-ten 4 m và đầu dưới được bắt vít tại chính giữa đỉnh mái. Tính góc giữa thanh thép giữa thanh thép và mặt phẳng mái nhà (gắn ăng-ten) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị độ)

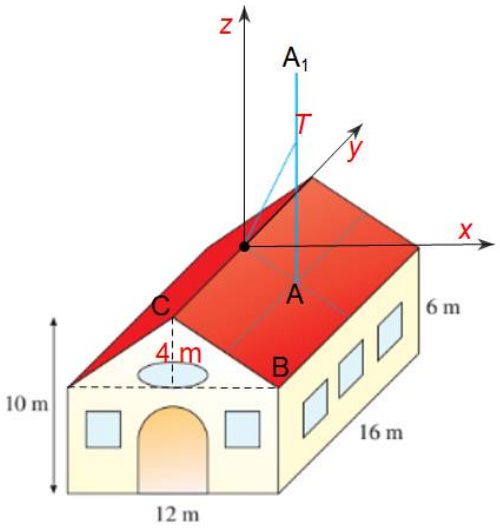



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 19,5

Đặt gốc $O$ tại trung điểm đỉnh mái (đường nóc), $Oy$ dọc theo đỉnh mái (chiều dài 16 m), $Ox$ vuông góc đỉnh mái hướng sang mái phải (nửa bề rộng 6 m), $Oz$ thẳng đứng lên. (như hình dưới)




Khi đó: Chân ăng-ten tại $A(3;0;-2)$, đỉnh $C(0;-8;0)$ và $B(6;-8;-4)$

Suy ra phương trình tổng quát của mặt phẳng mái phải: $(P):2x+3z=0 \quad (\vec{n}=(2;0;3))$

Đầu trên của thanh thép cách đỉnh ăng-ten $4m \Rightarrow$ điểm gắn trên ăng-ten: $T(3;0;6)$ .

Đầu dưới của thanh bắt tại chính giữa đỉnh mái: $O(0;0;0)$ .

Hướng thanh thép: $\vec{w}=\overrightarrow{OT}=(3;0;6)$ .

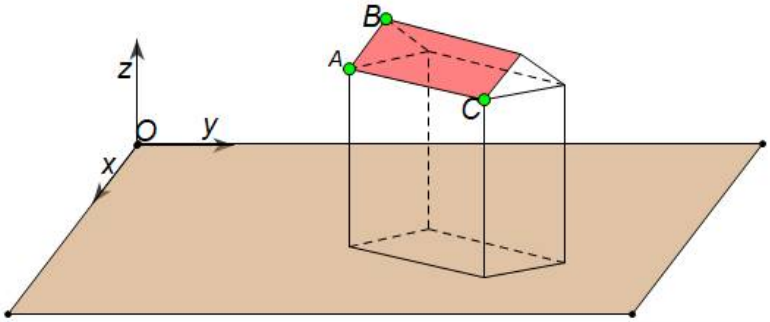
Khi đó góc thanh thép với mặt phẳng mái:

$$\sin\beta=\frac{|\vec{n}\cdot\vec{w}|}{|\vec{n}|.|\vec{w}|}=\frac{|(2;0;3)\cdot(3;0;6)|}{\sqrt{13}\cdot 3\sqrt{5}}=\frac{8}{\sqrt{65}}\Rightarrow\beta=\arcsin\frac{8}{\sqrt{65}}\approx 82,7^{\circ}.$$

Góc giữa hướng bay $\vec{v}=(-4;4;2)$ và mặt phẳng ngang $z=const$ (pháp tuyến $\vec{n}=(0;0;1)$ ):

$$\sin\alpha=\frac{|\vec{n}\cdot\vec{v}|}{\|\vec{n}\|\|\vec{v}\|}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\Rightarrow\alpha=\arcsin\frac{1}{3}\approx 19,5^{\circ}$$

**Câu 56.** Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng $(Oxy)$, người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí $A,B,C$ ở mái nhà bên trái lần lượt có toạ độ $(2;0;4),(4;0;3)$ và $(4;9;3)$. Góc giữa mái nhà bên trái và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 27

Ta gọi $\alpha$ là góc giữa mái nhà bên trái và nền nhà.

Khi đó $\alpha = ((ABC);(Oxy))$.

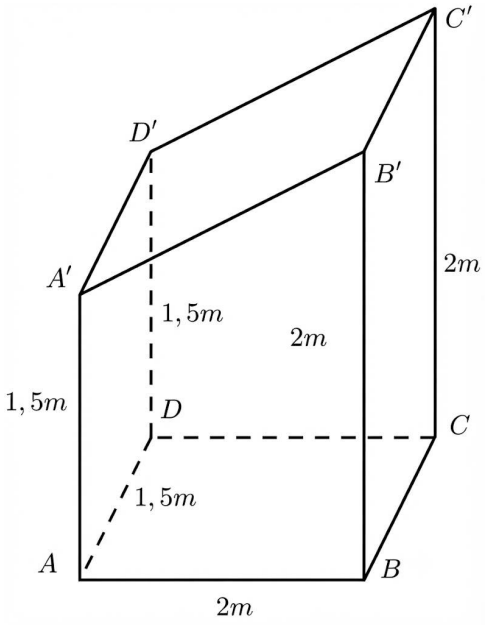
Với $(ABC)$ nhận vectơ $\vec{n} = [\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}]$ với $\overrightarrow{AB} = (2;0;-1)$ và $\overrightarrow{AC} = (2;9;-1)$.

Khi đó $\vec{n} = (9;0;18)$.

Với $(Oxy)$ do $Oz \perp (Oxy)$ nên mặt phẳng $(Oxy)$ nhận $\vec{k} = (0;0;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}\cdot\vec{k}|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{k}|} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \alpha \approx 27°$.

**Câu 57.** Cô Minh Nhàn muốn làm chiếc lều như hình vẽ. Đáy nằm trên nền đất phẳng, các cột vuông góc với đáy có chiều cao $AA' = DD' = 1,5m$, $BB' = CC' = 2m$, đáy là hình chữ nhật có $AB = 2m, AD = 1,5m$ (tham khảo hình vẽ minh hoạ). Góc tạo bởi mái lều và nền lều là bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng đơn vị)

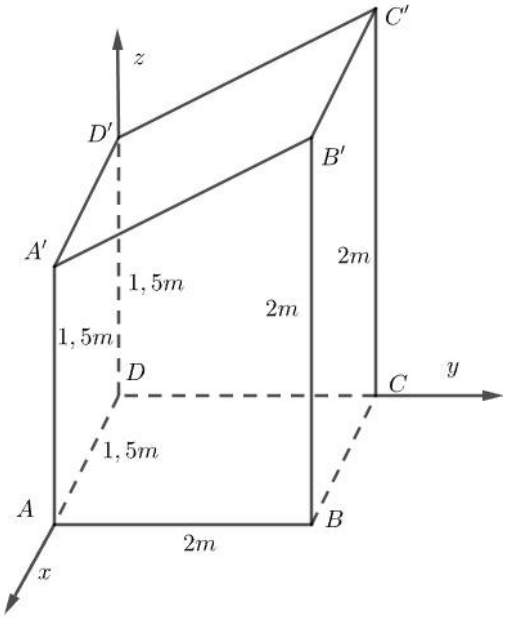



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 14

Chọn hệ trục như hình vẽ




Khi đó ta có $D'(0;0;1,5)$, $A'(1,5;0;1,5)$ $B'(1,5;2;2)$.

$\overrightarrow{D'A'}=(1,5;0;0)=1,5(1;0;0)$, $\overrightarrow{D'B'}=(1,5;2;0,5)=0,5(3;4;1)$.

$\left[\overrightarrow{D'A'},\overrightarrow{D'B'}\right]=(0;-1;-4)=-(0;1;4)$ là vecto pháp tuyến của $(A'B'C'D')$.

Mặt $(ABCD)$ có vecto pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có

$$\cos\left((ABCD),(A'B'C'D')\right)=\frac{|4|}{1.\sqrt{17}}=\frac{4}{\sqrt{17}}\Rightarrow\left((ABCD),(A'B'C'D')\right)\approx 14^0$$

**Câu 58.** Kim tự tháp Giza ở Ai Cập có dạng một hình chóp tứ giác đều. Biết rằng cạnh đáy của kim tự tháp dài 230 m và chiều cao của kim tự tháp là $146,6\,m$. Tính độ dốc của mặt bên kim tự tháp so với mặt phẳng nằm ngang (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

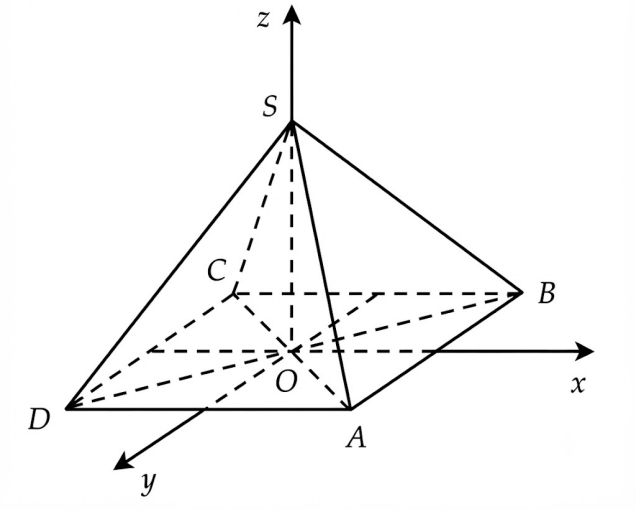


**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 49

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Minh họa kim tự tháp Giza bằng hình chóp tứ giác $S.ABCD$ như hình dưới.




$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác với đáy là hình vuông, có tọa độ các đỉnh là $A(13;13;0), B(13;-13;0)$, $C(-13;-13;0), D(-13;13;0), S(0;0;14,66)$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{SA}=(13;13;-14,66), \overrightarrow{SB}=(13;-13;-14,66)$.

Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(SAB)$ là $\vec{n}=(14,66;0;13)$.

Do đó góc $\alpha$ giữa $(SAB)$ và $Oxy$ được xác định bởi: $\cos\alpha=\dfrac{|0\cdot 14,66+0.1+1.13|}{\sqrt{1^2}\cdot\sqrt{14,66^2+13^2}}\approx 0,66$.

Suy ra $\alpha\approx 49°$.

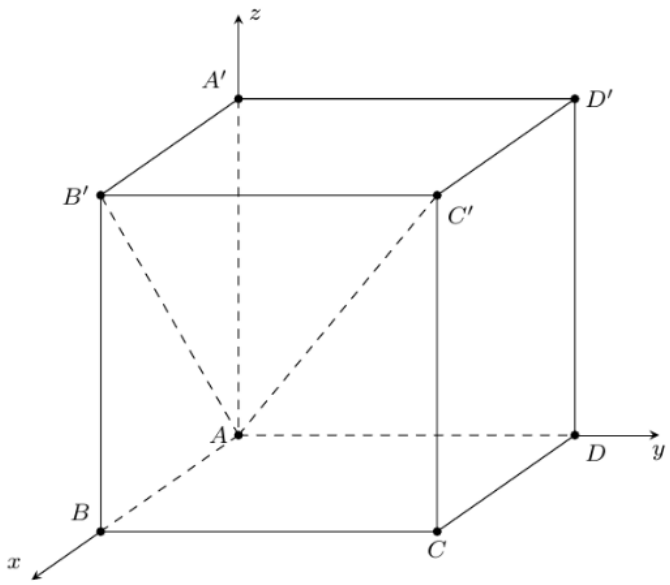
**Câu 59.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Góc giữa $CC'$ và mặt phẳng $(AB'C')$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 45

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ



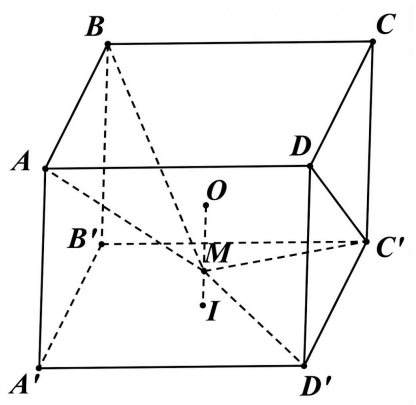

Gắn tọa độ $A(0;0;0)$, $C(2;2;0)$, $B'(2;0;2)$, $C'(2;2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}=(2;0;2)$, $\overrightarrow{AC'}=(2;2;2)$ suy ra $\overrightarrow{n_{(AB'C')}}=\left[\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right]=(-4;0;4)$, $\overrightarrow{CC'}=(0;0;2)$.

$$\sin\left(CC';(AB'C')\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{CC'};\overrightarrow{n_{(AB'C')}}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{CC'}.\overrightarrow{n_{(AB'C')}}\right|}{\left|\overrightarrow{CC'}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(AB'C')}}\right|}=\frac{\left|-4.0+0.0+4.2\right|}{\sqrt{0^2+0^2+2^2}.\sqrt{(-4)^2+0^2+4^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $\left(CC';(AB'C')\right)=45°$

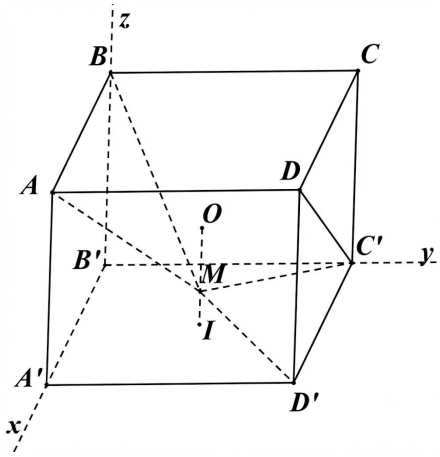
**Câu 60.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm $O$. Gọi $I$ là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm $M$ thuộc đoạn $OI$ sao cho $MO=2MI$ (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và $(MAB)$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,65




Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, cạnh hình lập phương là 1, ta được tọa độ các điểm như sau :

$M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{6}\right)$, $C'(0;1;0)$, $D'(1;1;0)$ và $A(1;0;1)$, $B(0;0;1)$.

Khi đó $\vec{n}_{(MC'D')}=(0;1;3)$; $\vec{n}_{(MAB)}=(0;5;3)$ nên $\cos\left((MAB),(MC'D')\right)=\frac{\left|5.1+3.3\right|}{\sqrt{5^2+3^2}.\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

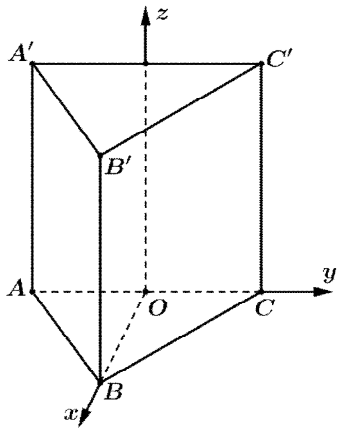
Suy ra $\sin\left((MAB),(MC'D')\right)=\sqrt{1-\left(\frac{7\sqrt{85}}{85}\right)^2}=\frac{6\sqrt{85}}{85}\approx 0,65$.

**Câu 61.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(C'AB)$ và $(BCC'B')$. Tính $\tan^2\alpha$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6




Giả sử lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1.

Chọn hệ trục $Oxyz$, với $O$ là trung điểm $AC$, $B\in Ox$, $C\in Oy$.

Ta có $A\left(0;-\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$, $C'\left(0;\frac{1}{2};1\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{BC'}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{CC'}=(0;0;1)$

Mặt phẳng $(C'B)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC'}\right]=\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Mặt phẳng $(BCC'B')$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{BC'},\overrightarrow{CC'}\right]=\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Ta có $\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|\frac{1}{2}.\frac{1}{2}+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.0\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}}.\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+0}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Ta lại có $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)^2}-1}=\sqrt{6}$

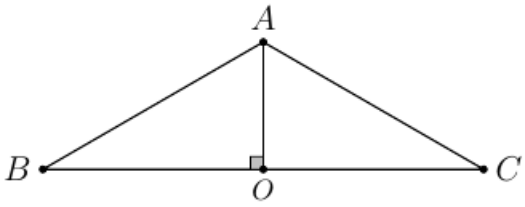
$\Rightarrow\tan^2\alpha=6$

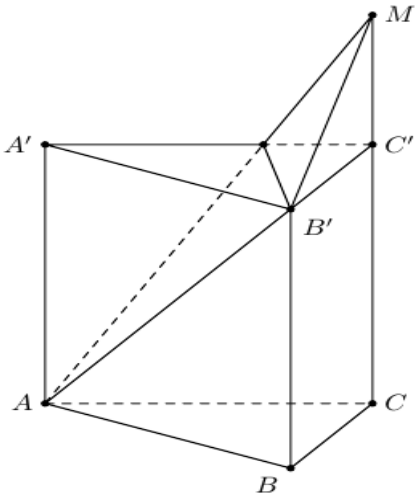
**Câu 62.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh $A$. Biết $BC=a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC}=30°$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi $M$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}$. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABC)$ và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,93



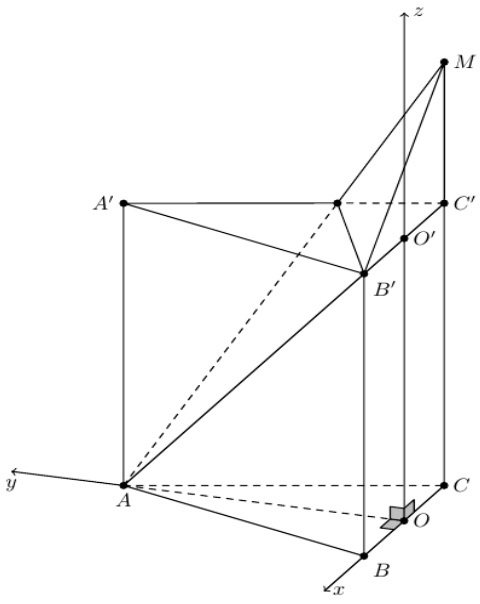




Gọi $O$ là trung điểm $BC$.

Ta có: $BO=AB.\cos30^o \Leftrightarrow AB=\dfrac{BO}{\cos30^o}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=a=AC$ và $AO=AB.\sin30^o=\dfrac{a}{2}$.

Theo đề bài:

$$2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}\Leftrightarrow\overrightarrow{CM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CC'}\Leftrightarrow\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'M}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CC'}\Leftrightarrow\overrightarrow{C'M}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CC'}\Rightarrow C'M=\frac{a}{2}.$$




Coi $a=1$.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$,

$B'\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$, $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;\frac{3}{2}\right)$.

Khi đó $(ABC)\equiv(Oxy): z=0\Rightarrow(ABC)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB'}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{AM}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{n_{(AB'M)}}=4\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AM}\right]=\left(1;5\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(ABC)$ và $(AB'M)$.

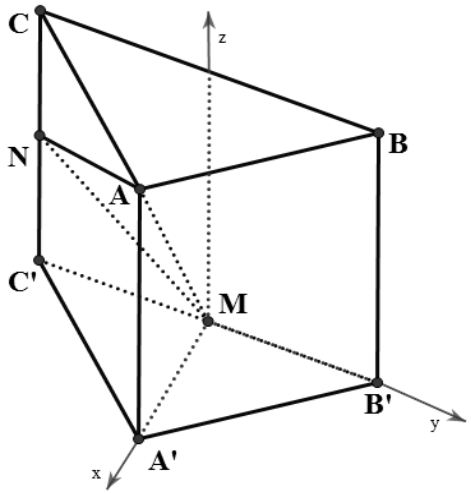
Vậy $\cos\alpha=\frac{\left|\vec{k}.\overrightarrow{n_{(AB'M)}}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(AB'M)}}\right|}=\frac{\left|2\sqrt{3}\right|}{1.2\sqrt{22}}=\sqrt{\frac{3}{22}}\Rightarrow\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{\frac{19}{22}}=\frac{\sqrt{418}}{22}\approx 0,93$.

**Câu 63.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, $BAC=120°$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và $CC'$. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi $\alpha$ là góc giữa mặt phẳng $(AMN)$ và mặt phẳng $(ABC)$, khi đó giá trị $(4\cos\alpha)^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 12




Lấy $H$ là trung điểm của $BC$.

Ta có: $V_{ABC.A'BC'}=CC'.S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}\Rightarrow CC=a$ vì $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $M\equiv O$.

$M(0;0;0)$, $A'\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B'\left(0;\frac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$, $C'\left(0;-\frac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$; $A\left(\frac{a}{2};0;a\right)$; $N\left(0;-\frac{\sqrt{3}a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

Ta có: $(ABC)\perp Oz$ nên $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=\left(\frac{a}{2};0;a\right)$, $\overrightarrow{MN}=\left(0;-\frac{\sqrt{3}a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

Gọi $\vec{v}_1=\frac{a}{2}\overrightarrow{MA}\Rightarrow\vec{v}_1=(1;0;2)$, $\vec{v}_2=\frac{a}{2}\overrightarrow{MN}\Rightarrow\vec{v}_2=\left(0;-\sqrt{3};1\right)$.

Khi đó mặt phẳng $(AMN)$ song song hoặc chứa giá của hai vectơ không cùng phương là $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{v}_1,\vec{v}_2\right]=\left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$.

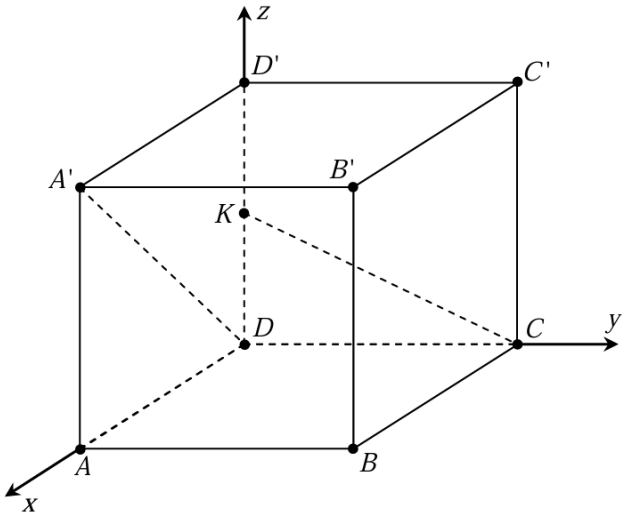
Vậy $\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{k},\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\vec{k}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{4}\Rightarrow(4\cos\alpha)^2=12$.

**Câu 64.** Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi $K$ là trung điểm của $DD'$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK$ và $A'D$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị $2027a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2030




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $D(0;0;0),A'(1;0;1),K\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ và $C(0;1;0)$

Ta có $\overrightarrow{DA'}=(1;0;1);\overrightarrow{CK}\left(0;-1;\frac{1}{2}\right)$ và $\overrightarrow{DK}\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$

Khi đó $\left[\overrightarrow{DA'};\overrightarrow{CK}\right]=\left(1;-\frac{1}{2};-1\right),\left[\overrightarrow{DA'};\overrightarrow{CK}\right].\overrightarrow{DK}=-\frac{1}{2}$

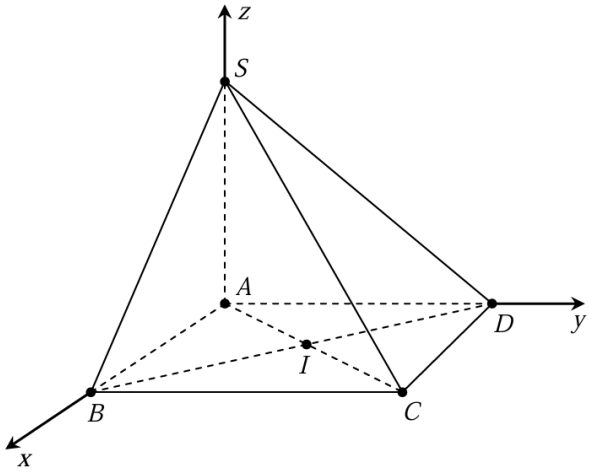
Do đó: $d\left(A'D;CK\right)=\frac{\left|-\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^2}}=\frac{\left|-\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+1}}=\frac{1}{3}\Rightarrow 2027a+b=2030$.

**Câu 65.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha=\sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBC)$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 60




Gọi $I=AC\cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng $a$.

Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ SI\perp BD\\ AI\perp BD\end{cases}\Rightarrow((SBD);(ABCD))=(SI;AI)=SIA$.

Ta có $\tan\alpha=\tan SIA=\dfrac{SA}{AI}\Leftrightarrow SA=a$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0),B(a;0;0),C(a;a;0),S(0;0;a)$.

Khi đó $\overrightarrow{SA}=(0;0;-a);\overrightarrow{SC}=(a;a;-a);\overrightarrow{SB}=(a;0;-a)$.

Mặt phẳng $(SAC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(-1;1;0)$.

Mặt phẳng $(SBC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;0;1)$.

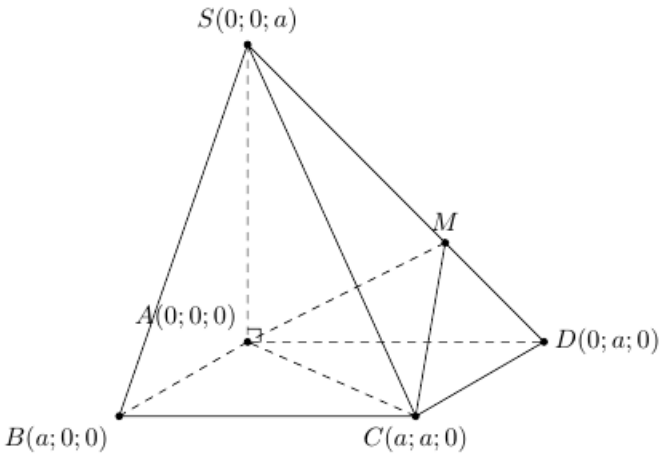
Suy ra $\cos((SAC);(SBC))=\dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow((SAC);(SBC))=60°$.

**Câu 66.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a$. Cạnh bên $SA=a$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi $M$ là điểm nằm trên cạnh $SD$ sao cho $SM=2MD$. Tính **cosin** của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AMC)$ và $(SBC)$(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,87




Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm $A \equiv O$, các điểm $B, D, S$ lần lượt thuộc chiều dương các trục tọa độ $Ox, Oy, Oz$. Suy ra tọa độ các điểm như trên hình vẽ.

Do $M$ là điểm nằm trên cạnh $SD$ sao cho $SM = 2MD$ suy ra

$$\overrightarrow{SM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SD} \Rightarrow M\left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \\ \overrightarrow{AC} = (a;a;0) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right] = \left(-\frac{a^2}{3};\frac{a^2}{3};-\frac{2a^2}{3}\right) = -\frac{a^2}{3}(1;-1;2).$$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{SB} = (a;0;-a) \\ \overrightarrow{SC} = (a;a;-a) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right] = \left(a^2;0;a^2\right) = a^2(1;0;1).$

Chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AMC)$ là $\overrightarrow{n_1} = (1;-1;2)$.

Chọn vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(SBC)$ là $\overrightarrow{n_2} = (1;0;1)$.

Khi đó: $\cos\left((AMC),(SBC)\right) = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{3}{\sqrt{6}\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87$.

**Câu 67.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi $E, M$ lần lượt là trung điểm các cạnh $BC$, $SA$ và $\alpha$ là góc tạo bởi đường thẳng $EM$ và mặt phẳng $(SBD)$. Tính $\tan^2\alpha$

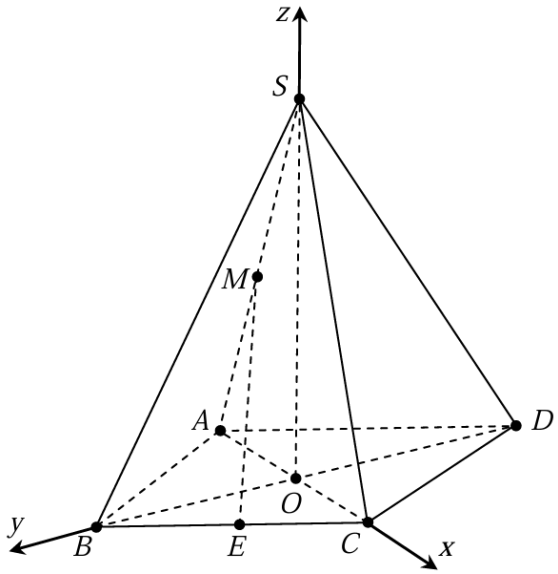
**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $Ox \equiv OC, Oy \equiv OB, Oz \equiv OS$. Chọn $OA = 1$

Ta có $C(1;0;0), A(-1;0;0) \Rightarrow (SBD)$ nhận $\overrightarrow{AC} = (2;0;0)$ là một vectơ pháp tuyến.




Từ $SA=AB=OA\sqrt{2}=\sqrt{2}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=1\Rightarrow \begin{cases} S(0;0;1) \\ A(-1;0;0) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $\begin{cases} C(1;0;0) \\ B(0;1;0) \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right) \Rightarrow EM$ nhận $\overrightarrow{ME}=\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ là một vectơ chỉ phương.

Suy ra: $\sin\left(EM;(SBD)\right)=\sin\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC}\right|}{ME.AC}=\frac{2}{\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}.2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

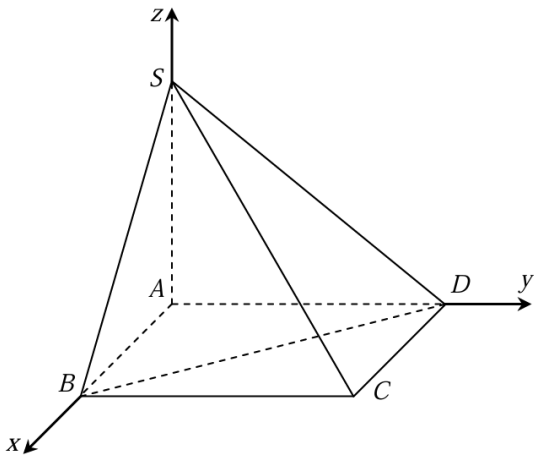
$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow \tan\alpha=\sqrt{2}\Rightarrow \tan^2\alpha=2.$

**Câu 68.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết rằng $AB=a, BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và $SA$ vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi giữa đường thẳng $BD$ và mặt phẳng $(SBC)$, hãy tính giá trị $(2\sin\alpha)^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có: $A(0;0;0), B(a;0;0), D\left(0;a\sqrt{3};0\right), S(0;0;a)$

$\overrightarrow{BD}=\left(-a;a\sqrt{3};0\right)=a\left(-1;\sqrt{3};0\right)$ nên đường thẳng $BD$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(-1;\sqrt{3};0\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{SB}=(a;0;-a), \overrightarrow{BC}=\left(0;a\sqrt{3};0\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(a^2\sqrt{3};0;a^2\sqrt{3}\right)=a^2\sqrt{3}(1;0;1)$.

Như vậy, mặt phẳng $(SBC)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Do đó, $\alpha$ là góc tạo bởi giữa đường thẳng $BD$ và mặt phẳng $(SBC)$ thì

$$\sin\alpha=\frac{|\vec{u}.n|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{\left|(-1).1+\sqrt{3}.0+0.1\right|}{\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}\Rightarrow(2\sin\alpha)^2=2$$

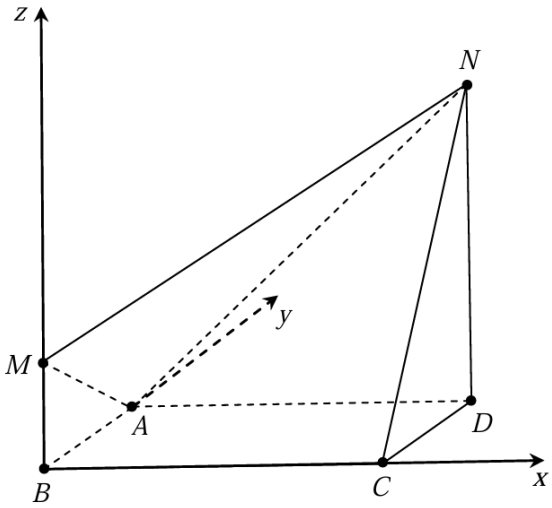
**Câu 69.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a$. Trên hai tia $Bx$, $Dy$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm $M,N$ sao cho $BM=\frac{a}{4}; DN=2a$. Hỏi góc $\varphi$ giữa hai mặt phẳng $(AMN)$ và $(CMN)$ bằng bao nhiêu độ?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 90

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:




Ta có: $B(0;0;0), A(0;a;0), C(a;0;0), M\left(0;0;\frac{a}{4}\right), N(a;a;2a)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(0;-a;\frac{a}{4}\right), \overrightarrow{AN}=(0;0;2a)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\left(-2a^2;\frac{a^2}{4};a^2\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AMN)$ nên $\overrightarrow{CM}=\left(-a;0;\frac{a}{4}\right), \overrightarrow{CN}=(0;a;2a)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{CM},\overrightarrow{CN}\right]=\left(\frac{-a^2}{4};2a^2;-a^2\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(CMN)$

Do đó: $\cos\varphi = \dfrac{\left|\dfrac{a^4}{2}+\dfrac{a^4}{2}-a^4\right|}{\sqrt{4a^4+\dfrac{a^4}{16}+a^4}\cdot\sqrt{4a^4+\dfrac{a^4}{16}+a^4}} = 0 \Rightarrow \varphi = 90°$.

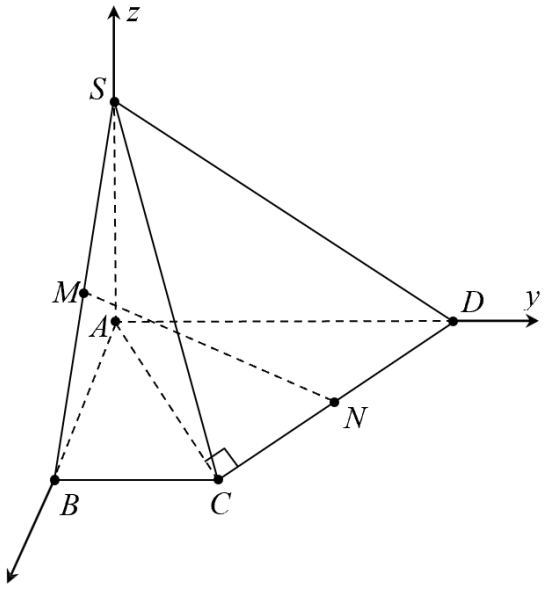
**Câu 70.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại $A$ và $B$, thỏa mãn điều kiện, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA$ vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm của $SB, CD$. Tính cosin của góc giữa $MN$ và $(SAC)$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,74

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ




Chọn đơn vị là $a$

Có $A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S(0;0;1), M\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), N\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};0\right)$.

Vecto chỉ phương của $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN} = \left(0;\frac{3}{2};\frac{-1}{2}\right) \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (0;3;-1)$

Vecto pháp tuyến của $(SAC)$ là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}\right] = (1;-1;0)$

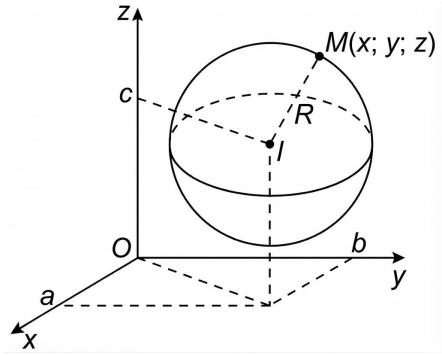
Vậy $\sin\left(MN,(SAC)\right) = \dfrac{|3|}{\sqrt{9+1}.\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$ nên $\cos\left(MN,(SAC)\right) = \sqrt{1-\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{10}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{55}}{10} \approx 0,74$

# BÀI 17
# PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

## 1. Phương trình của mặt cầu

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R$ có phương trình là:

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$




**Chú ý:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trong mặt cầu $(S)$ nếu: $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2<R^2$.
- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mặt cầu $(S)$ nếu: $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2=R^2$.
- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$ nếu: $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2>R^2$.

**Nhận xét:** Với $a,b,c,d$ là các hằng số, phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có thể viết lại thành $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=a^2+b^2+c^2-d$ và là phương trình của mặt cầu $(S)$ khi và chỉ khi $a^2+b^2+c^2-d>0$. Khi đó, $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

## 2. Ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn

# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## CHỦ ĐỀ 1
## PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

### DẠNG 1
### XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN MẶT CẦU

- Phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ thì mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và có bán kính $R$.
- Phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$ thì để xác định tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R$ ta thức hiện như sau:

+ Xác định tọa độ tâm $I$: $\begin{cases}-2a=...\\-2b=...\\-2c=...\end{cases}$

+ Xác định bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

**Chú ý:**

- Có thể xác định tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R$ của phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ bằng cách nhóm nhân tử để đưa về dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.
- Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện: Hệ số trước $x^2$, $y^2$, $z^2$ phải bằng 1 và $a^2+b^2+c^2-d>0$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm và bán của của các mặt cầu sau:

a) $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$

b) $(S):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(-y-1)^2+z^2=9.$

c) $(S):x^2+y^2+z^2+2x-2y+8z-18=0$

d) $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-2=0$

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

a) $x^2+y^2+z^2-2x-5z+30=0$

b) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z=0$

c) $x^3+y^3+z^3-2x+6y-9z-10=0$

d) $x^2+y^2+z^2+5=0$

e) $3x^2+2y^2+z^2-2x-2y+2z+1=0$

f) $x^2+y^2-2x+6y-8z-3=0$

g) $x^2+y^2+z^2-6x+8y-2z+10=0$

h) $2x^2+2y^2+2z^2+12x+4y-8z+20=0$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình: $(S): x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ là phương trình mặt cầu.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

$(S_1): x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$

$(S_2): 2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0$

$(S_3): 2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0$

$(S_4): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

$(S_1): x^2+y^2+z^2-2x=0$

$(S_2): x^2+y^2-z^2+2x-y+1=0$

$(S_3): 2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1$

$(S_4): (x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$

**Bài 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình:

a) $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2(m+1)z+2m^2+6=0$ là phương trình mặt cầu.

b) $x^2+y^2+z^2-2(3-m)x-2(m+1)y-2mz+2m^2+7=0$ không phải là phương trình mặt cầu.

## DẠNG 2
## LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU DẠNG CƠ BẢN

**Phương pháp:** Dựa vào giả thiết bài toán, ta xác định được tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và độ dài bán kính $R$.

**Các dạng thường gặp:**

**Dạng 1:** Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ thì bán kính

$$R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (z_A - z_I)^2}$$

**Dạng 2:** Mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ thì

Tâm $I(a;b;c)$ là trung điểm của $AB$ hay $I\left(\frac{x_A + x_B}{2};\frac{y_A + y_B}{2};\frac{z_A + z_B}{2}\right)$

Bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}{2}$

**Dạng 3:** Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc với $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ thì bán kính

$$R = d(I,(\alpha)) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

**Dạng 4:** Mặt cầu qua bốn điểm $A, B, C, D$ không đồng phẳng (hay gọi là ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

Gọi $(S)$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ $(*)$

Thay tọa độ 4 điểm $A, B, C, D$ vào $(*)$ thì ta được hệ phương trình với 4 ẩn số $a, b, c, d$

Giải tìm $a, b, c, d$.

Suy ra tâm $I(a,b,c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kinh bằng 3.

b) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

c) mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$, với $A(1;1;1)$ và $B(1;-1;3)$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$.

b) mặt cầu $(S)$ đi qua 3 điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$ và có tâm $I$ nằm trên mặt phẳng $Oxy$.

c) mặt cầu $(S)$ đi qua 2 điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$ và có tâm $I$ thuộc $Ox$.

d) mặt cầu $(S)$ đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kinh bằng $2$.

b) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $A(1;2;3)$.

c) mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$, với $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục $Ox$.

b) mặt cầu $(S)$ có tâm nằm trên mặt phẳng $(Oyz)$ và đi qua các điểm $A(0;8;0), B(4;6;2), C(0;12;4)$.

c) mặt cầu $(S)$ có tâm là $A(-2;-4;5)$ và cắt trục $Oz$ tại hai điểm $B$, $C$ sao cho $\Delta ABC$ vuông.

## DẠNG 3
## VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MỘT ĐIỂM VỚI MẶT CẦU
## TÌM TẬP HỢP ĐIỂM

Cho mặt cầu tâm $S(I;R)$

- Nếu $IM = R$ thì $M$ nằm trên mặt cầu.
- Nếu $IM < R$ thì $M$ nằm trong mặt cầu.
- Nếu $IM > R$ thì $M$ nằm ngoài mặt cầu.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và ba điểm $M(2;4;3), N(0;-1;2), Q(3;5;2)$. Xét vị trí tương đối của các điểm $M, N, Q$ với mặt cầu $(S)$.

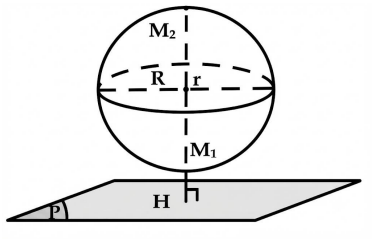
**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(-3;-2;-5)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2+BM^2=30$ là một mặt cầu $(S)$. Tìm bán kính $R$ của mặt cầu $(S)$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A, B$ cố định có độ dài $AB$ là $4$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian sao cho $MA=3MB$ là một mặt cầu. Tính bán kính mặt cầu đó.

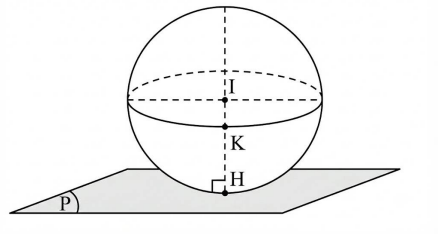
## DẠNG 4
## VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT PHẲNG VỚI MẶT CẦU

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng $(P)$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên $(P)$ và có $d = IH$ là khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P)$. Khi đó:

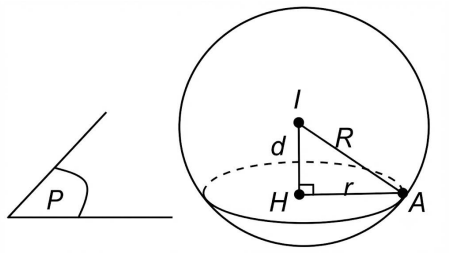
- Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.




- Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó $(P)$ là mặt phẳng tiếp diện của $(S)$ và $H$ là tiếp điểm.




- Nếu $d < R$: mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm $H$ và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.




**Chú ý:** Cho mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(x_I; y_I; z_I)$ và bán kính $R$. Để xét vị trí tương đối của mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$, ta làm như sau:

- Tính $d(I;(P)) = \dfrac{|Ax_I + By_I + Cz_I + D|}{|\vec{n}_{(P)}|}$
- So sánh với bán kính $R$

  + Nếu $d(I;(P)) > R$ thì mặt phẳng không cắt mặt cầu

  + Nếu $d(I;(P)) = R$ thì mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu

  + Nếu $d(I;(P)) < R$ thì mặt phẳng cắt mặt cầu

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$ biết:

a) mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+4=0$.

b) mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z+17=0$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu $(S)$:

a) có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z-7=0$.

b) có tâm $A(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z+3=0$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $5$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$. Viết mặt phẳng tiếp xúc với $(S)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-11=0$.

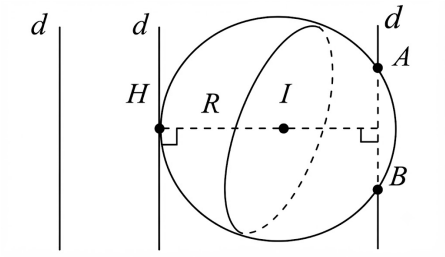
**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ có phương trình $x-2y-2z-5=0$ và mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Viết phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P)$ và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

# DẠNG 5
# VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT CẦU

Cho mặt cầu $(S)$ có tâm $(P)$ bán kính $(S)$ và đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}$, điểm $M \in d$.

Để xét vị trí tương đối giữa đường thẳng $d$ và mặt cầu $(S)$, ta làm như sau:

- Tính $d(I;d) = \dfrac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}$
- So sánh với bán kính $R$
  + Nếu $d(I;d) > R$ thì đường thẳng $d$ không cắt mặt cầu $(S)$
  + Nếu $d(I;d) = R$ thì đường thẳng $d$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại $H$.
  + Nếu $d(I;d) < R$ thì đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$.




**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tìm vị trí tương đối của đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$. Tính giá trị của $m$ để đường thẳng $\Delta$ tiếp xúc mặt cầu $(S)$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và đường thẳng $d$ có phương trình $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$. Lập phương trình mặt cầu tâm $I$, tiếp xúc với $d$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;3;-1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng $(d)$ có phương trình: $(d)\begin{cases} x = 11+2t \\ y = t \\ z = -25-2t \end{cases}$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho $AB = 16$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P):2x+6y+z-3=0$ cắt trục $Oz$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại $A$ và $B$. Viết phương trình mặt cầu đường kính $AB$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt đường thẳng $d$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho tam giác $IAB$ đều.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1)$, $(S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):x^2+y^2+(z-1)^2=4$. Một đường thẳng $d$ vuông góc với véc tơ $\vec{u}=(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S_2)$ và cắt mặt cầu $(S_1)$ theo một đoạn thẳng có độ dài bằng $8$. Tìm vectơ chỉ phương của $d$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=4$ và mặt phẳng $(P):x-3y+5z-3=0$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $E$, nằm trong $(P)$ và cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A,B$ sao cho tam giác $OAB$ là tam giác đều. Viết phương trình của đường thẳng $\Delta$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt phẳng $(P):x-3y+5z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=4$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $E$, nằm trong mặt phẳng $(P)$ và cắt $(S)$ tại 2 điểm phân biệt $A,B$ sao cho $AB=2$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$ và hai điểm $M(1;1;1)$, $N(-3;-3;-3)$. Mặt cầu $(S)$ đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$ tại điểm $Q$. Biết rằng $Q$ luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3^2$, mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc $(P)$. Một đường thẳng $\Delta$ đi qua $N$ nằm trong $(P)$ cắt $(S)$ tại hai điểm $A$, $B$ thỏa mãn $AB=4$. Gọi $\vec{u}(1;b;c)$, $(c>0)$ là một vecto chỉ phương của $\Delta$, tính tổng $b+c$.

**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$. Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn $(C)$. Tìm tọa độ tâm $K$ và bán kính $r$ của đường tròn $(C)$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và hình nón $(H)$ có đỉnh $A(3;2;-2)$ và nhận $AI$ làm trục đối xứng với $I$ là tâm mặt cầu. Một đường sinh của hình nón $(H)$ cắt mặt cầu tại $M$, $N$ sao cho $AM=3AN$. Viết phương trình mặt cầu đồng tâm với mặt cầu $(S)$ và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón $(H)$.

**Trả lời**: ……..

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z+2=0$, $K(0;0;-2)$, đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. Lập phương trình mặt cầu tâm thuộc đường thẳng $d$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo thiết diện là đường tròn tâm $K$, bán kính $r=\sqrt{5}$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-1;2)$, $B(2;-3;0)$, $C(-2;1;1)$, $D(0;-1;3)$. Gọi $(L)$ là tập hợp tất cả các điểm $M$ trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1$. Biết rằng $(L)$ là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính $r$ bằng bao nhiêu?

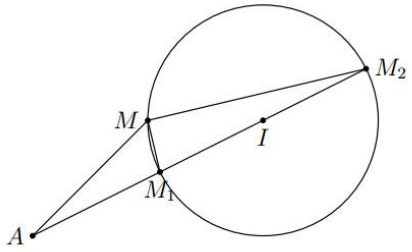
**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và một điểm $M(2;3;1)$. Từ $M$ kẻ được vô số các tiếp tuyến tới $(S)$, biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn $(C)$. Tính bán kính $r$ của đường tròn $(C)$.

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-14=0$. Điểm $M$ thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $\Delta MAB$ vuông tại $M$. Tính khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(Oxy)$.

## DẠNG 6
## GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU

**Bài toán.** Cho điểm $A$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I$, bán kính $R$, $M$ là điểm di động trên $(S)$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $AM$.

**Phương pháp giải**




Xét $A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. Gọi $M_1, M_2$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng $AI$ với mặt cầu $(S)\left(AM_1 < AM_2\right)$ và $(\alpha)$ là mặt phẳng đi qua $M$ và đường thẳng $AI$. Khi đó $(\alpha)$ cắt $(S)$ theo một đường tròn lớn $(C)$.

Ta có $\widehat{M_1MM_2} = 90^\circ$, nên $\widehat{AMM_2}$ và $\widehat{AM_1M}$ là các góc tù, nên trong các tam giác $AMM_1$ và $AMM_2$ ta có $AI - R = AM_1 \le AM \le AM_2 = AI + R$

Tương tự với $A$ nằm trong mặt cầu ta có $R - AI \le AM \le R + AI$

Vậy $\min AM = |AI - R|, \max AM = R + AI$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0.$

Tìm tọa độ điểm $M$ trên $(S)$ sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng $\Delta$ qua $A$, nằm trên mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $(S)$ tại $A$, $B$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ để độ dài $AB$ lớn nhất.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=3-t'\\y=t'\\z=0\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(8;5;-11), B(5;3;-4), C(1;2;-6)$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=9$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ là điểm trên $(S)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a+b$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0\,;0\,;2)$, $B(1\,;1\,;0)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=\dfrac{1}{4}$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(S)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2+2MB^2$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho 5 điểm $A(1;0;0)$, $B(-1;1;0)$, $C(0;-1;0)$, $D(0;1;0)$, $E(0;3;0)$. $M$ là điểm thay đổi trên mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+z^2=1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right|$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$ và điểm $A(5;3;-2)$. Một đường thẳng $d$ thay đổi luôn đi qua $A$ và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt $M,N$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=AM+4AN$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S)$: $(x+3)^2+(y+4)^2+(z+5)^2=729$. Cho biết điểm $A(-2;-2;-7)$, điểm $B$ thuộc giao tuyến của mặt cầu $(S)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-107=0$. Khi điểm $M$ di động trên đường thẳng $d$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị biểu thức $MA+MB$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, đường thẳng $(d):\dfrac{x-15}{1}=\dfrac{y-22}{2}=\dfrac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng $(\Delta)$ thay đổi cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A,B$ sao cho $AB=8$. Gọi $A'$, $B'$ là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $AA'$, $BB'$ cùng song song với $(d)$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$.

**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2=1$, $(S_2):x^2+(y-4)^2+z^2=4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi $M$ là điểm thay đổi trên $(S_1)$, $N$ là điểm thay đổi trên $(S_2)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=MA+2ND+4MN+4BC$.

**Bài 13.** Cho $x,y,z,a,b,c$ là các số thực thay đổi thỏa mãn $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$ và $a+b+c=3.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2$.

**Bài 14.** Cho $a,b,c,d,e,f$ là các số thực thỏa mãn $\begin{cases}(d-1)^2+(e-2)^2+(f-3)^2=1\\(a+3)^2+(b-2)^2+c^2=9\end{cases}$. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=\sqrt{(a-d)^2+(b-e)^2+(c-f)^2}$ lần lượt là $M,m.$ Tính $M-m$

# CHỦ ĐỀ 2
# ỨNG DỤNG MẶT CẦU TRONG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(2;0;0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng $1$.

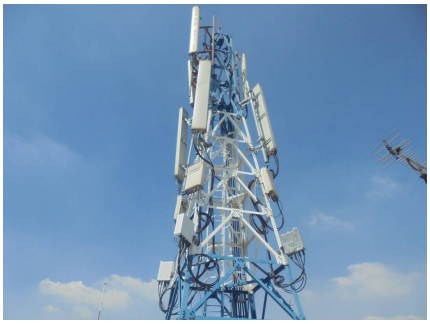



a) Hỏi vị trí $M(2;1;1)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

b) Hỏi vị trí $N(2;1;0)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

c) Hỏi vị trí $Q\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

**Bài 2.** Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt ở vị trí $I(1;-2;-3)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là $5000m$.



a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian.

b) Nhà bạn Minh Hiền và bạn Trúc Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1;2;0)$ và $N(-3;1;0)$. Hỏi Minh Hiền và Trúc Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

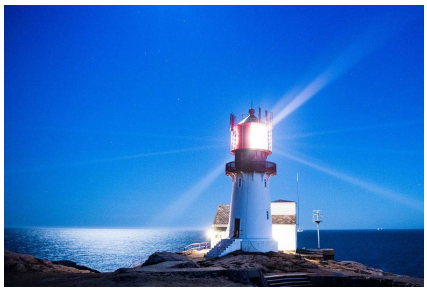
**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng rađa của Nga được đặt trên bán đảo Crimea ở vị trí $I(-2;1;-1)$ và được thiết kế phát hiện máy bay của địch ở khoảng cách tối đa $500km$.



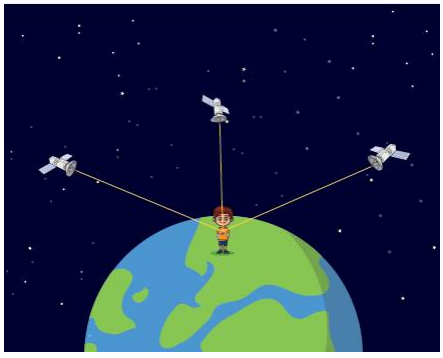
a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của rađa trong không gian.

b) Hai chiếc máy bay do thám của Mỹ và Anh đang bay ở vị trí có tọa độ lần lượt là $M(-200;100;-250)$ và $N(350;-100;300)$. Hỏi rađa của Nga có thể phát hiện ra hai chiếc máy bay do thám của Mỹ và Anh không?

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21;35;50)$ và ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km. Nếu người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(21;35;50)$ đến vị trí $D(5121;658;0)$. Hãy tìm vị trí cuối cùng trên đoạn $ID$ sao cho người đi biển có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng ( kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai).



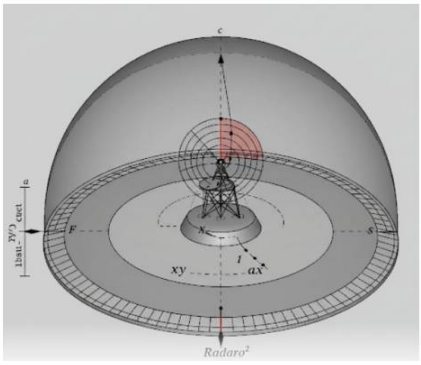
**Bài 5.** Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4.10^6$ m. Bạn Minh Hiền đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách Minh Hiền $3.10^6$ m, vệ tinh thứ hai đang cách Minh Hiền $4.10^6$ m và vệ tinh thứ ba đang cách Minh Hiền $5.10^6$ m. Biết rằng trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước với $O$ là tâm Trái Đất (1 đơn vị $=10^6$ m), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì toạ độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4;4;6)$, $I_2(8;4;3)$ và $I_3(4;9;3)$. Hãy tìm tọa độ vị trí của bạn Minh Hiền (làm tròn đến hàng đơn vị).

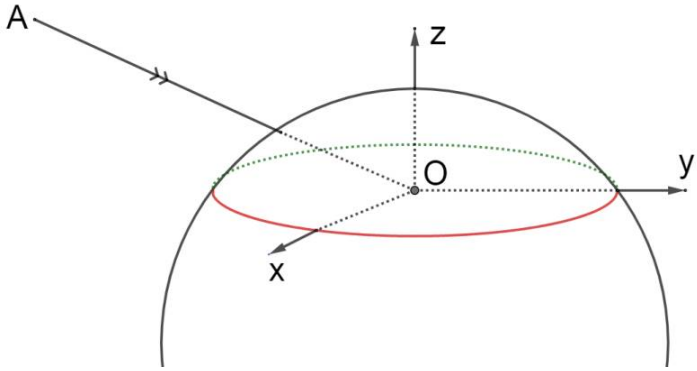


**Bài 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2;1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(2;-5;0)$ trên đường băng. Có một đám mây được mô phỏng bởi mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=16$ tại $M\left(\frac{10}{9};-\frac{25}{9};\frac{7}{9}\right)$. Tính độ cao của máy bay khi đi xuyên qua đám mây để hạ cánh (Giả sử mặt đất ở vị trí máy bay đang bay được coi là mặt phẳng mặt phẳng $(Oxy)$)

**Bài 7.** Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của $m$ (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

**Bài 8.** Hình chỏm cầu có một đáy là một phần của hình cầu bị chia bởi một mặt phẳng. Một rađa có thể phát hiện các mục tiêu trong khu vực của một hình chỏm cầu với chiều rộng trên mặt đất là một hình tròn với bán kính 450 km và chiều cao 30 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng $Oxy$ là mặt đất (xem mặt đất là mặt phẳng), trục $Oz$ hướng lên cao và gốc tọa độ $O$ trùng với vị trí của rađa (tham khảo hình vẽ bên), mỗi đơn vị trên trục là 1 km. Một tên lửa được phóng lên cao, bắt đầu từ vị trí $A(30;-780;60)$, dự định bay thẳng với vận tốc không đổi 7 km/ giây hướng thẳng đến vị trí của rađa. Thời gian dự kiến từ khi tên lửa bị rađa phát hiện đến khi nó bắn trúng rađa là bao nhiêu giây? (làm tròn đến hàng đơn vị)





# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

**A.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=-2027$.
**B.** $x^2+y^2+z^2+2026=0$.
**C.** $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$.
**D.** $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16$..

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

**A.** $x^2+y^2+z^2-2x+y-1=0$.
**B.** $x^2+y^2+z^2+4x-4y-2z+11=0$.
**C.** $2x^2+2y^2+2z^2-5x-2y+5=0$.
**D.** $(2x)^2+y^2+z^2-3y-2z-1=0$.

**Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt cầu?

**A.** $(x-1)^2+y^2+z^2=1$.
**B.** $(3x-1)^2+(3y+1)^2+9z^2=1$.
**C.** $(2x-1)^2+(2y+1)^2+z^2=1$.
**D.** $x^2+y^2+z^2-2x+6y-2z-1=0$.

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Tìm tọa độ tâm $I$ và bán kính $R$ của mặt cầu đó.

**A.** $I(-1;2;-3)$; $R=2$.
**B.** $I(-1;2;-3)$; $R=4$.
**C.** $I(1;-2;3)$; $R=2$.
**D.** $I(1;-2;3)$; $R=4$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của $(S)$ có tọa độ là

**A.** $(-2;1;-3)$.
**B.** $(-4;2;-6)$.
**C.** $(4;-2;6)$.
**D.** $(2;-1;3)$.

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của $(S)$ có tọa độ là:

**A.** $(-2;-4;6)$.
**B.** $(2;4;-6)$.
**C.** $(-1;-2;3)$.
**D.** $(1;2;-3)$.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I$ là tâm mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=4$. Độ dài $\left|\overrightarrow{OI}\right|$ bằng:

**A.** 2.
**B.** 4.
**C.** 1.
**D.** $\sqrt{2}$.`

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

**A.** 3.
**B.** 81.
**C.** 9.
**D.** 6.

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=16$. Bán kính của $(S)$ là:

**A.** 32
**B.** 8
**C.** 4
**D.** 16

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của $(S)$ bằng

**A.** $\sqrt{6}$ **B.** $12$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** $3$

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu $(S)$.

**A.** $R=1$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{151}$. **D.** $R=\sqrt{99}$.

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$: $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y+2=0$ có bán kính bằng:

**A.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\sqrt{\frac{13}{3}}$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R=2$?

**A.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$.

**C.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+2=0$. **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+5=0$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** $OM<R$. **B.** $OM=R$. **C.** $OM>R$. **D.** $OM\le R$.

**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S(O;R)$ và điểm $M$ thoả mãn $OM=R$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. **B.** Điểm $M$ nằm trên mặt cầu $S(O;R)$.

**C.** Điểm $M$ nằm trong mặt cầu $S(O;R)$. **D.** Khoảng cách từ $M$ đến mặt cầu bằng $2R$.

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. **B.** Điểm $M$ nằm trên mặt cầu $(S)$.

**C.** Điểm $M$ nằm trong mặt cầu $(S)$. **D.** Điểm $M$ trùng với tâm mặt cầu $(S)$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;-3;1)$ và mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=9$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. **B.** Điểm $M$ nằm trên mặt cầu $(S)$.

**C.** Điểm $M$ nằm trong mặt cầu $(S)$. **D.** Điểm $M$ trùng với tâm mặt cầu $(S)$..

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+2)^2+z^2=4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Đường kính mặt cầu $(S)$ bằng $8$.

**B.** Mặt phẳng $Oyz$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn.

**C.** Mặt phẳng $Oyz$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**D.** Mặt phẳng $Oyz$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8y-12=0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Bán kính mặt cầu $(S)$ bằng 16.

**B.** Mặt phẳng $Oxz$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn.

**C.** Mặt phẳng $Oxz$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**D.** Mặt phẳng $Oxz$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+10=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**B.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

**C.** $(P)$ và $(S)$ không có điểm chung.

**D.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$, mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**B.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

**C.** $(P)$ và $(S)$ không có điểm chung.

**D.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng $(Oxz)$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

**A.** $|a|=1$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $|b|=1$. **D.** $|c|=1$.

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+6z+14=0$. Khoảng cách từ tâm $I$ của mặt cầu $(S)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$. Tìm bán kính $r$ đường tròn giao tuyến của $(S)$ và $(P)$.

**A.** $r=\frac{1}{3}$. **B.** $r=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $r=\frac{1}{2}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Đường tròn giao tuyến của $(S)$ với mặt phẳng $(Oxy)$ có bán kính là

**A.** $r=3$. **B.** $r=\sqrt{5}$. **C.** $r=\sqrt{6}$. **D.** $r=\sqrt{14}$.

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $2x+y-z-1=0$ và mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. Xác định bán kính $r$ của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ và mặt cầu $(S)$.

**A.** $r=\dfrac{2\sqrt{42}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $r=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$. **D.** $r=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng $(P):4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$ có đúng 1 điểm chung.

**A.** $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-21$.

**C.** $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

**Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$, mặt phẳng $(P):4x+3y+m=0$. Giá trị của $m$ để mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$.

**A.** $m<-19$ hoặc $m>11$. **B.** $-19<m<11$.

**C.** $-12<m<4$. **D.** $m<-12$ hoặc $m>4$.

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z=1$. Giá trị của $a$ để $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo đường tròn $(C)$

**A.** $-\dfrac{17}{2}\le a\le\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{17}{2}<a<\dfrac{1}{2}$. **C.** $-8<a<1$. **D.** $-8\le a\le 1$.

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):mx+2y-z+1=0$ ($m$ là tham số). Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$ theo một đường tròn có bán kính bằng $2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$?

**A.** $m=-1$ hoặc $m=1$. **B.** $m=-2+\sqrt{5}$ hoặc $m=2+\sqrt{5}$.

**C.** $m=-4$ hoặc $m=4$. **D.** $m=6-2\sqrt{5}$ hoặc $m=6+2\sqrt{5}$.

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$. Nhận định nào sau đây đúng?

**A.** Tâm của mặt cầu $(S)$ là $(3;-2;-4)$.

**B.** Trục $Ox$ cắt mặt cầu $(S)$ tại 2 điểm phân biệt.

**C.** Trục $Ox$ tiếp mặt cầu $(S)$ tại 1 điểm.

**D.** Trục $Ox$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Nhận định nào sau đây đúng?

**A.** Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại 2 điểm phân biệt.

**B.** Đường thẳng $d$ tiếp mặt cầu $(S)$ tại 1 điểm.

**C.** Đường thẳng $d$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**D.** Tất cả đáp án đều sai.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d$: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I$, tiếp xúc với đường thẳng $d$. Bán kính của $(S)$ bằng

**A.** $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

**Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và và mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-67=0$. Số điểm chung của $\Delta$ và $(S)$ là:

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1 **D.** 2.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1+mt\\z=-2t\end{cases}$ ($m$ tham số). Giá trị của $m$ để đường thẳng $\Delta$ không cắt mặt cầu $(S)$ là:

**A.** $m>\dfrac{15}{2}$.hoặc $m<\dfrac{5}{2}$ **B.** $m=\dfrac{15}{2}$.hoặc $m=\dfrac{5}{2}$

**C.** $\dfrac{5}{2}<m<\dfrac{15}{2}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

**Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1+mt\\z=-2t\end{cases}$. Giá trị của $m$ để đường thẳng $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt là:

**A.** $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m>\dfrac{15}{2}$.hoặc $m<\dfrac{5}{2}$

**C.** $m=\dfrac{15}{2}$.hoặc $m=\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{5}{2}<m<\dfrac{15}{2}$.

**Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của $(S)$ là

**A.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

**C.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng $2$. Phương trình của mặt cầu $(S)$ là:

**A.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

**C.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của $(S)$ là

**A.** $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

**C.** $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu $(S)$ tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

**A.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=8$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

**C.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=64$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7), B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính $AB$ có phương trình là

**A.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=\sqrt{45}$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=45$.

**C.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{45}$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;3;4)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm $I$ và đi qua $A$ có phương trình là:

**A.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=3$. **B.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=9$.

**C.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=45$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$.

**Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính $AB$ là

**A.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=6$.

**C.** $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính $MN$ có phương trình là:

**A.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$.

**C.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=36$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$.

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ qua bốn điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$, $D(3;3;3)$. Phương trình mặt cầu $(S)$ là

**A.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{27}{4}$.

**C.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{27}{4}$. **D.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{27}{4}$.

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 4;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 6)$, $D(2;\ 4;\ 6)$. Gọi $(S)$ là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu $(S')$ có tâm trùng với tâm của mặt cầu $(S)$ và có bán kính gấp $2$ lần bán kính của mặt cầu $(S)$.

**A.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$.

**C.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-12=0$.

**Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I$, cắt trục $Ox$ tại hai điểm $A$ và $B$ sao cho $AB=2\sqrt{3}$

**A.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=20$.

**C.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi $I$ là hình chiếu vuông góc của $M$ trên trục $Ox$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I$ bán kính $IM$ ?

**A.** $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

**C.** $(x+1)^2+y^2+z^2=13$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục $Oy$ có phương trình là

**A.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.

**C.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=10$.

**Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Một mặt cầu $(S')$ có tâm $I'(9;1;6)$ và tiếp xúc ngoài với mặt cầu $(S)$. Phương trình mặt cầu $(S')$ là

**A.** $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=64$. **B.** $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=144$.

**C.** $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=36$. **D.** $(x+9)^2+(y+1)^2+(z+6)^2=25$.

**Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$ ?

**A.** $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=3$. **B.** $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=9$.

**C.** $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=3$. **D.** $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=9$.

**Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$: $x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

**A.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

**C.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

**Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P):2x-y+2z+7=0$ theo một đường tròn có đường kính bằng $8$. Phương trình mặt cầu $(S)$ là

**A.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=81$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$.

**C.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$.

**Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$

**A.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$ **B.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$

**C.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$ **D.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$

**Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P):x-2y-2z-1=0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng $\pi$. Phương trình mặt cầu $(S)$ là

**A.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

**C.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

**Câu 56.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ và cắt mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $3$ có phương trình là:

**A.** $y-2z=0$. **B.** $y+2z=0$. **C.** $y+3z=0$. **D.** $y-3z=0$.

**Câu 57.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục $Oy$ là:

**A.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=\sqrt{10}$.

**C.** $(x+1)^2+(y-2)^2(z+3)^2=10$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

**Câu 58.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với $(S)$ tại $A$?

**A.** $x+y+3z-9=0$ **B.** $x+y-3z+3=0$ **C.** $x+y-3z-8=0$ **D.** $x-y-3z+3=0$

**Câu 59.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ với $A(6;2;-5)$, $B(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại $A$.

**A.** $(P):5x+y-6z+62=0$. **B.** $(P):5x+y-6z-62=0$.

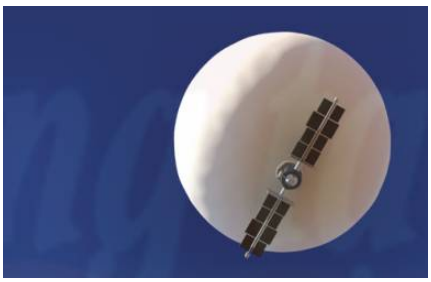
**C.** $(P):5x-y-6z-62=0$. **D.** $(P):5x+y+6z+62=0$.

**Câu 60.** Trong không gian $Oxyz$, bề mặt của một quả bóng đá dạng hình cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2z-6y-2=0$. Tìm tọa độ tâm $I$ của quả bóng.



**A.** $I(2;3;-1)$. **B.** $I(2;3;-1)$. **C.** $I(2;3;-1)$. **D.** $I(2;3;-1)$.

**Câu 61.** Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, bề mặt của một quả bóng thám không dạng hình cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-200x-600y-4000z+4099900=0$. Tìm tâm và bán kính mặt cầu.



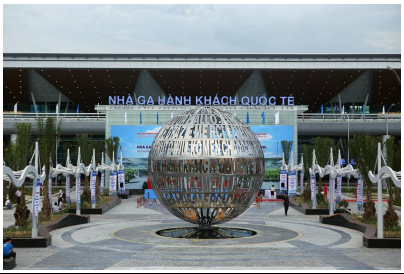
**A.** Tâm $I(100;300;2000)$, bán kính $r=100$.

**B.** Tâm $I(-100;-300;-2000)$, bán kính $r=10$.

**C.** Tâm $I(100;300;2000)$, bán kính $r=10$.

**D.** Tâm $I(-100;-300;-2000)$, bán kính $r=100$.

**Câu 62.** Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một quả cầu tại sân bay quốc tế Đà Nẵng có phương trình $x^2+y^2+z^2-10x-20z-18y-190=0$. Bán kính của quả cầu là:



**A.** 2 mét. **B.** 5 mét. **C.** 3 mét. **D.** 4 mét

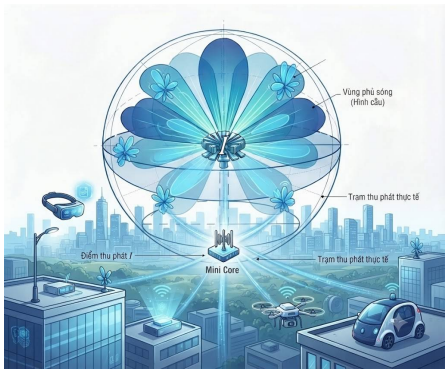
**Câu 63.** Phần mềm mô phỏng thiết bị thám hiểm đại dương có dạng hình cầu trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cho biết tọa độ tâm mặt cầu là $I(360;200;400)$ và bán kính $r=2m$. Viết phương trình mặt cầu.



**A.** $(x-360)^2+(y-200)^2+(z-400)^2=2$. **B.** $(x-360)^2+(y-200)^2+(z-400)^2=4$.

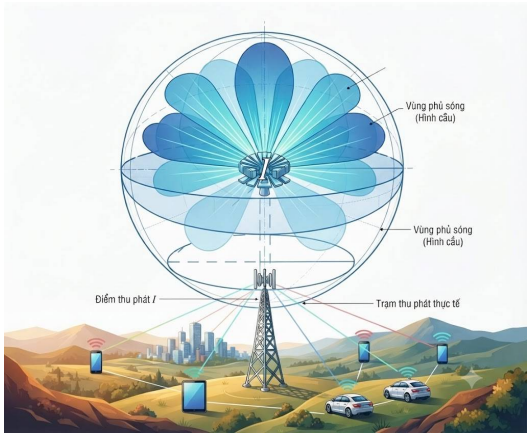
**C.** $(x+360)^2+(y+200)^2+(z+400)^2=4$. **D.** $(x+360)^2+(y+200)^2+(z+400)^2=2$.

**Câu 64.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?




**A.** $A(-4;0;2)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(0;-1;4)$

**Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì **không** sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?




**A.** $A(-5;0;3)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(-7;-2;3)$

**Câu 66.** Một vệ tinh quay quanh Trái Đất với độ cao so với mặt đất là 18900 km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm $O$ là tâm Trái Đất, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 6300 km trên thực tế. Biết bán kính Trái Đất khoảng 6300 km. Phương trình biểu diễn quỹ đạo chuyển động của vệ tinh đó là



**A.** $x^2+y^2+z^2=4$. **B.** $x^2+y^2+z^2=16$. **C.** $x^2+y^2+z^2=2$. **D.** $x^2+y^2+z^2=5$.

**Câu 67.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo là cm), mặt sàn nhà đa năng thuộc mặt phẳng $Oxy$. Một quả bóng nằm trên mặt sàn nhà đa năng và có tâm $I(12;20;50)$. Khi đó, mặt ngoài của quả bóng $(S)$ có phương trình là:



**A.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=12^2$. **B.** $(x+12)^2+(y+20)^2+(z+50)^2=12^2$.

**C.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=20^2$. **D.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=50^2$.

**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(1;5;5)$ như hình vẽ. Ngọn hải đăng được thiết kế với bán kính phủ sáng là 5 km. Một người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(1;5;5)$ đến vị trí $A(7;14;11)$. Điểm nào sau đây mà người đi biển đi qua và vẫn thuộc vùng phủ sáng của ngọn hải đăng?




**A.** $M(3;8;7)$. **B.** $N(0;4;8)$. **C.** $P(7;3;0)$. **D.** $Q(7;11;3)$.

**Câu 69.** Một máy Rađa có tầm hoạt động với bán kính tối đa là 20 km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm $O$ là vị trí máy Rađa, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 10 km trên thực tế. Hỏi trong không gian $Oxyz$ trên, vật thể có tọa độ tương ứng với đáp án nào dưới đây sẽ bị Rađa phát hiện?



**A.** $M\left(1;0;2\right)$. **B.** $N\left(2;-1;1\right)$. **C.** $P\left(1;1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $Q\left(3;0;0\right)$.

**Câu 70.** Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (*S*) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (*S*) có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là

**A.** 10 kilômét. **B.** 8 kilômét. **C.** 5 kilômét. **D.** 4 kilômét.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$ và điểm $A(1;2;-1)$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=4$.

b) Điểm $A(1;2;-1)$ nằm bên trong mặt cầu $(S)$.

c) Phương trình mặt cầu có đường kính $IA$ là $(x-1)^2+y^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$.

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại điểm $N(1;-2;-4)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó $2025a+2026b+d=4051$

**Câu 72.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(0;2;-3)$.

a) Phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$, bán kính $R=3$.

b) Điểm $A(0;2;-3)$ nằm ngoài mặt cầu.

c) Phương trình đường thẳng đi qua tâm $I$ và điểm $A$ là: $\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\\z=-2-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua tâm $I$ và song song với mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó $2025a+2026b+d=4053$

**Câu 73.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm $I$ và bán kính $R$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=2$.

b) Bán kính của mặt cầu $(S)$ là đoạn $IM$ với điểm $M(1;1;2)$.

c) Mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ với $A(0;1;-2)$ và $B(2;-1;-4)$.

d) Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$.

**Câu 74.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình: $x^2+y^2+z^2+4x-2y+1=0$.

a) Đường kính mặt cầu $(S)$ bằng $4$.

b) Mặt cầu $(S)$ đi qua điểm $A(-1;3;0)$.

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng $(Oyz)$ bằng $2$.

d) Mặt phẳng $(P):x+2y-2z-2=0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**Câu 75.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2),B(1;0;3)$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ thuộc trục $Ox$ và đi qua hai điểm $A,B$.

a) Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R = IA = IB$.

b) $I(1;0;0))$

c) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $:(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

d) Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(Oyz)$ sao cho $P = MA^2 + MB^2 + MI^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+3b+3c=5$.

**Câu 76.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;2;0)$. Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho $AB=8$.

a) Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $I(3;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $d$ có phương trình là $x+2y+2z+7=0$.

b) Gọi $H$ là hình chiếu vuông của $I$ trên đường thẳng $d$. Khi đó $H(1;1;2)$.

c) Mặt cầu $(S)$có bán kính $R=4$.

d) Phương trình mặt cầu $(S)$: $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=16$

**Câu 77.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2)$, $B(1;1;0)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=\dfrac{1}{4}$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;\,0;\,1)$ và bán kính $R=\dfrac{1}{2}$.

b) Điểm $A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

c) Phương trình mặt cầu tâm $A$ và đi qua $B$ là: $x^2+y^2+(z-2)^2=4$

d) Điểm $M$ thay đổi thuộc $(S)$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2+2MB^2$ bằng $\dfrac{15}{4}$.

**Câu 78.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;0;1)$, bán kính $R=2$.

b) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;8;-4)$

c) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó $a-b+d=5$.

d) Mặt phẳng $(ABC)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 79.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;\,2;\,-1)$. Biết mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn $(C)$ có diện tích là $25\pi$.

a) Khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 3.

b) Bán kính đường tròn $(C)$ bằng $4$.

c) Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là tọa độ tâm đường tròn $(C)$. Khi đó $2024x_0+2025y_0+2026z_0=6075$

d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=\sqrt{34}$

**Câu 80.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$, mặt phẳng $(P):x+2y-2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=3-t\end{cases}$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-2;1;-1)$, bán kính $R=3$.

b) Điểm $M(1;3;5)$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

c) Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $\sqrt{5}$.

d) Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A,B$. Khi đó, diện tích tam giác $IAB$ bằng $\dfrac{\sqrt{182}}{5}$.

**Câu 81.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;3;-1)$ cắt đường thẳng $(d):\dfrac{x-11}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+25}{-2}$ tại hai điểm $A,B$ sao cho $AB=16$.

a) Đường thẳng $(d)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-2)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ chứa $I(2;3;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $(d)$ có phương trình là $2x+y-2z+9=0$.

c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng $17$.

d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=289$

**Câu 82.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và điểm $M(-1;0;2)$.

a) $IM=3$.

b) Phương trình mặt cầu tâm $I$ và đi qua điểm $M$ có phương trình là: $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

c) Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M$ là $2x+2y+z=0$.

d) Phương trình mặt cầu tâm $I$, cắt trục $Ox$ tại hai điểm $A$ và $B$ sao cho độ dài đoạn $AB=2\sqrt{3}$ là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

**Câu 83.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

a) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=2$.

c) Điểm $A(1;2;3)$ nằm ngoài mặt cầu.

d) Số điểm chung của đường thẳng $\Delta$ và mặt cầu $(S)$ bằng $0$.

**Câu 84.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=5$ và hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

b) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(-5;5;0)$

c) Đường thẳng $AB$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt.

d) Điểm $M$ thay đổi thuộc $(S)$, biểu thức $2MA^2+3MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $108$ (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=169$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-4;-3;1)$.

b) Diện tích mặt cầu $(S)$ bằng $676\pi$.

c) Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-39=0$.

d) Mặt cầu $(S)$ cắt trục $Oz$ tại hai điểm phân biệt $A, B$, khi đó $AB=12$.

**Câu 86.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;3;-5)$.

b) Đường thẳng $d'$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'}=(-3;2;1)$.

c) Phương trình đường vuông góc chung của $d$ và $d'$ có dạng $\begin{cases}x=at\\y=bt\\z=c+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, khi đó $a+b+c=1$.

d) Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d),(d')$ là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3$

**Câu 87.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$, $(Q): x+2y-2z+4=0$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-2)$.

b) Phương trình tham số của $\Delta$ là $\begin{cases} x = 2-3t \\ y = 1+2t \\ z = 1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

c) Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $\Delta$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=4$.

d) Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I$ thuộc đường thẳng $\Delta$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khi đó, phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=1$.

**Câu 88.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: x=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+y-z-5=0$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ thuộc đường thẳng $d$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn nhất có bán kính $r=5$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;1;-1)$.

b) Đường thẳng $d$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 2-t \end{cases}$.

c) $d(I,(P))=5$.

d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.

**Câu 89.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Gọi $(S)$ là mặt cầu đi qua ba điểm $A,B,C$ và có tâm $I(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$.

a) $I(a;b;0)$

b) $I(2;1;0)$

c) Đường kính của mặt cầu $(S)$ bằng $2\sqrt{26}$

d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=104$.

**Câu 90.** Trong không gian $Oxyz$, biết hai điểm $M(-1;2;4)$, $N(2;2;1)$ thuộc mặt cầu $(S)$ có tâm $I$.

Điểm $I$ thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4+3t \\ y = 3-t \\ z = 4-3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

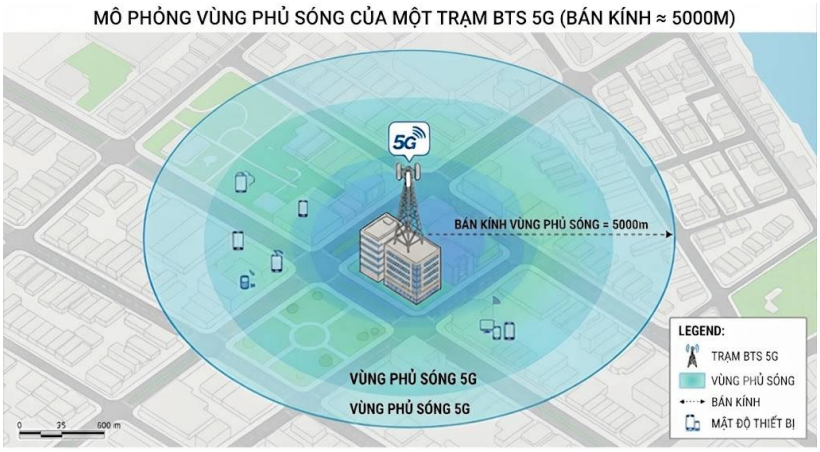
a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là $\vec{u}=(-4;3;4)$.

b) Biết điểm $I(-4+3t;3-t;4-3t)$ thì $\overrightarrow{MI}=(-3+3t;1-t;-3t)$.

c) Biết điểm $I(-4+3t;3-t;4-3t)$ thì $IN=\sqrt{(6-3t)^2+(-1-t)^2+(-3+3t)^2}$.

d) Điểm $A(1;2;5)$ ở ngoài mặt cầu $(S)$.

**Câu 91.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vettel được đặt ở vị trí $I(1;2;1)$ và được thiết kế bán kinh phủ sóng $5000$ mét. Nhà thầy Hùng và cô Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $A(3;2;-1)$ và $B(4;-3;5)$.




a) Nhà thầy Hùng và cô Linh cách nhau $7,9(km)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của kilômét).

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5000^2$$

c) Thầy Hùng dùng điện thoại tại nhà thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm Vettel này.

d) Cô Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm Vettel này.

**Câu 92.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(10;\ 20;\ 30)$ với bán kính phủ sáng là $3$ km.




a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là

$$(x-10)^2+(y-20)^2+(z-30)^2=9.$$

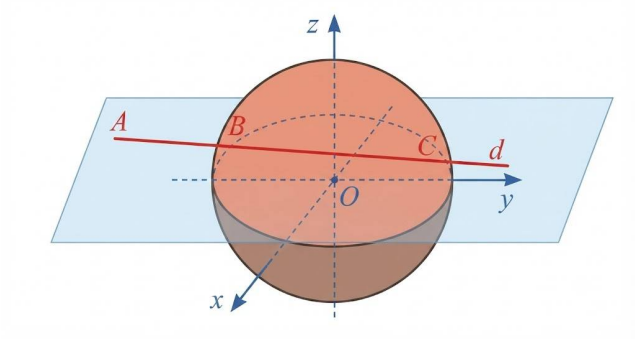
b) Người đi biển ở vị trí $A(50;20;0)$ nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

c) Người đi biển ở vị trí $B(4030;\ 50;\ 40)$ không nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển có thể nhìn thấy ánh sáng của ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá $6$ km.

**Câu 93.** Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát $417$ km sẽ hiển thị trên màn hình ra

đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo theo đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu.




a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của đài kiểm soát không lưu sân bay là

$$x^2+y^2+z^2=417^2$$

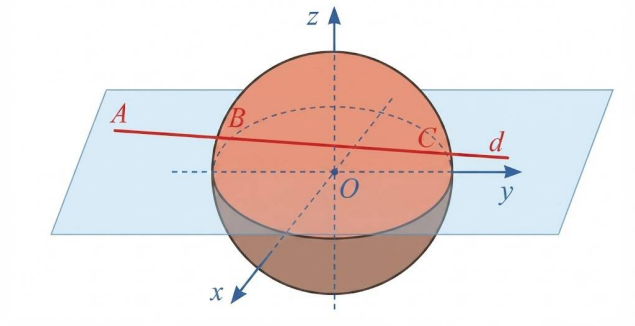
b) Máy bay đang ở vị trí $A$ thì sẽ hiển thị trên màn hình ra đa.

c) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ là $\begin{cases} x=-688+91t \\ y=-185+75t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
$\quad z=8$

d) Tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $(-88;415;8)$.

**Câu 94.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-300+80t \\ z=100\sqrt{11} \end{cases}(t\in\mathbb{R})$

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



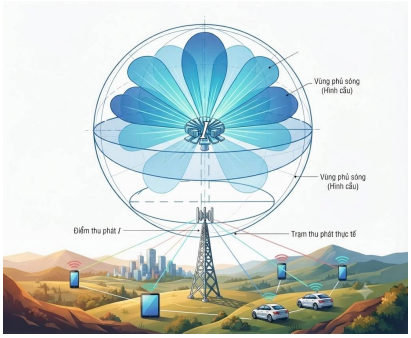

a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300\,km$.

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2+y^2+z^2=360000$.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng $d$ đến vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện may bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

**Câu 95.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.



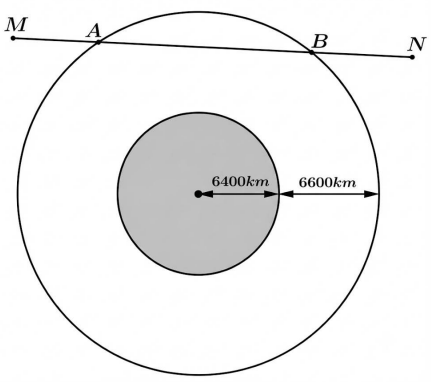

a) Phương trình mặt cầu $(S)$ để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phù sóng trong không gian là $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+7)^2=9$.

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí điểm $A(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Tính theo đường chim bay, khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị kilômét là 8 km.

**Câu 96.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc $O$ tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



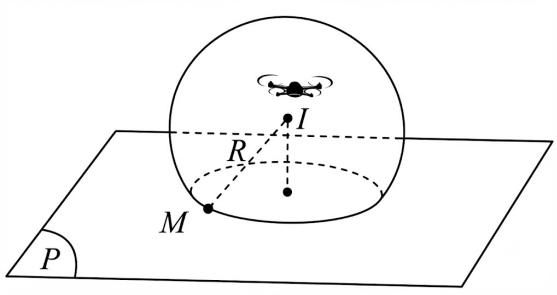
a) Đường thẳng $MN$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 20+8t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ $M$ đến $N$ là 10 phút.

**Câu 97.** Một khu vực đã được thiết lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Một flycam đang phát sóng wifi bao phủ một vùng không gian bên trong mặt cầu có phương trình $(S):(x-30)^2+(y-20)^2+(z-10)^2=900$. Bạn Trúc Linh đang sử dụng sử dụng máy tính tại điểm $M$ nằm trên đường tròn $(C)$ là giao của mặt cầu $(S)$ và mặt đất. Biết mặt đất bằng phẳng và có phương trình $(P):z=0$.



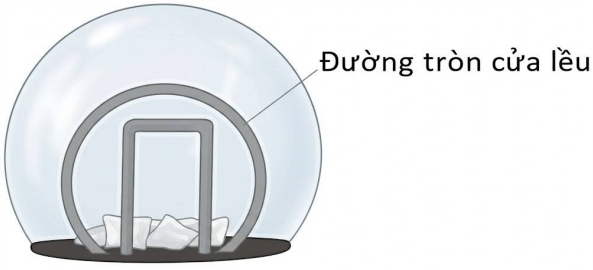

a) Mặt cầu $(S)$ có toạ độ tâm và bán kính là $I(-30;-20;-10)$, $R=30(m)$.

b) Flycam cách mặt đất 10 mét.

c) Khoảng cách từ bạn Trúc Linh đến tâm của đường tròn $(C)$ là 14,14 mét (kết quả làm tròn đến hai chữ số hàng thập phân của mét).

d) Đường tròn $(C)$ có toạ độ tâm là $(30;20;0)$.

**Câu 98.** Nhân dịp 26-3, lớp 12A thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu và cửa lều là một đường tròn bằng phần mềm 3D trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ). Biết bề mặt của lều là mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;4;1)$, bán kính $R=4$ và mặt phẳng chứa cửa lều là $(P):y=3$.



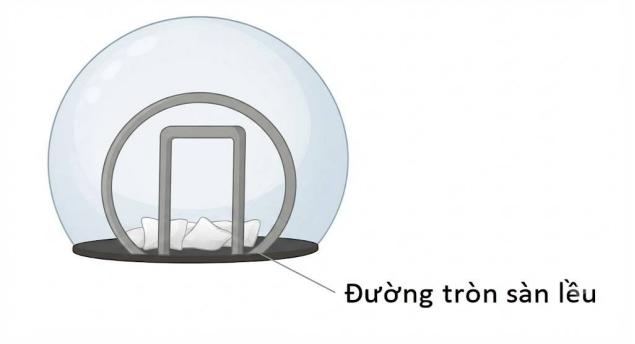

a) Phương trình bề mặt của lều là $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=16$.

b) Đường thẳng đi qua tâm $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $\begin{cases} x=4 \\ y=4+t \\ z=1-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

c) Tâm của đường tròn cửa lều có toạ độ là $(3;3;2)$.

d) Bán kính đường tròn cửa lều là $\sqrt{15}$.

**Câu 99.** Bạn Minh Hiền thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu và sàn lều là một đường tròn bằng phần mềm 3D trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Biết bề mặt của lều là mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;3;1)$, bán kính $R=3$ và mặt phẳng chứa sàn lều là $(Q):z=2$.



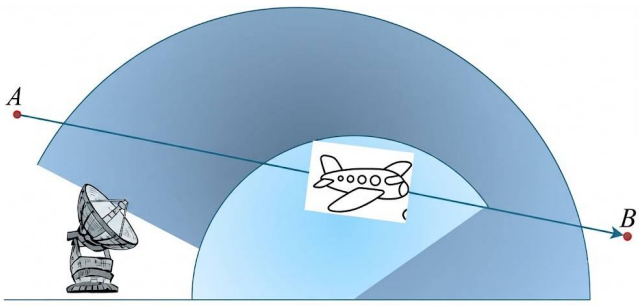

a) Phương trình bề mặt của lều là $(x-4)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$.

b) Đường thẳng đi qua tâm $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ có phương trình là $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=1+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

c) Tâm của đường tròn cửa lều có toạ độ là $(3;4;2)$.

d) Bạn Minh Hiền dự định lót sàn lều bằng thảm nhựa với mức phí 100000 đồng/mét vuông. Khi đó kinh phí cần lót sàn lều là 1056637 đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của đồng/mét vuông).

**Câu 100.** Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với $1km$. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính $250\,km$. Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300;-400;100)$ đến điểm $B(-300;400;100)$. UAV bay với vận tốc không đổi $900\,km/h$ và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả $50\,km$ tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí $A$.

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là $\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$.

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn $30$ phút.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 101.** Khi gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu $(S)$ (tập hợp những điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

**Trả lời**: ……..

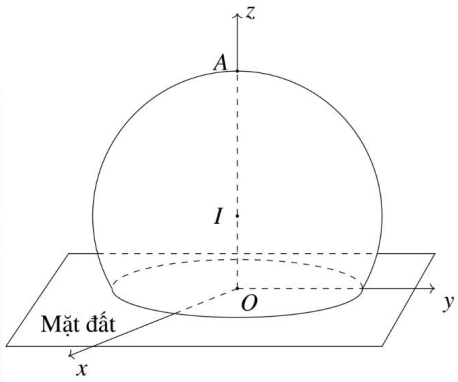
**Câu 102.** Trong không gian $Oxyz$ ( đơn vị của hệ trục tọa độ là mét), một vòm được thiết kế có bề mặt là mặt cầu tâm $I(1;2;20)$, bán kính bằng $50\,\text{m}$ và có đáy nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Chiều cao của vòm là bao nhiêu mét? (



**Trả lời**: ……..

**Câu 103.** Ericsson Globe (Thuỵ Điển) là toà nhà bán cầu lớn nhất trên thế giới (năm 2020), với hình dạng một quả cầu màu trắng có đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m, nó có đủ chỗ ngồi cho 16 000 khán giả của các buổi biểu diễn hoà nhạc hoặc 13 850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng. Giả sử ta biểu diễn mô phỏng của toà nhà Ericsson Globe trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ bởi một mặt cầu có tâm $I$, đường kính 110 m và $OA$ = 85 m như hình vẽ (đơn vị trên trục là mét). Biết phương trình của mặt cầu này có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, hãy tính giá trị biểu thức $T=a+b+c+R$.






**Trả lời**: ……..

**Câu 104.** Trong không gian $Oxyz$, giả sử tại một thời điểm, một thiết bị GPS xác định được khoảng cách từ nó tới ba vệ tinh $A,B,C$ tương ứng là $\sqrt{5};\sqrt{2};2$. Tại thời điểm đó, các vệ tinh trên ở vị trí có tọa độ là $A(2;0;0),B(0;2;0),C\left(0;\frac{11}{4};\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. Từ thông tin trên, ta hoàn toàn có thể xác định tọa độ cũng như vĩ độ

và kinh độ của vị trí thiết bị GPS. Giả sử tại thời điểm đã cho, thiết bị GPS ở vị trí $P(x;y;z)$. Tính $P=x+y+z$.



**Trả lời**: ……..

**Câu 105.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí $M$ của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước, các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi thì sẽ xác định được khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí $M$. Như vậy, vị trí $M$ là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian $Oxyz$, 4 vệ tinh có tọa độ là $A(-1;6;3)$, $B(4;8;1)$, $C(9;6;7)$, $D(-15;18;7)$. Biết khoảng cách từ $M(x_M;y_M;z_M)$ đến các vệ tinh lần lượt là $MA=6$, $MB=7$, $MC=12$, $MD=24$. Tính giá trị biểu thức $T=x_M+y_M+z_M$.

**Trả lời**: ……..

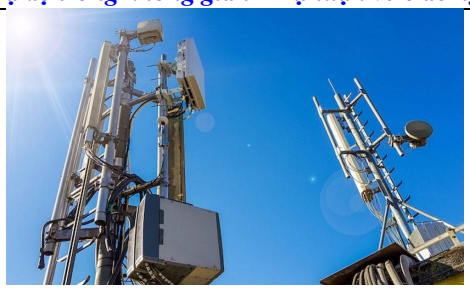
**Câu 106.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-2;1;-4)$. Biết bán kính phủ sóng của trạm là $3$ km.



Có 5 người sử dụng điện thoại tại các điểm $A(2;-1;3)$, $B(0;1;-4)$, $C(-2;1;-3)$, $D(0;1;-3)$, $E(-4;-2;1)$. Hỏi trong số 5 người đó, có bao nhiêu người có thể sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

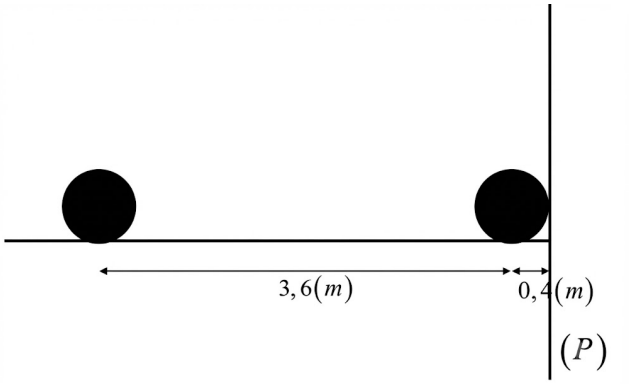
**Trả lời**: ……..

**Câu 107.** Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của $m$ (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.



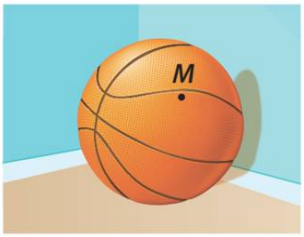
**Trả lời**: ……..

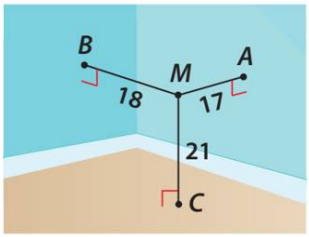
**Câu 108.** Trong không gian $Oxyz$, một quả cầu có tâm đặt tại điểm $I(0;3;0)$ đang chuyển động thẳng đều theo phương vuông góc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-9=0$ với vận tốc $0,002(m/s)$. Sau 30 phút thì quả cầu tiếp xúc với mặt mặt phẳng $(P)$. Biết đơn vị của hệ trục tọa độ $Oxyz$ là mét. Bán kính của mặt cầu bằng bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

**Câu 109.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? *Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.*

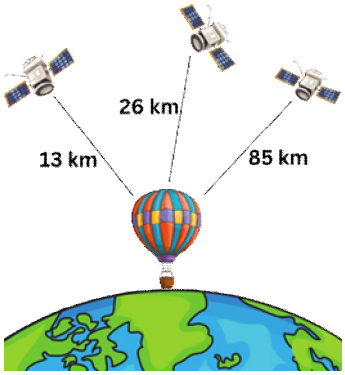



**Trả lời**: ……..

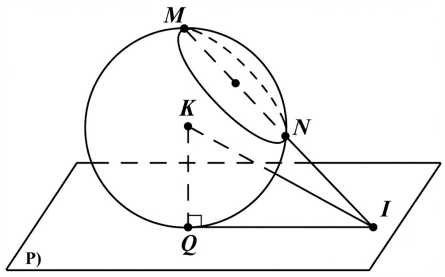
**Câu 110.** Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có toạ độ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A(103;204;62)$, vệ tinh B tại vị trí $B(106;208;74)$, vệ tinh C tại vị trí $C(105;212;134)$. Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí $M$ của khinh khí cầu đến các vệ tinh là: $MA=13$ km, $MB=26$ km,

$MC = 85$ km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc toạ độ $O$. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).



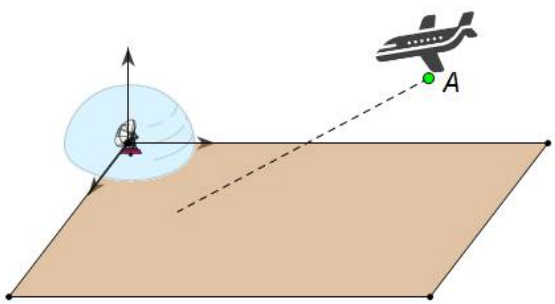

**Trả lời**: ……..

**Câu 111.** Một robot khảo sát không gian hoạt động trong môi trường $3D$ có một cảm biến hình cầu, được lập trình để di chuyển sao cho cảm biến này tiếp xúc tại một điểm $Q$ trên một bức tường nghiêng có phương trình là mặt phẳng $x+y-z-3=0$ để đo đạc. Trong lúc khảo sát, cảm biến luôn phải đi qua hai điểm chuẩn đã cố định sẵn trong không gian là điểm $M(1;1;1)$ - *vị trí cảm biến tại lần đo đầu tiên* và điểm $N(-3;-3;-3)$ *vị trí cảm biến tại lần đo tiếp theo*. Để tối ưu hoá phần mềm điều hướng, kỹ sư muốn xác định rằng: Dù cảm biến (hình cầu) có di chuyển sao cho tiếp xúc ở đâu trên bức tường, điểm tiếp xúc đó luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn cố định đó, từ đó giúp lập trình robot dò tìm tiếp điểm dễ dàng hơn trong các lần đo tiếp theo.



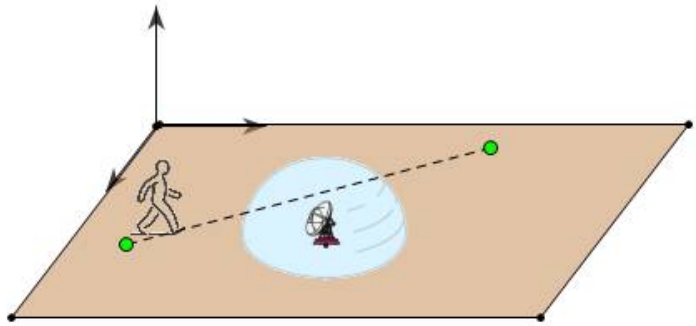

**Trả lời**: ……..

**Câu 112.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500 km. Một máy bay đang ở vị trí $A(-1000;-185;30)$ và chuyển động với vận tốc không đổi theo quỹ đạo là đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (100;80;0)$. Tính khoảng cách từ vị trí $A$ đến khi đài kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay (đơn vị km, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



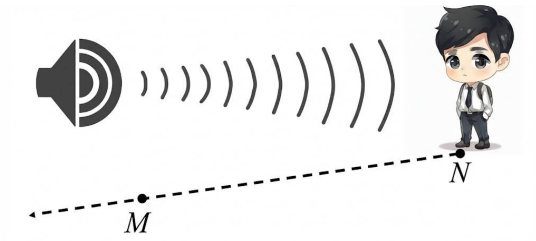
**Trả lời**: ……..

**Câu 113.** Một trạm $X$ có chức năng thu - phát sóng điện thoại. Bán kính phủ sóng của trạm $X$ là 2 km. Chọn hệ trục tọa $Oxyz$ sao cho $O$ trùng với trạm $X$ và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1 km. Từ một nơi nằm ngoài vùng phủ sóng của trạm $X$, bạn Trúc Linh đi xuyên qua khu vực trạm $X$ phủ sóng và đi trên một con đường dạng đường thẳng có phương trình: $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=\sqrt{3} \end{cases}$. Quãng đường bạn Trúc Linh đi vào vùng phủ sóng của trạm $X$ bằng bao nhiêu kílômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



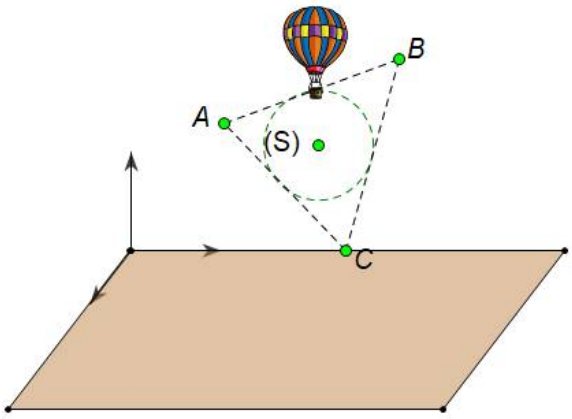
**Trả lời**: ……..

**Câu 114.** Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu ( mặt đầu sóng là mặt cầu). Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ $(0;-3;-1)$, cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là 10 mét. Một bạn học sinh di chuyển theo phương thẳng từ vị trí $N(7;10;-4)$ đến vị trí $M(5;0;2)$ để nhận nguồn âm. Khi bạn học sinh đó di chuyển từ $N$ đến $M$ thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là $A(x_0;y_0;z_0)$.Tính tổng $x_0+2y_0+3z_0$.



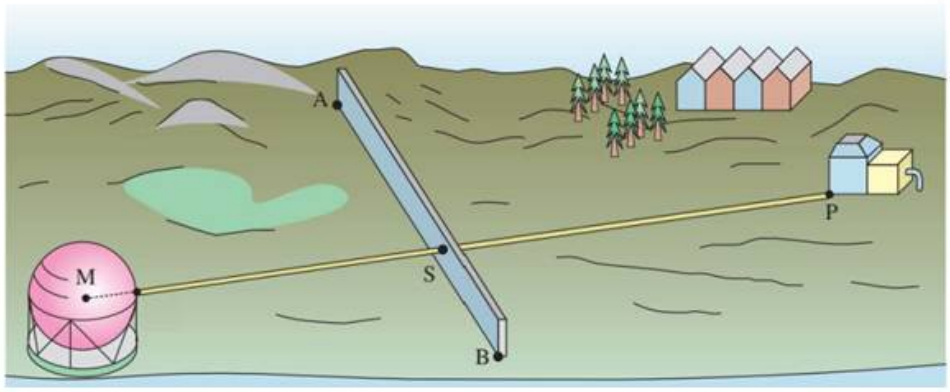

**Trả lời**: ……..

**Câu 115.** Tại lễ Tri ân và trưởng thành của học sinh khối 12 của một trường THPT CPV. Kết thúc buổi lễ, một học sinh khối 12 đại diện cho các bạn thả một khinh khí cầu với khát vọng bay cao và vươn xa. Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị ứng với 1m, giả sử khinh khí cầu đang ở vị trí có phương trình là $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-10)^2=2$. Cùng thời điểm đó có ba chiếc flycam $A,B,C$ cách nhau 3m, 4m, 5m và tạo thành một tam giác $ABC$ có ba cạnh tiếp xúc với mặt cầu $(S)$, biết rằng mặt phẳng $(ABC)$ song song với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-17=0$ và có phương trình dạng $2x+ay+bz+c=0$. Tổng giá trị của $T=a+b+c$ bằng bao nhiêu?



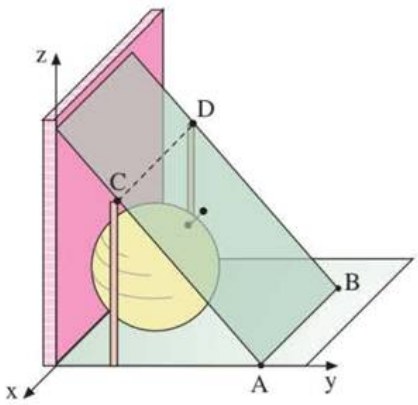

**Trả lời**: ……..

**Câu 116.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), một bồn chứa nước hình cầu (có tâm $M$ ) đặt ở ven sông được mô hình hoá có phương trình $(x-22)^2+(y+8)^2+(z-8)^2=49$ (như hình vẽ) . Từ trạm bơm $P(-2;4;0)$ có một đường ống dẫn nước thẳng theo hướng về tâm $M$ . Trên đoạn thẳng $AB$ với $A(6;-10;0)$ và $B(14;6;0)$ dựng một bức tường chắn thẳng đứng (vuông góc với mặt đất). Gọi $S$ là điểm mà đường ống dẫn nước cắt bức tường, khi đó điểm $S$ cách mặt đất bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

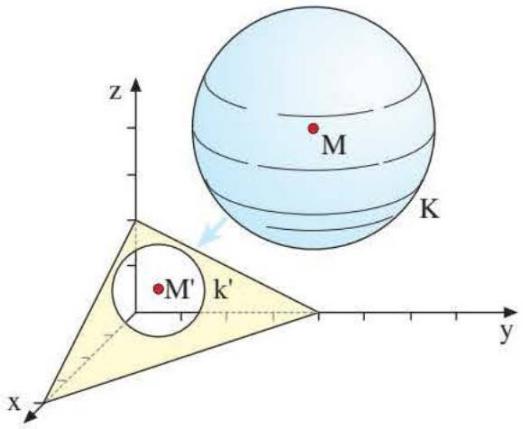
**Câu 117.** Một bồn chứa khí hình cầu $K$ có đường kính 10 m tiếp xúc trực tiếp với một bức tường thẳng đứng tại điểm $T(-6;0;5)$.



Bồn được che chắn bằng một tấm chắn nghiêng, cố định xuống mặt đất tại các điểm $A(0;16,25;0)$ và $B(-12;16,25;0)$, đồng thời được chống đỡ bởi các thanh thẳng đứng tại các điểm $C(0;5;15)$ và $D(-12;5;15)$. Khoảng cách an toàn giữa tấm chắn $E$ và mặt cầu $K$ là bao nhiêu mét?

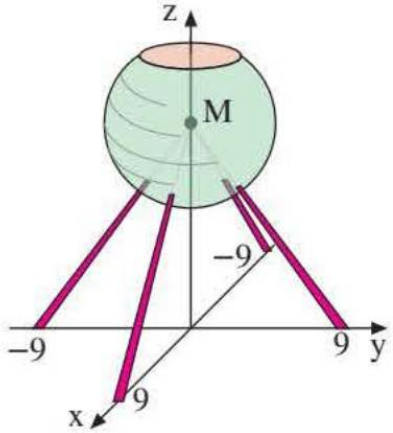
**Trả lời**: ……..

**Câu 118.** Cho tam giác $ABC$ với: $A(4;0;0), B(0;4;0), C(0;0;2)$. Bên trong tam giác có một lỗ tròn tâm $M'(1;1;1)$, bán kính $r'=1$. Trong lỗ này đặt một quả cầu $K$ bán kính $r=\sqrt{10}$. Tâm của quả cầu $K$ là $M(a;b;c)(a,b,c>0)$. Tính $a+b-c$




**Trả lời**: ……..

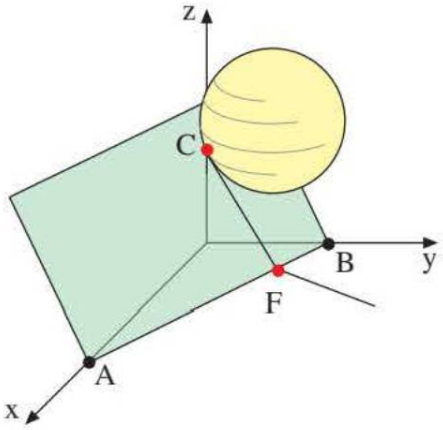
**Câu 119.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), mô hình hoá một trạm quan sát hình cầu có đường kính $10m$ và tâm $M(0;0;12)$, được đỡ bởi bốn cột thép như hình vẽ. Các cột thép này chạy dọc theo các cạnh của một hình chóp tứ giác đều, với đỉnh $M$. Vị trí các điểm cột nối với mặt cầu khi nối lại sẽ tạo thành 1 đa giác, hỏi diện tích của đa giác đó bằng bao nhiêu mét vuông?




**Trả lời**: ……..

**Câu 120.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất và xem mặt đất là mặt phẳng), bạn Minh Hiền đặt một tấm gỗ phẳng cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại các điểm $A, B, C$ như hình vẽ và mặt phẳng gỗ có phương trình $x+2y+2z=10$. Tiếp đến, bạn Minh Hiền đặt một mô hình

quả cầu bán kính $r=3$ tiếp xúc với tấm gỗ tại điểm $C$. Sau đó Minh Hiền thả quả cầu lăn trên đường thẳng $CF$ ($CF$ là đường vuông góc với $AB$ tại $F$) cho đến khi quả cầu vừa tiếp xúc với mặt phẳng $Oxy$ tại $P(a;b;0)$ thì dừng lại. Tính giá trị của $10a+5b$.




**Trả lời**: ……..

**Câu 121.** Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để phương trình: $x^2+y^2+z^2+4mx+2my-2mz+9m^2-28=0$ là phương trình mặt cầu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 122.** Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của $m$ để phương trình: $x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+3m^2-5=0$ là phương trình một mặt cầu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 123.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my+3m^2-2m=0$ với $m$ là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của $m$ để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

**Trả lời**: ……..

**Câu 124.** Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2025;2025)$ để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 125.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;4), B(0;0;1)$, $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$, $(P):ax+by+cz-4=0$. Gọi $R$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A,B$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 126.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P=a-b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 127.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Oxy)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+1$ ($m$ là tham số). Tính giá trị của $m^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 128.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$ đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 129.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $(S)$ là mặt cầu đi qua điểm $D(0;1;2)$ và tiếp xúc với các trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $a$, $b$, $c \in \mathbb{R}\setminus\{0;1\}$. Gọi $R$ là bán kính của $(S)$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 130.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm $M$ thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính $R$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 131.** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu $(S)$ có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$. Tính tổng các giá trị thực của $a$ để mặt cầu $(S)$có chu vi đường tròn lớn bằng $8\pi$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 132.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Tính bán kính của đường tròn $(C)$ là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ và mặt cầu $(S)$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 133.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z-1=0$ và điểm $M(1;-2;0)$. Mặt cầu tâm $M$, bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng thập phân chữ số thứ hai).

**Trả lời**: ……..

**Câu 134.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tính tổng các giá trị của $m$ để $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 135.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng $(P):x+my+z-3m-1=0$. Tính tổng các giá trị thực của tham số $m$ để mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng $2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 136.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực của tham số $m$ để mặt phẳng $(\beta): 2x-y+2z-8=0$ cắt $(S)$ theo một đường tròn có chu vi bằng $8\pi$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 137.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$ và $(Q): 2x-y+z+1=0$. Có bao nhiêu mặt cầu đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ ?

**Trả lời**: ……..

**Câu 138.** Trong không gian $Oxyz$, cho $I(0;2;3)$. Tính bán kính mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với trục $Oy$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 139.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $(S)$ là mặt cầu đi qua hai điểm $A(3;-1;2), B(1;1;-2)$ và có tâm thuộc trục $Oz$. Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R$. Giá trị $R^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 140.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và $I$ là hình chiếu vuông góc của $M(3;1;2)$ trên trục $Ox$. Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I$ và đi qua điểm $M$. Độ dài bán kính mặt cầu bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 141.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có tâm là điểm $A(1;2;-3)$ và đi qua điểm $B(3;-2;1)$. Gọi $M(1;b;-3)$ là điểm thuộc mặt cầu biết $b\in\mathbb{N}^*$. Tung độ điểm $M$ có giá trị bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 142.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục $Ox$. Bán kính của mặt cầu trên bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 143.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng $2$, tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz)$ và có tâm nằm trên tia $Ox$. Hoành độ của tâm mặt cầu $(S)$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 144.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có phương trình: $(x-a)^2+y^2+(z-c)^2=16$ đi qua hai điểm $O$ và $M(1;0;1)$. Tính $a+c$

**Trả lời**: ……..

**Câu 145.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;3)$ và có đúng một điểm chung với mặt phẳng $(Oxy)$. Gọi một giao điểm của mặt cầu $(S)$ với trục $Oz$ là $A(a;b;c)$ $(c>1)$. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 146.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(6;5;4)$ và mặt cầu $(S)$ đi qua $M$, tiếp xúc với mặt phẳng $(Oxy)$. Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$, giá trị nhỏ nhất của $R$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 147.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;1;-2)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2+BM^2=30$ là một mặt cầu $(S)$ có bán kính $R$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 148.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;1;-2)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian sao cho $\dfrac{MA}{MB}=2$ là một mặt cầu $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $3a+3b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 149.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1), B(1;-1;2)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian sao cho $\widehat{AMB}=90^0$ là một mặt cầu $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $2025a+2b+2c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 150.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;-2;1)$. Biết mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích $2\pi$. Phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, khi đó giá trị của biểu thức $a+b+c+R^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 151.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z+7=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z-10=0$. Gọi $(Q)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P)$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $6\pi$. Biết phương mặt phẳng $(Q)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$, khi đó giá trị của biểu thức $T=b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 152.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng $(\beta)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với $(S)$; song song với $(\alpha)$ và cắt trục $Oz$ ở điểm có cao độ dương. Biết phương mặt phẳng $(\beta)$ có dạng: $4x+by+cz+d=0$, khi đó giá trị của biểu thức $T=b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 153.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x-2y+z-5=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=15$. Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $6\pi$? Biết phương mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$, khi đó giá trị của biểu thức $T=b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 154.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Tập hợp điểm $M$ thuộc $(S)$ sao cho đường thẳng $AM$ tiếp xúc với $(S)$ là mặt phẳng có phương trình dạng: $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 155.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm $M$ di chuyển trên mặt cầu $(S)$ đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Tập hợp điểm $M$ là mặt phẳng có phương trình dạng: $2x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 156.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm $M$ thuộc mặt cầu $(S)$ sao cho đường thẳng $AM$ luôn tiếp xúc với $(S)$. Tập hợp điểm $M$ là mặt phẳng có phương trình dạng: $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 157.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c>0$. Biết rằng $(ABC)$ đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 158.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz)$ đồng thời đi qua các điểm $M,N,P$. Tìm $c$ biết rằng $a+b+c<5$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 159.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ $A$ kẻ ba tiếp tuyến $AB$, $AC$, $AD$ với $B$, $C$, $D$ là các tiếp điểm. Biết phương trình mặt phẳng $(BCD)$ có dạng: $2x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 160.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+(z-1)^2=25$ và $(S')$: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$. Mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc $(S')$ và cắt $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $6\pi$. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 161.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$, $(S_2):x^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$ và $(S_3):x^2+y^2+z^2+4x-4y-1=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1)$, $(S_2)$, $(S_3)$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 162.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-3;1;1)$, $B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+11=0$. Mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm $A,B$ và tiếp xúc với $(P)$ tại điểm $C$. Biết $C$ luôn thuộc một đường tròn $(T)$ cố định. Tính bán kính $r$ của đường tròn $(T)$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 163.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với $(P)$ tại điểm $H(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 164.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ ($m$ là tham số) và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\y=3+t\\z=3+2t\end{cases}$. Biết đường thẳng $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $A,B$ sao cho $AB=8$. Tìm giá trị của $m$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 165.** Cho $x,y,z$ là ba số thực thỏa $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z-11=0$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=2x+2y-z$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 166.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng $\Delta$ qua A, nằm trên mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $(S)$ tại $A$, $B$. Để độ dài $AB$ nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng $\Delta$ có dạng $\frac{x+3}{a}=\frac{y-3}{11}=\frac{z+3}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 167.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;2)$, $B(3;0;2)$ và mặt cầu

$x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua hai điểm $A$, $B$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất có dạng $3x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 168.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0.$ Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vecto $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa $M$ và $N$ lớn nhất. Tính $MN^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 169.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng chứa $d$ và cắt $(S)$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=2025a+2026c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 170.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng $(P):ax+2y+cz+d=0$ qua $A$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo thiết diện là hình tròn $(C)$ có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=a+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 171.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-6z+7=0$. Cho ba điểm $A$, $M$, $B$ nằm trên mặt cầu $(S)$ sao cho $\widehat{AMB}=90°$. Diện tích tam giác $AMB$ có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 172.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng $d$ thay đổi, đi qua điểm $M$, cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $A,B$. Gọi $S$ là diện tích lớn nhất của tam giác $OAB$. Tính $S^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 173.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\begin{cases}x=4-2t\\y=t\\z=3\end{cases},(t\in\mathbb{R}),d_2:\begin{cases}x=1\\y=t'\\z=-t'\end{cases},(t'\in\mathbb{R})$. Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ có tâm $I(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T=2a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 174.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ có tâm $I$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+2=0$. Gọi tọa độ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc $(P)$ sao cho đoạn $IM$ ngắn nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3a+6b+9c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 175.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ tâm $I(1;-2;1)$; bán kính $R=4$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng $(P)$ chứa $d$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 176.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-1;3), B(-2;-8;-4)$, $C(2;-1;1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên $(S)$ sao cho biểu thức $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P=x_M+y_M$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 177.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và hai điểm $A(1\,;\,1\,;3)$, $B(21\,;\,9\,;\,-13)$. Điểm $M(a\,;\,b\,;\,c)$ thuộc mặt cầu $(S)$ sao cho $3MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a.b.c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 178.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ đi qua $A,B$ và cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$

**Trả lời**: ……..

**Câu 179.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4), B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-4=0$ đi qua $A,B$ và cắt $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$?

**Trả lời**: ……..

**Câu 180.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A$, $B$ thay đổi trên mặt cầu $x^2+y^2+(z-1)^2=25$ thỏa mãn $AB=6$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $OA^2-OB^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 181.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và hai điểm $A(4;3;1)$, $B(3;1;3)$; $M$ là điểm thay đổi trên $(S)$. Gọi $m,n$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2MA^2-MB^2$. Tính giá trị $T=m-n$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 182.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=3$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc mặt cầu $(S)$, giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 183.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$, $D\left(2;0;\sqrt{7}\right)$. Gọi $M$ là điểm thuộc mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=39$ thỏa mãn $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$. Biết rằng đoạn thẳng $MD$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $MD^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 184.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. $M$, $N$ là hai điểm thuộc $(P)$ sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 185.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và hai điểm $A(4;2;4)$, $B(1;4;2)$. $MN$ là dây cung của mặt cầu thỏa mãn $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{u}=(0;1;1)$ và $MN=4\sqrt{2}$. Tính giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 186.** Trong không gian $Oxyz$, gọi điểm $M(a;b;c)$ (với $a$, $b$, $c$ là các phân số tối giản) thuộc mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$ sao cho biểu thức $T=2a+3b+6c$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó giá trị biểu thức $P=2a-b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 187.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm $M$ trong không gian thỏa mãn $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{2}{3}$. Khi độ dài $OM$ lớn nhất, tính $OM^2$.

**Trả lời**: ……..

**Câu 188.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+\dfrac{9}{2}=0$ và hai điểm $A(0;2;0)$, $B(2;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc $(S)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Câu 189.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Điểm $M\in(S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ tại $M$ cắt các tia $Ox$; $Oy$; $Oz$ tại các điểm $A$, $B$, $C$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2)$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Câu 190.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2t;2t;0)$, $B(0;0;t)$ (với $t>0$). Điểm $P$ di động thỏa mãn $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{BP}=3$. Biết rằng có giá trị $t=\frac{a}{b}$ với $a, b$ nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản sao cho $OP$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3. Khi đó giá trị của $Q=2a+b$ bằng bao nhiêu?

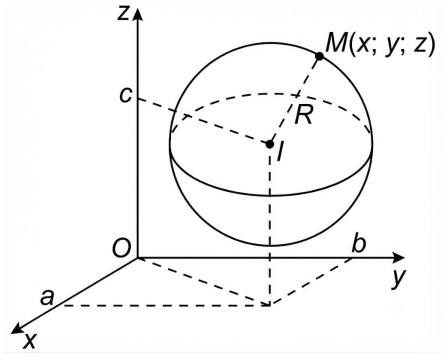
**Trả lời**: ……..

# BÀI 17
# PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

## 1. Phương trình của mặt cầu

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R$ có phương trình là:

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$




**Chú ý:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trong mặt cầu $(S)$ nếu: $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2<R^2$.
- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mặt cầu $(S)$ nếu: $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2=R^2$.
- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$ nếu: $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2>R^2$.

**Nhận xét:** Với $a,b,c,d$ là các hằng số, phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có thể viết lại thành $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=a^2+b^2+c^2-d$ và là phương trình của mặt cầu $(S)$ khi và chỉ khi $a^2+b^2+c^2-d>0$. Khi đó, $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

## 2. Ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn

# PHẦN A
# TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

## CHỦ ĐỀ 1
## PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

### DẠNG 1
### XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN MẶT CẦU

- Phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ thì mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và có bán kính $R$.
- Phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$ thì để xác định tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R$ ta thức hiện như sau:

+ Xác định tọa độ tâm $I$: $\begin{cases}-2a=...\\-2b=...\\-2c=...\end{cases}$

+ Xác định bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

**Chú ý:**

- Có thể xác định tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R$ của phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ bằng cách nhóm nhân tử để đưa về dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.
- Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện: Hệ số trước $x^2$, $y^2$, $z^2$ phải bằng 1 và $a^2+b^2+c^2-d>0$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm và bán của của các mặt cầu sau:

a) $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$

b) $(S):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(-y-1)^2+z^2=9.$

c) $(S):x^2+y^2+z^2+2x-2y+8z-18=0$

d) $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-2=0$

**Lời giải**

a) $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$

Mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm là $I(a;b;c)$.

Suy ra, mặt cầu $(S)$ có tâm là $I(1;-2;3)$.

b) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(-y-1)^2+z^2=9 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2+z^2=9$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$, bán kính $R=3$.

c) $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+8z-18=0$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$ với $a=\frac{2}{-2}=-1,\ b=\frac{-2}{-2}=1,\ c=\frac{8}{-2}=-4$ nên $I(-1;1;-4)$.

Mặt cầu $(S)$ có bán kính là $R=\sqrt{(-1)^2+1^2+(-4)^2-(-18)}=6$.

d) $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-2=0$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$ với $a=\frac{-2}{-2}=1,\ b=\frac{-4}{-2}=2,\ c=\frac{2}{-2}=-1$ nên $I(1;2;-1)$.

Mặt cầu $(S)$ có bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2-(-2)}=2\sqrt{2}$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

a) $x^2+y^2+z^2-2x-5z+30=0$

b) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z=0$

c) $x^3+y^3+z^3-2x+6y-9z-10=0$

d) $x^2+y^2+z^2+5=0$

e) $3x^2+2y^2+z^2-2x-2y+2z+1=0$

f) $x^2+y^2-2x+6y-8z-3=0$

g) $x^2+y^2+z^2-6x+8y-2z+10=0$

h) $2x^2+2y^2+2z^2+12x+4y-8z+20=0$

**Lời giải**

a) $x^2+y^2+z^2-2x-5z+30=0$

Ta có $a=1,\ b=0,\ c=\frac{5}{2},\ d=30$.

Do $a^2+b^2+c^2-d=1+0+\frac{25}{4}-30<0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

b) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z=0$

Ta có $a=2,\ b=-1,\ c=1,\ d=0$.

Do $a^2+b^2+c^2-d=4+1+1-0=6>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu. Khi đó mặt cầu có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.

c) $x^3+y^3+z^3-2x+6y-9z-10=0$

Do phương trình $x^3+y^3+z^3-2x+6y-9z-10=0$ có chứa $x^3$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

d) $x^2+y^2+z^2+5=0$

Ta có $a=0,\ b=0,\ c=0,\ d=5$.

Do $a^2+b^2+c^2-d=0+0+0-5<0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

e) $3x^2+2y^2+z^2-2x-2y+2z+1=0$

Phương trình $3x^2+2y^2+z^2-2x-2y+2z+1=0$ không phải là phương trình của một mặt cầu vì các hệ số của $x^2$ và $y^2$ khác nhau.

f) $x^2+y^2-2x+6y-8z-3=0$

Phương trình $x^2+y^2-2x+6y-8z-3=0$ không phải là phương trình của một mặt cầu vì không có biểu thức $y^2$.

g) $x^2+y^2+z^2-6x+8y-2z+10=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2.3.x+2.4.y-2.1.z+10=0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=16$

Vậy phương trình đã cho là phương trình mặt cầu tâm $I(3;-4;1)$ bán kính $R=\sqrt{16}=4$.

h) $2x^2+2y^2+2z^2+12x+4y-8z+20=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+6x+2y-4z+10=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2.3.x+2.1.y-2.2.z+10=0$

$\Leftrightarrow (x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.

Vậy phương trình đã cho là phương trình mặt cầu tâm $I(-3;-1;2)$ bán kính $R=\sqrt{4}=2$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình: $(S): x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ là phương trình mặt cầu.

**Lời giải**

Ta có $a=m+2; b=-2m; c=m; d=5m^2+9$

Ta có điều kiện xác định mặt cầu là $a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow (m+2)^2+4m^2+m^2-5m^2-9>0 \Leftrightarrow m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>1 \end{array}\right.$.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

$(S_1): x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$

$(S_2): 2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0$

$(S_3): 2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0$

$(S_4): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$.

**Lời giải**

Phương trình mặt cầu $(S)$ có hai dạng là:

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$;

(2) $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

- $(S_1): x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=1 \\ c=-2 \\ d=-1 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=\dfrac{25}{4}>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu. Khi đó mặt cầu $(S_1)$ có tâm $I\left(-\dfrac{1}{2};-1;-2\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\dfrac{25}{4}}=\dfrac{5}{2}$.

- $(S_2): 2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}y-\dfrac{1}{2}z=0$

$\Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b=\dfrac{1}{4} \\ c=\dfrac{1}{4} \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=\dfrac{3}{4}>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu. Khi đó mặt cầu $(S_2)$ có tâm $I\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

- $(S_3): 2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x+4y+3z+\dfrac{3}{2}=0$

$\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=-\dfrac{3}{2} \\ d=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=\dfrac{29}{4}>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu. Khi đó mặt cầu $(S_3)$ có tâm $I\left(-1;-2;-\dfrac{3}{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\dfrac{29}{4}}=\dfrac{\sqrt{29}}{2}$.

- $(S_4): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \\ d=10 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d<0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

$(S_1): x^2+y^2+z^2-2x=0$

$(S_2): x^2+y^2-z^2+2x-y+1=0$

$(S_3): 2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1$

$(S_4): (x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$

**Lời giải**

- $(S_1): x^2+y^2+z^2-2x=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=0 \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=1>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu. Khi đó mặt cầu $(S_1)$ có tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R=\sqrt{1}=1$.

- $(S_2): x^2+y^2-z^2+2x-y+1=0$

vì hệ số của $x^2, y^2, z^2$ lần lượt là $1,1,-1$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

- $(S_3): 2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2xy-2x+1=0$

vì chứa tích $-2xy$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

- $(S_4): (x+y)^2=2xy-z^2+1-4x \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4x-1=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \\ c=0 \\ d=-1 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=5>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu. Khi đó mặt cầu $(S_4)$ có tâm $I(-2;0;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

**Bài 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình:

a) $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2(m+1)z+2m^2+6=0$ là phương trình mặt cầu.

b) $x^2+y^2+z^2-2(3-m)x-2(m+1)y-2mz+2m^2+7=0$ không phải là phương trình mặt cầu.

**Lời giải**

a) Ta có: $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=-(m+1) \\ d=2m^2+6 \end{cases}$

để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu thì:

$a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow 1+4+(m+1)^2-(2m^2+6)>0$

$\Leftrightarrow -m^2+2m>0$

$\Leftrightarrow 0<m<2$

Vậy $0<m<2$ là giá trị cần tìm.

b) Ta có: $\begin{cases} a=3-m \\ b=m+1 \\ c=m \\ d=2m^2+7 \end{cases}$

để phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu thì:

$a^2+b^2+c^2-d\le 0$

$\Leftrightarrow (3-m)^2+(m+1)^2+m^2-(2m^2+7)\le 0$

$\Leftrightarrow m^2-4m+3\le 0$

$\Leftrightarrow 1\le m\le 3$

Vậy $1\le m\le 3$ là giá trị cần tìm.

# DẠNG 2
# LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU DẠNG CƠ BẢN

**Phương pháp:** Dựa vào giả thiết bài toán, ta xác định được tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và độ dài bán kính $R$.

**Các dạng thường gặp:**

**Dạng 1:** Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ thì bán kính

$$R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (z_A - z_I)^2}$$

**Dạng 2:** Mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ thì

Tâm $I(a;b;c)$ là trung điểm của $AB$ hay $I\left(\frac{x_A + x_B}{2};\frac{y_A + y_B}{2};\frac{z_A + z_B}{2}\right)$

Bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}{2}$

**Dạng 3:** Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc với $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ thì bán kính

$$R = d(I,(\alpha)) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

**Dạng 4:** Mặt cầu qua bốn điểm $A, B, C, D$ không đồng phẳng (hay gọi là ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

Gọi $(S)$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ $(*)$

Thay tọa độ 4 điểm $A, B, C, D$ vào $(*)$ thì ta được hệ phương trình với 4 ẩn số $a, b, c, d$

Giải tìm $a, b, c, d$.

Suy ra tâm $I(a,b,c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kinh bằng 3.

b) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

c) mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$, với $A(1;1;1)$ và $B(1;-1;3)$.

**Lời giải**

a) Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng $R$: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Ta có mặt cầu tâm $I(0;1;-2)$ bán kính bằng 3 có phương trình là $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

b) Mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$ nên có bán kính $R = IA = 3\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu $(S)$ cần tìm là: $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

c) Gọi $I$ là tâm của mặt cầu đường kính $AB$. Khi đó là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(1;0;2)$

Bán kính của mặt cầu là: $R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(1-1)^2+(-1-1)^2+(3-1)^2} = \sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S)$ là: $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=2$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$.

b) mặt cầu $(S)$ đi qua 3 điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$ và có tâm $I$ nằm trên mặt phẳng $Oxy$.

c) mặt cầu $(S)$ đi qua 2 điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$ và có tâm $I$ thuộc $Ox$.

d) mặt cầu $(S)$ đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ.

**Lời giải**

a) Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm $A, B, C, D$. Khi đó:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ AI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+b^2+c^2 = (a-1)^2+(b-3)^2+c^2 \\ (a-2)^2+b^2+c^2 = (a+1)^2+b^2+(c-3)^2 \\ (a-2)^2+b^2+c^2 = (a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3b=-3 \\ a-c=-1 \\ a-2b-3c=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1;1)$$

Bán kính: $R = IA = \sqrt{2^2+1^2+1^2} = \sqrt{6}$.

b) Gọi tâm $I(a;b;c)$ và phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Do $I \in (Oxy) \Leftrightarrow c=0 \Leftrightarrow (S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by+d=0$.

Ta có: $\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+4b-d=21 \\ 2a-6b-d=11 \\ 4a+4b-d=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \\ d=-21 \end{cases} . \Rightarrow R=\sqrt{26}$

Vậy $I(-2;1;0)$. $R=\sqrt{26}$

c) Gọi $I(a;0;0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{IA}(1-a;1;2); \overrightarrow{IB}(3-a;2;-3)$.

Do $(S)$ đi qua hai điểm $A, B$ nên $IA=IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-a)^2+5} = \sqrt{(3-a)^2+13} \Leftrightarrow 4a=16 \Leftrightarrow a=4$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(4;0;0)$, bán kính $R=IA=\sqrt{14}$.

$\Rightarrow (S): (x-4)^2+y^2+z^2=14 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-8x+2=0.$

d) Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu $(S)$.

Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ

$d\left(I,(Oxy)\right)=d\left(I,(Oyz)\right)=d\left(I,(Oxz)\right)\Leftrightarrow|a|=|b|=|c|=R\ \ (1)$

Mặt cầu $(S)$ đi qua $A(1;-1;4)$

$$\Rightarrow\begin{cases}IA=R\\a>0;c>0;b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}IA^2=R^2\\a>0;c>0;b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b+1)^2+(c-4)^2=R^2\\a=c=-b=R>0\ \ (do(1))\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(-a+1)^2+(a-4)^2=a^2\\a=c=-b=R>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a^2-12a+18=0\\a=c=-b=R>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-6a+9=0\\a=c=-b=R>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=c=3\\b=-3\\R=3\end{cases}\Rightarrow(S):(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9.$$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kinh bằng $2$.

b) mặt cầu $(S)$có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $A(1;2;3)$.

c) mặt cầu $(S)$có đường kính $AB$, với $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$.

### Lời giải

a) Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng $R$: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng $2$ là: $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

b) Ta có $R=IA=\sqrt{(1-1)^2+(2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$

vậy phương trình mặt cầu tâm $I$ và đi qua điểm $A$ có phương trình là

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

$\Rightarrow(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$

c) Tâm $I$ mặt cầu là trung điểm của $AB$

$I(1;1;-2)$ bán kính $R=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{4+16+4}=\frac{1}{2}\sqrt{24}$

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình của $(S)$, biết:

a) mặt cầu $(S)$ có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục $Ox$.

b) mặt cầu $(S)$có tâm nằm trên mặt phẳng $(Oyz)$ và đi qua các điểm $A(0;8;0),B(4;6;2),C(0;12;4)$.

c) mặt cầu $(S)$có tâm là $A(-2;-4;5)$ và cắt trục $Oz$ tại hai điểm $B$, $C$ sao cho $\Delta ABC$ vuông.

### Lời giải

a) Ta có: $R=d\left(A,Ox\right)=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

Phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $A(1;2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{13}$ có phương trình là:

$$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=13.$$

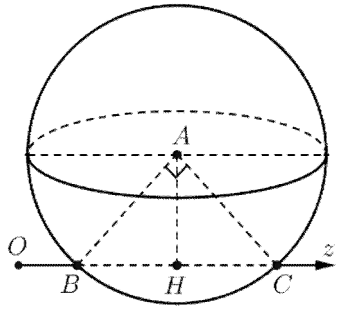
b) Gọi tâm mặt cầu là $I(0;b;c)\in(Oyz)$. Do $A(0;8;0),B(4;6;2),C(0;12;4)$ thuộc mặt cầu nên

Khi đó $IA=IB=IC\Leftrightarrow(b-8)^2+c^2=16+(b-6)^2+(c-2)^2=(b-12)^2+(c-4)^2$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}b-c=2\\b+c=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=7\\c=5\end{cases}$. Vậy $I(0;7;5);R=IA=\sqrt{26}$

Phương trình mặt cầu là $x^2+(y-7)^2+(z-5)^2=26$.

c)




Do $AB=AC$ nên $\Delta ABC$ vuông tại $A$. Gọi $H$ trung điểm $BC$ suy ra $AH=BH=HC$.

Do đó $H$ là hình chiếu của điểm $A$ lên trục $Oz$.

Ta có: $AB^2=AH^2+BH^2=2AH^2$

$\Rightarrow R=AH\sqrt{2}=d(A,Oz).\sqrt{2}=\sqrt{x_A{}^2+y_A{}^2}.\sqrt{2}=2\sqrt{10}$

Vậy mặt cầu có phương trình: $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=40$

# DẠNG 3
# VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MỘT ĐIỂM VỚI MẶT CẦU
# TÌM TẬP HỢP ĐIỂM

Cho mặt cầu tâm $S(I;R)$

- Nếu $IM = R$ thì $M$ nằm trên mặt cầu.
- Nếu $IM < R$ thì $M$ nằm trong mặt cầu.
- Nếu $IM > R$ thì $M$ nằm ngoài mặt cầu.

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và ba điểm $M(2;4;3), N(0;-1;2), Q(3;5;2)$. Xét vị trí tương đối của các điểm $M, N, Q$ với mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R=2$.

Ta có:

$IM=\sqrt{(2-2)^2+(4-4)^2+(3-1)^2}=2\Rightarrow IN=R$, do đó $M$ nằm trên mặt cầu.

$IN=\sqrt{(0-2)^2+(-1-4)^2+(2-1)^2}=\sqrt{30}>2\Rightarrow IN>R$, do đó $N$ nằm ngoài mặt cầu.

$IQ=\sqrt{(3-2)^2+(5-4)^2+(2-1)^2}=\sqrt{3}<2\Rightarrow IQ<R$, do đó $M$ nằm trong mặt cầu.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(-3;-2;-5)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2+BM^2=30$ là một mặt cầu $(S)$. Tìm bán kính $R$ của mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

Gọi tọa độ điểm $M(x;y;z)$.

Theo đề bài: $AM^2+BM^2=30$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z+3)^2+(x+3)^2+(y+2)^2+(z+5)^2=30$

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y+16z+18=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x+2y+8z+9=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2+(z+4)^2=9$ là phương trình của mặt cầu $(S)$, có tâm $I(-1;-1;-4)$ và bán kính $R=3$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A, B$ cố định có độ dài $AB$ là $4$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian sao cho $MA=3MB$ là một mặt cầu. Tính bán kính mặt cầu đó.

**Lời giải**

Gọi $I$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-9\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

Ta có: $MA=3MB\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2=9\overrightarrow{MB}^2\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=9\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$\Leftrightarrow IA^2-9IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-9\overrightarrow{IB}\right)=8MI^2\ (1)$

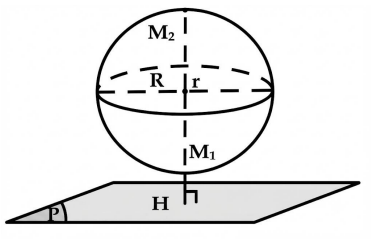
Vì $\overrightarrow{IA}-9\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{BI}=\frac{1}{8}\overrightarrow{AB}$ nên $IB=\frac{1}{2};IA=\frac{9}{2}$.

Từ $(1)$ suy ra $\Leftrightarrow 8MI^2=18\Leftrightarrow MI=\frac{3}{2}$ suy ra $M$ thuộc mặt cầu $(S)$ có tâm là $I$ và bán kính $R=\frac{3}{2}=1,5$.

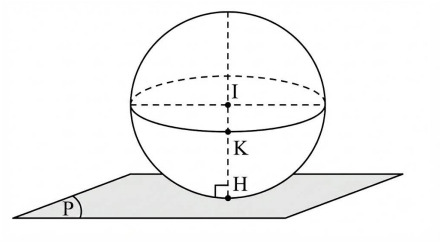
## DẠNG 4
## VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT PHẲNG VỚI MẶT CẦU

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng $(P)$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên $(P)$ và có $d = IH$ là khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P)$. Khi đó:

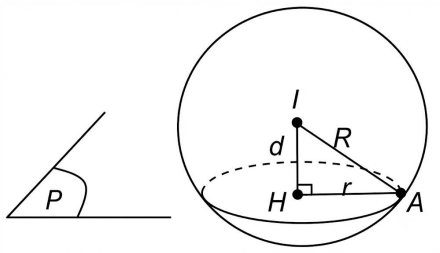
- Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.




- Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó $(P)$ là mặt phẳng tiếp diện của $(S)$ và $H$ là tiếp điểm.




- Nếu $d < R$: mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm $H$ và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.




**Chú ý:** Cho mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(x_I; y_I; z_I)$ và bán kính $R$. Để xét vị trí tương đối của mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$, ta làm như sau:

- Tính $d(I;(P)) = \dfrac{|Ax_I + By_I + Cz_I + D|}{|\vec{n}_{(P)}|}$
- So sánh với bán kính $R$

  + Nếu $d(I;(P)) > R$ thì mặt phẳng không cắt mặt cầu

  + Nếu $d(I;(P)) = R$ thì mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu

  + Nếu $d(I;(P)) < R$ thì mặt phẳng cắt mặt cầu

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$ biết:

a) mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+4=0$.

b) mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z+17=0$.

**Lời giải**

a) $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ và $(P):x+y-z+4=0$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{4}=2$ và $d(I,(P))=\dfrac{|1+2+3+4|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{3}}>R$

Vậy mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$ không có điểm chung.

b) $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$ và $(P):2x+3y+z+17=0$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{14}$ và $d(I,(P))=\dfrac{|2-6+1+17|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\sqrt{14}$.

Vậy mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu $(S)$:

a) có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z-7=0$.

b) có tâm $A(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z+3=0$.

**Lời giải**

a) Mặt cầu cần tìm có bán kính $R=d(I,(\alpha))=\dfrac{|2-2.1+2.(-4)-7|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=5$.

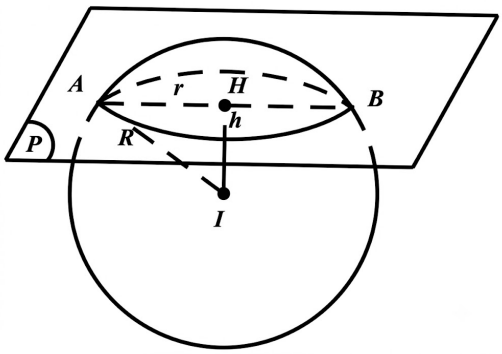
Phương trình mặt cầu cần tìm là $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=25$

b) Mặt cầu tâm $A$ tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính $R=d(A,(\alpha))=\dfrac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+4+4}}=2$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $5$.

**Lời giải**




Gọi $h$ là khoảng cách từ tâm $I$ đến mặt phẳng $(P)$ ta có: $h=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|-1-4-2-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=3$.

Bán kính mặt cầu $(S)$ là: $R=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$.

Phương trình mặt cầu $(S)$ là: $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$.

**Lời giải**

Giả sử phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Điều kiện: $a^2+b^2+c^2-d>0(*)$

Vì mặt cầu $(S)$ đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm $I$ thuộc $mp(P)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}4a+6b+6c-d=22\\4a-2b-2c-d=6\\4a+2b-6c+d=-14\\2a+3b-c=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\\c=3\\d=-2\end{cases}:T/m(*)$

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0.$

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$. Viết mặt phẳng tiếp xúc với $(S)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-11=0$ .

**Lời giải**

Ta gọi phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-11=0$ có dạng: $(Q):2x-y+2z+D=0,(D\neq-11)$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+3^2-5}=3$

Vì mặt phẳng tiếp xúc với $(S)$ nên ta có :

$$d\left(I,(Q)\right)=R\Leftrightarrow\frac{|2.(-1)-2+2.3+D|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3\Leftrightarrow\frac{|2+D|}{3}=3.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2+D=9 \\ 2+D=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=7 \\ D=-11 \end{array}\right.$. Do $D \neq -11 \Rightarrow D=7$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x-y+2z+7=0$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ có phương trình $x-2y-2z-5=0$ và mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Viết phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P)$ và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;-3)$ và bán kính $R=2$.

Gọi $(Q)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P)$ và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

Phương trình $(Q)$ có dạng: $x-2y-2z+D=0 \ (D \neq -5)$.

$(Q)$ tiếp xúc với $(S)$ khi và chỉ khi $d(I,(Q))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1-2.(-2)-2.(-3)+D|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$

$\Leftrightarrow |D+11|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D+11=6 \\ D+11=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=-5 \\ D=-17 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện suy ra $D=-17$.

Vậy phương trình của $(Q)$ là $x-2y-2z-17=0 \Leftrightarrow -x+2y+2z+17=0$.

## DẠNG 5
## VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT CẦU

Cho mặt cầu $(S)$ có tâm $(P)$ bán kính $(S)$ và đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}$, điểm $M \in d$.

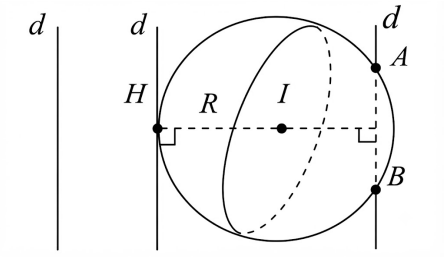
Để xét vị trí tương đối giữa đường thẳng $d$ và mặt cầu $(S)$, ta làm như sau:

- Tính $d(I;d) = \dfrac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}$
- So sánh với bán kính $R$

  + Nếu $d(I;d) > R$ thì đường thẳng $d$ không cắt mặt cầu $(S)$

  + Nếu $d(I;d) = R$ thì đường thẳng $d$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại $H$.

  + Nếu $d(I;d) < R$ thì đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$.




**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, tìm vị trí tương đối của đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

**Lời giải**

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có tâm $I(-1;\ 2;\ 0)$ bán kính $R = 3$

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $\Delta$ thì ta có $H(1+2t;\ 2-2t;\ 3+t)$, $t \in \mathbb{R}$.

Khi đó: $\overrightarrow{IH} = (2+2t;\ -2t;\ 3+t)$. Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u} = (2;\ -2;\ 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{IH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4+4t+4t+3+t = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{7}{9}$.

$$\overrightarrow{IH} = \left(\frac{4}{9};\ \frac{14}{9};\ \frac{20}{9}\right) \Rightarrow IH = \sqrt{\frac{16}{81}+\frac{196}{81}+\frac{400}{81}} = \frac{2\sqrt{17}}{3} \Rightarrow d(I;\Delta) = \frac{2\sqrt{17}}{3} < R$$

Vậy đường thẳng $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường

thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=1+mt \\ z=-2t \end{cases}$. Tính giá trị của $m$ để đường thẳng $\Delta$ tiếp xúc mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

Từ phương trình đường thẳng $\Delta$ và mặt cầu $(S)$ ta có

$(2+t-1)^2+(1+\text{mt}+3)^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow (1+t)^2+(4+m\text{t})^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow \left(m^2+5\right)t^2+2(5+4m)t+20=0 \quad (1)$

Để $\Delta$ tiếp xúc mặt cầu $(S)$ thì (1) có nghiệm kép, hay (1) có $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{15}{2} \\ m=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và đường thẳng $d$ có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. Lập phương trình mặt cầu tâm $I$, tiếp xúc với $d$.

**Lời giải**

Đường thẳng $(d)$ đi qua $I(-1;2;-3)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1) \Rightarrow d(A,d)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{u}|}=5\sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=50$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;3;-1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng $(d)$ có phương trình: $(d)\begin{cases} x=11+2t \\ y=t \\ z=-25-2t \end{cases}$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho $AB=16$.

**Lời giải**

Đường thẳng $(d)$ đi qua $M(11;\ 0;-25)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;-2)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Có: $IH=d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}=15 \quad R=\sqrt{IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=17$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=289$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P):2x+6y+z-3=0$ cắt trục $Oz$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại $A$ và $B$. Viết phương trình mặt cầu đường kính $AB$.

**Lời giải**

$(P)\cap Oz=A(0;0;3)$

Tọa độ của $B$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x+6y+z-3=0 \\ \dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6y+z-3=0 \\ 2x-y-10=0 \\ y+2z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \\ z=7 \end{cases} \Rightarrow B(4;-2;7).$$

Gọi $I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2;-1;5) \Rightarrow IA=\sqrt{4+1+4}=3.$

Phương trình mặt cầu đường kính $AB$ là: $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9.$

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt đường thẳng $d$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho tam giác $IAB$ đều.

**Lời giải**

Đường thẳng $(\Delta)$ đi qua $M=(1;1;-2)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;2;1)$

Ta có $\overrightarrow{MI}=(0;-1;2)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(5;-2;-1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Có: $IH=d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{5}$.

Xét tam giác $IAB$, có $IH=R.\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R=\dfrac{2IH}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}.$

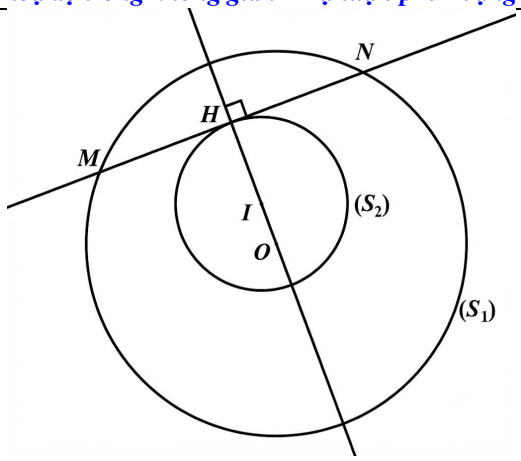
**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1)$, $(S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):x^2+y^2+(z-1)^2=4$. Một đường thẳng $d$ vuông góc với véc tơ $\vec{u}=(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S_2)$ và cắt mặt cầu $(S_1)$ theo một đoạn thẳng có độ dài bằng $8$. Tìm vectơ chỉ phương của $d$.

**Lời giải**

Mặt cầu $(S_1)$ có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R_1=5$.

Mặt cầu $(S_2)$ có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R_2=2$.

Có $OI=1<R_1-R_2$ nên $(S_2)$ nằm trong mặt cầu $(S_1)$.




Giả sử $d$ tiếp xúc với $(S_2)$ tại $H$ và cắt mặt cầu $(S_1)$ tại $M$, $N$. Gọi $K$ là trung điểm $MN$.

Khi đó $IH = R_2 = 2$ và $OH \geq OK$.

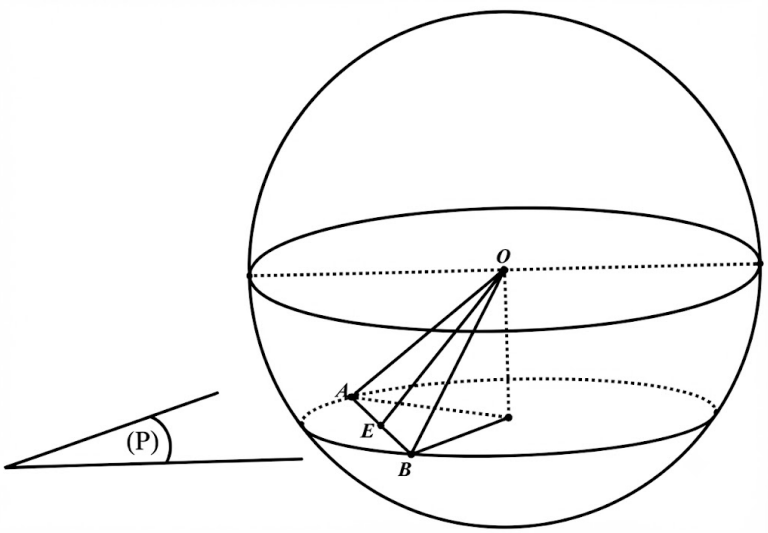
Theo giả thiết $MN = 8 \Rightarrow MK = 4 \Rightarrow OK = \sqrt{R_1^2 - MK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Có $OI = 1$, $IH = 2 \Rightarrow OK = OI + IH \geq OH \geq OK$. Do đó $OH = OK$, suy ra $H \equiv K$, tức $d$ vuông góc với đường thẳng $OI$.

Đường thẳng $d$ cần tìm vuông góc với véc tơ $\vec{u} = (1;-1;0)$ và vuông góc với $\overrightarrow{OI} = (0;0;1)$ nên có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = \left[\overrightarrow{OI}, \vec{u}\right] = (1;1;0)$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z - 3 = 0$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $E$, nằm trong $(P)$ và cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A, B$ sao cho tam giác $OAB$ là tam giác đều. Viết phương trình của đường thẳng $\Delta$.

**Lời giải**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 2$. Tam giác $OAB$ là tam giác đều có cạnh bằng 2. Gọi $M$ là trung điểm $AB$ ta có $OM = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, mặt khác $\overrightarrow{OE}(1;1;1) \Rightarrow OE = \sqrt{3}$. Vậy điểm $M$ trùng điểm

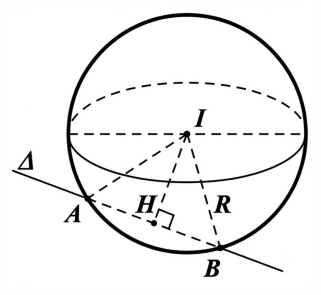
$E$. Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của $\Delta$ ta có: $\vec{u} \perp \overrightarrow{OE}$ và $\vec{u} \perp \vec{n}$ ( với $\vec{n}(1;-3;5)$ là vectơ pháp tuyến của $(P)$ vì $\Delta \subset (P)$).

$\left[\vec{n}, \overrightarrow{OE}\right] = (-8;4;4)$, chọn $\vec{u} = -\frac{1}{4}\left[\vec{n}, \overrightarrow{OE}\right] = (2;-1;-1)$.

Vậy đường thẳng $\Delta$ đi qua $E$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;-1)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x-3y+5z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4$. Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $E$, nằm trong mặt phẳng $(P)$ và cắt $(S)$ tại 2 điểm phân biệt $A, B$ sao cho $AB=2$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$.

**Lời giải**




$(S): x^2+y^2+z^2=4 \Rightarrow$ Tâm $I(0;0;0)$; bán kính $R=2$.

$(P): x-3y+5z-3=0 \Rightarrow$ véctơ pháp tuyến của $(P): \vec{n}_P = (1;-3;5)$.

Gọi H là hình chiếu của I lên $\Delta \Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{2} = 1$.

Xét $\Delta IAH$ vuông tại $H \Rightarrow IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{IE} = (1;1;1) \Rightarrow IE = \sqrt{3} = IH \Rightarrow H \equiv E \Rightarrow IE \perp \Delta$.

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $E(1;1;1)$; vuông góc với $IE$ và chứa trong $(P)$ nên:

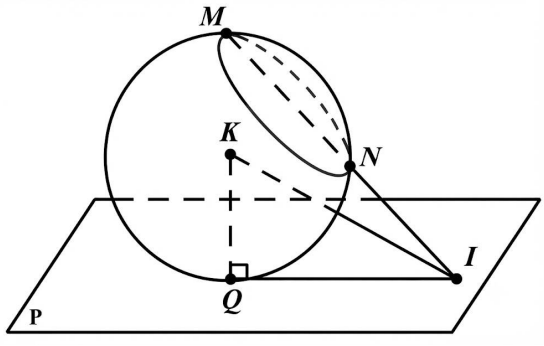
Véctơ chỉ phương của $\Delta: \vec{n}_\Delta = \left[\vec{n}_P; \overrightarrow{IE}\right] = (-8;4;4)$.

$\Rightarrow$ véctơ $\vec{u} = (2;-1;-1)$ cũng là véctơ chỉ phương của $\Delta$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ là: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = 1-t \end{cases}$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và hai điểm $M(1;1;1)$, $N(-3;-3;-3)$. Mặt cầu $(S)$ đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$ tại điểm $Q$. Biết rằng $Q$ luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

**Lời giải**




Đường thẳng $MN$ có phương trình là: $MN:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$.

Gọi $I=MN\cap(P)$ khi đó tọa độ điểm $I$ ứng với $t$ thỏa mãn:

$1+t+1+t-1-t-3=0\Leftrightarrow t-2=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow I(3;3;3)\Rightarrow IM=2\sqrt{3},\ IN=6\sqrt{3}$.

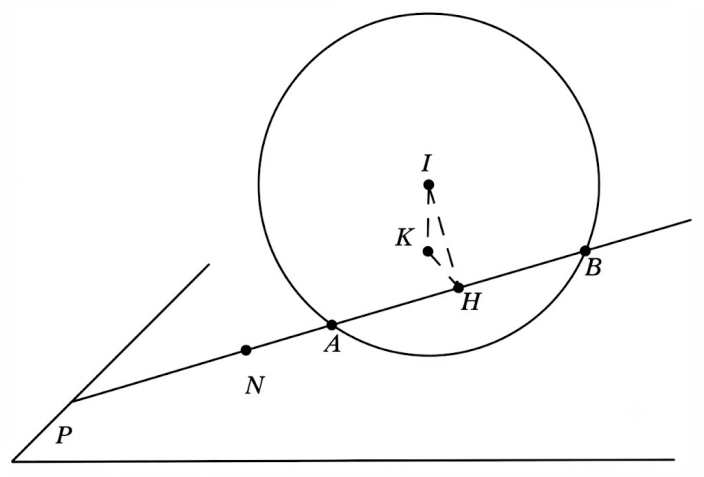
Do mặt cầu $(S)$ đi qua M, N và tiếp xúc với đường thẳng $IQ$ tại điểm $Q$ nên ta có:

$IQ^2=IM.IN=KI^2-R^2\Rightarrow IQ^2=IM.IN=36\Leftrightarrow IQ=6$

Vậy $Q$ luôn thuộc đường tròn tâm $I$ bán kính $R=6$.

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3^2$, mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc $(P)$. Một đường thẳng $\Delta$ đi qua $N$ nằm trong $(P)$ cắt $(S)$ tại hai điểm $A$, $B$ thỏa mãn $AB=4$. Gọi $\vec{u}(1;b;c),\ (c>0)$ là một vecto chỉ phương của $\Delta$, tính tổng $b+c$.

**Lời giải**




Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ bán kính $R=3$.

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng (P).

Suy ra H là trung điểm của đoạn AB nên AH = $2\Rightarrow d(I,\Delta)=IH=\sqrt{IA^2-AH^2}=\sqrt{5}$ và

$IK=d(I,(P))=\dfrac{|1-2+1+3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.

Ta có $\left.\begin{array}{l} IK\perp(P) \\ \Delta\subset(P) \end{array}\right\}\Rightarrow IK\perp\Delta$ mà $IH\perp\Delta\Rightarrow\Delta\perp KH$

hay $KH=d(K,\Delta)$ và $KH=\sqrt{IH^2-IK^2}=\sqrt{2}$.

Do $IK\perp(P)$ nên phương trình tham số đường thẳng $IK:\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+t \end{cases}\Rightarrow K(1+t;2-t;1+t)$.

Mà $K\in(P)\Rightarrow 1+t-2+t+1+t+3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow K(0;3;0)$

Từ đây ta có $KH=d(K,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{KN},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{(4b-3c)^2+(-c-4)^2+(b+3)^3}}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\sqrt{2}$ (*).

Mặt khác ta có $\Delta\subset(P)\Rightarrow\vec{u}\perp\overrightarrow{n_P}\Rightarrow\vec{u}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 1-b+c=0\Leftrightarrow b=c+1.$

Thay vào (*) ta được

$\sqrt{(c+4)^2+(-c-4)^2+(c+4)^3}=\sqrt{2}\sqrt{1+(c+1)^2+c^2}$

$\Leftrightarrow 3c^2-24c+48=4c^2+4c+4$

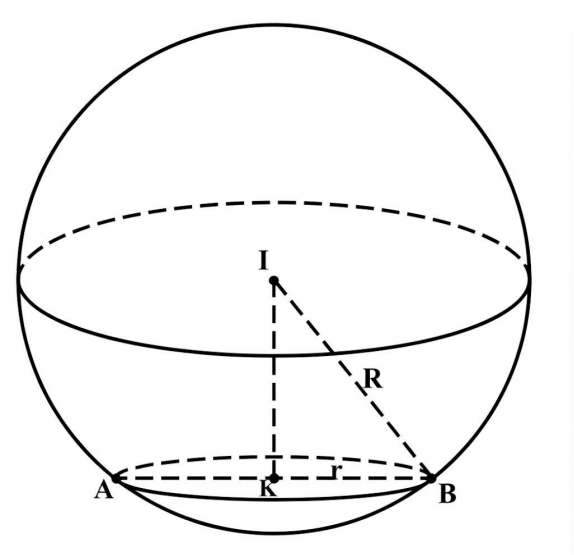
$\Leftrightarrow c^2-20c-44=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} c=22\,(N) \\ c=-2\,(L) \end{array}\right.$

Suy ra $b=23\Rightarrow b+c=45$.

**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$. Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn $(C)$. Tìm tọa độ tâm $K$ và bán kính $r$ của đường tròn $(C)$.

**Lời giải**




• Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;-2;1)$; $R=10$.

• Khoảng cách từ $I$ đến $(P)$ là $IK = d(I;(P)) = \dfrac{|6+4-1+9|}{3} = 6$.

• Đường thẳng qua $I(3;-2;1)$ vuông góc với $(P)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2-2t \\ z = 1-t \end{cases}$ khi đó Tọa độ tâm $K$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2-2t \\ z = 1-t \\ 2x-2y-z+9=0 \end{cases} \Rightarrow K(-1;2;3)$.

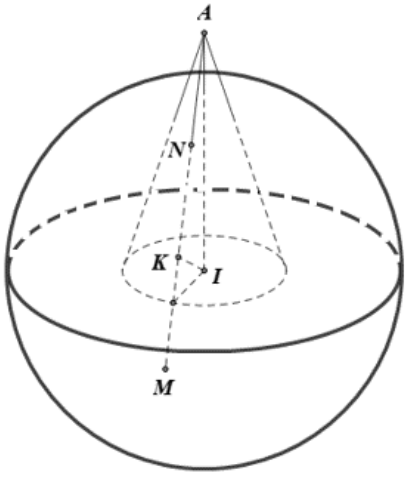
• Bán kính: $r = \sqrt{R^2 - IK^2} = \sqrt{100-36} = 8$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 25$ và hình nón $(H)$ có đỉnh $A(3;2;-2)$ và nhận $AI$ làm trục đối xứng với $I$ là tâm mặt cầu. Một đường sinh của hình nón $(H)$ cắt mặt cầu tại $M$, $N$ sao cho $AM = 3AN$. Viết phương trình mặt cầu đồng tâm với mặt cầu $(S)$ và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón $(H)$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = \dfrac{71}{3}$




Gọi hình chiếu vuông góc của $I$ trên $MN$ là $K$.

Dễ thấy $AN = NK = \dfrac{1}{3}AM$, mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 5$

Có $AM.AN = AI^2 - R^2 = 4 \Rightarrow AN^2 = \dfrac{4}{3} \Rightarrow KN = AN = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow IK = \sqrt{IN^2 - KN^2} = \dfrac{\sqrt{213}}{3}$.

Nhận thấy mặt cầu đồng tâm với mặt cầu $(S)$ và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón $(H)$ chính là mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ có bán kính $IK = \dfrac{\sqrt{213}}{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{71}{3}$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$: $z+2=0$, $K(0;0;-2)$, đường thẳng $d$: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$. Lập phương trình mặt cầu tâm thuộc đường thẳng $d$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo thiết diện là đường tròn tâm $K$, bán kính $r=\sqrt{5}$.

**Lời giải**

$(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;0;1)$.

Viết lại phương trình của đường thẳng $d$ dưới dạng tham số: $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=t\end{cases}$.

Gọi $I$ là tâm của mặt cầu cần lập. Vì $I\in d$ nên giả sử $I(t;t;t)$. Có $\overrightarrow{IK}=(-t;-t;-2-t)$.

Thiết diện của mặt cầu và mặt phẳng $(P)$ là đường tròn tâm $K$ nên ta có $IK\perp(P)$. Suy ra $\overrightarrow{IK}$ và $\vec{n}=(0;0;1)$ cùng phương. Do đó tồn tại số thực $k$ để $\overrightarrow{IK}=k\vec{n}\Leftrightarrow\begin{cases}-t=k.0\\-t=k.0\\-2-t=k.1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\k=-2\end{cases}$.

Suy ra $I(0;0;0)$. Tính được $d(I,(P))=2$.

Gọi $R$ là bán kính mặt cầu. Ta có: $R=\sqrt{r^2+\left[d(I,(P))\right]^2}=3$.

Vậy mặt cầu cần tìm có phương trình: $x^2+y^2+z^2=9$.

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-1;2)$, $B(2;-3;0)$, $C(-2;1;1)$, $D(0;-1;3)$. Gọi $(L)$ là tập hợp tất cả các điểm $M$ trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1$. Biết rằng $(L)$ là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính $r$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

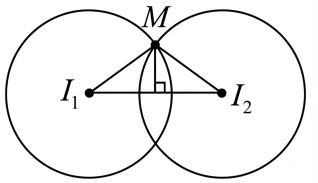
Gọi $M(x;y;z)$ là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có

$\overrightarrow{AM}=(x;y+1;z-2)$, $\overrightarrow{BM}=(x-2;y+3;z)$, $\overrightarrow{CM}=(x+2;y-1;z-1)$, $\overrightarrow{DM}=(x;y+1;z-3)$.

Từ giả thiết: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1\\\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-2)+(y+1)(y+3)+z(z-2)=1\\x(x+2)+(y+1)(y-1)+(z-1)(z-3)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z+2=0\\x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0\end{cases}$

Suy ra quỹ tích điểm $M$ là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm $I_1(1;-2;1)$, $R_1=2$ và mặt cầu tâm $I_2(-1;0;2)$, $R_2=2$.

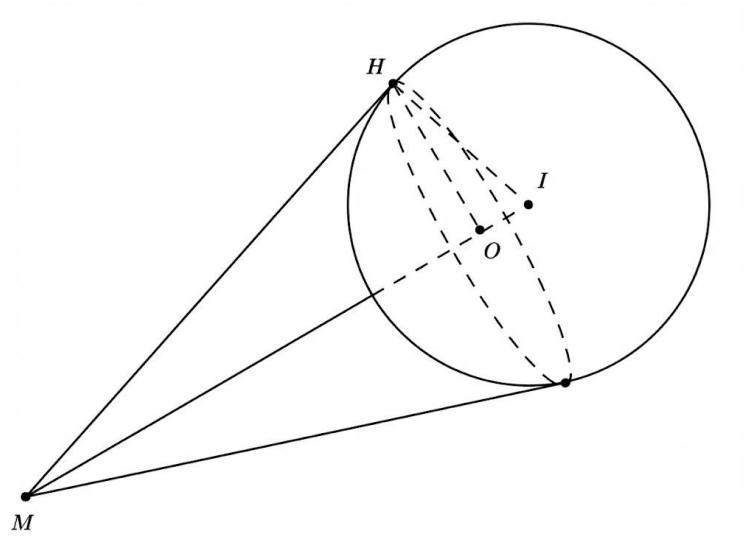



Ta có: $I_1I_2=\sqrt{5}$.

Dễ thấy: $r=\sqrt{R_1^2-\left(\frac{I_1I_2}{2}\right)^2}=\sqrt{4-\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và một điểm $M(2;3;1)$. Từ $M$ kẻ được vô số các tiếp tuyến tới $(S)$, biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn $(C)$. Tính bán kính $r$ của đường tròn $(C)$.

**Lời giải**




Mặt cầu $H(a;b;c)$ có tâm $a+b+c$ và bán kính $2$.

Ta có $-1$ và $1$..

Gọi $-2$ là một tiếp điểm tùy ý khi kẻ tiếp tuyến từ $M$ đến mặt cầu, khi đó $OH$. Gọi $\Rightarrow OH:\begin{cases}x=t\\y=-2t\\z=2t\end{cases}$ là

tâm của đường tròn $\Rightarrow H(t;-2t;2t)$ khi đó $H\in(P)$ và $\Rightarrow t-2.(-2t)+2.2t+9=0$.

Ta có $\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow H(-1;2;-2)$.

**Bài 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+3z-14=0$. Điểm $M$ thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $\Delta MAB$ vuông tại $M$. Tính khoảng cách từ điểm $M$ đến mặt phẳng $(Oxy)$.

**Lời giải**

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cần tìm.

$\overrightarrow{AM}=(x-3;y-1;z-2)$, $\overrightarrow{BM}=(x+3;y+1;z)$.

Vì $\Delta MAB$ vuông tại $M$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\Leftrightarrow(x-3)(x+3)+(y-1)(y+1)+z(z-2)=0$

$\Leftrightarrow x^2-9+y^2-1+z^2-2z=0\Leftrightarrow x^2+y^2+(z-1)^2=11$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{11}$.

Nhận xét thấy $d(I,(P))=\dfrac{|0+0+3.1-14|}{\sqrt{1^2+1^2+3^3}}=\sqrt{11}=R$.

$\Rightarrow(P)$ tiếp xúc với $(S)$ tại $M$

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$

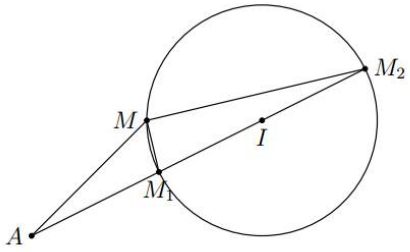
$\Rightarrow\begin{cases}M\in(P)\\ \overrightarrow{IM}\ \text{cïng ph-¬ng}\ \overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y+3z=14\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=4\end{cases}\Rightarrow M(1;1;4)$.

Vậy $d(M,(Oxy))=|4|=4$.

# DẠNG 6
# GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU

**Bài toán.** Cho điểm $A$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I$, bán kính $R$, $M$ là điểm di động trên $(S)$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $AM$.

**Phương pháp giải**




Xét $A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. Gọi $M_1, M_2$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng $AI$ với mặt cầu $(S)\left(AM_1 < AM_2\right)$ và $(\alpha)$ là mặt phẳng đi qua $M$ và đường thẳng $AI$. Khi đó $(\alpha)$ cắt $(S)$ theo một đường tròn lớn $(C)$.

Ta có $\widehat{M_1MM_2} = 90^\circ$, nên $\widehat{AMM_2}$ và $\widehat{AM_1M}$ là các góc tù, nên trong các tam giác $AMM_1$ và $AMM_2$ ta có $AI - R = AM_1 \le AM \le AM_2 = AI + R$

Tương tự với $A$ nằm trong mặt cầu ta có $R - AI \le AM \le R + AI$

Vậy $\min AM = |AI - R|, \max AM = R + AI$

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0.$

Tìm tọa độ điểm $M$ trên $(S)$ sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN.

**Lời giải**

Ta có: $d(I, d) = 1 = R$ suy ra (S) tiếp xúc với $d$ và tiếp điểm là $H(2;2;-1)$

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $d \Rightarrow H(2;2;-1)$

Đường thẳng $IH$ có pt: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Tọa độ giao điểm của $IH$ và (S) là: $A(0;2;-1)$, $B \equiv H(2;2;-1)$.

Ta có: $d(A,(d)) = AH = 2 \ge d(B,(P)) = BH = 0.$

$\Rightarrow d(A,(d)) = 2 \ge d(M,(d)) \ge d(B,(d)) = 0.$

Vậy $M(0;2;-1)$.

**Bài 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng $\Delta$ qua $A$, nằm trên mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $(S)$ tại $A$, $B$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ để độ dài $AB$ lớn nhất.

**Lời giải**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R=10$. Do $d(I,(\alpha))<R$ nên $\Delta$ luôn cắt $(S)$ tại $A$, $B$.

Khi đó $AB=\sqrt{R^2-\left(d(I,\Delta)\right)^2}$. Do đó, $AB$ lớn nhất thì $d\left(I,(\Delta)\right)$ nhỏ nhất nên $\Delta$ qua $H$, với $H$ là hình chiếu vuông góc của I lên $(\alpha)$. Phương trình $BH: \begin{cases} x=2+2t \\ y=3-2t \\ z=5+t \end{cases}$

$H\in(\alpha)\Rightarrow 2(2+2t)-2(3-2t)+5+t+15=0 \Leftrightarrow t=-2\Rightarrow H(-2;\ 7;\ 3)$.

Do vậy $\overrightarrow{AH}=(1;4;6)$ là véc tơ chỉ phương của $\Delta$. Phương trình của $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+3}{6}$

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$.

**Lời giải**

Gọi $A;B$ là hai điểm thuộc lần lượt $\Delta_1$ và $\Delta_2$ sao cho $AB$ là đoạn thẳng vuông góc chung giữa 2 đường.

Gọi $M$ là trung điểm $AB$. Dễ có mặt cầu tâm $M$ bán kính $R=\dfrac{AB}{2}$ tiếp xúc với hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ là mặt cầu có bán kính bé nhất.

Ta có tọa độ theo tham số của $A;B$ lần lượt là:

$A(2t_1-1;t_1-1;2t_1-1)$ và $B(2t_2+1;2t_2+1;t_2+1)\Rightarrow \overrightarrow{AB}(2t_2-2t_1+2;2t_2-t_1+2;t_2-2t_1+2)$.

Có $\overrightarrow{u_1}(2;1;2)$ và $\overrightarrow{u_2}(2;2;1)$ lần lượt là 2 vectơ chỉ phương của $\Delta_1$ và $\Delta_2$ nên $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (2t_2-2t_1+2).2+(2t_2-t_1+2).1+(t_2-2t_1+2).2=0 \\ (2t_2-2t_1+2).2+(2t_2-t_1+2).2+(t_2-2t_1+2).1=0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t_2-9t_1+10=0 \\ 9t_2-8t_1+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=\dfrac{10}{17} \\ t_2=\dfrac{-10}{17} \end{cases} \Rightarrow A(\dfrac{3}{17};\dfrac{-7}{17};\dfrac{3}{17});\ B(\dfrac{-3}{17};\dfrac{-3}{17};\dfrac{7}{17})\ \overrightarrow{AB}(\dfrac{-6}{17};\dfrac{4}{17};\dfrac{4}{17})$.

$R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{(-6)^2+4^2+4^2}}{17}=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$.

Bán kính mặt cầu cần tính là $R=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=3-t'\\y=t'\\z=0\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

**Lời giải**

Đường thẳng $d_1$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;1;0)$.

Đường thẳng $d_2$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;1;0)$.

Để phương trình mặt cầu $(S)$ có bán kính nhỏ nhất và đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ khi và chỉ khi:

Tâm mặt cầu $(S)$ nằm trên đoạn thẳng vuông góc chung của 2 đường thẳng $d_1$ và $d_2$, đồng thời là trung điểm của đoạn thẳng vuông góc chung.

Gọi điểm $M(2t;t;4)$ thuộc $d_1$; gọi điểm $N(3-t';t';0)$ thuộc $d_2$ với $MN$ là đoạn vuông góc chung của $d_1$ và $d_2$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(3-t'-2t;t'-t;-4)$.

$MN$ là đoạn thẳng vuông góc chung $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2.(3-t'-2t)+t'-t=0\\(-1).(3-t'-2t)+t'-t=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}t'+5t=6\\2t'+t=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t'=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M(2;1;4)\\N(2;1;0)\end{cases}$.

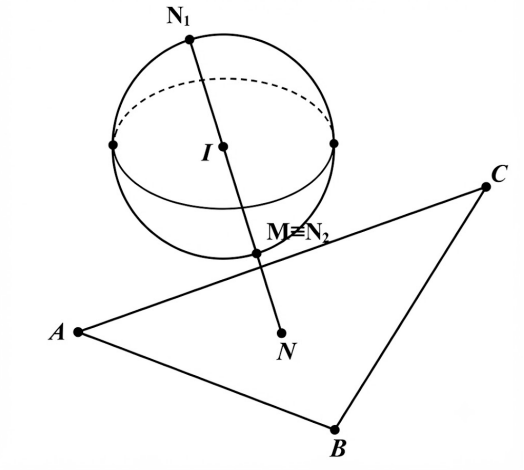
Gọi điểm $I$ là tâm mặt cầu $(S)$, do đó điểm $I$ là trung điểm $MN$.

$\Rightarrow I(2;1;2)\Rightarrow R=IM=IN=2$.

Suy ra mặt cầu $(S)$: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$.

**Bài 5.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(8;5;-11),B(5;3;-4),C(1;2;-6)$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=9$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ là điểm trên $(S)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a+b$.

**Lời giải**




Gọi $N$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{NC}=\vec{0}$, suy ra $N(-2;0;1)$.

Khi đó: $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NA}\right)-\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)-\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NC}\right)\right|=\left|\left(\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{NC}\right)-\overrightarrow{MN}\right|=MN$.

Suy ra $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi $MN$ nhỏ nhất. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;4;-1)$, suy ra:

$\overrightarrow{NI}=(4;4;-2)=(2;2;-1)$. Phương trình $NI=\begin{cases}x=2+2t\\y=4+2t\\z=-1-t\end{cases}$. Thay phương trình NI vào phương trình $(S)$

ta được: $(2t)^2+(2t)^2+(-t)^2=9\Leftrightarrow t^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$.

Suy ra $NI$ cắt $(S)$ tại hai điểm phân biệt $N_1(3;6;-2), N_2(0;2;0)$.

Vì $NN_1>NN_2$ nên MN nhỏ nhất khi và chỉ khi $M\equiv N_2$. Vậy $M(0;2;0)$ là điểm cần tìm.

Suy ra: $a+b=2$.

**Bài 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2)$, $B(1;1;0)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{1}{4}$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(S)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2+2MB^2$.

**Lời giải**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=\frac{1}{2}$.

Gọi $K$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\vec{0}\Rightarrow K\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Ta có

$MA^2+2MB^2=\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KB}\right)^2$

$=3MK^2+KA^2+2KB^2+2\overrightarrow{MK}\left(\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}\right)=3MK^2+KA^2+2KB^2$.

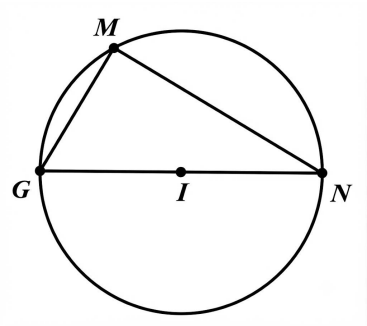
Biểu thức $MA^2+2MB^2$ đạt GTNN khi và chỉ khi $MK$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Với $M$ thay đổi thuộc $(S)$ ta có $MK_{\min}=|KI-R|=\left|1-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$.

Vậy $\left(MA^2+2MB^2\right)_{\min}=3MK_{\min}^2+KA^2+2KB^2=\frac{3}{4}+\frac{8}{3}+\frac{4}{3}=\frac{19}{4}$.

**Bài 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho 5 điểm $A(1;0;0)$, $B(-1;1;0)$, $C(0;-1;0)$, $D(0;1;0)$, $E(0;3;0)$. $M$ là điểm thay đổi trên mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+z^2=1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right|$.

**Lời giải**




Mặt cầu $(S)$: tâm $I(0;1;0)$ bán kính $R=1$

Gọi trọng tâm tam giác $ABC$ là $G(0;0;0)$, trung điểm $DE$ là $N(0;2;0)$

do $G,N$ đều nằm trên $(S)$ và $I$ là trung điểm $GN$ nên $GN$ là đường kính của $(S)$

$$P=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right|=2\left|3\overrightarrow{MG}\right|+3\left|2\overrightarrow{MN}\right|$$
$$=6MG+6MN=6(MG+MN)$$

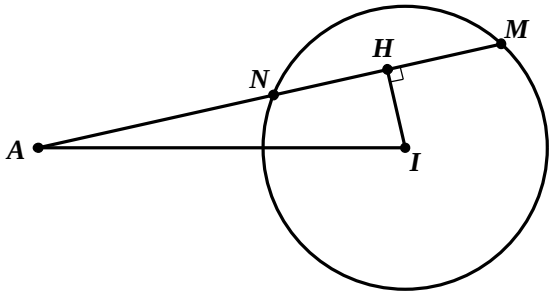
Ta có: $(MG+MN)^2\le 2\left(MG^2+MN^2\right)=2GN^2=8$

Suy ra $MG+MN\le 2\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của $P$ là $12\sqrt{2}$.

**Bài 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$ và điểm $A(5;3;-2)$. Một đường thẳng $d$ thay đổi luôn đi qua $A$ và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt $M,N$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=AM+4AN$.

**Lời giải**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;-1;1)$, bán kính $R=3$.

$AI=\sqrt{34}>R\Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

Do hai điểm $M,N$ nằm ở vị trí hai đầu một dây cung nên để $S_{\min}$ thì $N$ nằm giữa $A$ và $M$. Gọi $H$ là trung điểm $MN \Rightarrow IH \perp MN, NH = \dfrac{1}{2}MN$

$S = 4(AH - NH) + AH + NH = 5AH - 3NH$

$S = 5\sqrt{AI^2 - IH^2} - 3\sqrt{R^2 - IH^2} = 5\sqrt{34 - x^2} - 3\sqrt{9 - x^2}, x = IH$

Xét hàm số $f(x) = 5\sqrt{34 - x^2} - 3\sqrt{9 - x^2}, (0 \le x < 3)$

$f'(x) = \dfrac{-5x}{\sqrt{34 - x^2}} + \dfrac{3x}{\sqrt{3^2 - x^2}} = x\left(\dfrac{-5}{\sqrt{34 - x^2}} + \dfrac{3}{\sqrt{3^2 - x^2}}\right)$

Xét $\left(\dfrac{-5}{\sqrt{34 - x^2}} + \dfrac{3}{\sqrt{9 - x^2}}\right) > 0$

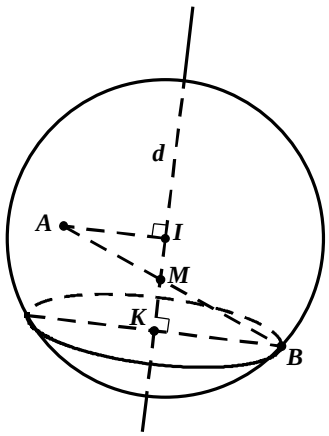
$\Leftrightarrow 5\sqrt{9 - x^2} < 3\sqrt{34 - x^2} \Leftrightarrow 225 - 25x^2 < 9.34 - 9x^2 \Leftrightarrow 16x^2 + 81 > 0$ (luôn đúng )

Suy ra : $f'(x) \ge 0, \forall x \in [0;3), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0;3)$

Suy ra $\min\limits_{[0;3)} f(x) = f(0) = 5\sqrt{34} - 9.$

**Bài 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S)$: $(x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+5)^2 = 729$. Cho biết điểm $A(-2;-2;-7)$, điểm $B$ thuộc giao tuyến của mặt cầu $(S)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 107 = 0$. Khi điểm $M$ di động trên đường thẳng $d$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị biểu thức $MA + MB$.

**Lời giải**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-3;-4;-5)$ và bán kính $R = 27$.

Đường thẳng $d$ có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;3;4) \Rightarrow d \perp (P)$.

Gọi $K$ là giao điểm của mặt phẳng $(P)$ và đường thẳng $d$. Vì $I \in d$ nên $K$ là tâm của đường tròn giao tuyến và $KB \perp d$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (1;2;-2) \Rightarrow IA = 3$ và $\overrightarrow{IA}.\vec{u} = 0 \Rightarrow IA \perp d$.

Ta tính được $IK=\mathrm{d}\left(I,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|2.\left(-3\right)+3.\left(-4\right)+4\left(-5\right)-107\right|}{\sqrt{2^2+3^2+4^2}}=5\sqrt{29}$ và $KB=\sqrt{R^2-IK^2}=2$.

Do $M$ di động trên đường thẳng $d$ (trục của đường tròn giao tuyến) và $B$ thuộc đường tròn giao tuyến nên biểu thức $MA+MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $M=AB\cap d$.

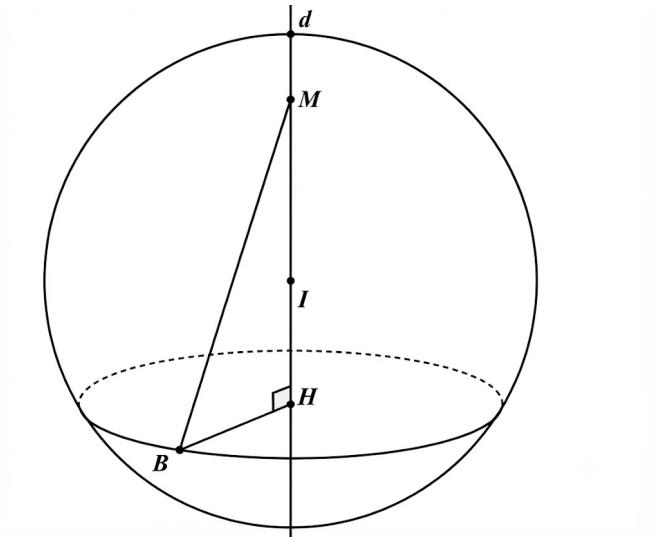
Khi đó, ta có $\dfrac{MI}{MK}=\dfrac{IA}{KB}=\dfrac{3}{2}$ và $MI+MK=IK=5\sqrt{29}$.

Suy ra $MI=3\sqrt{29}$, $MK=2\sqrt{29}$.

Ta có $AM=\sqrt{IA^2+MI^2}=3\sqrt{30}\Rightarrow BM=\dfrac{2}{3}AM=2\sqrt{30}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ là $AM+BM=3\sqrt{30}+2\sqrt{30}=5\sqrt{30}$.

**Cách 2:**




Ta có $\left(S\right)$ có tâm $I\left(-3;-4;-5\right)$, bán kính $R=27$.

Dễ thấy $d$ đi qua $I\left(-3;-4;-5\right)$ và vuông góc với $\left(P\right)$.

$\left(P\right)$ cắt $\left(S\right)$ theo đường tròn có bán kính $r=2$.

$M\in d\Leftrightarrow M\left(1+2t;2+3t;3+4t\right)$.

Ta có $T=MA+MB=MA+\sqrt{MH^2+r^2}$.

Lại có $MH=d(M;(P))=\dfrac{\left|29t-87\right|}{\sqrt{29}}=\left|\sqrt{29}t-3\sqrt{29}\right|$.

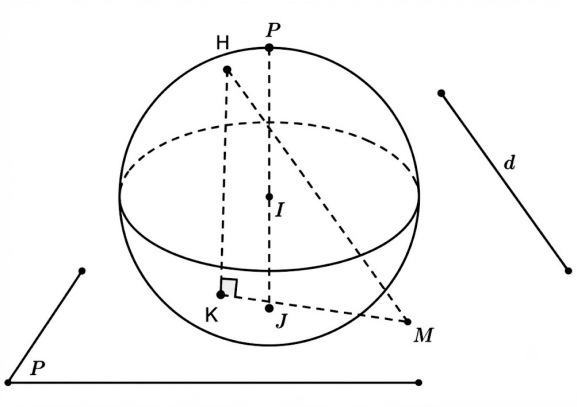
Suy ra $T=\sqrt{29t^2+116t+125}+\sqrt{29\left(t-3\right)^2+4}=\sqrt{29}\sqrt{\left(t+2\right)^2+\dfrac{9}{29}}+\sqrt{29}\sqrt{\left(t-3\right)^2+\dfrac{4}{29}}$.

Xét $\vec{u}=\left(t+2;\dfrac{3}{\sqrt{29}}\right),\vec{v}=\left(3-t;\dfrac{2}{\sqrt{29}}\right)\Rightarrow\vec{u}+\vec{v}=\left(5;\dfrac{5}{\sqrt{29}}\right)$.

Do đó $T=\sqrt{29}\left(\left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right|\right)\geq\sqrt{29}\left|\vec{u}+\vec{v}\right|=5\sqrt{50}$.

**Bài 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-15}{1}=\dfrac{y-22}{2}=\dfrac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng $(\Delta)$ thay đổi cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A, B$ sao cho $AB=8$. Gọi $A'$, $B'$ là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $AA'$, $BB'$ cùng song song với $(d)$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$.

**Lời giải**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi $H$ là trung điểm của $AB$ thì $IH \perp AB$ và $IH=3$ nên $H$ thuộc mặt cầu $(S')$ tâm $I$ bán kính $R'=3$.

Gọi $M$ là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2HM$, $M$ nằm trên mặt phẳng $(P)$.

Mặt khác ta có $d(I;(P))=\dfrac{4}{\sqrt{3}}<R$ nên $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ và $\sin(d;(P))=\sin\alpha=\dfrac{5}{3\sqrt{3}}$. Gọi $K$ là hình chiếu của $H$ lên $(P)$ thì $HK=HM.\sin\alpha$.

Vậy để $AA'+BB'$ lớn nhất thì $HK$ lớn nhất

$\Leftrightarrow HK$ đi qua $I$ nên $HK_{\max}=R'+d(I;(P))=3+\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $AA'+BB'$ lớn nhất bằng $2\left(\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right).\dfrac{3\sqrt{3}}{5}=\dfrac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

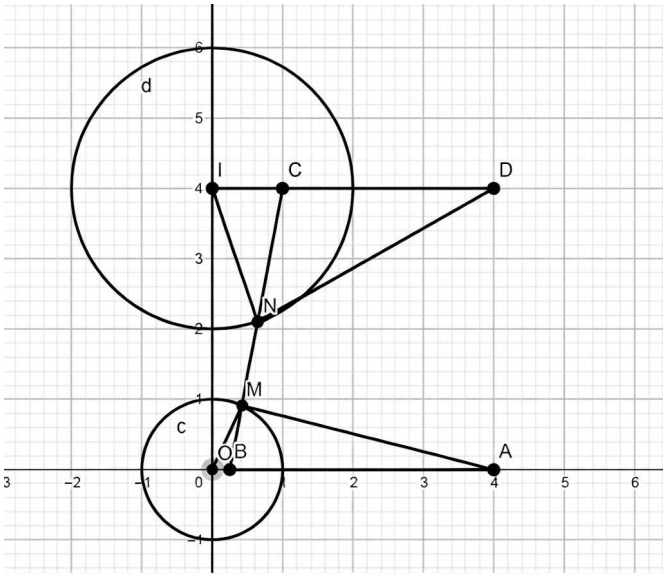
**Bài 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2=1$, $(S_2): x^2+(y-4)^2+z^2=4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi $M$ là điểm thay đổi trên $(S_1)$, $N$ là điểm thay đổi trên $(S_2)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=MA+2ND+4MN+4BC$.

**Lời giải**

$(S_1): x^2+y^2+z^2=1$ nên $(S_1)$ có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R_1=1$

$(S_2): x^2+(y-4)^2+z^2=4$ nên $(S_2)$ có tâm $I(0;4;0)$ và bán kính $R_2=2$

Vậy các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\frac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$, $O(0;0;0)$ và $I(0;4;0)$ cùng thuộc $(Oxy)$




Nhận thấy $OB.OA = OM^2$ suy ra $OM$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác $MAB$

Do đó $\Delta MOB$ đồng dạng $\Delta AOM$

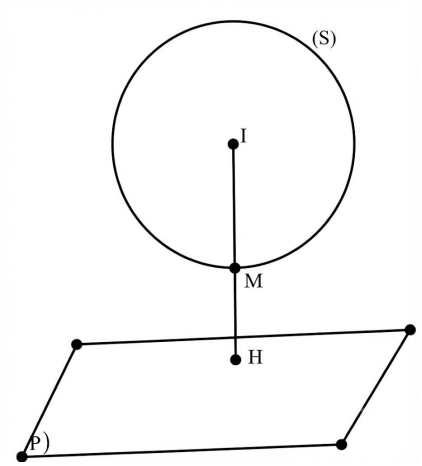
$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{OA}{OM} = 4 \Rightarrow MA = 4MB$

Hoàn tòan tương tự $\frac{ND}{NC} = \frac{DI}{NI} = 2 \Rightarrow ND = 2NC$

$Q = MA + 2ND + 4MN + 4BC = 4(MB + NC + MN) + 4BC \geq 4BC + 4BC = 8BC = 2\sqrt{265}$

**Bài 13.** Cho $x, y, z, a, b, c$ là các số thực thay đổi thỏa mãn $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$ và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$.

**Lời giải**




Gọi $M(x;y;z) \Rightarrow M$ thuộc mặt cầu $(S)$ tâm $I(-1;-1;2)$ bán kính $R = 1$

Gọi $H(a;b;c) \Rightarrow H$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$

Ta có $d(I,(P)) = \frac{|-1-1+2-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} > R \Rightarrow (P)$ và $(S)$ không có điểm chung

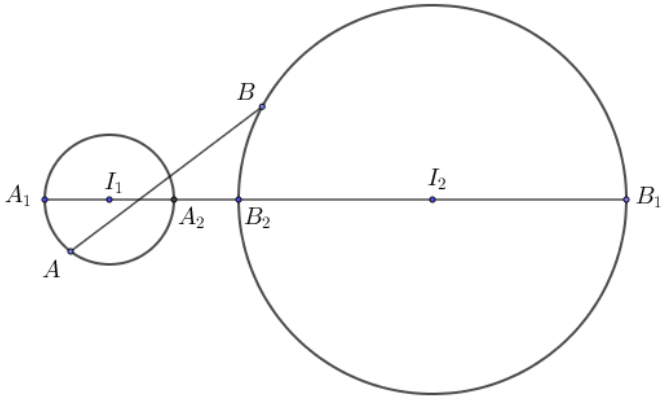
$P=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=MH^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi vị trí của $M$ và $H$ như hình vẽ

Khi đó $HI=d(I,(P))=\sqrt{3}\Rightarrow HM=HI-R=\sqrt{3}-1$

Do đó $P_{\min}=\left(\sqrt{3}-1\right)^2=4-2\sqrt{3}$.

**Bài 14.** Cho $a,b,c,d,e,f$ là các số thực thỏa mãn $\begin{cases}(d-1)^2+(e-2)^2+(f-3)^2=1\\(a+3)^2+(b-2)^2+c^2=9\end{cases}$. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=\sqrt{(a-d)^2+(b-e)^2+(c-f)^2}$ lần lượt là $M,m$. Tính $M-m$

**Lời giải**




Gọi $A(d,e,f)$ thì $A$ thuộc mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ có tâm $I_1(1;2;3)$, bán kính $R_1=1$, $B(a,b,c)$ thì $B$ thuộc mặt cầu $(S_2):(x+3)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có tâm $I_2(-3;2;0)$, bán kính $R_2=3$. Ta có $I_1I_2=5>R_1+R_2\Rightarrow(S_1)$ và $(S_2)$ không cắt nhau và ở ngoài nhau.

Dễ thấy $F=AB$, $AB$ max khi $A\equiv A_1,B\equiv B_1\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất bằng $I_1I_2+R_1+R_2=9$.

$AB$ min khi $A\equiv A_2,B\equiv B_2\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất bằng $I_1I_2-R_1-R_2=1$.

Vậy $M-m=8$

# CHỦ ĐỀ 2
# ỨNG DỤNG MẶT CẦU TRONG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(2;0;0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng $1$.




a) Hỏi vị trí $M(2;1;1)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

b) Hỏi vị trí $N(2;1;0)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

c) Hỏi vị trí $Q\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

**Lời giải**

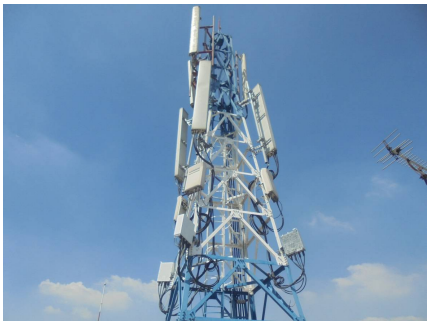
Vùng phủ sóng của thiết bị là khối cầu $(S)$ có tâm $A(2;0;0)$ và bán kính $R=1$.

a) Do $AM=\sqrt{(2-2)^2+(1-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{2}>1$ nên vị trí $M(2;1;1)$ không thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên.

b) Do $AN=\sqrt{(2-2)^2+(1-0)^2+(0-0)^2}=1$ nên vị trí $N(2;1;0)$ thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên.

c) Do $AQ=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-2\right)^2+\left(\frac{1}{2}-0\right)^2+\left(\frac{1}{2}-0\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}<1$ nên vị trí $Q\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên.

**Bài 2.** Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt ở vị trí $I(1;-2;-3)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là $5000m$.



a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian.

b) Nhà bạn Minh Hiền và bạn Trúc Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1;2;0)$ và $N(-3;1;0)$. Hỏi Minh Hiền và Trúc Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

**Lời giải**

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=25$

b)

• Ta có: $IM=\sqrt{(1-1)^2+(2+2)^2+(0+3)^2}=5$

Vì $IM=R=5$ nên điểm $M(1;2;0)$ nằm trên mặt cầu . Vậy bạn Minh Hiền có thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

• Ta có: $IN=\sqrt{(-3-1)^2+(1+2)^2+(0-3)^2}=\sqrt{34}>5$

Vì $IN>R$ nên điểm $N(-3;1;0)$ nằm ngoài mặt cầu . Vậy bạn Trúc Linh không thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

**Bài 3.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng rađa của Nga được đặt trên bán đảo Crimea ở vị trí $I(-2;1;-1)$ và được thiết kế phát hiện máy bay của địch ở khoảng cách tối đa $500km$.



a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của rađa trong không gian.

b) Hai chiếc máy bay do thám của Mỹ và Anh đang bay ở vị trí có tọa độ lần lượt là $M(-200;100;-250)$ và $N(350;-100;300)$. Hỏi rađa của Nga có thể phát hiện ra hai chiếc máy bay do thám của Mỹ và Anh không?

**Lời giải**

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của rađa trong không gian là:

$(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=250000$

b)

• Ta có: $IM=\sqrt{(-200+2)^2+(100-1)^2+(-250+1)^2}\approx 335,6<500$

Vì $IM<R$ nên điểm $M$ nằm trong mặt cầu . Vậy chiếc máy bay do thám của Mỹ có thể bị phát hiện bởi trạm rađa này.

• Ta có: $IN=\sqrt{(350+2)^2+(-100-1)^2+(300+1)^2}\approx 474<500$

Vì $IN<R$ nên điểm $N$ nằm trong mặt cầu . Vậy chiếc máy bay do thám của Anh có thể bị phát hiện bởi trạm rađa này.

**Bài 4.** Trong không gian $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21;35;50)$ và ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km. Nếu người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(21;35;50)$ đến vị trí $D(5121;658;0)$. Hãy tìm vị trí cuối cùng trên đoạn $ID$ sao cho người đi biển có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng ( kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai).



**Lời giải**

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng là: $(x-21)^2+(y-35)^2+(z-50)^2=4000^2$.

Ta có $\left|\overrightarrow{ID}\right|=\sqrt{26400629}>4000$ nên điểm $D$ nằm ngoài mặt cầu.

Đường thẳng $ID$ đi qua điểm $I(21;35;50)$ và nhận $\overrightarrow{ID}=(5100;623;-50)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình tham số của $ID$ là $\begin{cases}x=21+5100t\\y=35+623t\\z=50-50t\end{cases}$

Giả sử $H$ là điểm cuối cùng trên $ID$ sao cho người đi đường có thể nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Khi đó $IH=R$.

Do $H\in ID\Rightarrow H(21+5100t;35+623t;50-50t)\Rightarrow \overrightarrow{IH}=(5100t;623t;-50t)$.

Do $IH=R\Rightarrow\sqrt{(5100t)^2+(623t)^2+(-50t)^2}=4000\Leftrightarrow\sqrt{26400629t^2}=4000\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\approx 0,78\\t\approx -0,78\end{array}\right.$

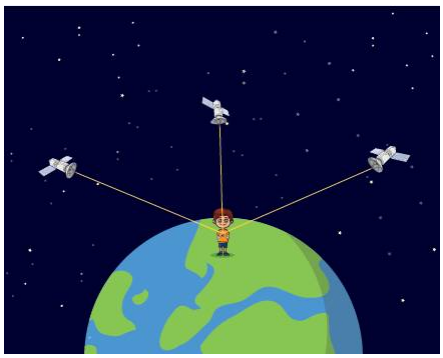
Với $t\approx 0,78\Rightarrow H(3999;520,94;11)$. Nhận thấy $\overrightarrow{IH}$ cùng hướng với $\overrightarrow{ID}$ nên $H$ thuộc đoạn thẳng $ID$.

Với $t\approx -0,78\Rightarrow H(-3957;-450,94;89)$. Nhận thấy $\overrightarrow{IH}$ không cùng hướng với $\overrightarrow{ID}$ nên $H$ không thuộc đoạn thẳng $ID$.

Vậy vị trí cần tìm là $H(3999;520,94;11)$

**Bài 5.** Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4.10^6$ m. Bạn Minh Hiền đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách Minh Hiền $3.10^6$ m,

vệ tinh thứ hai đang cách Minh Hiền $4.10^6$ m và vệ tinh thứ ba đang cách Minh Hiền $5.10^6$ m. Biết rằng trong hệ trục toạ độ *Oxyz* cho trước với *O* là tâm Trái Đất (1 đơn vị $=10^6$ m), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì toạ độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4;4;6)$, $I_2(8;4;3)$ và $I_3(4;9;3)$. Hãy tìm tọa độ vị trí của bạn Minh Hiền (làm tròn đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

Gọi vị trí bạn An là *A* (*x*; *y*; *z*) thì Minh Hiền chính là giao điểm của bốn mặt cầu: Trái Đất và ba mặt cầu tâm lần lượt $I_1$, $I_2$, $I_3$ có bán kính lần lượt là khoảng cách từ các vệ tinh đến Minh Hiền

Ta có phương trình mặt cầu của trái đất là $x^2+y^2+z^2=6,4^2\approx 41$.

Ta có phương trình mặt cầu của vệ tinh thứ nhất là $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=3^2=9$.

Ta có phương trình mặt cầu của vệ tinh thứ hai là $(x-8)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=4^2=16$.

Ta có phương trình mặt cầu của vệ tinh thứ ba là $(x-4)^2+(y-9)^2+(z-3)^2=5^2=25$.

Ta có hệ $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6,4^2\approx 41 \\ (x-4)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=9 \\ (x-8)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16 \\ (x-4)^2+(y-9)^2+(z-3)^2=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2=6,4^2\approx 41 \\ 8x+8y+12z=100 \\ 16x+8y+6z=114 \\ 8x+18y+6z=122 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases}$

Vậy toạ độ bạn Minh Hiền là $A(4;4;3)$ với (1 đơn vị $=10^6$ m).

**Bài 6.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2;1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(2;-5;0)$ trên đường băng. Có một đám mây được mô phỏng bởi mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=16$ tại $M\left(\frac{10}{9};-\frac{25}{9};\frac{7}{9}\right)$. Tính độ cao của máy bay khi đi xuyên qua đám mây để hạ cánh (Giả sử mặt đất ở vị trí máy bay đang bay được coi là mặt phẳng mặt phẳng $(Oxy)$)

**Lời giải**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;-1;-1)$; $\overrightarrow{IM}=\left(-\frac{8}{9};-\frac{16}{9};\frac{16}{9}\right)=-\frac{8}{9}(1;2;-2)$.

Vì $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ tại $M$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ là $x-\frac{10}{9}+2\left(y+\frac{25}{9}\right)-2\left(z-\frac{7}{9}\right)=0$ hay $(P):x+2y-2z+6=0$

Giả sử điểm $C(a;b;c)$ là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh, suy ra $C\in(P)$ và ba điểm $A,B,C$ thẳng hàng, $C$ nằm giữa $A$ và $B$.

Do đó $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ với $k>0$. Ta có: $\overrightarrow{AC}=(a-3;b+2;c-1),\overrightarrow{AB}=(-1;-3;-1)$.

$$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases}a-3=-k\\b+2=-3k\\c-1=-k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3-k\\b=-2-3k\\c=1-k\end{cases}\Rightarrow C(3-k;-2-3k;1-k).$$

$C\in(P)\Rightarrow 3-k+2(-2-3k)-2(1-k)+6=0\Rightarrow k=\frac{3}{5}$ suy ra $C\left(\frac{12}{5};-\frac{19}{5};\frac{2}{5}\right)$.

Vậy tại vị trí $C$ độ cao của máy bay là $\frac{2}{5}$ km.

**Bài 7.** Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của $m$ (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

**Lời giải**

Để người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên thì $IM\le 600$.

$\Leftrightarrow\sqrt{(m-100)^2+(m-80)^2+(-60)^2}\le 600.$

$\Leftrightarrow(m-100)^2+(m-80)^2+(-60)^2\le 360000.$

$\Leftrightarrow 2m^2-360m+20000\le 360000.$

$\Leftrightarrow 2m^2-360m-340000\le 0.$

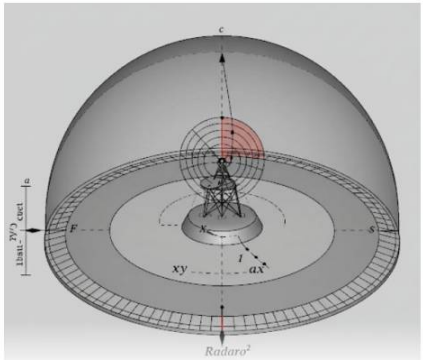
$\Leftrightarrow m^2-180m-170000\le 0.$

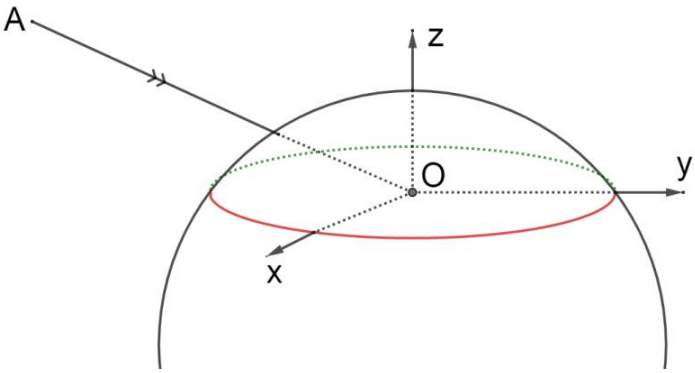
$\Leftrightarrow 90-\sqrt{178100}\le m\le 90+\sqrt{178100}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $m$ (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên là 512 m.

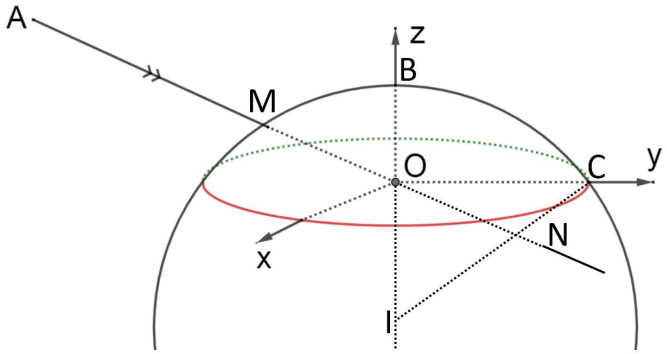
**Bài 8.** Hình chỏm cầu có một đáy là một phần của hình cầu bị chia bởi một mặt phẳng. Một rađa có thể phát hiện các mục tiêu trong khu vực của một hình chỏm cầu với chiều rộng trên mặt đất là một hình tròn với bán kính 450 km và chiều cao 30 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng $Oxy$ là mặt đất (xem mặt đất là mặt phẳng), trục $Oz$ hướng lên cao và gốc tọa độ $O$ trùng với vị trí của rađa (tham khảo hình vẽ bên), mỗi đơn vị trên trục là 1 km. Một tên lửa được phóng lên cao, bắt đầu từ vị trí $A(30;-780;60)$,

dự định bay thẳng với vận tốc không đổi 7 km/ giây hướng thẳng đến vị trí của rađa. Thời gian dự kiến từ khi tên lửa bị rađa phát hiện đến khi nó bắn trúng rađa là bao nhiêu giây? (làm tròn đến hàng đơn vị)






**Lời giải**




Giả sử trục $Oz$ cắt mặt cầu tại điểm $B(0;0;30)$; trục $Oy$ cắt mặt cầu tại điểm $C(0;450;0)$ như hình vẽ.

Gọi mặt cầu là $(S)$ và có tâm là $I(0;0;a)$ với $a<0$.

Ta có $IB^2=IC^2\Leftrightarrow(30-a)^2=450^2+a^2\Leftrightarrow a=-3360$. Suy ra mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;-3360)$ và $R=3390$ nên có phương trình là $x^2+y^2+(z+3360)^2=3390^2$.

Đường thẳng $AO$ có phương trình là $\begin{cases}x=-30t\\y=780t\\z=-60t\end{cases}$.

Thay $x=-30t;y=780t;z=-60t$ vào phương trình mặt cầu ta được

$$(-30t)^2+(780t)^2+(-60t+3360)^2=3390^2\Leftrightarrow 681t^2-448t-225=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{1}{3}\\t=\dfrac{225}{227}\end{array}\right.$$

Khi đó đường thẳng $AO$ cắt mặt cầu tại 2 điểm $M$ và $N$. Tên lửa bị rađa phát hiện tại điểm $M$ thỏa mãn $A,M$ cùng phía so với mặt phẳng $Oxy$. Khi đó cao độ $z_M>0$ nên tọa độ điểm $M$ ứng với $t=-\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow M(10;-260;20)\Rightarrow MO=10\sqrt{681}$.

Thời gian dự kiến từ khi tên lửa bị rađa phát hiện đến khi nó bắn trúng rađa là

$\dfrac{MO}{7}=\dfrac{10\sqrt{681}}{7}\approx 37$ (giây).

# PHẦN B
# TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP GỒM BA PHẦN

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

**A.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=-2027$.

**B.** $x^2+y^2+z^2+2026=0$.

**C.** $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$.

**D.** $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16$..

**Lời giải**

**Chọn D.**

$(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=-2027$ không phải là phương trình của một mặt cầu.

$x^2+y^2+z^2+2026=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=-2026$ không phải là phương trình của một mặt cầu.

$x^2+(2y-1)^2+z^2=4$ không phải là phương trình của một mặt cầu.

$(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16 \Leftrightarrow 4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+4z^2=16 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+z^2=4$ là phương trình của một mặt cầu.

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

**A.** $x^2+y^2+z^2-2x+y-1=0$.

**B.** $x^2+y^2+z^2+4x-4y-2z+11=0$.

**C.** $2x^2+2y^2+2z^2-5x-2y+5=0$.

**D.** $(2x)^2+y^2+z^2-3y-2z-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

- $x^2+y^2+z^2-2x+y-1=0$

Ta có $a=1,\ b=-\frac{1}{2},\ c=0,\ d=-1$.

Do $a^2+b^2+c^2-d>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

- $x^2+y^2+z^2+4x-4y-2z+11=0$

Ta có $a=-2,\ b=2,\ c=1,\ d=11$.

Do $a^2+b^2+c^2-d<0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

- $2x^2+2y^2+2z^2-5x-2y+7=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{5}{2}x-y+\frac{7}{2}=0$

Ta có $a=\frac{5}{4},\ b=\frac{1}{2},\ c=0,\ d=\frac{7}{2}$.

Do $a^2+b^2+c^2-d<0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

• $(2x)^2+y^2+z^2-3y-2z-1=0 \Leftrightarrow 4x^2+y^2+z^2-3y-2z-1=0$ , suy ra phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

**Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt cầu?

**A.** $(x-1)^2+y^2+z^2=1$.

**B.** $(3x-1)^2+(3y+1)^2+9z^2=1$.

**C.** $(2x-1)^2+(2y+1)^2+z^2=1$.

**D.** $x^2+y^2+z^2-2x+6y-2z-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

• $(x-1)^2+y^2+z^2=1$ là phương trình mặt cầu.

• $(3x-1)^2+(3y+1)^2+9z^2=1 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y+\frac{1}{3}\right)^2+z^2=\frac{1}{9}$ là phương trình mặt cầu.

• $(2x-1)^2+(2y+1)^2+z^2=1$ không phải là phương trình mặt cầu.

• $x^2+y^2+z^2-2x+6y-2z-1=0$

Ta có $a=1,\ b=-3,\ c=1,\ d=-1$.

Do $a^2+b^2+c^2-d>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Tìm tọa độ tâm $I$ và bán kính $R$ của mặt cầu đó.

**A.** $I(-1;2;-3);\ R=2$.

**B.** $I(-1;2;-3);\ R=4$.

**C.** $I(1;-2;3);\ R=2$.

**D.** $I(1;-2;3);\ R=4$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$.

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của $(S)$ có tọa độ là

**A.** $(-2;1;-3)$.

**B.** $(-4;2;-6)$.

**C.** $(4;-2;6)$.

**D.** $(2;-1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ có tâm $I(2;-1;3)$.

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của $(S)$ có tọa độ là:

**A.** $(-2;-4;6)$.

**B.** $(2;4;-6)$.

**C.** $(-1;-2;3)$.

**D.** $(1;2;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tâm của $(S)$ có tọa độ là: $(-1;-2;3)$

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I$ là tâm mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=4$. Độ dài $\left|\overrightarrow{OI}\right|$ bằng:

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.`

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;2) \Rightarrow \overrightarrow{OI}=(0;0;2) \Rightarrow \left|\overrightarrow{OI}\right|=2.$

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

**A.** 3. **B.** 81. **C.** 9. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng $R$: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Do đó $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có bán kính $R=3$

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=16$. Bán kính của $(S)$ là:

**A.** 32 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 16

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=16 \Rightarrow$ Bán kính $R=\sqrt{16}=4$

**Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của $(S)$ bằng

**A.** $\sqrt{6}$ **B.** 12 **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** 3

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có bán kính của $(S)$ là $\sqrt{6}$ nên đường kính của $(S)$ bằng $2\sqrt{6}$.

**Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu $(S)$.

**A.** $R=1$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{151}$. **D.** $R=\sqrt{99}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Phương trình mặt cầu: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Ta có $a=4$, $b=-5$, $c=3$, $d=49$. Do đó $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=1$.

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$: $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y+2=0$ có bán kính bằng:

**A.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\sqrt{\frac{13}{3}}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Biến đổi $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y+2=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x+4y+\frac{2}{3}=0$ có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=\sqrt{\frac{13}{3}}$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R=2$?

**A.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$.

**C.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+2=0$. **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+5=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

Trong đáp án C ta có: $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=-1 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{4}=2$.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** $OM<R$. **B.** $OM=R$. **C.** $OM>R$. **D.** $OM\le R$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$M$ nằm ngoài mặt cầu $S(O;R) \Leftrightarrow OM>R$.

**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S(O;R)$ và điểm $M$ thoả mãn $OM=R$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. **B.** Điểm $M$ nằm trên mặt cầu $S(O;R)$.

**C.** Điểm $M$ nằm trong mặt cầu $S(O;R)$. **D.** Khoảng cách từ $M$ đến mặt cầu bằng $2R$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$M$ nằm trên mặt cầu $S(O;R) \Leftrightarrow OM=R$.

**Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. **B.** Điểm $M$ nằm trên mặt cầu $(S)$.

**C.** Điểm $M$ nằm trong mặt cầu $(S)$. **D.** Điểm $M$ trùng với tâm mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Cách 1:**

Thay điểm $M(2;-1;1)$ vào vế trái mặt cầu $(S)$, ta có: $(2-1)^2+(-1+2)^2+1^2=3<R^2=25$ suy ra điểm $M$ nằm trong mặt cầu $(S)$.

**Cách 2:**

Mặt cầu có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$.

$\overrightarrow{IM}=(1;1;1)\Rightarrow IM=\sqrt{3}<5$, suy ra điểm $M$ nằm trong mặt cầu $(S)$.

**Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;-3;1)$ và mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=9$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. **B.** Điểm $M$ nằm trên mặt cầu $(S)$.

**C.** Điểm $M$ nằm trong mặt cầu $(S)$. **D.** Điểm $M$ trùng với tâm mặt cầu $(S)$..

**Lời giải**

**Chọn C.**

Thay điểm $M(-2;-3;1)$ vào vế trái mặt cầu $(S)$, ta có: $(-2+2)^2+(-3)^2+(1-1)^2=9=R^2$ suy ra điểm $M$ nằm ttrên mặt cầu $(S)$.

**Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+2)^2+z^2=4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Đường kính mặt cầu $(S)$ bằng $8$.

**B.** Mặt phẳng $Oyz$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn.

**C.** Mặt phẳng $Oyz$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**D.** Mặt phẳng $Oyz$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;-2;0)$ và bán kính $R=2$

Gọi $H$ là hình chiếu của $I(4;-2;0)$ trên $Oyz$, suy ra $H(0;-2;0)$, do đó $\overrightarrow{IH}=(4;0;0)\Rightarrow IH=4$

Ta có: $d(I,(Oyz))=IH=4>R=2$ nên mặt phẳng $Oyz$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn.

**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+8y-12=0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Bán kính mặt cầu $(S)$ bằng $16$.

**B.** Mặt phẳng $Oxz$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn.

**C.** Mặt phẳng $Oxz$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**D.** Mặt phẳng $Oxz$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;-4;0)$ và bán kính $R=4$

Gọi $H$ là hình chiếu của $I(0;-4;0)$ trên $Oxz$, suy ra $H(0;0;0)$, do đó $\overrightarrow{IH}=(0;4;0)\Rightarrow IH=4$

Ta có: $d(I,(Oxz))=IH=4=R$ nên mặt phẳng $Oyz$ tiếp xúc cầu $(S)$

**Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$, mặt phẳng $(P):x+2y-2z+10=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**B.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

**C.** $(P)$ và $(S)$ không có điểm chung.

**D.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Mặt cầu $(S)$có tâm $I=(2;-1;-1)$, bán kính $R=\sqrt{4+1+1-(-10)}=\sqrt{16}=4$

Khoảng cách từ tâm $I$ đến mặt phẳng $(P)$là: $d(I,(P))=\dfrac{|2+2.(-1)-2(-1)+10|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{12}{3}=4$

Ta thấy: $d(I,(P))=R$, vậy $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$, mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**B.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

**C.** $(P)$ và $(S)$ không có điểm chung.

**D.** $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-3;0)$, bán kính $R=3$.

$d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\left|2.1-2.(-3)+0+3\right|}{3}=\dfrac{11}{3}>R\Rightarrow (P)$ và $(S)$ không có điểm chung.

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng $(Oxz)$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

**A.** $|a|=1$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $|b|=1$. **D.** $|c|=1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình mặt phẳng $(Oxz)$: $y=0$.

Vì mặt cầu $(S)$tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1 tiếp xúc với $(Oxz)$ nên ta có:

$d\left(I;(Oxz)\right)=1\Leftrightarrow|b|=1$.

**Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+6z+14=0$. Khoảng cách từ tâm $I$ của mặt cầu $(S)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C.**

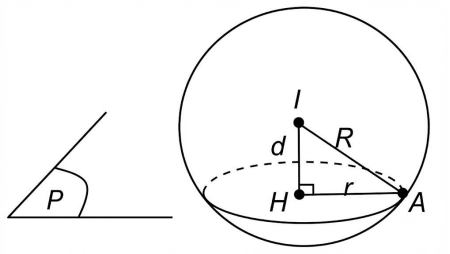
Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;1;1)$. Vậy $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\left|3-2+6+14\right|}{\sqrt{9+4+36}}=3$..

**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$. Tìm bán kính $r$ đường tròn giao tuyến của $(S)$ và $(P)$.

**A.** $r=\dfrac{1}{3}$. **B.** $r=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{1}{2}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=1$.

Khoảng cách $d\left(O,(P)\right)=\dfrac{1}{3}$.

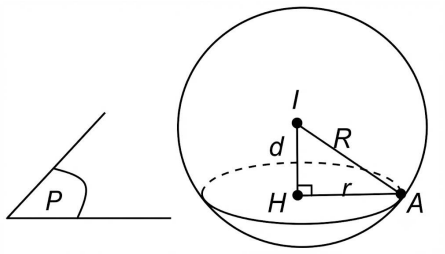
Bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

**Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Đường tròn giao tuyến của $(S)$ với mặt phẳng $(Oxy)$ có bán kính là

**A.** $r=3$. **B.** $r=\sqrt{5}$. **C.** $r=\sqrt{6}$. **D.** $r=\sqrt{14}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14}$.

Khoảng cách từ tâm $I$ đến mặt phẳng $(Oxy)$ là $d=3$, suy ra bán kính đường tròn giao tuyến cần tìm là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{5}$.

**Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $2x+y-z-1=0$ và mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. Xác định bán kính $r$ của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ và mặt cầu $(S)$.

**A.** $r=\dfrac{2\sqrt{42}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $r=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$. **D.** $r=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R=2$. Gọi $d$ là khoảng cách từ tâm $I$ đến mặt phẳng $(\alpha)$.

Ta có $d=d(I,(\alpha))=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó ta có: $r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng $(P):4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$ có đúng 1 điểm chung.

**A.** $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-21$.

**C.** $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có mặt cầu $(S)$: $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ có tâm $I(2;-1;-2)$, bán kính $R=2$.

Mặt phẳng $(P)$ và mặt cầu $(S)$ có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ $\Leftrightarrow d(I,(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|4.2-3.(-1)-m|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2 \Leftrightarrow |11-m|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=21 \end{array}\right.$.

**Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$, mặt phẳng $(P): 4x+3y+m=0$. Giá trị của $m$ để mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$.

**A.** $m<-19$ hoặc $m>11$. **B.** $-19<m<11$.

**C.** $-12<m<4$. **D.** $m<-12$ hoặc $m>4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ có tâm $I(1;0;1)$ và bán kính $R=3$

$(P)$ cắt mặt cầu $(S) \Leftrightarrow d[I;(P)]<R \Leftrightarrow \dfrac{|4.1+3.0+m|}{\sqrt{4^2+3^2}}<3$

$\Leftrightarrow |m+4|<15 \Leftrightarrow -19<m<11$

**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z=1$. Giá trị của $a$ để $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo đường tròn $(C)$

**A.** $-\dfrac{17}{2}\le a\le\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{17}{2}<a<\dfrac{1}{2}$. **C.** $-8<a<1$. **D.** $-8\le a\le 1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$(S):(x-a)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(a;2;3)$ và có bán kính $R=3$

$(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo đường tròn $(C) \Leftrightarrow d[I;(P)]<R$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2.a+2+2.3-1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}<3 \Leftrightarrow |2a+7|<9 \Leftrightarrow -8<a<1$

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx+2y-z+1=0$ ($m$ là tham số). Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$ theo một đường tròn có bán kính bằng $2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$?

**A.** $m=-1$ hoặc $m=1$. **B.** $m=-2+\sqrt{5}$ hoặc $m=2+\sqrt{5}$.

**C.** $m=-4$ hoặc $m=4$. **D.** $m=6-2\sqrt{5}$ hoặc $m=6+2\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9$ ta có tâm $I=(2;1;0)$ bán kính $R=3$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$ và $(P)\cap(S)=C(H;r)$ với $r=2$

Ta có $IH=d(I;(P))\Leftrightarrow IH=\dfrac{|2m+2-0+1|}{\sqrt{m^2+4+1}}=\dfrac{|2m+3|}{\sqrt{m^2+5}}$

Theo yêu cầu bài toán ta có $R^2=IH^2+r^2\Leftrightarrow 9=\dfrac{(2m+3)^2}{m^2+5}+4$

$\Leftrightarrow m^2-12m+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6-2\sqrt{5}\\m=6+2\sqrt{5}\end{array}\right.$.

**Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$. Nhận định nào sau đây đúng?

**A.** Tâm của mặt cầu $(S)$ là $(3;-2;-4)$.

**B.** Trục $Ox$ cắt mặt cầu $(S)$ tại 2 điểm phân biệt.

**C.** Trục $Ox$ tiếp mặt cầu $(S)$ tại 1 điểm.

**D.** Trục $Ox$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm là $I(-3;2;4)$ và bán kính $R=1$

Gọi $H$ là hình chiếu của $I(-3;2;4)$ trên $Ox$, suy ra $HI(-3;0;0)$, do đó $\overrightarrow{IH}=(0;-2;-4)\Rightarrow IH=2\sqrt{5}$

Ta có: $d(I,Ox)=IH=2\sqrt{5}>R=1$ nên trục $Ox$ không cắt mặt cầu $(S)$

**Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Nhận định nào sau đây đúng?

**A.** Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại 2 điểm phân biệt.

**B.** Đường thẳng $d$ tiếp mặt cầu $(S)$ tại 1 điểm.

**C.** Đường thẳng $d$ không cắt mặt cầu $(S)$.

**D.** Tất cả đáp án đều sai.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=-2t\\y=-2+t\\z=-1+2t\\(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9\end{cases}\Rightarrow 9t^2+2t-6=0\ (1)$.

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt nên $d$ cắt $(S)$ tại 2 điểm phân biệt.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d$: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$. Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I$, tiếp xúc với đường thẳng $d$. Bán kính của $(S)$ bằng

**A.** $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi $H(1+2t;-t;t)$ là hình chiếu của $I$ trên đường thẳng $d$.

Có $\overrightarrow{IH}=(2t;-t;t-2)$; vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Vì $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $d$ nên $\overrightarrow{IH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{IH}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow 2t.2+(-t).(-1)+(t-2).1=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)\Rightarrow IH=\frac{\sqrt{30}}{3}$.

Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R=IH=\frac{\sqrt{30}}{3}$.

**Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-1}$ và và mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-67=0$. Số điểm chung của $\Delta$ và $(S)$ là:

**A.**3. **B.**0. **C.**1 **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $M=(-2;0;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(-1;1;-1)$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I=(1;2;-3)$ và bán kính $R$=9

Ta có $\overrightarrow{MI}=(3;2;-6)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(-4;-9;-5)$

$\Rightarrow d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{366}}{3}$

Vì $d(I,\Delta)<R$ nên $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt.

**Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1+mt\\z=-2t\end{cases}$ ($m$ tham số). Giá trị của $m$ để đường thẳng $\Delta$ không cắt mặt cầu $(S)$ là:

**A.** $m>\frac{15}{2}$.hoặc $m<\frac{5}{2}$ **B.** $m=\frac{15}{2}$.hoặc $m=\frac{5}{2}$

**C.** $\frac{5}{2}<m<\frac{15}{2}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ phương trình đường thẳng $\Delta$ và mặt cầu $(S)$ ta có

$(2+t-1)^2+(1+\text{mt}+3)^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow (1+t)^2+(4+m\text{t})^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow \left(m^2+5\right)t^2+2(5+4m)t+20=0 \quad (1)$

Để $\Delta$ không cắt mặt cầu $(S)$ thì (1) vô nghiệm, hay (1) có $\Delta'<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>\frac{15}{2} \\ m<\frac{5}{2}\end{array}\right.$.

**Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ và đường thẳng $\Delta:\left\{\begin{array}{l} x=2+t \\ y=1+mt \\ z=-2t\end{array}\right.$. Giá trị của $m$ để đường thẳng $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt là:

**A.** $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m>\frac{15}{2}$.hoặc $m<\frac{5}{2}$

**C.** $m=\frac{15}{2}$.hoặc $m=\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{5}{2}<m<\frac{15}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ phương trình đường thẳng $\Delta$ và mặt cầu $(S)$ ta có

$(2+t-1)^2+(1+\text{mt}+3)^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow (1+t)^2+(4+m\text{t})^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow \left(m^2+5\right)t^2+2(5+4m)t+20=0 \quad (1)$

Để $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt, hay (1) có

$\Delta'>0\Leftrightarrow\frac{5}{2}<m<\frac{15}{2}$.

**Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của $(S)$ là

**A.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

**C.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng $R$: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-4;0)$ có bán kính 3 có phương trình là $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng $2$. Phương trình của mặt cầu $(S)$ là:

**A.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$.

**B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

**C.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

**D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng $R=2$ có dạng:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của $(S)$ là

**A.** $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

**B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

**C.** $x^2+y^2+(z-3)^2=25$.

**D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;-3)$ và bán kính $R$ là: $x^2+y^2+(z+3)^2=R^2$.

Ta có: $M\in(S)\Rightarrow 4^2+0^2+(0+3)^2=R^2 \Leftrightarrow R^2=25$.

Vậy phương trình cần tìm là: $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

**Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu $(S)$ tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

**A.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=8$.

**B.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

**C.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=64$.

**D.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì mặt cầu $(S)$ có tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$ nên mặt cầu $(S)$ có tâm $A(2;1;0)$ và nhận độ dài đoạn thẳng $AB$ là bán kính.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2:0;2)$. $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-2)^2+0^2+2^2}=2\sqrt{2}$. Suy ra: $R=2\sqrt{2}$.

Vậy: $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

**Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7), B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính $AB$ có phương trình là

**A.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=\sqrt{45}$.

**B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=45$.

**C.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{45}$.

**D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $I$ là trung điểm $AB$ ta có $I(-1;3;3)$ là tâm mặt cầu.

Bán kính $R=IA=\sqrt{(1+1)^2+(-2-3)^2+(7-3)^2}=\sqrt{45}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

**Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;3;4)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm $I$ và đi qua $A$ có phương trình là:

**A.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=3$.

**B.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=9$.

**C.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=45$.

**D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Bán kính mặt cầu là $R=IA=\sqrt{3}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(2;3;4)$ và $R=IA=\sqrt{3}$ là $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$

**Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính $AB$ là

**A.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$.

**B.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=6$.

**C.** $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$.

**D.** $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=36$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

+ Gọi $I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;3;1)$.

$\overrightarrow{AB}(4;2;-4) \Rightarrow AB=\sqrt{16+4+16}=6$

+ Mặt cầu đường kính $AB$ có tâm $I(3;3;1)$, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=3$ có phương trình là:

$(x-3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$.

**Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính $MN$ có phương trình là:

**A.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$.

**B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$.

**C.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=36$.

**D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tâm $I$ của mặt cầu là trung điểm đoạn $MN \Rightarrow I(1;2;1)$.

Bán kính mặt cầu $R=\dfrac{MN}{2}=\dfrac{\sqrt{(-1-3)^2+(6+2)^2+(-3-5)^2}}{2}=6$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$.

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ qua bốn điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$, $D(3;3;3)$. Phương trình mặt cầu $(S)$ là

**A.** $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

**B.** $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{27}{4}$.

**C.** $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{27}{4}$.

**D.** $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{27}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$

Vì mặt cầu đi qua 4 điểm nên:

$$\begin{cases}18-6a-6b+d=0\\18-6a-6c+d=0\\18-6b-6c+d=0\\27-6a-6b-6c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6a-6b+d=-18\\-6a-6c+d=-18\\-6b-6c+d=-18\\-6a-6b-6c+d=-27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}\\b=\dfrac{3}{2}\\c=\dfrac{3}{2}\\d=0\end{cases}$$

Suy ra tâm $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ bán kính $R=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{27}{4}$.

**Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 4;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 6)$, $D(2;\ 4;\ 6)$. Gọi $(S)$ là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu $(S')$ có tâm trùng với tâm của mặt cầu $(S)$ và có bán kính gấp $2$ lần bán kính của mặt cầu $(S)$.

**A.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56$.

**B.** $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$.

**C.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-12=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Vì $(S)$ là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2^2+0^2+0^2-2.a.2-2.b.0-2.c.0+d=0 \\ 0^2+4^2+0^2-2.a.0-2.b.4-2.c.0+d=0 \\ 0^2+0^2+6^2-2.a.0-2.b.0-2.c.6+d=0 \\ 2^2+4^2+6^2-2.a.2-2.b.4-2.c.6+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+d=-4 \\ -8b+d=-16 \\ -12c+d=-36 \\ -4a-8b-12c+d=-56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \\ d=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0 \Rightarrow I(1;\ 2;\ 3)$ và $R=\sqrt{14} \Rightarrow R'=2\sqrt{14}$.

Vậy: mặt cầu $(S')$ có tâm $I(1;\ 2;\ 3)$ và $R'=2\sqrt{14}$: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56$.

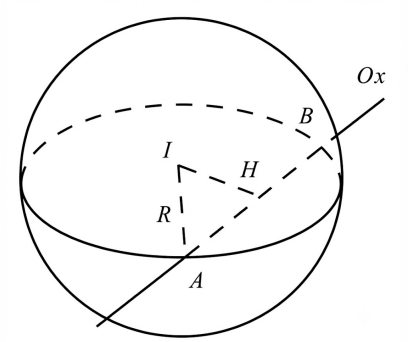
**Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I$, cắt trục $Ox$ tại hai điểm $A$ và $B$ sao cho $AB=2\sqrt{3}$

**A.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=20$.

**C.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $H$ là trung điểm $AB$ suy ra $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên $Ox$ nên $H(1;0;0)$.

$IH=\sqrt{13} \Rightarrow R=IA=\sqrt{IH^2+AH^2}=4$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

**Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi $I$ là hình chiếu vuông góc của $M$ trên trục $Ox$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I$ bán kính $IM$ ?

**A.** $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

**C.** $(x+1)^2+y^2+z^2=13$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Với điểm $M(1;-2;3)$ thì hình chiếu vuông góc của $M$ trên trục $Ox$ là $I(1;0;0)$

Có $IM=\sqrt{13}$ vậy phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;0)$ bán kính $IM$ là: $(x-1)^2+y^2+z^2=13$

**Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục $Oy$ có phương trình là

**A.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=4$.

**B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.

**C.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

**D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=10$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $M$ là hình chiếu của $I$ trên $Oy \Rightarrow M(0;1;0)$

Mặt cầu $(S)$ tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục $Oy$ có bán kính $IM=\sqrt{13}$.

Vậy $(S)$ có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.

**Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Một mặt cầu $(S')$ có tâm $I'(9;1;6)$ và tiếp xúc ngoài với mặt cầu $(S)$. Phương trình mặt cầu $(S')$ là

**A.** $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=64$.

**B.** $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=144$.

**C.** $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=36$.

**D.** $(x+9)^2+(y+1)^2+(z+6)^2=25$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi $I(1;1;0), R=2$. $II'=10$.

Gọi $R'$ là bán kính của mặt cầu $(S')$.

Theo giả thiết, ta có $R'+R=II' \Leftrightarrow R'=II'-R=8$.

Khi đó phương trình mặt cầu $(S')$: $(x-9)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=64$.

**Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$?

**A.** $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=3$.

**B.** $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=9$.

**C.** $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

**D.** $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=9$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I$ và tiếp xúc với $(P)$ có $R$ là bán kính. Khi đó ta có:

$$d(I,(P))=R \Rightarrow R=\frac{|2.3+2.1-0+1|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow R=3.$$

Vậy phương trình của $(S)$ là $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=9$.

**Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$: $x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

**A.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

**B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

**C.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

**D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì mặt cầu tâm $I(-1;2;1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$: $x-2y-2z-2=0$ nên bán kính

$$R=d(I,(P))=\frac{|-1-2.2-2.1-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3 \Rightarrow (S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$$

**Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P):2x-y+2z+7=0$ theo một đường tròn có đường kính bằng $8$. Phương trình mặt cầu $(S)$ là

**A.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=81$.

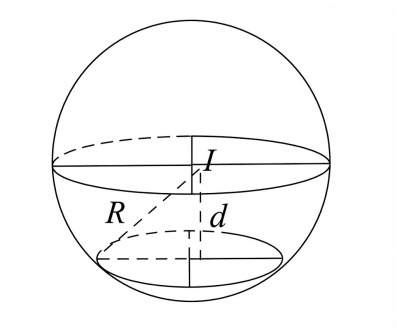
**B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$.

**C.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

**D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Khoảng cách từ tâm $I$ đến mặt phẳng $(P)$ là

$$d=d(I,(P))=\frac{|2.1-2+2.1+7|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3.$$

Đường tròn giao tuyến có đường kính bằng $8$ nên bán kính đường tròn là $r=4$.

Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$.

**Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$

**A.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$

**B.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$

**C.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$ **D.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $R,r$ lần lượt là bán kính của mặt cầu $(S)$ và đường tròn giao tuyến

Ta có $R^2=r^2+\left(d\left(I,(P)\right)\right)^2=1+\left(\dfrac{|2.2+1.1+2.1+2|}{\sqrt{2^2+1+2^2}}\right)^2=10$

Mặt cầu $(S)$ tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R=\sqrt{10}$ là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

**Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P):x-2y-2z-1=0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng $\pi$. Phương trình mặt cầu $(S)$ là

**A.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=4.$ **B.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=25.$

**C.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5.$ **D.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=2.$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi $S$, $r$ lần lượt là diện tích hình tròn và bán kính hình tròn.

Ta có: $S=\pi r^2=\pi \Rightarrow r=1$

$d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|-3-2.0-2.1-1|}{\sqrt{1+4+4}}=2$

$(S)$ có tâm $I(-3;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{d^2\left(I;(P)\right)+r^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu $(S)$ là: $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5.$

**Câu 56.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ và cắt mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $3$ có phương trình là:

**A.** $y-2z=0$. **B.** $y+2z=0$. **C.** $y+3z=0$. **D.** $y-3z=0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=3$

$(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=3=R$

$\Rightarrow I\in(P)$

Chọn điểm $M(1;0;0)\in Ox\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(0;2;1)$

$\vec{n}=\left[\vec{a};\overrightarrow{IM}\right]=(0;-1;2)$

$(P)$ qua $O(0;0;0)$ và có VTPT $\vec{n}=(0;-1;2)\Rightarrow (P): y-2z=0$

**Câu 57.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục $Oy$ là:

**A.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=9$.

**B.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=\sqrt{10}$.

**C.** $(x+1)^2+(y-2)^2(z+3)^2=10$.

**D.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên $Oy$, ta có: $I(0;-2;0)$.

$\overrightarrow{IM}=(-1;0;-3)\Rightarrow R=d(I,Oy)=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

**Câu 58.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với $(S)$ tại $A$?

**A.** $x+y+3z-9=0$ **B.** $x+y-3z+3=0$ **C.** $x+y-3z-8=0$ **D.** $x-y-3z+3=0$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $(P)$ là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ tại $A$ khi chỉ khi $(P)$ đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng $(P)$ là

$-x-y+3z-3=0\Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

**Câu 59.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ với $A(6;2;-5)$, $B(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại $A$.

**A.** $(P): 5x+y-6z+62=0$.

**B.** $(P): 5x+y-6z-62=0$.

**C.** $(P): 5x-y-6z-62=0$.

**D.** $(P): 5x+y+6z+62=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $I$ là trung điểm của $AB\Rightarrow I(1;1;1)$.

Mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ nên có tâm là điểm $I$.

Mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại $A$ nên mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và nhận $\overrightarrow{IA}=(5;1;-6)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(P)$: $5(x-6)+1(y-2)-6(z+5)=0\Leftrightarrow 5x+y-6z-62=0$

**Câu 60.** Trong không gian $Oxyz$, bề mặt của một quả bóng đá dạng hình cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2z-6y-2=0$. Tìm tọa độ tâm $I$ của quả bóng.



**A.** $I(2;3;-1)$. **B.** $I(2;3;-1)$. **C.** $I(2;3;-1)$. **D.** $I(2;3;-1)$.

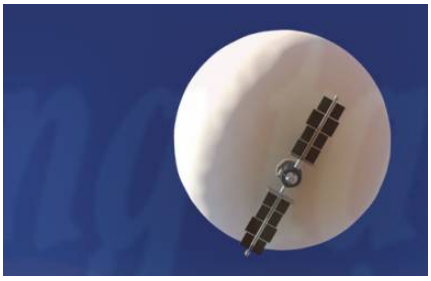
**Lời giải**

**Chọn D.**

$x^2+y^2+z^2-4x+2z-6y-2=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=16$

Vậy tọa độ tâm của quả bóng là $I(2;3;-1)$

**Câu 61.** Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, bề mặt của một quả bóng thám không dạng hình cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-200x-600y-4000z+4099900=0$. Tìm tâm và bán kính mặt cầu.



**A.** Tâm $I(100;300;2000)$, bán kính $r=100$.

**B.** Tâm $I(-100;-300;-2000)$, bán kính $r=10$.

**C.** Tâm $I(100;300;2000)$, bán kính $r=10$.

**D.** Tâm $I(-100;-300;-2000)$, bán kính $r=100$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tâm của mặt cầu là $I(100;300;2000)$ và bán kính $r=\sqrt{100^2+300^2+2000^2-4099900}=10$ m.

**Câu 62.** Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một quả cầu tại sân bay quốc tế Đà Nẵng có phương trình $x^2+y^2+z^2-10x-20z-18y-190=0$. Bán kính của quả cầu là:



**A.** 2 mét. **B.** 5 mét. **C.** 3 mét. **D.** 4 mét

**Lời giải**

**Chọn D.**

$x^2+y^2+z^2-10x-20z-18y-190=0 \Leftrightarrow (x-5)^2+(y-10)^2+(z-9)^2=16$

Vậy bán kính của quả cầu là: 4 mét

**Câu 63.** Phần mềm mô phỏng thiết bị thám hiểm đại dương có dạng hình cầu trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cho biết tọa độ tâm mặt cầu là $I(360;200;400)$ và bán kính $r=2m$. Viết phương trình mặt cầu.



**A.** $(x-360)^2+(y-200)^2+(z-400)^2=2$. **B.** $(x-360)^2+(y-200)^2+(z-400)^2=4$.

**C.** $(x+360)^2+(y+200)^2+(z+400)^2=4$. **D.** $(x+360)^2+(y+200)^2+(z+400)^2=2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình mặt cầu tâm $I(360;200;400)$ và bán kính $r=2m$ là:

$(x-360)^2+(y-200)^2+(z-400)^2=4$.

**Câu 64.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?




**A.** $A(-4;0;2)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(0;-1;4)$

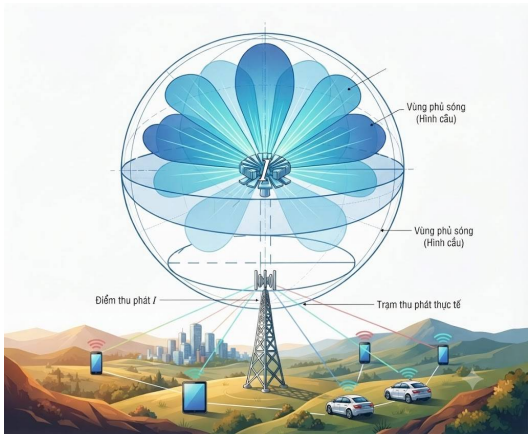
**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $IA=3>2; IB=\sqrt{3}<2, IC=\sqrt{13}>2, ID=6>2$.

Vậy người đứng tại điểm $B$ nằm trong mặt cầu nên sẽ sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng điện thoại di động.

**Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là $2$ km. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì **không** sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?




**A.** $A(-5;0;3)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(-7;-2;3)$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $IA=\sqrt{3}<2; IB=\sqrt{3}<2, IC=\sqrt{13}>2, ID=\sqrt{3}<2$.

Vậy người đứng tại điểm $C$ nằm ngoài mặt cầu nên sẽ không sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng điện thoại di động.

**Câu 66.** Một vệ tinh quay quanh Trái Đất với độ cao so với mặt đất là $18900$ km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm $O$ là tâm Trái Đất, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với $6300$ km trên thực tế. Biết bán kính Trái Đất khoảng $6300$ km. Phương trình biểu diễn quỹ đạo chuyển động của vệ tinh đó là



**A.** $x^2+y^2+z^2=4$. **B.** $x^2+y^2+z^2=16$. **C.** $x^2+y^2+z^2=2$. **D.** $x^2+y^2+z^2=5$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến vệ tinh là $18900+6300=25200$ tương ứng bằng 4 đơn vị.

Ta thấy quỹ đạo chuyển động của vệ tinh quanh Trái Đất là một mặt cầu có tâm là tâm Trái Đất có tọa độ là $O(0;0;0)$ và bán kính $R=4$. Do đó phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2=16$.

**Câu 67.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo là cm), mặt sàn nhà đa năng thuộc mặt phẳng $Oxy$. Một quả bóng nằm trên mặt sàn nhà đa năng và có tâm $I(12;20;50)$. Khi đó, mặt ngoài của quả bóng $(S)$ có phương trình là:



**A.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=12^2$.

**B.** $(x+12)^2+(y+20)^2+(z+50)^2=12^2$.

**C.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=20^2$.

**D.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=50^2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do quả bóng nằm trên mặt sàn nhà đa năng nên mặt ngoài của quả bóng tiếp xúc với mặt phẳng $Oxy$

Ta có: $d(I,(Oxy))=R=50$

Vậy mặt ngoài của quả bóng $(S)$ có phương trình là $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-50)^2=50^2$.

**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(1;5;5)$ như hình vẽ. Ngọn hải đăng được thiết kế với bán kính phủ sáng là 5 km. Một người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(1;5;5)$ đến vị trí $A(7;14;11)$. Điểm nào sau đây mà người đi biển đi qua và vẫn thuộc vùng phủ sáng của ngọn hải đăng?




**A.** $M(3;8;7)$.

**B.** $N(0;4;8)$.

**C.** $P(7;3;0)$.

**D.** $Q(7;11;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trong không gian là:

$$(x-1)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=25$$

Ta có $\overrightarrow{IM}=(2;3;2)$ ; $\overrightarrow{IA}=(6;9;6)=3\overrightarrow{IM}$ và $IM=\sqrt{(3-1)^2+(8-5)^2+(7-5)^2}=\sqrt{17}<5$ nên điểm $M$ nằm trong mặt cầu. Vậy người đi biển đi qua điểm $M$ mà vẫn thuộc vùng phủ sáng.

**Câu 69.** Một máy Rađa có tầm hoạt động với bán kính tối đa là 20 km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm $O$ là vị trí máy Rađa, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 10 km trên thực

tế. Hỏi trong không gian $Oxyz$ trên, vật thể có tọa độ tương ứng với đáp án nào dưới đây sẽ bị Rađa phát hiện?



**A.** $M\left(1;0;2\right)$. **B.** $N\left(2;-1;1\right)$. **C.** $P\left(1;1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $Q\left(3;0;0\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta thấy quỹ đạo của Rađa là một khối cầu giới hạn bởi mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm là vị trí máy Rađa có tọa độ là $O\left(0;0;0\right)$ và bán kính $R=2$.

Do đó ta có phương trình mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2=4$.

Vật thể bắt đầu bị phát hiện khi nó nằm trong hoặc trên mặt cầu $\left(S\right)$.

Trong 4 đáp án trên ta thấy có đáp án $C$ thỏa mãn phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ các đáp án còn lại đều nằm ngoài $\left(S\right)$.

**Câu 70.** Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (*S*) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (*S*) có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x-2y-8z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là

**A.** 10 kilômét. **B.** 8 kilômét. **C.** 5 kilômét. **D.** 4 kilômét.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mặt cầu (*S*) có bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{16}=4$.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu nên chọn đáp án **B**

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$ và điểm $A(1;2;-1)$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=4$.

b) Điểm $A(1;2;-1)$ nằm bên trong mặt cầu $(S)$.

c) Phương trình mặt cầu có đường kính $IA$ là $(x-1)^2+y^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$.

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại điểm $N(1;-2;-4)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó $2025a+2026b+d=4051$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=4$.

b) Ta có $IA=\sqrt{(1-1)^2+(2+2)^2+(-1)^2}=\sqrt{17}>4 \Rightarrow$ điểm $A(1;2;-1)$ nằm bên ngoài mặt cầu $(S)$.

c) Gọi $M(a;b;c)$ là trung điểm $IA \Rightarrow M\left(1;0;-\frac{1}{2}\right)$

Bán kính mặt cầu $(S_1)$ là $R_1=\frac{IA}{2}=\frac{\sqrt{17}}{2}$

Phương trình mặt cầu $(S_1)$ có đường kính $IA$ là $(x-1)^2+y^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$

d) mặt phẳng $(Q)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại điểm $N(1;-2;-4)$ nên nhận $\overrightarrow{IN}=(0;0;-4)=-4(0;0;1)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua $N(1;-2;-4)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IN}=(0;0;1)$ là :

$0.(x-1)+0.(y+2)+1.(z+4)=0 \Leftrightarrow z+4=0$

$\Rightarrow 2025a+2026b+d=4$

**Câu 72.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(0;2;-3)$.

a) Phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$, bán kính $R=3$.

b) Điểm $A(0;2;-3)$ nằm ngoài mặt cầu.

c) Phương trình đường thẳng đi qua tâm $I$ và điểm $A$ là: $\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\\z=-2-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

d) Phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua tâm $I$ và song song với mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó $2025a+2026b+d=4053$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$

Phương trình mặt cầu tâm $I(-1;1;-2)$, bán kính $R=3$

b) Ta có: $(0+1)^2+(2-1)^2+(-3+2)^2=3=R=3$, do đó điểm $A$ nằm trên mặt cầu.

c) $I(-1;1;-2), A(0;2;-3)\Rightarrow \overrightarrow{IA}=(1;1;-1)$

Phương trình đường thẳng đi qua tâm $I$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{IA}$ là: $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1+t \\ z=-2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

d) mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng nên phương trình mặt phẳng $(Q)$ là $x+y+z+D=0$

Mà $I\in(Q)\Rightarrow -1+1-2+D=0\Rightarrow D=2$

Do đó phương trình mặt phẳng $(Q)$ là $x+y+z+2=0$

$\Rightarrow 2025a+2026b+d=4053$

**Câu 73.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm $I$ và bán kính $R$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=2$.

b) Bán kính của mặt cầu $(S)$ là đoạn $IM$ với điểm $M(1;1;2)$.

c) Mặt cầu $(S)$ có đường kính $AB$ với $A(0;1;-2)$ và $B(2;-1;-4)$.

d) Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có $a=1$, $b=-2$, $c=0$, $d=1$

$\Rightarrow$ tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=2$.

b) Xét $M(1;1;2)$: $1^2+1^2+2^2-2.1+4.1+1=9$ do đó $M$ không nằm trên $(S)$

Vậy bán kính mặt cầu $(S)$ không là đoạn $IM$.

c) Mặt cầu $(S)$ nhận $AB$ làm đường kính thì $\frac{AB}{2}=R$ và tâm $I$ là trung điểm của $AB$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-2)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{2^2+(-2)^2+(-2)^2}=2\sqrt{3}\Rightarrow\dfrac{AB}{2}=\sqrt{3}\neq R=2$

d) Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0\Leftrightarrow R=d\left(I,(P)\right)$.

Ta có $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|1+(-2)-0-2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}\neq R=2$.

**Câu 74.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình: $x^2+y^2+z^2+4x-2y+1=0$.

a) Đường kính mặt cầu $(S)$ bằng $4$.

b) Mặt cầu $(S)$ đi qua điểm $A(-1;3;0)$.

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng $(Oyz)$ bằng $2$.

d) Mặt phẳng $(P):x+2y-2z-2=0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+1=0\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=4$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-2;1;0)$ và bán kính $R=2$.

Đường kính mặt cầu bằng $2R=4$.

b) Ta có: $IA=\sqrt{(-1+2)^2+(3-1)^2+0^2}=\sqrt{5}>R$ nên mặt cầu $(S)$ không đi qua điểm $A$.

c) Mặt phẳng $(Oyz)$ có phương trình: $x=0$. Khi đó $d\left(I;(Oyz)\right)=|-2|=2$

d) Ta có: $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|-2+2.1-2.0-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{2}{3}<R$ nên mặt phẳng $(P)$ không tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**Câu 75.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2),B(1;0;3)$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ thuộc trục $Ox$ và đi qua hai điểm $A,B$.

a) Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R=IA=IB$.

b) $I(1;0;0))$

c) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $:(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

d) Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(Oyz)$ sao cho $P=MA^2+MB^2+MI^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+3b+3c=5$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Vì mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm $A, B$ nên bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R = IA = IB$.

b) Vì tâm $I \in Ox$ nên toạ độ điểm $I(a;0;0)$.

Vì $A \in (S), B \in (S)$ nên ta có:

$IA = IB \Leftrightarrow (3-a)^2 + 1 + 4 = (1-a)^2 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 - 6a + a^2 + 5 = 1 - 2a + a^2 + 9 \Leftrightarrow a = 1$.

Ta có tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R = IB = \sqrt{9} = 3$.

c) mặt cầu $(S)$ có bán kính $R = IA = IB = 3$,tâm $I(1;0;0)$,

Do đó mặt cầu $(S)$ có phương trình là $:(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$

d): Gọi $K$ là điểm thõa mãn $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KI} = \vec{0} \Leftrightarrow K\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$

$P = MA^2 + MB^2 + MI^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MI}^2 = \left(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KI}\right)^2$

$= 3.MK^2 + KA^2 + KB^2 + KI^2 + 2\overrightarrow{MK}\left(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KI}\right) = 3MK^2 + KA^2 + KB^2 + KI^2$

Mà $M \in (Oyz) \Rightarrow MA^2 + MB^2 + MI^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $K$ lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow M\left(0;\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$.

Vậy $a + 3b + 3c = 0 + 3.\frac{1}{3} + 3.\frac{5}{3} = 6$.

**Câu 76.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;2;0)$. Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A, B$ sao cho $AB = 8$.

a) Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $I(3;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $d$ có phương trình là $x + 2y + 2z + 7 = 0$.

b) Gọi $H$ là hình chiếu vuông của $I$ trên đường thẳng $d$. Khi đó $H(1;1;2)$.

c) Mặt cầu $(S)$có bán kính $R = 4$.

d) Phương trình mặt cầu $(S)$: $(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $I(3;2;0)$và vuông góc với đường thẳng $d$ nhận $\vec{u} = (1;2;2)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình: $1(x-3) + 2(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0$

b) Gọi $H = d \cap (P)$ khi đó $H \in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$

Mặt khác $H \in (P) \Rightarrow -1+t+2(-3+2t)+2(-2+2t)-7=0 \Rightarrow t=2$ nên $H(1;1;2)$

c) Ta có $IH = \sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2+(0-2)^2} = 3 \Rightarrow R = \sqrt{IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

d) mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;2;0)$ và bán kính $R=5$.

nên $(S)$: $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

**Câu 77.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2)$, $B(1;1;0)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{1}{4}$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\frac{1}{2}$.

b) Điểm $A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

c) Phương trình mặt cầu tâm $A$ và đi qua $B$ là: $x^2+y^2+(z-2)^2=4$

d) Điểm $M$ thay đổi thuộc $(S)$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2+2MB^2$ bằng $\frac{15}{4}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=\frac{1}{2}$

b) $IA=1$, $R=\frac{1}{2}$, $IA>R$ nên $A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

c) Mặt cầu tâm $A(0;0;2)$ và đi qua $B(1;1;0)$ có bán kính $AB=\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{6}$

Do đó có phương trình là: $x^2+y^2+(z-2)^2=6$

d) Gọi $K$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\vec{0} \Rightarrow K\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$

Ta có: $MA^2+2MB^2=\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KB}\right)^2$

$=3MK^2+KA^2+2KB^2+2\overrightarrow{MK}\left(\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}\right)=3MK^2+KA^2+2KB^2$.

Biểu thức $MA^2+2MB^2$ có giá trị nhỏ nhất khi $MK$ có giá trị nhỏ nhất khi

Với $M$ thay đổi thuộc $(S)$ ta có $MK_{\min}=|KI-R|=\left|1-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$

Vậy $\left(MA^2+2MB^2\right)_{\min}=3MK_{\min}^2+KA^2+2KB^2=\frac{3}{4}+\frac{8}{3}+\frac{4}{3}=\frac{19}{4}$

**Câu 78.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;0;1)$, bán kính $R=2$.

b) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;8;-4)$

c) Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó $a-b+d=5$.

d) Mặt phẳng $(ABC)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;0;-1)$, bán kính $R=2$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-4), \overrightarrow{AC}=(-1;-3;-4) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;8;-4)=-4(2;-2;1)$

c) Ta có: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;8;-4)=-4(2;-2;1)$ nên mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-2;1)$.

phương trình mặt phẳng $(ABC)$ đi qua $A(0;1;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;1)$ là:

$2(x-0)-2(y-1)+1.(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z+1=0$.

$\Rightarrow a-b+d=5$

d) Ta có $d(I,(ABC))=\frac{|2.1-2.0-1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1}}=\frac{2}{3}$.

Vậy bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ và mặt cầu $(S)$ là:

$$r=\sqrt{R^2-\left[d(I,(ABC))\right]^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

**Câu 79.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Biết mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn $(C)$ có diện tích là $25\pi$.

a) Khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 3.

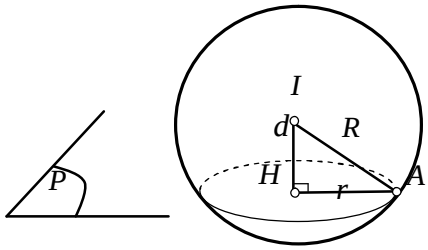
b) Bán kính đường tròn $(C)$ bằng $4$.

c) Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là tọa độ tâm đường tròn $(C)$. Khi đó $2024x_0+2025y_0+2026z_0=6075$

d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=\sqrt{34}$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |




a) Ta có $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{\left|-1-2.2+2.(-1)-2\right|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}}=3$

b) Ta có đường tròn $(C)$ có diện tích là $S=\pi.r^2 \Leftrightarrow 25\pi=\pi.r^2 \Rightarrow r=5$

c) Gọi $H\left(x_0;y_0;z_0\right)$ là tọa độ tâm đường tròn $(C)$.

Ta có phương trình $IH:\begin{cases}x=-1+t\\y=2-2t\\z=-1+2t\end{cases}$

Vậy tọa độ là $H$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=-1+t\\y=2-2t\\z=-1+2t\\x-2y+2z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1\\t=1\end{cases}\Rightarrow H(0;0;1).$

$\Rightarrow 2024x_0+2025y_0+2026z_0=2026$

d) Ta có bán kính mặt cầu $(S)$ là: $R^2=\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2+r^2=3^2+5^2=34$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$

**Câu 80.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$, mặt phẳng $(P):x+2y-2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=3-t\end{cases}$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-2;1;-1)$, bán kính $R=3$.

b) Điểm $M(1;3;5)$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

c) Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $\sqrt{5}$.

d) Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A,B$. Khi đó, diện tích tam giác $IAB$ bằng $\dfrac{\sqrt{182}}{5}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$

Suy ra mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;-1;1)$, bán kính $R=3$.

b) Ta có $IM=\sqrt{(1-2)^2+(3+1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{33}>R=3$ nên điểm $M$ nằm ngoài mặt cầu.

c) Ta có $h=d(I,(P))=\dfrac{|2-2-2+8|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2<3$.

Suy ra mặt phẳng $(P):x+2y-2z+8=0$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn.

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

d) Đường thẳng $d$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$, đi quan điểm $N(1;0;3)$.

$\overrightarrow{IN}=(-1;1;2)$, $\left[\vec{u},\overrightarrow{IN}\right]=(3;-1;2)$. Gọi $H$ là trung điểm của $AB$

$$IH=d(I,d)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IN}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{\frac{14}{3}}$$

$$AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\frac{\sqrt{39}}{3}$$

$$\Rightarrow AB=2AH=\frac{2\sqrt{39}}{3}$$

Diện tích tam giác $IAB$ là: $S_{\Delta IAB}=\dfrac{1}{2}IH.AB=\dfrac{1}{2}.\sqrt{\dfrac{14}{3}}.\dfrac{2\sqrt{39}}{3}=\dfrac{\sqrt{182}}{3}$.

**Câu 81.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;3;-1)$ cắt đường thẳng $(d):\dfrac{x-11}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+25}{-2}$ tại hai điểm $A,B$ sao cho $AB=16$.

a) Đường thẳng $(d)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-2)$.

b) Mặt phẳng $(P)$ chứa $I(2;3;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $(d)$ có phương trình là $2x+y-2z+9=0$.

c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng $17$.

d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=289$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Đường thẳng $(d)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-2)$.

b) Vì mặt phẳng $(P)$ chứa $I(2;3;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $(d)$ nên $(P)$ nhận vectơ chỉ phương của $(d)$ là $\vec{u}=(2;1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến. Khi đó, phương trình mặt phẳng $(P)$ là $2(x-2)+1(y-3)-2(z+1)=0$ hay $2x+y-2z-9=0.$

c) Gọi $H$ là hình chiếu của $I$ lên đường thẳng $(d)$ nên $IH$ và $(d)$ vuông góc với nhau.

Gọi mặt phẳng $(P)$ chứa $I(2;3;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $(d)$ có phương trình là $2x+y-2z-9=0.$

Suy ra, $H$ là giao điểm của đường thẳng $(d)$ và mặt phẳng $(P)$

Vì $H$ thuộc đường thẳng $(d)$ nên $H(2t+11,t,-2t-25)$

Mặt khác, $H$ thuộc mặt phẳng $(P)$ nên tọa độ $H(2t+11,t,-2t-25)$ thỏa mãn

$2(2t+11)+t-2(-2t-25)-9=0$ hay $t=-7$

Khi đó, điểm $H(-3,-7,-11)$ và $IH=\sqrt{(-3-2)^2+(-7-3)^2+(-11+1)^2}=15$

mặt cầu $(S)$ có bán kính là: $R=\sqrt{IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{15^2+\left(\frac{16}{2}\right)^2}=17.$

d) phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;3;-1)$ và bán kính $R=17$ là

$$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=17^2=289.$$

**Câu 82.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và điểm $M(-1;0;2)$.

a) $IM=3$.

b) Phương trình mặt cầu tâm $I$ và đi qua điểm $M$ có phương trình là: $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

c) Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M$ là $2x+2y+z=0$.

d) Phương trình mặt cầu tâm $I$, cắt trục $Ox$ tại hai điểm $A$ và $B$ sao cho độ dài đoạn $AB=2\sqrt{3}$ là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) $IM=\sqrt{9}=3$

b) Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=IM=3$ có dạng

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

Suy ra $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

c) Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm M đi qua $M(-1;0;2)$ và nhận $\overrightarrow{IM}(-2;2;-1)$ làm vecto pháp tuyến là $-2x+2y-z=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z=0$.

d) Gọi $H$ là trung điểm $AB$ suy ra $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên $Ox$ nên $H(1;0;0)$

Khi đó $IH=\sqrt{13} \Rightarrow R=IA=\sqrt{IH^2+AH^2}=4$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

**Câu 83.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

a) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=2$.

c) Điểm $A(1;2;3)$ nằm ngoài mặt cầu.

d) Số điểm chung của đường thẳng $\Delta$ và mặt cầu $(S)$ bằng $0$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$

b) $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$

Vậy mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=2$.

c) $\overrightarrow{IA}=(0;2;5) \Rightarrow |\overrightarrow{IA}|=\sqrt{0^2+2^2+5^2}=\sqrt{29}>2 \Rightarrow$ điểm $A$ nằm ngoài mặt cầu.

d) Đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(0;1;2)$ và nhận $\vec{u}=(2;1;-2)$ làm một vectơ chỉ phương.

$d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{498}}{6}>R \Rightarrow \Delta$ không cắt $(S) \Rightarrow$ số điểm chung của đường thẳng $\Delta$ và mặt cầu $(S)$ bằng $0$.

**Câu 84.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=5$ và hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

b) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(-5;5;0)$

c) Đường thẳng $AB$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt.

d) Điểm $M$ thay đổi thuộc $(S)$, biểu thức $2MA^2+3MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 108 (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

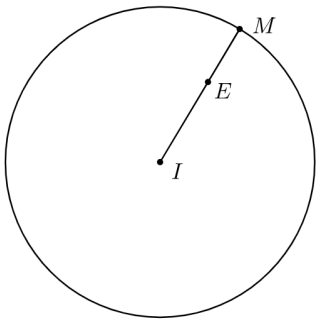
a) $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=5$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-5;5;-5), \overrightarrow{AI}=(-2;2;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(-5;-5;0)$

c) Ta có: $d_{(I,AB)}=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\dfrac{\sqrt{(-5)^2+(-5)^2+0^2}}{\sqrt{(-5)^2+5^2+(-5)^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}<R=\sqrt{5}$ nên đường thẳng $AB$ cắt $(S)$ tại hai điểm phân biệt.

d) Mặt cầu có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.




Gọi $E$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{EA}+3\overrightarrow{EB}=\vec{0}\Rightarrow E(-1;1;1), \overrightarrow{EB}=(-2;2;-2), \overrightarrow{EA}=(3;-3;3)$

Xét $P=2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right)^2$

$=2ME^2+4\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{EA}+2EA^2+3ME^2+6\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{EB}+3EB^2$

$=5ME^2+2EA^2+3EB^2+2\overrightarrow{ME}.\left(\underbrace{2\overrightarrow{EA}+3\overrightarrow{EB}}_{\vec{0}}\right)=5ME^2+2EA^2+3EB^2$

Biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $ME$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có $\overrightarrow{IE}=(-1;1;0)\Rightarrow IE=\sqrt{2}<R$ suy ra $E$ nằm trong mặt cầu nên

$ME_{\min}=R-IE=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ với $EB=2\sqrt{3}, EA=3\sqrt{3}$

Vậy $P_{\min}=5ME_{\min}{}^2+2EA^2+3EB^2=5.\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+2.\left(2\sqrt{3}\right)^2+3.\left(3\sqrt{3}\right)^2\approx 108$

**Câu 85.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=169$.

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-4;-3;1)$.

b) Diện tích mặt cầu $(S)$ bằng $676\pi$.

c) Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-39=0$.

d) Mặt cầu $(S)$ cắt trục $Oz$ tại hai điểm phân biệt $A, B$, khi đó $AB=12$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;3;-1)$ và bán kính $R=13$.

b) Diện tích mặt cầu bằng $S_{mc}=4.\pi.R^2=4.\pi.13^2=676\pi$.

c) Ta có $d(I,(P))=\dfrac{|1.4-2.3-2.(-1)-39|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=13=R$ nên mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng.

d) Gọi $H$ là hình chiếu của $I$ lên trục $Oz$ nên $H(0;0;-1)$ và $H$ là trung điểm của $AB$

$\overrightarrow{IH}=(-4;-3;0)\Rightarrow IH=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2+0^2}=5$.

Ta có $AH=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$.

Do $H$ là trung điểm của $AB$ nên $AB=2IH=2.12=24$.

**Câu 86.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

a) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;3;-5)$.

b) Đường thẳng $d'$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'}=(-3;2;1)$.

c) Phương trình đường vuông góc chung của $d$ và $d'$ có dạng $\begin{cases}x=at\\y=bt\\z=c+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, khi đó $a+b+c=1$.

d) Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d),(d')$ là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3$

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$

Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;3;-5)$.

b) $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$

Đường thẳng $d'$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'}=(3;-2;-1)=-(-3;2;1)$.

c) Đường thẳng $d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;3;-5)$.

Đường thẳng $d'$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'}=(3;-2;-1)$.

Gọi $M\in d\Rightarrow M(2+2m;3+3m;-4-5m)$ và $N\in d'\Rightarrow N(-1+3n;4-2n;4-n)$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{MN}=(-3+3n-2m;1-2n-3m;8-n+5m)$.

$MN$ là đường vuông góc chung của $d$ và $d'$ khi và chỉ khi $\begin{cases}MN\perp d\\MN\perp d'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_d}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{d'}}=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2(-3+3n-2m)+3.(1-2n-3m)-5(8-n+5m)=0\\3(-3+3n-2m)-2.(1-2n-3m)-1(8-n+5m)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-38m+5n=43\\-5m+14n=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=1\end{cases}$.

Suy ra $M(0;0;1),N(2;2;3)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(2;2;2)=2(1;1;1)$

Phương trình đường vuông góc chung của $d$ và $d'$ đi qua $M(0;0;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{MN}=(1;1;1)$ là

$$\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$$

$\Rightarrow a+b+c=1$

d) Gọi $I$ là trung điểm của suy ra $I(1;1;2)$ và $IM=IN=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.

Khi đó mặt cầu tâm $I$, bán kính $R=\sqrt{3}$ tiếp xúc với hai đường thẳng $d,d'$ lần lượt tại $M$ và $N$

Do $MN$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng $d,d'$ nên mặt cầu đường kính $MN$ là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với hai đường thẳng $d,d'$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$.

**Câu 87.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{2}$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z-2=0$, $(Q):x+2y-2z+4=0$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-2)$.

b) Phương trình tham số của $\Delta$ là $\begin{cases}x=2-3t\\y=1+2t\\z=1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $\Delta$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=4$.

d) Gọi $(S)$ là mặt cầu có tâm $I$ thuộc đường thẳng $\Delta$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khi đó, phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=1$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Mặt phẳng $(P)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-2)$.

b) Ta có: phương trình tham số của $\Delta$ là $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+2t \\ z=1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

c) d) Vì $I\in\Delta\Rightarrow I(2-3t;1+2t;1+2t)$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2-3t;1+2t;1+2t)$ thuộc $\Delta$ và tiếp xúc với $(P),(Q)$ nên ta có:

$$d(I,(P))=d(I,(Q))\Leftrightarrow\frac{|(2-3t)+2(1+2t)-2(1+2t)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{|(2-3t)+2(1+2t)-2(1+2t)+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow|-3t|=|-3t+6|\Rightarrow t=1.$$

Suy ra mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;3;3)$ và bán kính $R=1$.

$\Rightarrow x_0+y_0+z_0=5$

Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=1$.

**Câu 88.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:x=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x+y-z-5=0$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ thuộc đường thẳng $d$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn nhất có bán kính $r=5$.

a) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;1;-1)$.

b) Đường thẳng $d$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$.

c) $d(I,(P))=5$.

d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.

**L Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) $(P):3x+y-z-5=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1;-1)$.

b) Ta có: $d:x=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}\Rightarrow d:\begin{cases}x=t\\y=1+2t\\z=2-t\end{cases}$

c) Do giao tuyến của $(S)$ và $(P)$ là đường tròn lớn nên $I\in(P)\Rightarrow d\left(I,(P)\right)=0$.

d) Ta có $I\in d\Rightarrow I(t;1+2t;2-t)$

Theo giả thiết $I=d\cap(P)$ nên tọa độ điểm $I$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng $(P)$

Thay tọa độ điểm $I$ vào $(P)$ ta có :

$3t+(1+2t)-(2-t)-5=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow I(1;3;1)$

Vì $(S)\cap(P)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn có bán kính $r=5$ nên ta có bán kính mặt cầu $(S)$ là $R=r=5$.

Vậy mặt cầu có phương trình là: $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.

**Câu 89.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Gọi $(S)$ là mặt cầu đi qua ba điểm $A,B,C$ và có tâm $I(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$.

a) $I(a;b;0)$

b) $I(2;1;0)$

c) Đường kính của mặt cầu $(S)$ bằng $2\sqrt{26}$

d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=104$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Ta có: $I(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow c=0\Rightarrow I(a;b;0)$

b) c) d) Gọi phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$, với tọa độ tâm $I(a;b;c)$.

Ta có: $I(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow c=0$

$$\begin{cases}A\in(S)\\B\in(S)\\C\in(S)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2a-4b+d=-21\\-2a+6b+d=-11\\-4a-4b+d=-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=1\\d=-21\end{cases}$$

Do đó tâm $I(-2;1;0)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{4+1+0+21}=\sqrt{26}$.

Đường kính của mặt cầu $(S)$ bằng $2R = 2\sqrt{26}$

Mặt cầu $(S)$ có phương trình là $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$.

**Câu 90.** Trong không gian $Oxyz$, biết hai điểm $M(-1;2;4)$, $N(2;2;1)$ thuộc mặt cầu $(S)$ có tâm $I$.

Điểm $I$ thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4+3t \\ y = 3-t \\ z = 4-3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là $\vec{u} = (-4;3;4)$.

b) Biết điểm $I(-4+3t;3-t;4-3t)$ thì $\overrightarrow{MI} = (-3+3t;1-t;-3t)$.

c) Biết điểm $I(-4+3t;3-t;4-3t)$ thì $IN = \sqrt{(6-3t)^2 + (-1-t)^2 + (-3+3t)^2}$.

d) Điểm $A(1;2;5)$ ở ngoài mặt cầu $(S)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ là $\vec{u} = (3;-1;-3)$

b) $I(-4+3t;3-t;4-3t) \Rightarrow \overrightarrow{MI} = (-3+3t;1-t;-3t)$.

c) $I(-4+3t;3-t;4-3t) \Rightarrow \overrightarrow{IN} = (6-3t;-1+t;-3+3t) \Rightarrow IN = \sqrt{(6-3t)^2 + (-1+t)^2 + (-3+3t)^2}$.

d) Vì hai điểm $M(-1;2;4)$, $N(2;2;1)$ thuộc mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ nên $IN^2 = IM^2$.

$\Leftrightarrow (-3+3t)^2 + (1-t)^2 + (-3t)^2 = (6-3t)^2 + (-1+t)^2 + (-3+3t)^2$

$\Leftrightarrow 19t^2 - 20t + 10 = 19t^2 - 56t + 46$

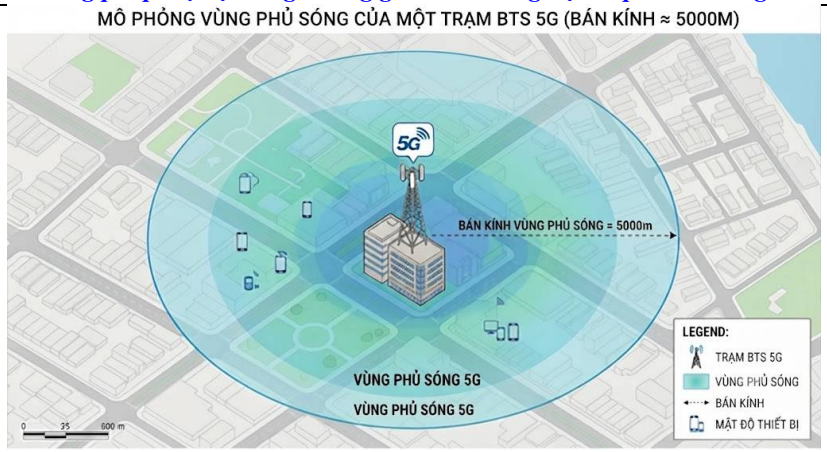
$\Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow I(-1;2;1)$.

$\Rightarrow IM = R = 3$, $IA = 2\sqrt{5} > R$.

Vậy điểm $A(1;2;5)$ ở ngoài mặt cầu $(S)$.

**Câu 91.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vettel được đặt ở vị trí $I(1;2;1)$ và được thiết kế bán kinh phủ sóng 5000 mét. Nhà thầy Hùng và cô Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $A(3;2;-1)$ và $B(4;-3;5)$.




a) Nhà thầy Hùng và cô Linh cách nhau $7,9(km)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của kilômét).

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5000^2$$

c) Thầy Hùng dùng điện thoại tại nhà thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm Vettel này.

d) Cô Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm Vettel này.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **SAI** |

a) Ta có $A(3;2;-1), B(4;-3;5) \Rightarrow AB=\sqrt{(4-3)^2+(-3-2)^2+(5+1)^2}=\sqrt{62}\approx 7,9(km)$.

b) $5000m=5km$

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$$

c) Do $IA=\sqrt{(3-1)^2+(2-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{8}<5$ nên điểm $A(2;3;-1)$ nằm trong mặt cầu đó.

Vậy Thầy Hùng có thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

d) $IB=\sqrt{(4-1)^2+((-3)-2)^2+(5-1)^2}=\sqrt{50}>5$ nên điểm $B(4;-3;5)$ nằm ngoài mặt cầu đó.

Vậy Cô Linh không thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

**Câu 92.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(10;\ 20;\ 30)$ với bán kính phủ sáng là $3\,\text{km}$.



a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là

$$(x-10)^2+(y-20)^2+(z-30)^2=9.$$

b) Người đi biển ở vị trí $A(50;20;0)$ nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

c) Người đi biển ở vị trí $B(4030;\ 50;\ 40)$ không nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển có thể nhìn thấy ánh sáng của ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá $6$ km.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Mặt cầu $(S)$ tâm $I(10;\ 20;\ 30)$, bán kính $R=3\,\text{km}=3000\,\text{m}$ có phương trình

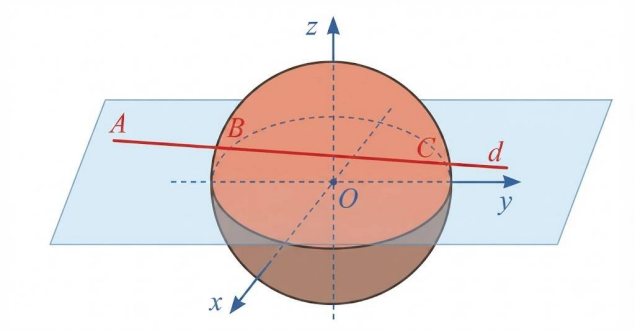
$$(x-10)^2+(y-20)^2+(z-30)^2=3000^2$$

b) Ta có $\overrightarrow{IA}=(40;0;-30)\Rightarrow IA=\sqrt{40^2+0^2+30^2}=50\,m<R=3000\,m$ nên điểm $A$ nằm trong mặt cầu $(S)$ nên người đi biển ở vị trí $A(50;20;0)$ nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

c) Sai: Ta có $\overrightarrow{IB}=(4020;30;10)\Rightarrow IB=\sqrt{4020^2+30^2+10^2}\approx 4020{,}12\,m>R=3000\,m$ nên điểm $B$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$ nên người đi biển ở vị trí $B(4030;\ 50;\ 40)$ không nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

d) Vì bán kính phủ sáng là $3\,\text{km}$ nên đường kính phủ sáng là $6\,\text{km}$ nên nếu hai người đi biển có thể nhìn thấy ánh sáng của ngọn hải đăng thì hai người đó nằm trong mặt cầu, do đó khoảng cách giữa hai người đó không quá $6$ km.

**Câu 93.** Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát $417$ km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo theo đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu.




a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của đài kiểm soát không lưu sân bay là

$$x^2+y^2+z^2=417^2$$

b) Máy bay đang ở vị trí $A$ thì sẽ hiển thị trên màn hình ra đa.

c) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ là $\begin{cases} x=-688+91t \\ y=-185+75t \\ z=8 \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

d) Tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $\left(-88;415;8\right)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của đài kiểm soát không lưu sân bay là

$$x^2+y^2+z^2=417^2$$

b) Ta có:

$$O\left(0;0;0\right), A\left(-688;-185;8\right)\Rightarrow OA=\sqrt{\left(-688-0\right)^2+\left(-185-0\right)^2+\left(8-1\right)^2}=\sqrt{498372}\approx 706>417$$

Vậy máy bay đang ở vị trí $A$ thì sẽ không hiển thị trên màn hình ra đa.

c) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ đi qua $A\left(-688;-185;8\right)$ và nhận $\vec{u}=\left(91;75;0\right)$ làm vectơ chỉ phương là $d:\begin{cases} x=-688+91t \\ y=-185+75t \\ z=8 \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

d) Gọi $B$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

Vì $B\in d\Rightarrow B\left(-688+91t;-185+75t;8\right)$.

Vì $B$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa nên

$$OB=417\Leftrightarrow\sqrt{\left(-688+91t\right)^2+\left(-185+75t\right)^2+8^2}=417$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2-152966t+333744=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=8 \end{array}\right.$$

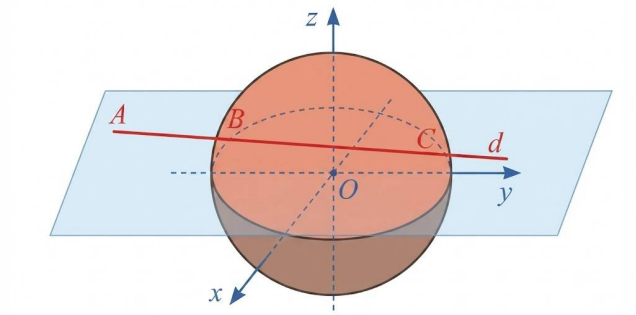
Với $t=3\Rightarrow B\left(-415;40;8\right)\Rightarrow AB\approx 353,77$ km

Với $t=8\Rightarrow B\left(-88;415;8\right)\Rightarrow AB\approx 848,53$ km

Do $353,77<848,53$ vị trí máy bay xuất hiện sớm nhất là $B\left(-415;40;8\right)$.

**Câu 94.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O\left(0;0;0\right)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-300+80t \\ z=100\sqrt{11} \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).




a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300\,km$.

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2+y^2+z^2=360000$.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng $d$ đến vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện may bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Vì đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600$ km nên ranh giới vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $600$ km.

b) Ranh giới vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ có bán kính bằng $R=600$ có phương trình là: $x^2+y^2+z^2=360000$

c): Ta có $OM=\sqrt{(-500)^2+(100)^2+\left(100\sqrt{11}\right)^2}\approx 608>600=R$.

Vậy, tại vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$ máy bay nằm ngoài vùng kiểm soát không không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thay $d:\begin{cases}x=-1000+100t\\y=-300+80t\\z=100\sqrt{11}\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ vào phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2=360000$

$$(100t-1000)^2+(80t-300)^2+\left(100\sqrt{11}\right)^2=360000$$

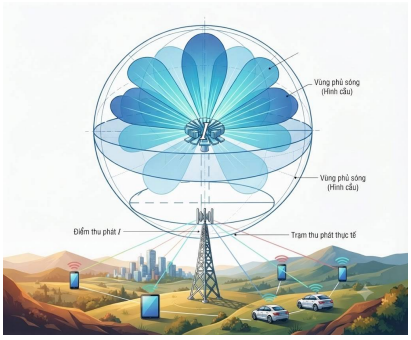
$$\Leftrightarrow 164t^2-2480t+8400=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=10\Rightarrow B\left(0;500;100\sqrt{11}\right)\\t=\frac{210}{41}\Rightarrow C\left(-\frac{20000}{41};\frac{4500}{41};100\sqrt{11}\right)\end{array}\right.$$

Quãng đường máy bay di chuyển trong vùng kiểm soát không lưu là:

$$BC=\sqrt{\left(-\frac{20000}{41}\right)^2+\left(\frac{4500}{41}-500\right)^2+\left(100\sqrt{11}-100\sqrt{11}\right)^2}\approx 625 \text{ km}.$$

Vậy thời gian máy bay di chuyển theo đường thẳng $d$ và trong phạm vi kiểm soát không lưu của sân bay là: $\frac{625}{900}=\frac{25}{36}$ giờ.

**Câu 95.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.




a) Phương trình mặt cầu $(S)$ để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phù sóng trong không gian là $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+7)^2=9$.

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí điểm $A(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Tính theo đường chim bay, khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị kilômét là 8 km.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **SAI** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

a) Phương trình mặt cầu $(S)$ tâm $I(1;3;7)$ bán kính 3 km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-7)^2=9$.

b) Ta có: $IA=\sqrt{(2-1)^2+(2-3)^2+(7-7)^2}=\sqrt{2}<3$ nên điểm $A$ nằm trong mặt cầu. Vì điểm $A$ nằm trong mặt cầu nên người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $A(2;2;7)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

c) Ta có: $IB=\sqrt{(5-1)^2+(6-3)^2+(7-7)^2}=5>3$ nên điểm $B$ nằm ngoài mặt cầu. Vậy người dùng điện

thoại ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

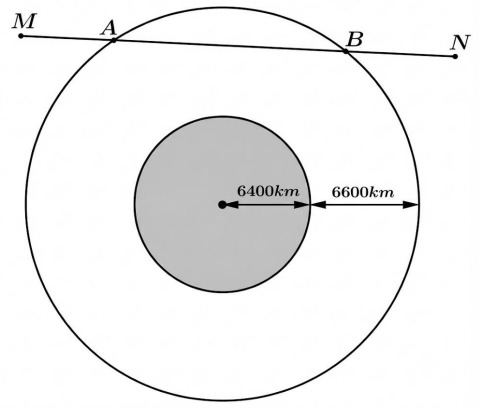
d) Ta có: $\overrightarrow{IB}(4;3;0)$; $IB=\sqrt{(5-1)^2+(6-3)^2+(7-7)^2}=5>3$ nên điểm $B$ nằm ngoài mặt cầu. Phương trình đường thẳng $BI$ dạng: $\begin{cases}x=1+4t\\y=3+3t\\z=7\end{cases}$.

Gọi mặt cầu $(S)\cap BI\equiv E$ suy ra tọa độ $E$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=1+4t\\y=3+3t\\z=7\\(x-1)^2+(y-3)^2+(z-7)^2=9\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{cases}t=\dfrac{3}{5}\\x=\dfrac{17}{5}\\y=\dfrac{24}{5}\\z=7\end{cases}\Rightarrow E\left(\frac{17}{5};\frac{24}{5};7\right)\Rightarrow EB\approx 1,7\right.$$
$$\left.\begin{cases}t=-\dfrac{3}{5}\\x=-\dfrac{7}{5}\\y=\dfrac{6}{5}\\z=7\end{cases}\Rightarrow E\left(-\frac{7}{5};\frac{6}{5};7\right)\Rightarrow EB=8\right.$$

Vậy khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị kilômét là 8 km.

**Câu 96.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc $O$ tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



a) Đường thẳng $MN$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ $M$ đến $N$ là 10 phút.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** | **SAI** |

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng $MN$ là $\overrightarrow{MN}=(-12;-32;16)=-4(3;8;-4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $MN$ là: $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

b) Để tìm vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi, ta cần tìm điểm giao của đường thẳng $MN$ với mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=6,4+6,6=13$

Phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2=13^2$.

Thay $x=6+3t$; $y=20+8t$ và $z=-4t$ vào phương trình mặt cầu ta được:

$(6+3t)^2+(20+8t)^2+(-4t)^2=13^2 \Leftrightarrow 89t^2+356t+267=0$

Giải phương trình ta tìm được $t=-3$ hoặc $t=-1$.

Thay $t=-3$ và $t=-1$ vào phương trình tham số của đường thẳng $MN$ ta được hai giao điểm của $MN$ và mặt cầu là $(-3;-4;12)$ và $(3;12;4)$. Nhận thấy từ $M$ đến $N$ thì hoành độ có xu hương giảm dần nên điểm $A(3;12;4)$ sai.

c) Ta có $B(-3;-4;12)$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng là $AB$:

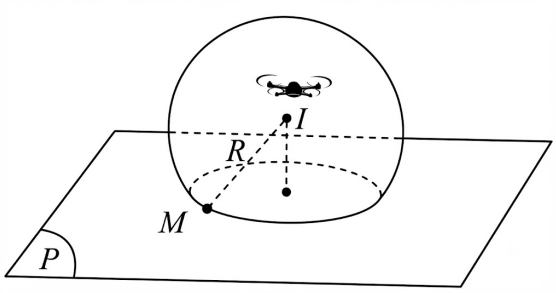
$AB=\sqrt{(-3-3)^2+(-4-12)^2+(12-4)^2}=2\sqrt{89}$ tương đương với $\approx 18900$ km.

d) Thời gian thiên thạch di chuyển từ $M$ đến $N$ là:

$MN=\sqrt{(6+6)^2+(-12-20)^2+(16-0)^2}=4\sqrt{89}=2AB$ nên do đó $t=\dfrac{MN}{AB}.3\approx 6$ (phút).

**Câu 97.** Một khu vực đã được thiết lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Một flycam đang phát sóng wifi bao phủ một vùng không gian bên trong mặt cầu có phương trình $(S):(x-30)^2+(y-20)^2+(z-10)^2=900$. Bạn Trúc Linh đang sử dụng sử dụng máy tính tại điểm $M$

nằm trên đường tròn $(C)$ là giao của mặt cầu $(S)$ và mặt đất. Biết mặt đất bằng phẳng và có phương trình $(P): z = 0$.




a) Mặt cầu $(S)$ có toạ độ tâm và bán kính là $I(-30;-20;-10)$, $R = 30(m)$.

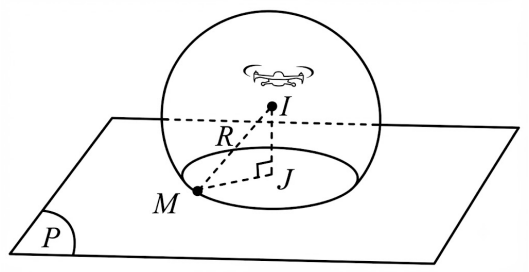
b) Flycam cách mặt đất $10$ mét.

c) Khoảng cách từ bạn Trúc Linh đến tâm của đường tròn $(C)$ là $14{,}14$ mét (kết quả làm tròn đến hai chữ số hàng thập phân của mét).

d) Đường tròn $(C)$ có toạ độ tâm là $(30;20;0)$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |




a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(30;20;10)$ và có bán kính $R = 30(m)$

b) Khoảng cách Flycam đến mặt đất chính là khoảng cách từ tâm $I$ đến $(P): z = 0$

Do đó: $d(I,(P)) = 10(m)$

c) Gọi $J$ là tâm của đường tròn $(C)$. Khoảng cách từ bạn Trúc Linh đến tâm của đường tròn $(C)$ chính là $MJ$

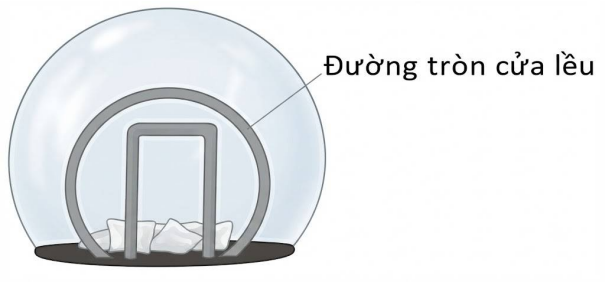
Ta có: $MJ^2 = \sqrt{R^2 - IJ^2} = \sqrt{R^2 - \left[d(I,(P))\right]^2} = \sqrt{900-100} = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14(m)$

d) Gọi $J$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$.

Ta có: $J \in (P) \Rightarrow J(30;20;0)$

Vậy đường tròn $(C)$ có toạ độ tâm là $J(30;20;0)$

**Câu 98.** Nhân dịp 26-3, lớp 12A thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu và cửa lều là một đường tròn bằng phần mềm 3D trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ). Biết bề mặt của lều là mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;4;1)$, bán kính $R=4$ và mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): y=3$.




a) Phương trình bề mặt của lều là $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=16$.

b) Đường thẳng đi qua tâm $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình là $\begin{cases} x=4 \\ y=4+t \\ z=1-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

c) Tâm của đường tròn cửa lều có toạ độ là $(3;3;2)$.

d) Bán kính đường tròn cửa lều là $\sqrt{15}$.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Phương trình bề mặt của lều là mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;4;1)$ và có bán kính $R=4$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=16$

b) Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $I$ và vuông góc với $(P)$. Ta có vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}_d=(0;1;0)$,

do đó phương trình đường thẳng $d$ là: $\begin{cases} x=4 \\ y=4+t \\ z=1 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

c) d) Gọi $M(4;4+t;1)$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(P)$.

Ta có: $M\in(P)\Rightarrow 4+t=3\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow M(4;3;1)$

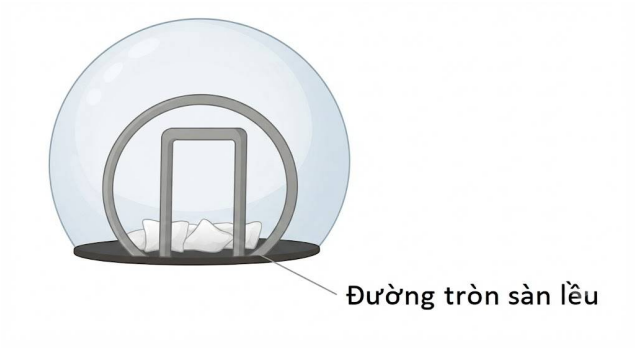
Do đó: $IM=\sqrt{(4-4)^2+(3-4)^2+(1-1)^2}=1$

Bán kính đường tròn cửa lều là $r=\sqrt{R^2-IM^2}=\sqrt{16-1}=\sqrt{15}$

Vậy đường tròn cửa lều có tâm $M(4;3;1)$ và bán kính $r=\sqrt{15}$

**Câu 99.** Bạn Minh Hiền thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu và sàn lều là một đường tròn bằng phần mềm 3D trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là mét).

Biết bề mặt của lều là mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;3;1)$, bán kính $R=3$ và mặt phẳng chứa sàn lều là $(Q):z=2$.




a) Phương trình bề mặt của lều là $(x-4)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$.

b) Đường thẳng đi qua tâm $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ có phương trình là $\begin{cases}x=4\\y=3\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Tâm của đường tròn cửa lều có toạ độ là $(3;4;2)$.

d) Bạn Minh Hiền dự định lót sàn lều bằng thảm nhựa với mức phí 100000 đồng/mét vuông. Khi đó kinh phí cần lót sàn lều là 1056637 đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của đồng/mét vuông).

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** |

a) Phương trình bề mặt của lều là mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;3;1)$ và có bán kính $R=3$

$(x-4)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$

b) Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $I$ và vuông góc với $(Q)$. Ta có vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}_d=(0;0;1)$,

do đó phương trình đường thẳng $d$ là: $\begin{cases}x=4\\y=3\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

c) Gọi $M(4;3;1+t)$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $(Q)$.

Ta có: $M\in(P)\Rightarrow 1+t=2\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(4;3;2)$

Vậy đường tròn sàn lều có tâm $M(4;3;1)$

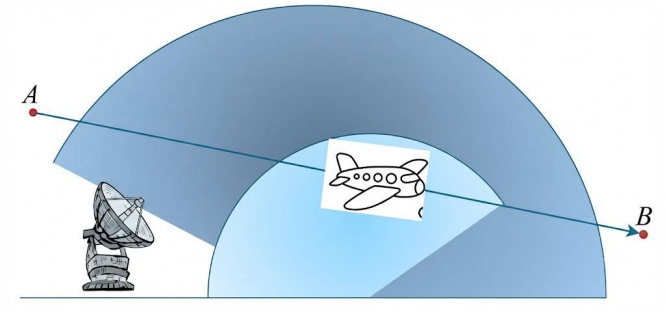
d) Ta có: $IM=\sqrt{(4-4)^2+(3-3)^2+(2-1)^2}=1$

Bán kính đường tròn sàn lều là $r=\sqrt{R^2-IM^2}=\sqrt{9-1}=2\sqrt{2}$

Diện tích đường tròn sàn lều là $S=\pi r^2=\pi\left(2\sqrt{2}\right)^2=8\pi\left(m^2\right)$

Kinh phí cần lót sàn lều là $8\pi.50000\approx 1256637$ đồng/mét vuông

**Câu 100.** Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với $1km$. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính $250\,km$. Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300;-400;100)$ đến điểm $B(-300;400;100)$. UAV bay với vận tốc không đổi $900\,km/h$ và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả $50\,km$ tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn $30$ phút không?




Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí $A$.

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là $\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$.

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn $30$ phút.

**Lời giải**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| **ĐÚNG** | **SAI** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát hiện của ra đa là $x^2 + y^2 + z^2 = 62500$.

Ta có khoảng cách $OA = \sqrt{300^2 + (-400)^2 + 100^2} \approx 510 > 250$.

Do đó, Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí $A$.

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-600;800;0) \Rightarrow \vec{u} = (-3;4;0)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$.

Phương trình tham số của đường bay UAV là $\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 100 \end{cases}$.

c) Gọi $M$ là vị trí của UAV xác định tại thời điểm $t$. Khi đó $M(300-3t;-400+4t;100)$.

Khoảng cách từ $M$ đến radar là

$$OM = \sqrt{(300-3t)^2 + (-400+4t)^2 + 100^2} = \sqrt{25t^2 - 5000t + 260000} = \sqrt{(5t-500)^2 + 10000} \geq 100$$

Khoảng cách ngắn nhất từ UAV đến radar là $100 > 50$ nên UAV không gây nhiễu được radar.

d) $30$ phút bằng $0,5$ giờ.

UAV nằm trong phạm vi của radar khi

$OM \le 250$

$\Leftrightarrow OM^2 \le 62500$

$\Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 260000 \le 62500$

$\Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 197500 \le 0$

$\approx 54 \le t \le 145$

Với $t \approx 54 \Rightarrow M_1(138;-184;100)$

Với $t \approx 145 \Rightarrow M_2(-135;180;100)$

Khoảng cách $M_1M_2 \approx 455$

UAV bay với vận tốc không đổi $900\,km/h$ nên UAV đi từ $M_1$ đến vị trí $M_2$ khoảng $0,51$ giờ.

Do đó, Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn $30$ phút.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 101.** Khi gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu $(S)$ (tập hợp những điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;3;1)$ và bán kính $R=\sqrt{2^2+3^2+1^2-5}=3$.

Gọi $A$, $B$ là hai điểm thuộc vùng phủ sóng. Khi đó $A$, $B$ có khoảng cách xa nhất khi đoạn $AB$ là đường kính của mặt cầu.

Vậy khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là 6 kilômét.

**Câu 102.** Trong không gian $Oxyz$ ( đơn vị của hệ trục tọa độ là mét), một vòm được thiết kế có bề mặt là mặt cầu tâm $I(1;2;20)$, bán kính bằng $50\,\text{m}$ và có đáy nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Chiều cao của vòm là bao nhiêu mét? (



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

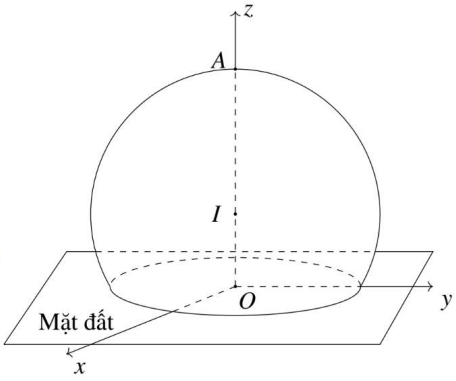
**Đáp án:** 70

Khoảng cách từ tâm $I$ đến mặt phẳng $(Oxy)$ là 20 m.

Vậy chiều cao của vòm là $20+50=70$ m.

**Câu 103.** Ericsson Globe (Thuỵ Điển) là toà nhà bán cầu lớn nhất trên thế giới (năm 2020), với hình dạng một quả cầu màu trắng có đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m, nó có đủ chỗ ngồi cho 16 000 khán giả của các buổi biểu diễn hoà nhạc hoặc 13 850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng. Giả sử ta biểu diễn mô phỏng của toà nhà Ericsson Globe trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ bởi một mặt cầu có tâm $I$, đường kính 110 m và $OA$ = 85 m như hình vẽ (đơn vị trên trục là mét). Biết phương trình của mặt cầu này có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, hãy tính giá trị biểu thức $T=a+b+c+R$.






**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 85

Theo giả thiết đường kính 110 m nên bán kính $R = 55\,\text{m}$.

Ta có $OI = OA - IA = 85 - 55 = 30$ suy ra $I(0;0;30)$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + y^2 + (z-30)^2 = 55^2$

$\Rightarrow T = a + b + c + R = 85$

**Câu 104.** Trong không gian $Oxyz$, giả sử tại một thời điểm, một thiết bị GPS xác định được khoảng cách từ nó tới ba vệ tinh $A, B, C$ tương ứng là $\sqrt{5}; \sqrt{2}; 2$. Tại thời điểm đó, các vệ tinh trên ở vị trí có tọa độ là $A(2;0;0), B(0;2;0), C\left(0;\frac{11}{4};\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. Từ thông tin trên, ta hoàn toàn có thể xác định tọa độ cũng như vĩ độ và kinh độ của vị trí thiết bị GPS. Giả sử tại thời điểm đã cho, thiết bị GPS ở vị trí $P(x;y;z)$. Tính $P = x + y + z$.



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 13

Do thiết bị thuộc mặt đất và $PA = \sqrt{5}$ nên $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (1) và $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 5$ (2).

Trừ vế theo vế của (1) và (2), ta được $4x - 4 = -4$. Vậy $x = 0$.

Do $PB = \sqrt{2}$ nên $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$ (3)

Trừ vế theo vế của (1) và (3), ta được $4y - 4 = -1$. Vậy $y = \frac{3}{4}$.

Thay $x=0$, $y=\dfrac{3}{4}$ vào phương trình (1), ta được $0^2+\dfrac{9}{16}+z^2=1$.

Suy ra $z=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ hoặc $z=\dfrac{-\sqrt{7}}{4}$. Kiểm tra điều kiện $PC=2$, ta thấy chỉ có điểm $P\left(0;\dfrac{3}{4};\dfrac{\sqrt{7}}{4}\right)$

Vậy $P=x+8y+4\sqrt{7}z=0+8.\dfrac{3}{4}+4\sqrt{7}.\dfrac{\sqrt{7}}{4}=13$.

**Câu 105.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí $M$ của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước, các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi thì sẽ xác định được khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí $M$. Như vậy, vị trí $M$ là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian $Oxyz$, 4 vệ tinh có tọa độ là $A(-1;6;3)$, $B(4;8;1)$, $C(9;6;7)$, $D(-15;18;7)$. Biết khoảng cách từ $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ đến các vệ tinh lần lượt là $MA=6$, $MB=7$, $MC=12$, $MD=24$. Tính giá trị biểu thức $T=x_M+y_M+z_M$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi $M(a;b;c)$. Khi đó ta có:

$$(a+1)^2+(b-6)^2+(c-3)^2=36\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2a-12b-6c+10=0 \quad (1)$$

$$(a-4)^2+(b-8)^2+(c-1)^2=49\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-8a-16b-2c+32=0 \quad (2)$$

$$(a-9)^2+(b-6)^2+(c-7)^2=144\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-18a-12b-14c+22=0 \quad (3)$$

$$(a+15)^2+(b-18)^2+(c-7)^2=576\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+30a-36b-14c+22=0 \quad (4)$$

Giải hệ gồm 4 phương trình trên ta được $a=1;b=2;c=-1$ nên $M(1;2;-1)$.

Vậy $T=1+2+(-1)=2$.

**Câu 106.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-2;1;-4)$. Biết bán kính phủ sóng của trạm là $3$ km.



Có 5 người sử dụng điện thoại tại các điểm $A(2;-1;3)$, $B(0;1;-4)$, $C(-2;1;-3)$, $D(0;1;-3)$, $E(-4;-2;1)$. Hỏi trong số 5 người đó, có bao nhiêu người có thể sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có:

$IA=\sqrt{4^2+(-2)^2+7^2}=\sqrt{69}>3$

$IB=\sqrt{2^2+0^2+0^2}=2<3$.

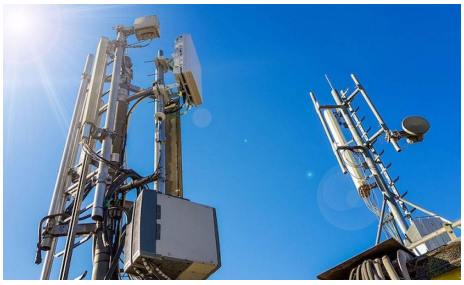
$IC=\sqrt{0^2+0^2+1^1}=1<3$

$ID=\sqrt{2^2+0^2+1^2}=\sqrt{5}<3$

$IE=\sqrt{(-2)^2+(-3)^2+5^2}=\sqrt{38}>3$.

Vậy có 3 người có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

**Câu 107.** Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của $m$ (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 512

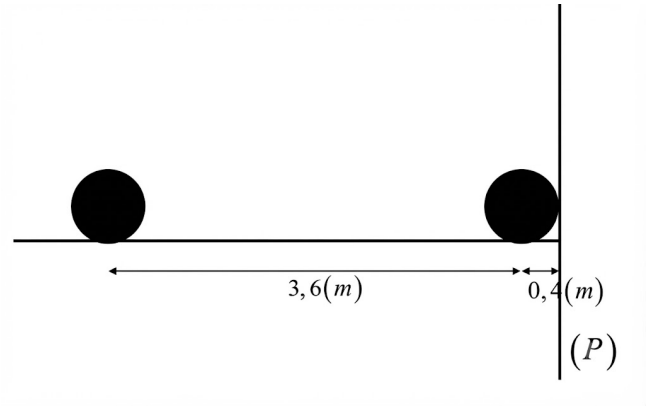
Để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$ thì

$IA\le 600\Leftrightarrow (m-100)^2+(m-80)^2+(-60)^2\le 600^2$

$\Leftrightarrow 2m^2-360m-340000\le 0\Leftrightarrow \dfrac{180-\sqrt{712400}}{2}\le m\le \dfrac{180+\sqrt{712400}}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $m$ là $\dfrac{180+\sqrt{712400}}{2}\approx 512$.

**Câu 108.** Trong không gian $Oxyz$, một quả cầu có tâm đặt tại điểm $I(0;3;0)$ đang chuyển động thẳng đều theo phương vuông góc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-9=0$ với vận tốc $0,002(m/s)$. Sau 30 phút thì quả cầu tiếp xúc với mặt mặt phẳng $(P)$. Biết đơn vị của hệ trục tọa độ $Oxyz$ là mét. Bán kính của mặt cầu bằng bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $0,4$

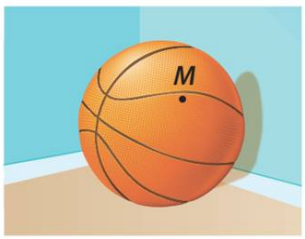
Đổi: 30 phút $=1800s$

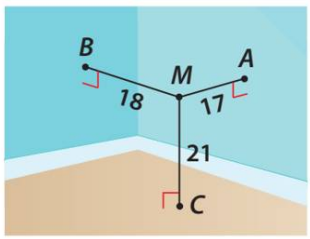
Sau 30 phút, quả cầu di chuyển được một quãng bằng $1800.0,002=3,6(m)$.

Khoảng cách từ điểm $I$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $4(m)$.

Vậy bán kính của mặt cầu bằng $4-3,6=0,4(m)$

**Câu 109.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? *Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.*

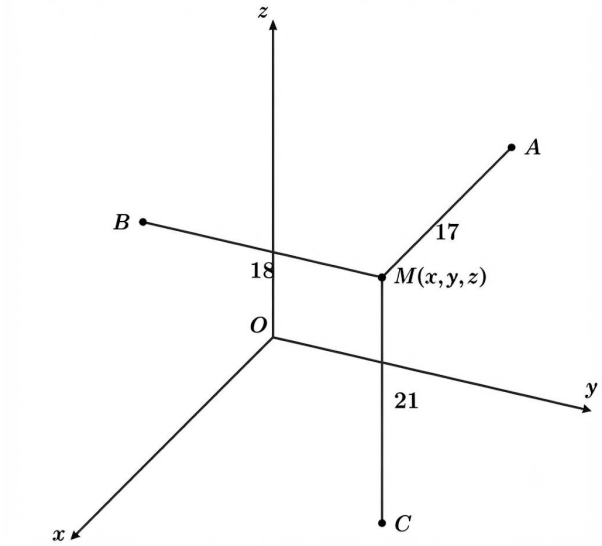



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $23,9$




Ta đặt hệ trục vào căn phòng sao cho có hai bức tường là mặt $(Oxz),(Oyz)$, và nền là $(Oxy)$.

Vậy bài toán dẫn đến việc tìm đường kính của mặt cầu tiếp xúc với 3 mặt phẳng toạ độ và chứa điểm $M(17;18;21)$.

Ta có thể gọi phương trình mặt cầu là $(S):(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2=a^2$, với $a>0$ ( do mặt cầu tiếp xúc với các mặt phẳng toạ độ nên $a=b=c=R$).

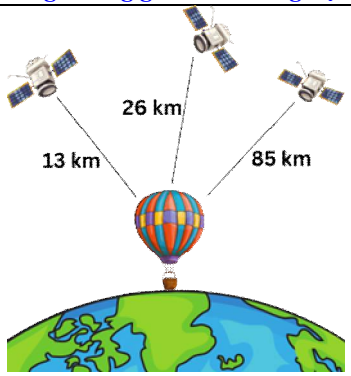
Do $M(17;18;21)\in(S)$ nên $(17-a)^2+(18-a)^2+(21-a)^2=a^2$

$$\Rightarrow 2a^2-112a+1054=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=28-\sqrt{257}\\a=28+\sqrt{257}\end{array}\right.$$

Vì quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm nên $a=28-\sqrt{257}$ thỏa.

Vậy đường kính quả bóng bằng $2a=56-2\sqrt{257}\approx 23,9(\text{cm})$.

**Câu 110.** Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có toạ độ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A(103;204;62)$, vệ tinh B tại vị trí $B(106;208;74)$, vệ tinh C tại vị trí $C(105;212;134)$. Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí $M$ của khinh khí cầu đến các vệ tinh là: $MA=13$ km, $MB=26$ km, $MC=85$ km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc toạ độ $O$. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 229

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có:

$MA=13\Leftrightarrow M\in(S_1)$ là mặt cầu tâm $A$, bán kính $R_1=13$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2-206x-408y-124z+55900=0\ (1)$

$MB=26\Leftrightarrow M\in(S_2)$ là mặt cầu tâm $B$, bán kính $R_2=26$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2-212x-416y-148z+59300=0\ (2)$

$MC=85\Leftrightarrow M\in(S_3)$ là mặt cầu tâm $C$ bán kính $R_3=85$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2-210x-424y-268z+66700=0\ (3)$

Lấy $(2)$ trừ $(1)$ ta được $6x+8y+24z-3400=0\Leftrightarrow 3x+4y+12z-1700=0\ (4)$

Lấy $(2)$ trừ $(3)$ ta được $2x-8y-120z+7400=0\Leftrightarrow x-4y-60z+3700=0\ (5)$

Nhận xét các phương trình $(4)$ và $(5)$ đều là phương trình mặt phẳng.

Suy ra điểm $M$ thuộc giao tuyến $d$ của hai mặt phẳng $(P):3x+4y+12z-1700=0$ và $(Q):x-4y-60z+3700=0$.

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(3;4;12)\\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-4;-60)\end{cases}\Rightarrow \vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-192;192;-16)=-16(12;-12;1)$

Chọn điểm $T(-500;800;0)$ vừa thuộc $(P)$, vừa thuộc $(Q)\Rightarrow T\in d$

Phương trình tham số của $d$ là $\begin{cases}x=-500+12t\\ y=800-12t\\ z=t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

Mà $M\in d\Rightarrow M(-500+12m;800-12m;m)$ với $m\in\mathbb{R}$.

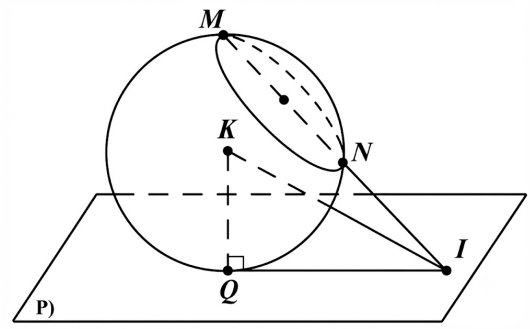
Thay $(x;y;z)=(-500+12m;800-12m;m)$ vào phương trình $(1)$ ta được

$(12m-500)^2+(800-12m)^2+m^2=206(12m-500)+408(800-12m)+124m-55900$

$\Leftrightarrow 289m^2-28900m+722500=0 \Leftrightarrow m=50$.

Vậy toạ độ $M$ là $M(100;200;50) \Rightarrow OM=50\sqrt{21}\approx 229$ (km).

**Câu 111.** Một robot khảo sát không gian hoạt động trong môi trường $3D$ có một cảm biến hình cầu, được lập trình để di chuyển sao cho cảm biến này tiếp xúc tại một điểm $Q$ trên một bức tường nghiêng có phương trình là mặt phẳng $x+y-z-3=0$ để đo đạc. Trong lúc khảo sát, cảm biến luôn phải đi qua hai điểm chuẩn đã cố định sẵn trong không gian là điểm $M(1;1;1)$ - *vị trí cảm biến tại lần đo đầu tiên* và điểm $N(-3;-3;-3)$ *vị trí cảm biến tại lần đo tiếp theo*. Để tối ưu hoá phần mềm điều hướng, kỹ sư muốn xác định rằng: Dù cảm biến (hình cầu) có di chuyển sao cho tiếp xúc ở đâu trên bức tường, điểm tiếp xúc đó luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn cố định đó, từ đó giúp lập trình robot dò tìm tiếp điểm dễ dàng hơn trong các lần đo tiếp theo.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Đường thẳng $MN$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Gọi $I=MN\cap(P)$ khi đó tọa độ điểm $I$ ứng với $t$ thỏa mãn:

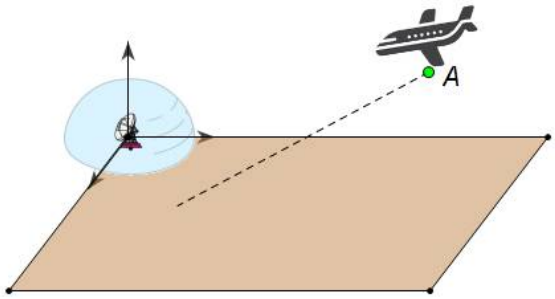
$1+t+1+t-1-t-3=0 \Leftrightarrow t-2=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow I(3;3;3) \Rightarrow IM=2\sqrt{3}, IN=6\sqrt{3}.$

Do mặt cầu $(S)$ đi qua $M$, $N$ và tiếp xúc với đường thẳng $IQ$ tại điểm $Q$ nên ta có:

$IQ^2=IM\cdot IN=KI^2-R^2 \Rightarrow IQ^2=IM\cdot IN=36 \Leftrightarrow IQ=6$

Vậy $Q$ luôn thuộc đường tròn tâm $I$ bán kính $R=6$.

**Câu 112.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500 km. Một máy bay đang ở vị trí $A(-1000;-185;30)$ và chuyển động với vận tốc không đổi theo quỹ đạo là đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(100;80;0)$. Tính khoảng cách từ vị trí $A$ đến khi đài kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay (đơn vị km, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 761

Gọi $M$ là giao điểm của đường thẳng $d$ với mặt cầu $(S)$ tâm $O$ bán kính $R=500$ km. Khi đó, yêu cầu bài toán là tính độ dài đoạn $AM$.

Ta có: $(S): x^2+y^2+z^2=500^2, d: \begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-185+80t \\ z=30 \end{cases} \Rightarrow AM=20\sqrt{41}.t$

Tìm $M$:

$(-1000+100t)^2+(-185+80t)^2+30^2=250000$

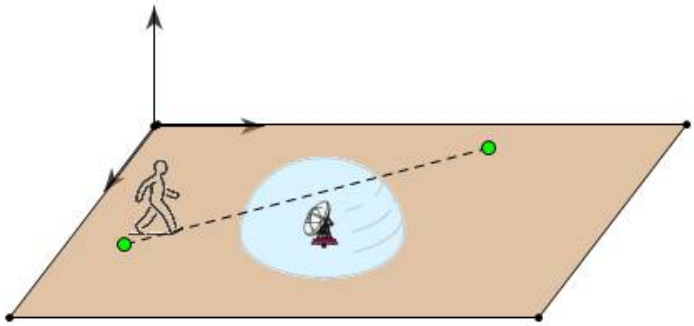
$\Leftrightarrow 16400t^2-229600t+785125=0$

$\Leftrightarrow 656t^2-9184t+31405=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1148+\sqrt{30299}}{164} \Rightarrow AM\approx 1032 \\ t=\dfrac{1148-\sqrt{30299}}{164} \Rightarrow AM\approx 761 \end{array}\right.$

Vậy $AM\approx 761$ km.

**Câu 113.** Một trạm $X$ có chức năng thu - phát sóng điện thoại. Bán kính phủ sóng của trạm $X$ là 2 km. Chọn hệ trục tọa $Oxyz$ sao cho $O$ trùng với trạm $X$ và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1 km. Từ một nơi nằm ngoài vùng phủ sóng của trạm $X$, bạn Trúc Linh đi xuyên qua khu vực trạm $X$ phủ sóng và đi trên một con đường dạng đường thẳng có phương trình: $\begin{cases} x=t \\ y=1-t. \\ z=\sqrt{3} \end{cases}$ Quãng đường bạn Trúc Linh đi vào vùng phủ sóng của trạm $X$ bằng bao nhiêu kílômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1,4

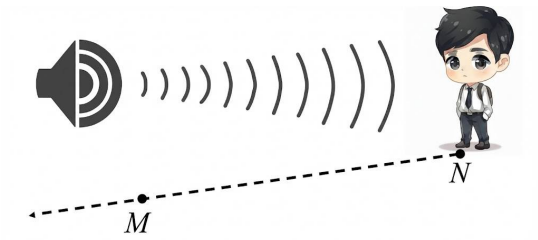
Phương trình vùng phủ sóng là: $x^2+y^2+z^2\le 2^2$.

Quảng đường bạn Trúc Linh đi trong vùng phủ sóng là đoạn $AB$ với $A,B$ là hai giao điểm của $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=\sqrt{3}\end{cases},(S):x^2+y^2+z^2=4$.

Ta có phương trình

$$t^2+(1-t)^2+(\sqrt{3})^2=4\Leftrightarrow 2t^2-2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\Rightarrow A(0;1;\sqrt{3})\\t=1\Rightarrow B(1;0;\sqrt{3})\end{array}\right.\Rightarrow AB=\sqrt{2}\approx 1,4\text{ km}.$$

**Câu 114.** Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu ( mặt đầu sóng là mặt cầu). Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ $(0;-3;-1)$, cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là $10$ mét. Một bạn học sinh di chuyển theo phương thẳng từ vị trí $N(7;10;-4)$ đến vị trí $M(5;0;2)$ để nhận nguồn âm. Khi bạn học sinh đó di chuyển từ $N$ đến $M$ thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là $A(x_0;y_0;z_0)$.Tính tổng $x_0+2y_0+3z_0$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 13

Phương trình mặt cầu mô tả sóng âm phát ra từ nguồn âm là: $(S):x^2+(y+3)^2+(z+1)^2=100$

$\overrightarrow{NM}=(-2;-10;6)$, phương trình đường thẳng $MN$ là: $\begin{cases}x=7-t\\y=10-5t\\z=-4+3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Tọa độ giao điểm của mặt cầu $(S)$ và đường thẳng $MN$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=7-t \\ y=10-5t \\ z=-4+3t \\ x^2+(y+3)^2+(z+1)^2=100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (7-t)^2+(13-5t)^2+(-3+3t)^2=100$$

$$\Leftrightarrow 35t^2-162t+127=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{127}{35} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A_1(6;5;-1) \\ A_2\left(\dfrac{118}{35};-\dfrac{57}{7};\dfrac{241}{35}\right) \end{array}\right.$$

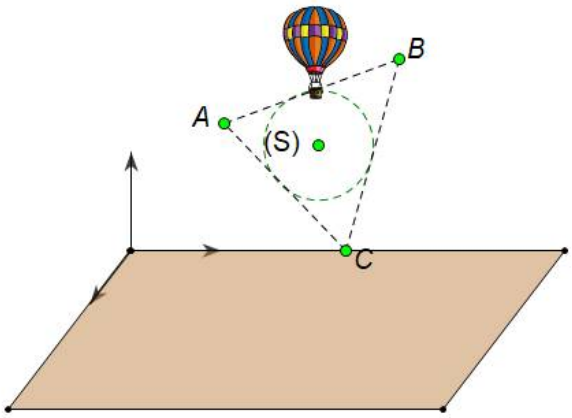
Các giao điểm là $A_1(6;5;-1)$ và $A_2\left(\dfrac{118}{35};-\dfrac{57}{7};\dfrac{241}{35}\right)$

$$NA_1=\sqrt{1^2+5^2+(-3)^2}=\sqrt{35};\ NA_2=\sqrt{\left(\frac{118}{35}-7\right)^2+\left(-\frac{57}{7}-10\right)^2+\left(\frac{241}{35}+4\right)^2}\approx 21,5.$$

Ta có $NA_1<NA_2$ nên $A_1(6;5;-1)$ là vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm.

Khi đó $x_0+2y_0+3z_0=13$

**Câu 115.** Tại lễ Tri ân và trưởng thành của học sinh khối 12 của một trường THPT CPV. Kết thúc buổi lễ, một học sinh khối 12 đại diện cho các bạn thả một khinh khí cầu với khát vọng bay cao và vươn xa. Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị ứng với 1m, giả sử khinh khí cầu đang ở vị trí có phương trình là $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-10)^2=2$. Cùng thời điểm đó có ba chiếc flycam $A,B,C$ cách nhau 3m, 4m, 5m và tạo thành một tam giác $ABC$ có ba cạnh tiếp xúc với mặt cầu $(S)$, biết rằng mặt phẳng $(ABC)$ song song với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-17=0$ và có phương trình dạng $2x+ay+bz+c=0$. Tổng giá trị của $T=a+b+c$ bằng bao nhiêu?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** −22

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;10), R=\sqrt{2}$.

Gọi $(C)$ có bán kính $r$ là đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng $(ABC)$ với mặt cầu $(S)$.

Ta có đường tròn $(C)$ nội tiếp tam giác $(ABC)$.

Vì tam giác $ABC$ có độ dài ba cạnh 3m, 4m, 5m nên tam giác $ABC$ vuông.

Ta có $S_{ABC} = p.r \Rightarrow r = \dfrac{S_{ABC}}{p} = \dfrac{\frac{1}{2}.3.4}{\frac{3+4+5}{2}} = 1.$

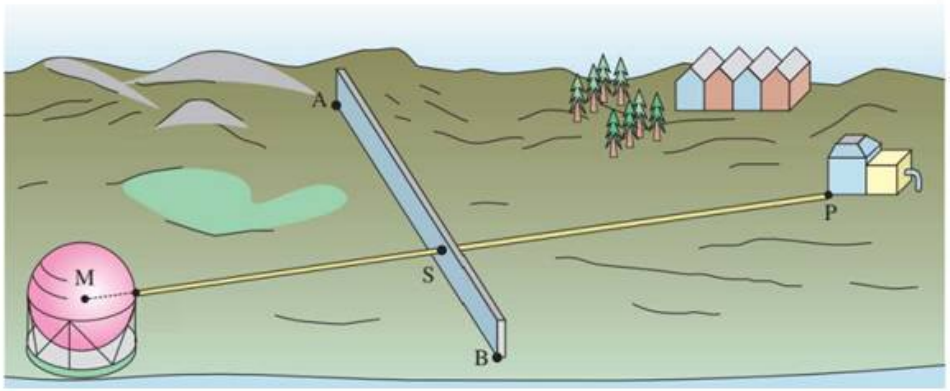
Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng $(ABC)$ là $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{2-1} = 1$.

Do mặt phẳng $(ABC)$ song song với $(P): 2x - y + 2z - 17 = 0$ nên phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng: $(P): 2x - y + 2z + c = 0$ với $c \neq -17$

$$d\left(I,(ABC)\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{|2.1 - 2 + 2.10 + c|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1 \Leftrightarrow |20 + c| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = -17 (l) \\ c = -23 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình $(ABC)$ là $2x - y + 2z - 23 = 0 \Rightarrow a = -1; b = 2; c = -23 \Rightarrow T = a + b + c = -22$.

**Câu 116.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), một bồn chứa nước hình cầu (có tâm $M$ ) đặt ở ven sông được mô hình hoá có phương trình $(x-22)^2 + (y+8)^2 + (z-8)^2 = 49$ (như hình vẽ) . Từ trạm bơm $P(-2;4;0)$ có một đường ống dẫn nước thẳng theo hướng về tâm $M$. Trên đoạn thẳng $AB$ với $A(6;-10;0)$ và $B(14;6;0)$ dựng một bức tường chắn thẳng đứng (vuông góc với mặt đất). Gọi $S$ là điểm mà đường ống dẫn nước cắt bức tường, khi đó điểm $S$ cách mặt đất bao nhiêu mét?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Bồn chứa nước hình cầu có tâm là $M(22;-8;8)$

Đường ống từ $P$ hướng về $M$

Vec tơ chỉ phương: $\vec{v} = \overrightarrow{PM} = (24;-12;8)$.

Phương trình đường thẳng $PM:\begin{cases}x=-2+24t\\y=4-12t\\z=8t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

Điểm $S\in PM\Rightarrow S\left(-2+24t;4-12t;8t\right)$

Bức tường thẳng đứng qua $A(6;-10;0)$, $B(14;6;0)$ khi đó $\overrightarrow{AB}=(8;16;0)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.

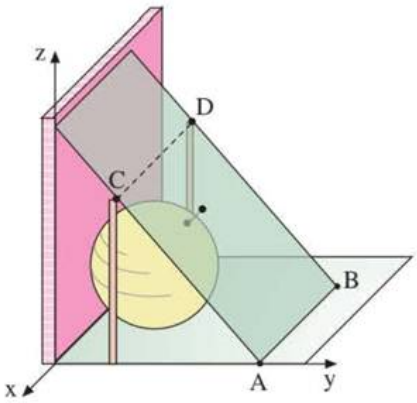
$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{k}\right]=(16;-8;0)=8(2;-1;0)$.

Do đó mặt phẳng tường là: $2x-y-22=0$

Điểm thuộc mặt phẳng tường nên $2\left(-2+24t\right)-\left(4-12t\right)-22=0\Rightarrow t=\frac{1}{2}\Rightarrow S\left(10;-2;4\right)$

Vậy điểm $S$ cách mặt đất 4 mét.

**Câu 117.** Một bồn chứa khí hình cầu $K$ có đường kính 10 m tiếp xúc trực tiếp với một bức tường thẳng đứng tại điểm $T(-6;0;5)$.




Bồn được che chắn bằng một tấm chắn nghiêng, cố định xuống mặt đất tại các điểm $A(0;16,25;0)$ và $B(-12;16,25;0)$, đồng thời được chống đỡ bởi các thanh thẳng đứng tại các điểm $C(0;5;15)$ và $D(-12;5;15)$. Khoảng cách an toàn giữa tấm chắn $E$ và mặt cầu $K$ là bao nhiêu mét?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

- Tường thẳng đứng là mặt phẳng $y=0$.

- Mặt cầu bán kính $r=5m$, tiếp xúc tường tại $T(-6;0;5)\Rightarrow$ tâm $O\left(-6;5;5\right)$.

- Tấm chắn hiện tại $E$ đi qua $A(0;16,25;0), B(-12;16,25;0), C(0;5;15)$ và $D(-12;5;15)$

Phương trình mặt cầu $K$ $(x+6)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=25.$

Phương trình mặt phẳng tấm chắn $E$

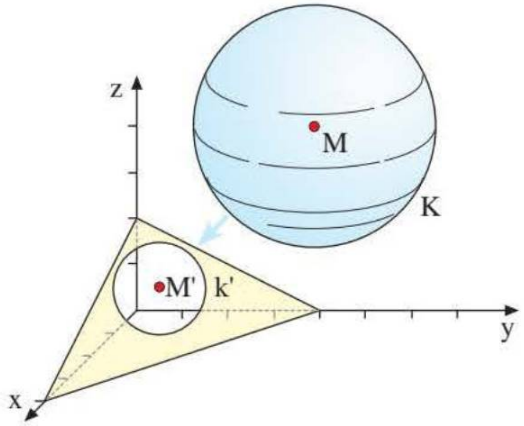
$\overrightarrow{AB}=(-12;0;0), \overrightarrow{AC}=(0;-11,25;15)\Rightarrow\vec{n}=(0;12;9)\sim(0,4,3).$

$E:4y+3z-65=0.$

"Khoảng cách an toàn" giữa $E$ và mặt cầu $d(O,E)=\dfrac{|4\cdot 5+3\cdot 5-65|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{30}{5}=6m.$

Khoảng hở giữa bề mặt: $d-r=6-5=1m$.

**Câu 118.** Cho tam giác $ABC$ với: $A(4;0;0),B(0;4;0),C(0;0;2)$. Bên trong tam giác có một lỗ tròn tâm $M'(1;1;1)$, bán kính $r'=1$. Trong lỗ này đặt một quả cầu $K$ bán kính $r=\sqrt{10}$. Tâm của quả cầu $K$ là $M(a;b;c)(a,b,c>0)$. Tính $a+b-c$




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Mặt phẳng tam giác $ABC$:

$(ABC):\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{2}=1\Leftrightarrow x+y+2z-4=0,$ véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;2)$.

Trong mặt phẳng $(ABC)$ có một vòng tròn tâm $M'(1,1,1)$, bán kính $r'=1$.

Quả cầu $K$ bán kính $r=\sqrt{10}$ cắt $(ABC)$ theo vòng tròn ấy, nên tâm $M$ của cầu cách $(ABC)$ một khoảng $d=\sqrt{r^2-\left(r'\right)^2}=\sqrt{10-1}=3$ và $M$ nằm trên đường thẳng $d$ vuông góc $(ABC)$ qua $M'$.

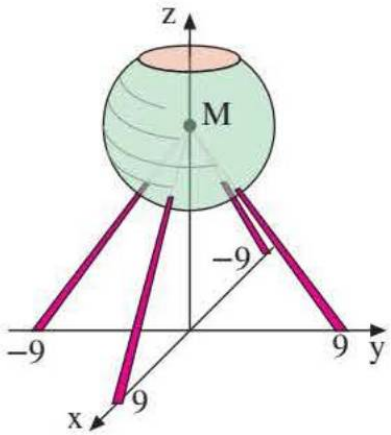
Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+1\\z=1+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Khi đó: $d(M,(ABC))=\dfrac{|1+t+1+t+2(1+2t)-4|}{\sqrt{6}}=\dfrac{|6t|}{\sqrt{6}}=3\Rightarrow t=\pm\dfrac{3}{\sqrt{6}}$

Do đó $M=\left(1+\dfrac{\sqrt{6}}{2};1+\dfrac{\sqrt{6}}{2};1+\sqrt{6}\right)\Rightarrow a+b-c=1$

**Câu 119.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét và mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng), mô hình hoá một trạm quan sát hình cầu có đường kính $10m$ và tâm $M(0;0;12)$, được đỡ bởi bốn cột thép như hình vẽ. Các cột thép này chạy dọc theo các cạnh

của một hình chóp tứ giác đều, với đỉnh $M$. Vị trí các điểm cột nối với mặt cầu khi nối lại sẽ tạo thành 1 đa giác, hỏi diện tích của đa giác đó bằng bao nhiêu mét vuông?




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 18

Ta đặt hệ $Oxyz$ như hình. Quả cầu tâm $M(0;0;12)$, bán kính $R=5$ (đường kính 10 m).

Bốn cột thép trùng với bốn cạnh của một chóp tứ giác đều đỉnh $M$ có chân ở mặt đất tại:

$A(9;0;0), B(0;9;0), C(-9;0;0), D(0;-9;0)$.

Gọi vị trí các điểm cột nối $MA, MB, MC, MD$ với mặt cầu lần lượt là $A_1, B_1, C_1, D_1$

Lấy cạnh $MA$ làm mẫu: có $\overrightarrow{MA}=(9;0;-12)$. Suy ra $MA:\begin{cases}x=9t\\y=0\\z=12-12t\end{cases}, \quad t\in[0,1].$

Điểm $A_1$ trên đường $MA$ này thuộc mặt cầu khi $MA_1=R\Leftrightarrow t\sqrt{9^2+12^2}=5\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}.$

Suy ra điểm nối là $A_1=(3;0;8)$.

Tương tự cho ba cạnh còn lại: $B_1(0;3;8), C_1(-3;0;8), D_1(0;-3;8)$

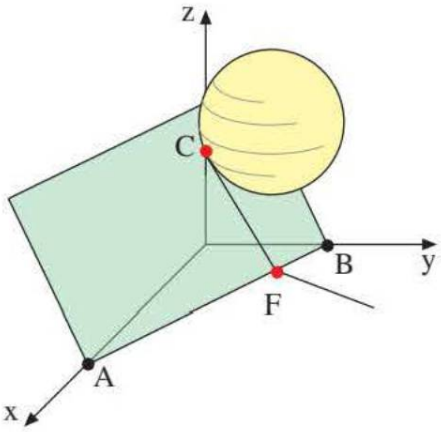
Tứ giác $A_1(3;0;8), B_1(0;3;8), C_1(-3;0;8), D_1(0;-3;8)$ nằm trên mặt phẳng $z=8$, nên ta tính diện tích trên mặt phẳng $Oxy$ với bốn điểm $(3;0),(0;3),(-3;0),(0;-3)$.

Ta dễ chứng minh được đây là hình vuông $A_1B_1=3\sqrt{2}$

Diện tích: $S=\left(3\sqrt{2}\right)^2=18\left(m^2\right)$

**Câu 120.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ ( mặt phẳng $Oxy$ trùng với mặt đất và xem mặt đất là mặt phẳng), bạn Minh Hiền đặt một tấm gỗ phẳng cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại các điểm $A, B, C$ như hình vẽ và mặt phẳng gỗ có phương trình $x+2y+2z=10$. Tiếp đến, bạn Minh Hiền đặt một mô hình quả cầu bán kính $r=3$ tiếp xúc với tấm gỗ tại điểm $C$. Sau đó Minh Hiền thả quả cầu lăn trên đường

thẳng $CF$ ($CF$ là đường vuông góc với $AB$ tại $F$) cho đến khi quả cầu vừa tiếp xúc với mặt phẳng $Oxy$ tại $P(a;b;0)$ thì dừng lại. Tính giá trị của $10a+5b$.




**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 52

Mặt phẳng tấm gỗ có phương trình $x+2y+2z=10$ nên có VTPT là $\vec{n}(1;2;2)$

Mặt phẳng tấm gỗ cắt với các trục $Ox,Oy,Oz$ tại $A,B,C$ nên ta có: $A(10;0;0)$, $B(0;5;0)$, $C(0;0;5)$

Có $\overrightarrow{AB}=(-10;5;0)\Rightarrow AB:\begin{cases}x=10-10t\\y=0+5t\\z=0\end{cases}$

$F\in AB\Rightarrow F(10-10t;5t;0)$

Điều kiện $\overrightarrow{CF}\perp\overrightarrow{AB}$ nên $(10-10t).(-10)+5t.5+0.0=0\Leftrightarrow -100+125t=0\Rightarrow t=\frac{4}{5}\Rightarrow F(2;4;0)$

Vì quả cầu tiếp xúc với mặt phẳng tấm gỗ tại $C$ nên $\vec{n}(1;2;2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua tâm quả cầu, khi đó đường thẳng tìm được là $\begin{cases}x=s\\y=2s\\z=5+2s\end{cases}\ (s>0)$

Khi đó $MC=3\Leftrightarrow s^2+4s^2+4s^2=9\Leftrightarrow s=1$ suy ra $M(1;2;7)$

Quả cầu lăn theo đường thẳng qua $C$ và $F$, nhận $\overrightarrow{CF}=(2;4;-5)$ làm vecto chỉ phương

Vậy quỹ đạo tâm mặt cầu là đường thẳng có phương trình là $:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+4t\\z=7-5t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

Cuối cùng quả cầu đặt xuống mặt phẳng $Oxy$ ($z=3$)

Khi tiếp xúc $Oxy$: $z=r=3\Rightarrow 7-5t=3\Rightarrow t=0,8$.

Vậy $P\left(\frac{13}{5};\frac{26}{5};0\right)$ là điểm tiếp xúc với $Oxy$.

$\Rightarrow 10a+5b=10.\dfrac{13}{5}+5.\dfrac{26}{5}=52$

**Câu 121.** Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để phương trình: $x^2+y^2+z^2+4mx+2my-2mz+9m^2-28=0$ là phương trình mặt cầu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Ta có $x^2+y^2+z^2+4mx+2my-2mz+9m^2-28=0$

$\Leftrightarrow (x+2m)^2+(y+m)^2+(z-m)^2=28-3m^2\ (1)$.

$(1)$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow 28-3m^2>0\Leftrightarrow -\sqrt{\dfrac{28}{3}}<m<\sqrt{\dfrac{28}{3}}$.

Do $m$ nguyên nên $m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Vậy có 7 giá trị của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 122.** Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của $m$ để phương trình: $x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+3m^2-5=0$ là phương trình một mặt cầu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$(m+2)^2+(m-1)^2-3m^2+5>0$

$\Leftrightarrow m^2-2m-10<0$

$\Leftrightarrow -1-\sqrt{11}<m<1+\sqrt{11}$

Theo bài ra $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-2;-1;0;1;2;3;4\}\Rightarrow$ có 7 giá trị của $m$ nguyên thỏa mãn bài toán.

**Câu 123.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my+3m^2-2m=0$ với $m$ là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của $m$ để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Giả sử $x^2+y^2+z^2-4x+2my+3m^2-2m=0$ là phương trình mặt cầu.

Khi đó tâm mặt cầu là $I(2;-m;0)$, và bán kính $R=\sqrt{4+m^2-(3m^2-2m)}=\sqrt{-2m^2+2m+4}$. với điều kiện $-2m^2+2m+4>0\Leftrightarrow m\in(-1;2)$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1\}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của $m$ bằng 1.

**Câu 124.** Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2025;2025)$ để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2022

Điều kiện để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu là: $(m+2)^2+4m^2-19m+6>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}, m \in (-2025;2025)$ nên $m=\{3;4;...;2023;2024\}$

Vậy có 2022 giá trị của $m$ nguyên thỏa mãn bài toán.

**Câu 125.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;4), B(0;0;1)$, $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$, $(P):ax+by+cz-4=0$. Gọi $R$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A,B$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3,5

Gọi $T=1$ là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $T=-2$.

Phương trình mặt cầu $(S)$ có dạng: $I(-1;1;0)$.

Vì $R=2.$, $A,B \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+4c-4=0 \\ c-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2b-12 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow (P):-2(b+6)x+by+4z-4=0.$, $r$,

$(P)$ thuộc $(S)$ nên ta có: $\Rightarrow r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}$ $r$.

Vậy bán kính mặt cầu $\Leftrightarrow d(I,(P))$ là: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}+1}=\frac{\sqrt{14}}{2} \Rightarrow R^2=\frac{14}{4}=3,5$.

**Câu 126.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P=a-b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 9

Vì mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên $d(I,(Oyz))=d(I,(Ozx))=d(I,(Oxy))$

$$\Leftrightarrow |a|=|b|=|c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=c \\ a=b=-c \\ a=-b=c \\ a=-b=-c \end{array}\right.$$

Nhận thấy chỉ có trường hợp $a=-b=c$ thì phương trình $AI=d\left(I,(Oxy)\right)$ có nghiệm, các trường hợp còn lại vô nghiệm.

Thật vậy:

Với $a=-b=c$ thì $I(a;-a;a)$

$AI=d\left(I,(Oyx)\right)\Leftrightarrow(a-1)^2+(a-1)^2+(a-4)^2=a^2\Leftrightarrow a^2-6a+9=0\Leftrightarrow a=3$

$P=a-b+c=9$

**Câu 127.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Oxy)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+1$ ($m$ là tham số). Tính giá trị của $m^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Mặt cầu $(S)$: $(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+1$ có tâm $I(3;0;2)$, bán kính $R=\sqrt{m^2+1}$.

$(S)$ tiếp xúc với $(Oxy)\Leftrightarrow d\left(I,(Oxy)\right)=R$

$\Leftrightarrow 2=\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow m^2=3$

**Câu 128.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$ đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 26

Gọi tâm mặt cầu là: $I(x;\ y;\ 0)$.

$$\begin{cases}IA=IB\\IA=IC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+3)^2+1^2}\\\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2+3^2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(y-2)^2+4^2=(y+3)^2+1^2\\x^2-2x+1+16=x^2-4x+4+9\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}10y=10\\2x=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$$

$R=\sqrt{(-3)^2+(-1)^2+4^2}=\sqrt{26}\Rightarrow R^2=26$.

**Câu 129.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $(S)$ là mặt cầu đi qua điểm $D(0;1;2)$ và tiếp xúc với các trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $a,\ b,\ c\in\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$. Gọi $R$ là bán kính của $(S)$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 50

Gọi $I$ là tâm của mặt cầu $(S)$. Vì $(S)$ tiếp xúc với các trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ nên ta có $IA \perp Ox$, $IB \perp Oy$, $IC \perp Oz$ hay $A$, $B$, $C$ tương ứng là hình chiếu của $I$ trên $Ox$, $Oy$, $Oz \Rightarrow I(a;b;c)$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu $(S)$ có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Vì $(S)$ đi qua $A$, $B$, $C$, $D$ nên ta có: $\begin{cases} a^2=b^2=c^2=d \ (1) \\ 5-2b-4c+d=0 \ (2) \end{cases}$.

Vì $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}\setminus\{0;1\}$ nên $0<d\neq 1$. Mặt khác, từ $(1) \Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{2d}$.

• TH1: Từ $(1) \Rightarrow b=c=\sqrt{d}$. Thay vào $(*)$: $5-6\sqrt{d}+d=0 \Leftrightarrow d=25$ (nhận).

$\Rightarrow R=\sqrt{2.25}=5\sqrt{2}$.

• TH2: Từ $(1) \Rightarrow b=c=-\sqrt{d}$. Thay vào $(*)$: $5+6\sqrt{d}+d=0$ (vô nghiệm).

• TH3: Từ $(1) \Rightarrow b=\sqrt{d}$, $c=-\sqrt{d}$. Thay vào $(*)$: $5+2\sqrt{d}+d=0$ (vô nghiệm).

• TH4: Từ $(1) \Rightarrow b=-\sqrt{d}$, $c=\sqrt{d}$. Thay vào $(*)$: $5-2\sqrt{d}+d=0$ (vô nghiệm).

Vậy mặt cầu $(S)$ có bán kính $R=5\sqrt{2} \Rightarrow R^2=50$.

**Câu 130.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm $M$ thỏa mãn $MA^2=MB^2+MC^2$ là mặt cầu có bán kính $R$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Giả sử $M(x;y;z)$.

Ta có: $MA^2=(x-1)^2+y^2+z^2$; $MB^2=x^2+(y-2)^2+z^2$; $MC^2=x^2+y^2+(z-3)^2$.

$MA^2=MB^2+MC^2$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+z^2=x^2+(y-2)^2+z^2+x^2+y^2+(z-3)^2$

$\Leftrightarrow -2x+1=(y-2)^2+x^2+(z-3)^2$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

Vậy tập hợp các điểm $M$ thỏa mãn $MA^2=MB^2+MC^2$ là mặt cầu có bán kính là $R=\sqrt{2} \Rightarrow R^2=2$.

**Câu 131.** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu $(S)$ có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$. Tính tổng các giá trị thực của $a$ để mặt cầu $(S)$có chu vi đường tròn lớn bằng $8\pi$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 10

Đường tròn lớn có chu vi bằng $8\pi$ nên bán kính của $(S)$ là $\dfrac{8\pi}{2\pi}=4$.

Từ phương trình của $(S)$ suy ra bán kính của $(S)$ là $\sqrt{2^2+1^2+a^2-10a}$.

Do đó: $\sqrt{2^2+1^2+a^2-10a}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=11\end{array}\right.$.

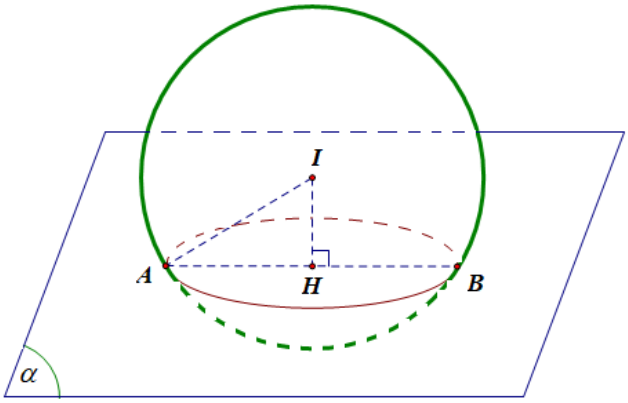
Vậy tổng các giá trị thực của $a$ là: $-1+11=10$

**Câu 132.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Tính bán kính của đường tròn $(C)$ là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ và mặt cầu $(S)$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8




Gọi $I$ là tâm mặt cầu $(S)$, $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên mặt phẳng $(\alpha)$ và $AB$ là một đường kính của đường tròn $(C)$.

Dễ thấy $I(3;-2;1)$, $IA=10$, $IH=d(I,(\alpha))=6$ suy ra $HA=\sqrt{IA^2-IH^2}=8$.

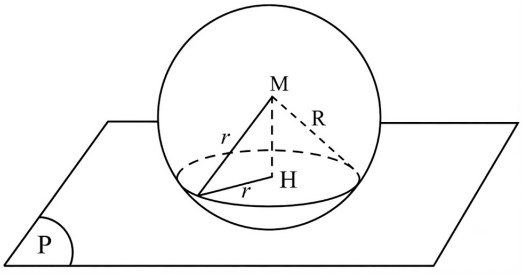
Vậy bán kính đường tròn $(C)$ bằng 8.

**Câu 133.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z-1=0$ và điểm $M(1;-2;0)$. Mặt cầu tâm $M$, bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng thập phân chữ số thứ hai).

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1,41




Mặt cầu tâm tâm $M$, bán kính bằng $R=\sqrt{3}$ cắt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $H$, bán kính $r$ suy ra $r=\sqrt{R^2-MH^2}$.

Với $MH=d\left(M,(P)\right)=\dfrac{\left|2.1-(-2)-2.0-1\right|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=1.$

Suy ra $r=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\sqrt{2}\approx 1,41.$

**Câu 134.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tính tổng các giá trị của $m$ để $(P)$ tiếp xúc với $(S)$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-3$

Ta có $(S):\begin{cases}I(1;-1;1)\\R=3\end{cases}$.

Để $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ thì $d\left(I;(P)\right)=R\Leftrightarrow\dfrac{\left|1-m^2-3m\right|}{3}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2+3m-10=0\\m^2+3m+8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-5\end{array}\right.$.

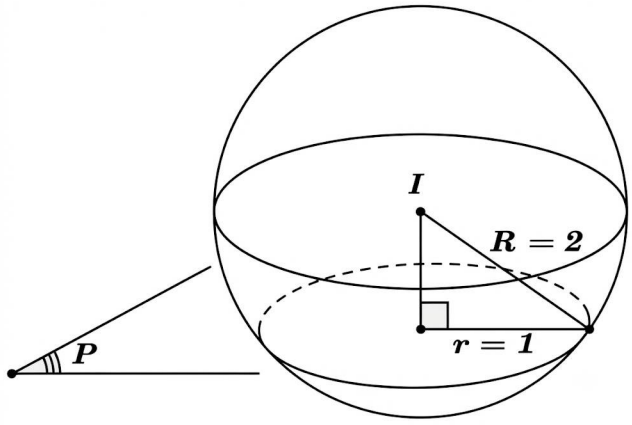
Vậy tổng các giá trị của $m$ là: $2-5=-3$

**Câu 135.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng $(P):x+my+z-3m-1=0$. Tính tổng các giá trị thực của tham số $m$ để mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng $2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1




Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R=2$.

Ta có $d(I,(P))=\dfrac{|2+4m+1-3m-1|}{\sqrt{1+m^2+1}}=\dfrac{|m+2|}{\sqrt{m^2+2}}$

Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng $2$ nên bán kính đường tròn giao tuyến $r=1$.

Ta có $R^2=d^2(I,(P))+r^2 \Leftrightarrow 4=\dfrac{(m+2)^2}{m^2+2}+1 \Leftrightarrow m^2+4m+4=3(m^2+2) \Leftrightarrow 2m^2-4m+2=0 \Leftrightarrow m=1$.

**Câu 136.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực của tham số $m$ để mặt phẳng $(\beta):2x-y+2z-8=0$ cắt $(S)$ theo một đường tròn có chu vi bằng $8\pi$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-1$

Ta có $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=17-m$.

$(S)$ là phương trình của mặt cầu thì $17-m>0 \Leftrightarrow m<17$.

Khi đó $I(-1;2;3); R=\sqrt{17-m}$ lần lượt là tâm và bán kính của $(S)$.

Để mặt phẳng $(\beta):2x-y+2z-8=0$ cắt $(S)$ theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng $8\pi$ thì đường tròn đó có bán kính $r=4$.

Ta có $R^2=d^2(I,(\beta))+r^2 \Leftrightarrow 17-m=16+2 \Leftrightarrow m=-1$ (thỏa mãn điều kiện).

**Câu 137.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y+z-2=0$ và $(Q):2x-y+z+1=0$. Có bao nhiêu mặt cầu đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ ?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Ta có $M\left(0;0;2\right)\in\left(P\right)\Rightarrow d\left(\left(P\right);\left(Q\right)\right)=d\left(\mathrm{M};\left(Q\right)\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$d\left(\mathrm{A};\left(P\right)\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{2};d\left(\mathrm{A};\left(Q\right)\right)=\sqrt{6}\Rightarrow d\left(\mathrm{A};\left(Q\right)\right)=d\left(\mathrm{A};\left(P\right)\right)+d\left(\left(Q\right);\left(P\right)\right)$

Vậy không có mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán

**Câu 138.** Trong không gian $Oxyz$, cho $I\left(0;2;3\right)$. Tính bán kính mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với trục $Oy$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Gọi $H$ hình chiếu vuông góc của $I$ lên trục $Oy$ $\Rightarrow H\left(0;2;0\right)$.

Mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với trục $Oy$ nên mặt cầu có bán kính $R=IH=3$.

**Câu 139.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\left(S\right)$ là mặt cầu đi qua hai điểm $A\left(3;-1;2\right),B\left(1;1;-2\right)$ và có tâm thuộc trục $Oz$. Bán kính của mặt cầu $\left(S\right)$ là $R$. Giá trị $R^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 11

Gọi tâm của mặt cầu là $I\left(a;b;c\right)$. Vì $I\in Oz$ nên $I\left(0;0;c\right)$.

Mặt cầu đi qua $A,B$ nên có $IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow 9+1+\left(c-2\right)^2=1+1+\left(c+2\right)^2\Leftrightarrow c=1.$

Bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{11}\Rightarrow R^2=11$.

**Câu 140.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;3\right)$ và $I$ là hình chiếu vuông góc của $M\left(3;1;2\right)$ trên trục $Ox$. Gọi $\left(S\right)$ là mặt cầu có tâm $I$ và đi qua điểm $M$. Độ dài bán kính mặt cầu bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Hình chiếu vuông góc của $M$ trên trục $Ox$ là $I\left(1;0;0\right)\Rightarrow IM=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3$

**Câu 141.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right)$có tâm là điểm $A\left(1;2;-3\right)$và đi qua điểm $B\left(3;-2;1\right)$. Gọi $M\left(1;b;-3\right)$ là điểm thuộc mặt cầu biết $b\in\mathbb{N}^*$. Tung độ điểm $M$ có giá trị bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Mặt cầu $\left(S\right)$đi qua $B\left(3;-2;1\right)$nên bán kính $R=AB$

$\Leftrightarrow R=\sqrt{\left(3-1\right)^2+\left(-2-2\right)^2+\left(1+3\right)^2}\Leftrightarrow R=6$

Vậy phương trình của mặt cầu $(S)$ là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=36$.

Thay tọa độ điểm $M(1;b;-3)$ vào phương trình mặt cầu $(S)$, ta có:

$$(1-1)^2+(b-2)^2+(-3+3)^2=36\Leftrightarrow(b-2)^2=36\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b-2=6\\b-2=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=8\\b=-4\end{array}\right.$$

Vì $b>0$ nên nhận $b=8$.

**Câu 142.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục $Ox$. Bán kính của mặt cầu trên bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án** 5

Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$ và $H$ là hình chiếu của $I$ trên trục $Ox$ suy ra $H(2;0;0)$ và $R=IH=\sqrt{(2-2)^2+(0+4)^2+(0-3)^2}=5$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;-4;3)$ và bán kính là $R=5$.

**Câu 143.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz)$ và có tâm nằm trên tia $Ox$. Hoành độ của tâm mặt cầu $(S)$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi $I$ là tâm mặt cầu $(S)$. Vì tâm $I$ nằm trên tia $Ox$ nên $I(a;0;0)$, $(a>0)$.

Vì mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz)$ nên ta có:

$$d(I,(Oyz))=2\Leftrightarrow\frac{|a|}{1}=2\Leftrightarrow|a|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a=-2\end{array}\right.\ .$$

Do $a>0$ nên ta nhận $a=2$, loại $a=-2$ suy ra mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2,0,0)$.

**Câu 144.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)$ có phương trình: $(x-a)^2+y^2+(z-c)^2=16$ đi qua hai điểm $O$ và $M(1;0;1)$. Tính $a+c$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Vì mặt cầu $(S)$ đi qua $O(0;0;0)$ nên: $a^2+c^2=16$. $(1)$

Vì mặt cầu $(S)$ đi qua $M(1;0;1)$ nên: $(1-a)^2+(1-c)^2=16$. $(2)$

$(2)\Leftrightarrow a^2+c^2-2(a+c)+2=16$ $(3)$.

Thay $(1)$ vào $(3)$ $\Rightarrow 16-2(a+c)+2=16 \Leftrightarrow a+c=1 \Rightarrow a=1-c$.

Thay $a=1-c$ vào $(1)$ $\Rightarrow (1-c)^2+c^2=16 \Rightarrow c=\dfrac{1\pm\sqrt{31}}{2}$ $\Rightarrow$ Có tồn tại mặt cầu $(S)$ thỏa mãn đề bài.

Vậy $a+c=1$.

**Câu 145.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;3)$ và có đúng một điểm chung với mặt phẳng $(Oxy)$. Gọi một giao điểm của mặt cầu $(S)$ với trục $Oz$ là $A(a;b;c)$ $(c>1)$. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Ta có $(Oxy): z=0$.

Mặt cầu $(S)$ có đúng một điểm chung với mặt phẳng $(Oxy)$ $\Leftrightarrow R=\mathrm{d}(I,(Oxy))=3$.

Suy ra $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. Cho $x=y=0 \Rightarrow 1^2+2^2+(z-3)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=5 \\ z=1 \end{array}\right.$.

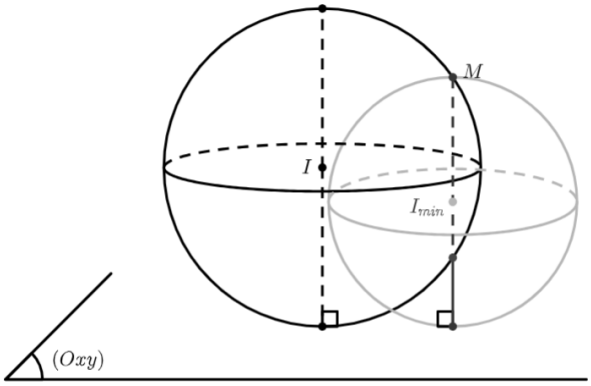
Vì $c>1$ nên $A(0;0;5) \Rightarrow a+b+c=5$.

**Câu 146.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(6;5;4)$ và mặt cầu $(S)$ đi qua $M$, tiếp xúc với mặt phẳng $(Oxy)$. Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$, giá trị nhỏ nhất của $R$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2




Gọi $d$ là khoảng cách từ $M$ đến mặt phẳng $(Oxy)$ $\Rightarrow d=4$.

Vì mặt cầu $(S)$ tiếp xúc $(Oxy)$ và luôn đi qua $M$ nên ta có đánh giá: $2R \geq d \Leftrightarrow 2R \geq 4 \Leftrightarrow R \geq 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $R$ là: $2$.

**Câu 147.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;1;-2)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2+BM^2=30$ là một mặt cầu $(S)$ có bán kính $R$. Tính $R^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 12,5

Gọi tọa độ điểm $M\left(x;y;z\right)$.

Ta có: $AM^2+BM^2=30$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-1\right)^2+\left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=30$

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2-4x-10y+2z-10=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-5y+z-5=0$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$ là phương trình của mặt cầu $\left(S\right)$, có tâm $I\left(1;\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R=\frac{5\sqrt{2}}{2}\Rightarrow R^2=12,5$.

**Câu 148.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1),B(3;1;-2)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian sao cho $\frac{MA}{MB}=2$ là một mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị của biểu thức $3a+3b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 10

Gọi tọa độ điểm $M\left(x;y;z\right)$.

Ta có: $\frac{MA}{MB}=2$

$\Leftrightarrow MA^2=4MB^2$

$\Leftrightarrow \left(1-x\right)^2+\left(2-y\right)^2+\left(1-z\right)^2=4\left[\left(3-x\right)^2+\left(1-y\right)^2+\left(-2-z\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-22x-4y+18z-50=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{22}{3}x-\frac{4}{3}y+6z-\frac{50}{3}=0$

$\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{11}{3} \\ b=\frac{2}{3} \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow 3a+3b+c=10$

**Câu 149.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1),B(1;-1;2)$. Biết rằng tập hợp các điểm $M$ trong không gian sao cho $\widehat{AMB}=90^0$ là một mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị của biểu thức $2025a+2b+2c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi tọa độ điểm $M\left(x;y;z\right)$.

$\overrightarrow{MA}=\left(-1-x;-y;1-z\right)$

$\overrightarrow{MB}=\left(1-x;-1-y;2-z\right)$

Ta có: $\widehat{AMB}=90^0$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$

$\Leftrightarrow \left(-1-x\right)\left(1-x\right)+\left(-y\right)\left(-1-y\right)+\left(1-z\right)\left(2-z\right)=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+y-3z+1=0$

$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-\dfrac{1}{2} \\ c=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2025a+2b+2c=2$

**Câu 150.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-2z+3=0$ và mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(0;-2;1\right)$. Biết mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích $2\pi$. Phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, khi đó giá trị của biểu thức $a+b+c+R^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi $R,r$ lần lượt là bán kính của mặt cầu và đường tròn giao tuyến. Theo giải thiết ta có:

$$\pi r^2=2\pi \Leftrightarrow r^2=2$$

Mặt khác $\mathrm{d}\left(I,\left(P\right)\right)=1$ nên $R^2=r^2+\left[d\left(I,\left(P\right)\right)\right]^2=3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=3$.

$\Rightarrow a+b+c+R^2=2$

**Câu 151.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+z+7=0$ và mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4z-10=0$. Gọi $\left(Q\right)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ và cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $6\pi$. Biết phương mặt phẳng $\left(Q\right)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$, khi đó giá trị của biểu thức $T=b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** –6

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=\sqrt{15}$.

Gọi $r$ là bán kính của đường tròn giao tuyến. Ta có $2\pi r=6\pi \Leftrightarrow r=3$.

Do $(Q)//(P) \Rightarrow (Q): x-2y+z+d=0 \ \ (d\neq 7)$.

Ta có: $d\left(I,(Q)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{6}\Leftrightarrow \dfrac{|d-1|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=7 \ \ (\text{loaïi}) \\ d=-5 \ \ (\text{nhaän}) \end{array}\right.$

Vậy $(Q): x-2y+z-5=0$.

$\Rightarrow T=b+c+d=-6$

**Câu 152.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng $(\beta)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với $(S)$; song song với $(\alpha)$ và cắt trục $Oz$ ở điểm có cao độ dương. Biết phương mặt phẳng $(\beta)$ có dạng: $4x+by+cz+d=0$, khi đó giá trị của biểu thức $T=b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 69

Mặt cầu $(S)$ có: tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2+2}=4$.

Vì $(\alpha)||(\beta)$ nên phương trình mp $(\alpha)$ có dạng: $4x+3y-12z+d=0, (d\neq 10)$.

Vì $(\beta)$ tiếp xúc mặt cầu $(S)$ nên: $d_{(I,(\beta))}=R\Leftrightarrow \dfrac{|4.1+3.2-12.3+d|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}}=4\Leftrightarrow |d-26|=52\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=-26 \\ d=78 \end{array}\right.$.

Do $(\beta)$ cắt trục $Oz$ ở điểm có cao độ dương nên chọn $d=78$.

Vậy mp $(\beta)$: $4x+3y-12z+78=0$.

$\Rightarrow T=b+c+d=69$

**Câu 153.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x-2y+z-5=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=15$. Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $6\pi$? Biết phương mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$, khi đó giá trị của biểu thức $T=b+c+d$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{15}$.

Đường tròn có chu vi bằng $6\pi$ nên có bán kính $r=\dfrac{6\pi}{2\pi}=3$.

Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$ nên phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng:

$x-2y+z+D=0$, $D\neq -5$.

Vì mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $6\pi$ nên

$d\left(I;(P)\right)=\sqrt{R^2-r^2}\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right)=\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|1-2.0-2+D|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow |D-1|=6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D-1=6 \\ D-1=-6 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=7 \\ D=-5 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện ta được $D=7$. Do đó phương trình mặt phẳng $Oxyz$.

$\Rightarrow T=b+c+d=6$

**Câu 154.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Tập hợp điểm $M$ thuộc $(S)$ sao cho đường thẳng $AM$ tiếp xúc với $(S)$ là mặt phẳng có phương trình dạng: $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-5$

Dễ thấy $A$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$. Tâm mặt cầu là $I(1;2;3)$.

Đường thẳng $AM$ tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow AM\perp IM\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{IM}=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)+(y-3)(y-2)+(z-4)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1-1)(x-1)+(y-2-1)(y-2)+(z-3-1)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2-(x+y+z-7)=0$

$\Leftrightarrow x+y+z-7=0$ $(Do\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0)$.

Vậy tập hợp điểm $M$ cần tìm là mặt phẳng có phương trình: $x+y+z-7=0$

$\Rightarrow T=b+c+d=-5$

**Câu 155.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm $M$ di chuyển trên mặt cầu $(S)$ đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Tập hợp điểm $M$ là mặt phẳng có phương trình dạng: $2x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 13

Gọi điểm $M(x;y;z)\in(S)$ là điểm cần tìm.

Khi đó: $x^2+y^2+(z+2)^2=1\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4z+4=1\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=-4z-3$ $(1)$

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(x;y;z)$ và $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+2;z-2)$.

Suy ra $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6 \Leftrightarrow x(x-2)+y(y+2)+z(z-2)=6$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z=6 \quad (2)$

Thay $(1)$ vào $(2)$ ta được

$-4z-3-2x+2y-2z-6=0 \Leftrightarrow 2x-2y+6z+9=0$.

Vậy tập hợp điểm $M$ cần tìm là mặt phẳng có phương trình $2x-2y+6z+9=0$

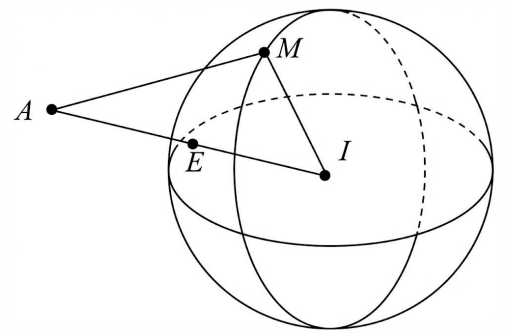
$\Rightarrow T=b+c+d=13$

**Câu 156.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm $M$ thuộc mặt cầu $(S)$ sao cho đường thẳng $AM$ luôn tiếp xúc với $(S)$. Tập hợp điểm $M$ là mặt phẳng có phương trình dạng: $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-2$




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=1$.

Ta luôn có $\widehat{AMI}=90^\circ$, suy ra điểm $M$ thuộc mặt cầu $(S_1)$ tâm $E$ là trung điểm của $AI$ đường kính $AI$.

Với $E\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$, bán kính $R_1=IE=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phương trình mặt cầu $(S_1):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0$

Vậy điểm $M$ có tọa độ thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1\\ x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+2=0\\ x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0\end{cases}$$

Trừ theo vế hai phương trình cho nhau ta được: $x+y+z-4=0$.

$\Rightarrow T=b+c+d=-2$

**Câu 157.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c>0$. Biết rằng $(ABC)$ đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{72}{7}$.

Tính $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3,5

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng $(ABC)$ là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì điểm $M\left(\frac{1}{7},\frac{2}{7},\frac{3}{7}\right)$ thuộc mặt phẳng $(ABC)$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{7}\right)}{a}+\frac{\left(\frac{2}{7}\right)}{b}+\frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{c}=1\Rightarrow \frac{1}{7a}+\frac{2}{7b}+\frac{3}{7c}=1\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=7$$

Mặt khác mặt phẳng $(ABC)$ tiếp xúc với $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{72}{7}$

$\Rightarrow$ khoảng cách từ tâm $I(1,2,3)$ của cầu tới mặt phẳng $(ABC)$ là $\sqrt{\frac{72}{7}}$

$$\Rightarrow d\left(I,(ABC)\right)=\frac{\left|\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}} \text{ mà } \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=7$$

$$\Rightarrow d\left(I,(ABC)\right)=\frac{|7-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}}\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{7}{2}=3,5.$$

**Câu 158.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz)$ đồng thời đi qua các điểm $M, N, P$. Tìm $c$ biết rằng $a+b+c<5$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Giả sử mặt cầu $(S)$ đã cho có phương trình dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Từ đề bài ta có:

$M(2;1;4)\in(S)\Leftrightarrow -4a-2b-8c+d=-21\ (1)$

$N(5;0;0)\in(S)\Leftrightarrow -10a+d=-25\ (2)$.

$P(1;-3;1)\in(S)\Leftrightarrow -2a+6b-2c+d=-11\ (3)$.

Hình chiếu của điểm $I(a;b;c)$ lên mặt phẳng $(Oyz)$ là $H(0;b;c)\Rightarrow \overrightarrow{HI}=(a;0;0)\Rightarrow HI=|a|$.

Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz)\Rightarrow IH=|a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}\Leftrightarrow b^2+c^2-d=0(4)$.

Từ (1); (2); (3) ta có:

$$\begin{cases} b=2-a \\ c=a-1 \\ d=10a-25 \end{cases}.$$

Thế vào phương trình (4) ta được: $a^2-8a+15=0\Leftrightarrow a=5\vee a=3$.

Trường hợp 1: $a=5\Rightarrow b=-3,c=4\Rightarrow a+b+c=6>5\Rightarrow$ loại.

Trường hợp 1: $a=3\Rightarrow b=-1,c=2\Rightarrow a+b+c=4<5\Rightarrow$ nhận.

Vậy $c=2$ thỏa yêu cầu đề.

**Câu 159.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+(z-1)^2=4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ $A$ kẻ ba tiếp tuyến $AB$, $AC$, $AD$ với $B$, $C$, $D$ là các tiếp điểm. Biết phương trình mặt phẳng $(BCD)$ có dạng: $2x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-2$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=2$.

Có $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)\Rightarrow IA=3$.

Tam giác $ABI$ vuông tại $B$ nên ta có $AB=\sqrt{IA^2-IB^2}=\sqrt{5}$.

Gọi $H(x;y;z)$ là chân đường cao kẻ từ $B$ của tam giác $ABI$.

Ta có: $IB^2=IH.IA\Rightarrow IH=\dfrac{IB^2}{IA}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow IH=\dfrac{4}{9}.IA$.

Từ suy ra được $\overrightarrow{IH}=\dfrac{4}{9}\overrightarrow{IA}\Rightarrow\begin{cases} x-0=\dfrac{4}{9}.2 \\ y-0=\dfrac{4}{9}.2 \\ z-1=\dfrac{4}{9}.1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=\dfrac{8}{9} \\ y=\dfrac{8}{9} \\ z=\dfrac{13}{9} \end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{8}{9};\dfrac{8}{9};\dfrac{13}{9}\right)$.

Mặt phẳng $(BCD)$ vuông góc với đường thẳng $IA$ nên nhận $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến. Hơn nữa mặt phẳng $(BCD)$ đi qua điểm $H$.

Vậy $(BCD)$ có phương trình: $2.\left(x-\dfrac{8}{9}\right)+2.\left(y-\dfrac{8}{9}\right)+1.\left(z-\dfrac{13}{9}\right)=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-5=0$.

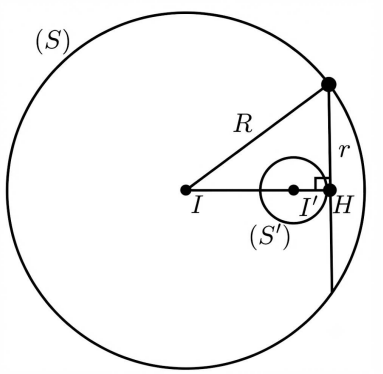
$\Rightarrow T=b+c+d=-2$

**Câu 160.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+(z-1)^2=25$ và $(S')$: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$. Mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc $(S')$ và cắt $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $6\pi$. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-10$




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=5$, mặt cầu $(S')$ có tâm $I'(1;2;3)$, bán kính $R'=1$

Vì $I'I=3<R-R'=4$ nên mặt cầu $(S')$ nằm trong mặt cầu $(S)$.

Mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc $(S')$ $\Rightarrow d(I',(P))=R'=1$; $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $6\pi$ ( suy ra bán kính đường tròn là $r=3$) nên $d(I,(P))=\sqrt{R^2-r^2}=4$.

Nhận thấy $d(I,(P))-d(I',(P))=I'I$ nên tiếp điểm $H$ của $(P)$ và $(S')$ cũng là tâm đường tròn giao của $(P)$ và $(S)$. Khi đó, $(P)$ là mặt phẳng đi qua $H$, nhận $\overrightarrow{II'}=(1;2;2)$ làm vecto pháp tuyến.

Ta có: $\overrightarrow{IH}=\frac{4}{3}\overrightarrow{II'}\Leftrightarrow\begin{cases}x_H=\frac{4}{3}\\ y_H=\frac{8}{3}\\ z_H=\frac{11}{3}\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{11}{3}\right)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$: $x-\frac{4}{3}+2\left(y-\frac{8}{3}\right)+2\left(z-\frac{11}{3}\right)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-14=0$.

$\Rightarrow T=b+c+d=-10$

**Câu 161.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$, $(S_2):x^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$ và $(S_3):x^2+y^2+z^2+4x-4y-1=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1)$, $(S_2)$, $(S_3)$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

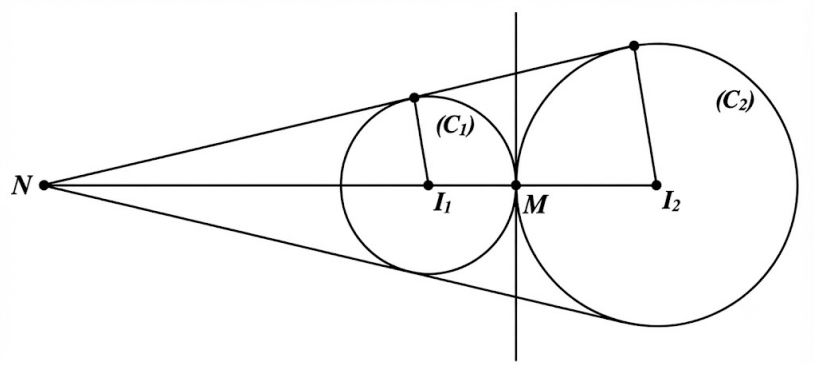
**Đáp án:** 2

Ta có: $(S_1):\begin{cases} I_1(-3;2;4) \\ R_1=1 \end{cases}$, $(S_2):\begin{cases} I_2(0;2;4) \\ R_2=2 \end{cases}$, $(S_3):\begin{cases} I_3(-2;2;0) \\ R_2=3 \end{cases}$

$\Rightarrow I_1I_2=3=R_1+R_2 \Rightarrow (S_1),(S_2)$ tiếp xúc với nhau tại $M$.

Ta có $\overrightarrow{MI_2}=2\overrightarrow{I_1M}=\frac{2}{3}\overrightarrow{I_1I_2} \Rightarrow M(-2;2;4)$

Cắt hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ theo phương chứa đường nối tâm của chúng ta có thiết diện là hai đường tròn lớn $(C_1),(C_2)$.




**Trường hợp 1:** Mặt phẳng qua $M$ vuông góc với $I_1I_2$ có phương trình là $(\alpha):x+2=0$ mà $d(I_3;(\alpha))=0 \Rightarrow (\alpha)$ không tiếp xúc với $(S_3) \Rightarrow$ **LOẠI.**

**Trường hợp 2:** $N$ là tâm vị tự ngoài của $(C_1),(C_2) \Rightarrow \overrightarrow{NI_2}=2\overrightarrow{NI_1}=2\overrightarrow{I_1I_2} \Rightarrow N(-6;2;4)$.

Gọi $(P)$ là mặt phẳng tiếp xúc với 3 mặt cầu. $(P)$ qua $N$ và có vtpt là $\vec{n}(1;a;b)$

$\Rightarrow (P):x+6+a(y-2)+b(z-4)=0 \Leftrightarrow (P):x+ay+bz-2a-4b+6=0$.

Có: $\begin{cases} d(I_1;(P))=1 \\ d(I_2;(P))=2 \\ d(I_3;(P))=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3=\sqrt{1+a^2+b^2} \\ 6=2\sqrt{1+a^2+b^2} \\ |4b-4|=3\sqrt{1+a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{13}{4} \\ b=-\frac{5}{4} \end{array}\right.$

Với $b=\frac{13}{4} \Rightarrow a^2=-\frac{41}{16}$ (loại)

Với $b=-\frac{5}{4} \Rightarrow a^2=\frac{103}{16} \Rightarrow a=\pm\frac{\sqrt{103}}{4}$

Vậy có 2 mặt phẳng tiếp xúc với 3 mặt cầu $(S_1)$, $(S_2)$, $(S_3)$.

**Câu 162.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-3;1;1)$, $B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+11=0$. Mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm $A,B$ và tiếp xúc với $(P)$ tại điểm $C$. Biết $C$ luôn thuộc một đường tròn $(T)$ cố định. Tính bán kính $r$ của đường tròn $(T)$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)$ và mp $(P)$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$. Do đó $AB$ vuông góc với $(P)$.

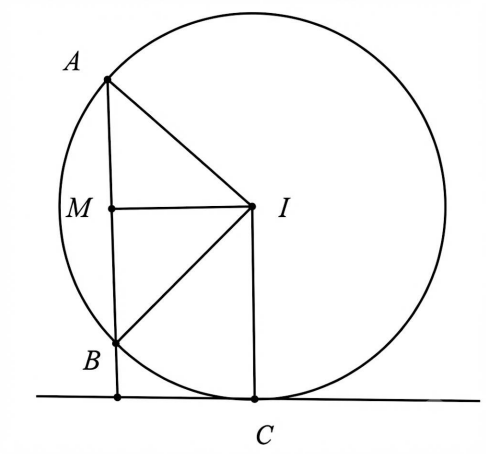
Giả sử mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm $A,B$ nên ta có

$$\begin{cases}9+1+1+6a-2b-2c+d=0\\1+1+25-2a+2b-10c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6a-2b-2c+d=-11\\2a-2b+10c-d=27\end{cases}.$$

Suy ra $8a-4b+8c=16\Leftrightarrow 2a-b+2c=4.$

Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với $(P)$ nên ta có $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2a-b+2c+11|}{3}=5.$




Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)\Rightarrow AB=\sqrt{16+4+16}=6.$ Goi $M$ là trung điểm $AB$ ta có

$d\left(C,AB\right)=IM=\sqrt{5^2-3^2}=4.$ Vậy $C$ luôn thuộc một đường tròn $(T)$ cố định có bán kính $r=4.$.

**Câu 163.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với $(P)$ tại điểm $H(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Tọa độ điểm $H$ là hình chiếu của điểm $I$ trên mặt phẳng $(P)$.

Phương trình đường thẳng $d$ qua $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}.$

Tọa độ điểm $H$ là giao điểm của $d$ và $(P)$, ta có: $2(1+2t)-2(2-2t)-(3-t)-4=0\Leftrightarrow t=1$

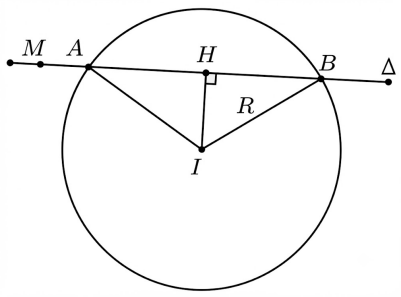
Vậy $H(3;0;2)\Rightarrow T=a+b+c=5$

**Câu 164.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ ($m$ là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=4+2t \\ y=3+t \\ z=3+2t \end{cases}$. Biết đường thẳng $\Delta$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $A, B$ sao cho $AB=8$. Tìm giá trị của $m$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** $-12$




Gọi $H$ là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow IH \perp AB$, $HA=4$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-2\,;3\,;0)$, bán kính $R=\sqrt{13-m}$, $(m<13)$.

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(4\,;3\,;3)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2\,;1\,;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{IM}=(6\,;0\,;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM}, \vec{u}\right]=(-3;-6\,;6) \Rightarrow IH=d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3$.

Ta có: $R^2=IH^2+HA^2 \Leftrightarrow 13-m=3^2+4^2 \Leftrightarrow m=-12$.

**Câu 165.** Cho $x, y, z$ là ba số thực thỏa $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z-11=0$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=2x+2y-z$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 12

Ta có: $P=2x+2y-z \Leftrightarrow 2x+2y-z-P=0 \quad (1)$.

Lại có: $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z-11=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25 \quad (2)$

Xét trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, ta thấy $(1)$ là phương trình của một mặt phẳng, gọi là $mp(\alpha)$ và $(2)$ là phương trình của một mặt cầu $(S)$ tâm $I(2;-3;1)$, bán kính $R=5$.

Giá trị lớn nhất của $P=2x+2y-z$ là giá trị lớn nhất của $P$ để $(\alpha)$ và $(S)$ có điểm chung, điều này tương đương với $d(I,(\alpha)) \le R \Leftrightarrow \dfrac{|2.2+2.(-3)-1.1-P|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} \le 5 \Leftrightarrow |P+3| \le 15 \Leftrightarrow -18 \le P \le 12.$

Vậy $\max P=12$.

**Câu 166.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng $\Delta$ qua A, nằm trên mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $(S)$ tại $A$, $B$. Để độ dài $AB$ nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng $\Delta$ có dạng $\frac{x+3}{a}=\frac{y-3}{11}=\frac{z+3}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R=10$. Do $d(I,(\alpha))<R$ nên $\Delta$ luôn cắt $(S)$ tại $A$, $B$.

Khi đó $AB=\sqrt{R^2-(d(I,\Delta))^2}$. Do đó, $AB$ nhỏ nhất thì $d(I,(\Delta))$ lớn nhất nên $\Delta$ là đường thẳng nằm trong (α), qua A và vuông góc với $AI$. Do đó $\Delta$ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(16;11;-10)$

Vậy, phương trình của $\Delta: \frac{x+3}{16}=\frac{y-3}{11}=\frac{z+3}{-10}$.

$\Rightarrow T=a+b=6$

**Câu 167.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;2)$, $B(3;0;2)$ và mặt cầu $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua hai điểm $A$, $B$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất có dạng $3x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=b+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** –8

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;-2;1)$, bán kính $R=5$. Do $IA=\sqrt{17}<R$ nên $AB$ luôn cắt $(S)$. Do đó $(\alpha)$ luôn cắt $(S)$ theo đường tròn $(C)$ có bán kính $r=\sqrt{R^2-\left(d\left(I,(\alpha)\right)\right)^2}$. Đề bán kính $r$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua hai điểm $A$, $B$ và vuông góc với mp$(ABC)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-3;-2)$ suy ra $(ABC)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;4;-5)$

(α) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right]=(-9-6;-3)=-3(3;2;1)$

Phương trình $(\alpha): 3(x-2)+2(y-1)+1(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y+z-11=0$.

$\Rightarrow T=b+c+d=-8$

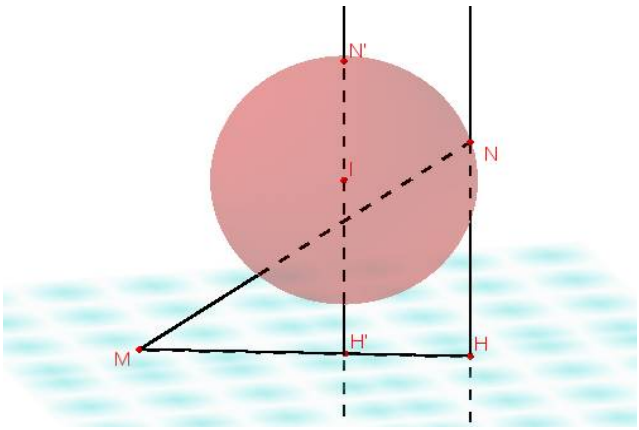
**Câu 168.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa $M$ và $N$ lớn nhất. Tính $MN^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 18

**Cách 1**



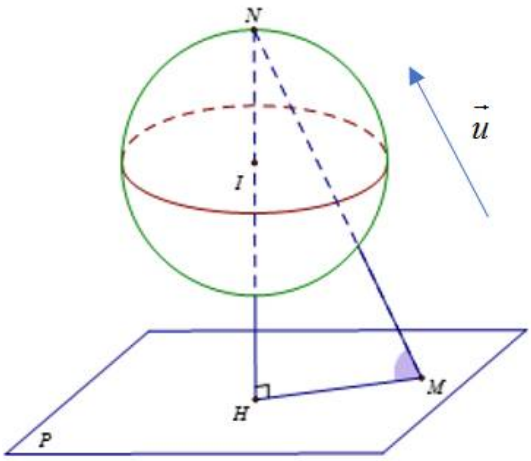

Mặt phẳng $(P)$ có vtpt $\vec{n}=(1;-2;2)$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;\ 2;\ 1)$ và bán kính $r=1$. Nhận thấy rằng góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ bằng $45^{\circ}$. Vì $d(I;(P))=2>1=r$ nên $(P)$ không cắt $(S)$.

Gọi $H$ là hình chiếu của $N$ lên $(P)$ thì $\widehat{NMH}=45^{\circ}$ và $MN=\dfrac{NH}{\sin 45^{\circ}}=NH\sqrt{2}$ nên $MN$ lớn nhất khi và chỉ khi $NH$ lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N\equiv N'$ và $H\equiv H'$ với $N'$ là giao điểm của đường thẳng $d$ qua $I$, vuông góc $(P)$ và $H'$ là hình chiếu của $I$ lên $(P)$.

Lúc đó $NH_{\max}=N'H'=r+d(I;(P))=3$ và $MN_{\max}=\dfrac{NH_{\max}}{\sin 45^{\circ}}=3\sqrt{2}\Rightarrow MN^2=18$.

**Cách 2**

$(S)$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=1$. Ta có: $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|-1-2.2+2.1-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2>R$.




Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $N$ trên mặt phẳng $(P)$ và $\alpha$ là góc giữa $MN$ và $NH$.

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên góc $\alpha$ có số đo không đổi, $\alpha=\widehat{HNM}$.

Có $HN = MN.\cos\alpha \Rightarrow MN = \dfrac{1}{\cos\alpha}.HN$ nên $MN$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $HN$ lớn nhất

$\Leftrightarrow HN = d\left(I,(P)\right)+R = 3$.

Có $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{u},\overrightarrow{n_P}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $MN = \dfrac{1}{\cos\alpha}HN = 3\sqrt{2} \Rightarrow MN^2 = 18$.

**Câu 169.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng chứa $d$ và cắt $(S)$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=2025a+2026c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 2027

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;1;0)$ và bán kính $R=2$.

Gọi $H$ là hình chiếu của $I$ trên $d$.

$H\in d \Leftrightarrow H(1+2t;-1+t;-t)$; $\overrightarrow{IH}=(-2+2t;-2+t;-t)$.

Véctơ chỉ phương của $d$ là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

$\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow 2(-2+2t)+1(-2+t)+t=0 \Leftrightarrow t=1$. Suy ra $H(3;0;-1) \Rightarrow IH=\sqrt{2}$.

Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng $d$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo đường tròn có bán kính $r$. Ta có

$r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I,(P)\right)\right]^2}=\sqrt{4-\left[d\left(I,(P)\right)\right]^2}$.

Mà $d\left(I,(P)\right)\le IH=\sqrt{2}$ nên $r=\sqrt{4-\left[d\left(I,(P)\right)\right]^2}\ge\sqrt{4-IH^2}=\sqrt{4-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2}$.

Suy ra $\min r=\sqrt{2}$, đạt được khi $IH\perp(P)$.

Khi đó mặt phẳng $(P)$ đi qua $H(3;0;-1)$ nhận $\overrightarrow{IH}=(0;-1;-1)$ làm một véctơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ là: $0(x-3)-1(y-0)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow y+z+1=0$.

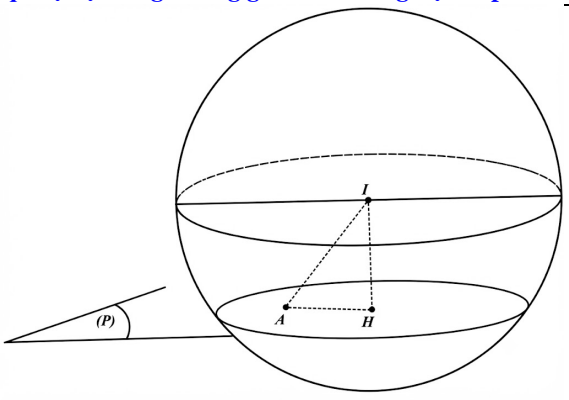
$\Rightarrow T=2025a+2026c+d=2027$

**Câu 170.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng $(P):ax+2y+cz+d=0$ qua $A$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo thiết diện là hình tròn $(C)$ có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=a+c+d$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 0




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$.

Ta có $IA=\sqrt{6}<R \Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu $(S)$.

Do đó mặt phẳng $(P)$ qua $A$ luôn cắt mặt cầu $(S)$ theo thiết diện là hình tròn $(C)$ có bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$ (với $H$ là hình chiếu của $I(1;2;3)$ trên $(P)$).

Ta luôn có $IA\geq IH \Rightarrow \sqrt{R^2-IH^2}\geq\sqrt{R^2-IA^2} \Rightarrow r\geq\sqrt{R^2-IA^2}$.

Diện tích của hình tròn $(C)$ nhỏ nhất khi bán kính $r$ nhỏ nhất, tức là $r=\sqrt{R^2-IA^2} \Leftrightarrow H\equiv A$.

Khi đó $IA\perp(P) \Rightarrow$ mặt phẳng $(P)$ nhận $\overrightarrow{IA}=(-1;-2;-1)$ làm một VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$: $-x-2y-(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+z-2=0$..

$\Rightarrow T=a+c+d=0$

**Câu 171.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-6z+7=0$. Cho ba điểm $A$, $M$, $B$ nằm trên mặt cầu $(S)$ sao cho $\widehat{AMB}=90°$. Diện tích tam giác $AMB$ có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Ta có $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=4 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=2$.

Bài ra $A$, $M$, $B$ nằm trên mặt cầu $(S)$ và $\widehat{AMB}=90° \Rightarrow AB$ qua $I \Rightarrow AB=2R=4$.

Ta có $S_{AMB}=\frac{1}{2}MA.MB\leq\frac{MA^2+MB^2}{4}=\frac{AB^2}{4}=4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow MA=MB=\frac{AB}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ và $AB=4$.

Do đó diện tích tam giác $AMB$ có giá trị lớn nhất bằng $4$.

**Câu 172.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng $d$ thay đổi, đi qua điểm $M$, cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $A,B$. Gọi $S$ là diện tích lớn nhất của tam giác $OAB$. Tính $S^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7

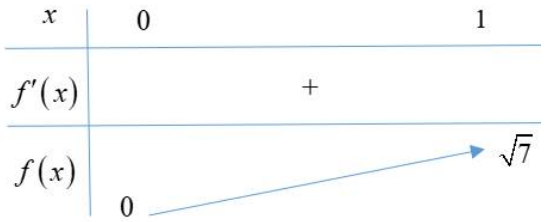
Mặt cầu $(S)$ có tâm $O=(0;0;0)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Ta có $OM=1\Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu. Gọi $I$ là trung điểm $AB\Rightarrow OI\perp AB$.

Đặt $x=OI\le OM\Rightarrow 0<x\le 1$.

Khi đó $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OI.AB=OI\sqrt{R^2-OI^2}=x\sqrt{8-x^2}=f(x)$.

$\Rightarrow f'(x)=\frac{2(4-x^2)}{\sqrt{8-x^2}}(0<x\le 1)$, ta có bảng biến thiên




Vậy $\max S_{\Delta OAB}=\sqrt{7}$ khi $OI=1$ hay $I\equiv M$.

$\Rightarrow S^2=7$

**Câu 173.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\begin{cases}x=4-2t\\y=t\\z=3\end{cases},(t\in\mathbb{R}),d_2:\begin{cases}x=1\\y=t'\\z=-t'\end{cases},(t'\in\mathbb{R})$. Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ có tâm $I(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T=2a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với $(d_1),(d_2)$ là mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của $(d_1),(d_2)$. Lấy $A(4-2t;t;3)\in d_1;B(1;t';-t')\in d_2$. $A,B$ là đoạn vuông góc chung khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0\\\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-5t+t'=-6\\-t+2t'=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t'=-1\end{cases}.$$

Khi đó $A(2;1;3); B(1;-1;1)$. Suy ra tâm $I\left(\frac{3}{2};0;2\right)$, bán kính $R=\frac{3}{2}$.

$\Rightarrow T=2a+b+c=5$

**Câu 174.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ có tâm $I$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+2=0$. Gọi tọa độ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc $(P)$ sao cho đoạn $IM$ ngắn nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3a+6b+9c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 21

Ta có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=2$.

Khoảng cách từ $I$ đến mặt phẳng $(P)$ ngắn nhất khi $M$ là hình chiếu của $I$ lên mặt phẳng $(P)$.

Đường thẳng đi qua $I$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2t\end{cases}$. Khi đó tọa độ của $M$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2t\\2x-y+2z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2t\\2(1+2t)-(-2-t)+2(2t)+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\y=-\frac{4}{3}\\z=-\frac{4}{3}\\t=-\frac{2}{3}\end{cases}.$$

$\Rightarrow T=3a+6b+9c=-21$

**Câu 175.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ tâm $I(1;-2;1)$; bán kính $R=4$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng $(P)$ chứa $d$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Biết phương trình mặt phẳng $(P)$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** −16

Gọi $H(2t;1-2t;-1-t)$ là hình chiếu của $I$ lên đường thẳng $d$.

Ta có: $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow 2(2t-1)-2(3-2t)-(-2-t)=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{3}\Rightarrow H\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$.

Vì $IH=\sqrt{10}<4=R\Rightarrow$ $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại 2 điểm phân biệt.

Mặt phẳng $(Q)$ bất kì chứa $d$ luôn cắt $(S)$ theo một đường tròn bán kính $r$.

Khi đó $r^2 = R^2 - d^2\left(I,(Q)\right) \ge R^2 - d^2\left(I,d\right) = 16-10 = 6$.

Do vậy mặt phẳng $(P)$ chứa $d$ cắt mặt cầu theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $d\left(I,(P)\right) = d\left(I,d\right)$ hay mặt phẳng $(P)$ đi qua $H$ nhận $\overrightarrow{IH} = \left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};-\frac{8}{3}\right)$ làm vectơ pháp tuyến, do đó $(P)$ có phương trình $x+5y-8z-13=0$.

$\Rightarrow T = a+b+c = -16$

**Câu 176.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-1;3), B(-2;-8;-4), C(2;-1;1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên $(S)$ sao cho biểu thức $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = x_M + y_M$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

Gọi $J$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{JA}-2\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{JO}+3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{OJ}=3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$

$\Rightarrow J(3;6;9)$.

Mà $3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MJ}+\left(3\overrightarrow{JA}-2\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}\right)$ nên $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = \left|2\overrightarrow{MJ}\right|$

Do đó $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|_{\min} \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MJ}\right|_{\min}$.

Mặt khác: $(S)$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{14}$ và $IJ = 2\sqrt{14} > R \Rightarrow$ điểm $J$ nằm ngoài mặt cầu nên $IJ$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $M_1, M_2$.

Phương trình đường thẳng $(IJ): \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+4t \\ z = 3+6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+4t \\ z = 3+6t \\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{2} \\ t_2 = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Suy ra $M_1(2;4;6), M_2(0;0;0), M_1J = \sqrt{14}; M_2J = 3\sqrt{14}$.

Vậy $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|_{\min} \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MJ}\right|_{\min} \Leftrightarrow M \equiv M_1$.

$P = x_M + y_M = 2+4 = 6$.

**Câu 177.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và hai điểm $A(1\,;\,1\,;3)$, $B(21\,;\,9\,;\,-13)$. Điểm $M(a\,;\,b\,;\,c)$ thuộc mặt cầu $(S)$ sao cho $3MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a.b.c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Gọi điểm $I$ thỏa mãn $3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow I\left(6\,;\,3\,;\,-1\right)$.

Khi đó $3MA^2+MB^2=3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=4MI^2+3IA^2+IB^2+2\overrightarrow{MI}.\left(3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)$

$=4MI^2+3IA^2+IB^2$.

Do $3IA^2+IB^2$ không đổi vì ba điểm $A;B;I$ cố định nên $3MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $MI$ nhỏ nhất. Khi đó $M$ là giao điểm của đường thẳng $IJ$ với mặt cầu $\left(S\right)$, ($J\left(2\,;1\,;3\right)$ là tâm của mặt cầu $\left(S\right)$).

Ta có phương trình đường thẳng $IJ$ là $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3-2t\end{cases}\Rightarrow IJ\cap\left(S\right)=\left[\begin{array}{l}M_1\left(4;\,2\,;1\right)\\M_2\left(0\,;\,0\,;5\right)\end{array}\right.$.

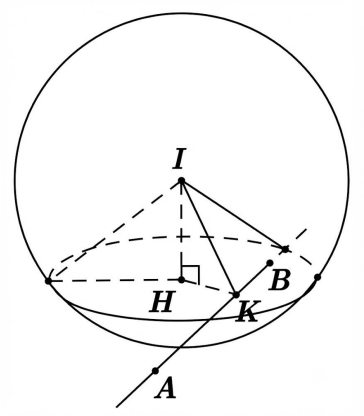
Kiểm tra $IM_1<IM_2\left(3<9\right)$ nên $M_1\left(4;2;1\right)$ là điểm cần tìm. Vậy $T=a.b.c=8$.

**Câu 178.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;-2;6\right),B\left(0;1;0\right)$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=25$. Mặt phẳng $\left(P\right):ax+by+cz-2=0$ đi qua $A,B$ và cắt $\left(S\right)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 3




Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;2;3\right)$, bán kính $R=5$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left(a;b;c\right)$

Theo giả thiết $B\left(0;1;0\right)\in\left(P\right):b-2=0\Leftrightarrow b=2$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(-3;3;-6\right)$ cùng phương với $\vec{u}=\left(1;-1;2\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$

Gọi $r$ là bán kính đường tròn giao tuyến. $K$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên đường thẳng $AB$, $H$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên $(P)$

Ta có: $K\in AB\Rightarrow K(t;1-t;2t)\Rightarrow \overrightarrow{IK}=(t-1;-t-1;2t-3)$

$IK\perp AB\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{IK}=0\Rightarrow t=1\Rightarrow \overrightarrow{IK}=(0;-2;-1)$.

$r=\sqrt{R^2-d^2\left(I,(P)\right)}=\sqrt{25-d^2\left(I,(P)\right)}=\sqrt{25-IH^2}$.

Ta có: $r_{\min}\Leftrightarrow IH_{\max}$.

Mà $IH\le IK\Rightarrow IH_{\max}=IK\Leftrightarrow H\equiv K\Rightarrow (P)\perp IK\Rightarrow \vec{n}_P$ và $\overrightarrow{IK}$ cùng phương.

$$\Rightarrow \vec{n}_P=k.\overrightarrow{IK}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=-2k\\c=-k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\k=-1\\c=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\c=1\end{cases}\Rightarrow T=a+b+c=0+2+1=3.$$

**Câu 179.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4),B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-4=0$ đi qua $A,B$ và cắt $(S)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Ta có: $(S)$ có tâm $I(-1;1;0)$ và bàn kính $R=2$.

Do $A,B\in(P)\Leftrightarrow\begin{cases}a+2b+4c-4=0\\c-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2b-12\\c=4\end{cases}\Rightarrow (P):-2(b+6)x+by+4z-4=0.$

Gọi $r$ là bán kính của đường tròn là giao tuyến của $(P)$ và $(S)\Rightarrow r=\sqrt{R^2-d^2\left(I,(P)\right)}$, để $r$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)$ đạt giá trị lớn nhất. Mà $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|3b+8|}{\sqrt{5b^2+48b+160}}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{3x+8}{\sqrt{5x^2+48x+160}};f'(x)=\dfrac{32x+288}{\left(\sqrt{5x^2+48x+160}\right)^3};f'(x)=0\Leftrightarrow x=-9.$

Bảng xét biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-9$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1,34$ | ↘ | $f(-9)\approx -1,66$ | ↗ | $1,34$ |

suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $-9$ | | $-\frac{8}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left\|f(x)\right\|$ | $1,34$ | ↗ | $f(-9)\approx 1,66$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1,34$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $x=-9\Rightarrow b=-9\Rightarrow a=6\Rightarrow T=1.$

**Câu 180.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A, B$ thay đổi trên mặt cầu $x^2+y^2+(z-1)^2=25$ thỏa mãn $AB=6$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $OA^2-OB^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 12

Mặt cầu $x^2+y^2+(z-1)^2=25$ có tâm $I(0;0;1)$.

Vì $A, B$ cùng thuộc mặt cầu tâm $I$ nên $IA=IB$.

$OA^2-OB^2=\left(\overrightarrow{OA}\right)^2-\left(\overrightarrow{OB}\right)^2=\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=2\overrightarrow{OI}\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}\right)=2\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{BA}=2OI.BA.\cos\varphi$, với $\varphi=\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{BA}\right)$.

Suy ra biểu thức $OA^2-OB^2$ đạt GTLN khi và chỉ khi $\varphi=0$.

Vậy $\max\left(OA^2-OB^2\right)=2.1.6.\cos 0=12$.

**Câu 181.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và hai điểm $A(4;3;1)$, $B(3;1;3)$; $M$ là điểm thay đổi trên $(S)$. Gọi $m,n$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2MA^2-MB^2$. Tính giá trị $T=m-n.$

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 60

Xét điểm $I$ sao cho: $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}.$ Giả sử $I(x;y;z)$, ta có:

$\overrightarrow{IA}(4-x;3-y;1-z),\overrightarrow{IB}(3-x;1-y;3-z).$

Do đó: $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(4-x)=3-x\\2(3-y)=1-y\\2(1-z)=3-z\end{cases}\Leftrightarrow I(5;5;-1).$

Do đó: $P=2MA^2-MB^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=2\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{IA}^2+4\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}-\left(\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}\right)$

$=\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{IA}^2-\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}\right)=MI^2+2IA^2-IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}\right)$

$=MI^2+2IA^2-IB^2.$

Do $I$ cố định nên $IA^2, IB^2$ không đổi. Vậy $P$ lớn nhất (nhỏ nhất) $\Leftrightarrow MI^2$ lớn nhất (nhỏ nhất). $\Leftrightarrow MI$ lớn nhất (nhỏ nhất) $\Leftrightarrow M$ là giao điểm của đường thẳng $IK$ (với $K(1;2;-1)$ là tâm của mặt cầu $(S)$) với mặt cầu $(S)$.

Ta có: $MI$ đi qua $I(5;5;-1)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{KI}(4;3;0)$.

Phương trình của $MI$ là: $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=-1.\end{cases}$

Tọa độ điểm M cần tìm ứng với giá trị t là nghiệm của phương trình:

$$(1+4t-1)^2+(2+3t-2)^2+(-1+1)^2=9\Leftrightarrow 25t^2=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{3}{5}\\t=-\dfrac{3}{5}.\end{array}\right.$$

Với $t=\dfrac{3}{5}\Rightarrow M_1\left(\dfrac{17}{5};\dfrac{19}{5};-1\right)\Rightarrow M_1I=2$ (min).

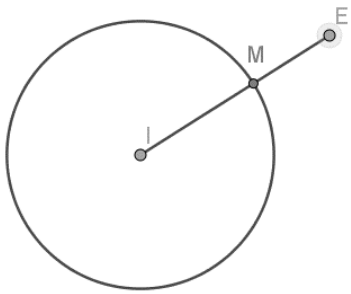
Với $t=-\dfrac{3}{5}\Rightarrow M_1\left(-\dfrac{7}{5};\dfrac{1}{5};-1\right)\Rightarrow M_2I=8$ (max). Vậy $\begin{cases}m=P_{\max}=48\\n=P_{\min}=-12\end{cases}\Rightarrow m-n=60.$

**Câu 182.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=3$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc mặt cầu $(S)$, giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 105




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;3;3)$ bán kính $R=\sqrt{3}$.

Gọi $E$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{EA}+3\overrightarrow{EB}=\vec{0}$. Suy ra $E(-1;1;1)$.

Xét $P=2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right)^2=5ME^2+2EA^2+3EB^2$.

$P$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $ME$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$IE=2\sqrt{3}>R$ suy ra điểm $E$ nằm ngoài mặt cầu nên $ME$ nhỏ nhất bằng

$IE-R=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

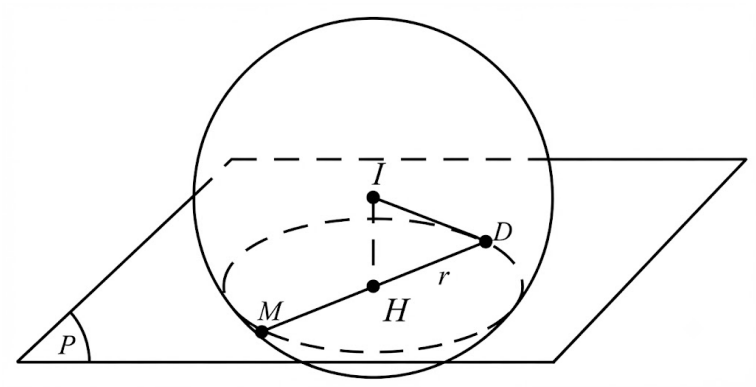
Vậy $P=2MA^2+3MB^2=5ME^2+2EA^2+3EB^2=105$.

**Câu 183.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$, $D\left(2;0;\sqrt{7}\right)$. Gọi $M$ là điểm thuộc mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=39$ thỏa mãn $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$. Biết rằng đoạn thẳng $MD$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $MD^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 28




+ Mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=39$ có tâm là $I(-2;4;0)$, bán kính $R=\sqrt{39}$.

Gọi $M(x,y,z)\in(S)$. Ta có: $x^2+y^2+z^2=19-4x+8y$.

$MA^2=(x-1)^2+y^2+z^2=20-6x+8y$.

$\overrightarrow{MB}=(2-x;1-y;3-z)$; $\overrightarrow{MC}=(-x;2-y;-3-z)$.

$\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=-2x+x^2+2-3y+y^2-9+z^2=19-4x+8y-2x-3y-7=-6x+5y+12$.

Suy ra $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=-18x+18y+44$.

Theo giả thiết $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8\Leftrightarrow -18x+18y+44=8\Leftrightarrow -x+y+2=0$.

Do đó $M\in(P):-x+y+2=0$.

Ta có $d(I;(P))=\dfrac{|8|}{\sqrt{2}}=\sqrt{32}<\sqrt{39}$ nên mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn $(C)$ có bán kính $R_1$ với $R_1=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{39-32}=\sqrt{7}$.

Mặt khác ta có $\begin{cases}D,M\in(P)\\D,M\in(S)\end{cases}\Rightarrow D,M\in(\mathrm{C})$.

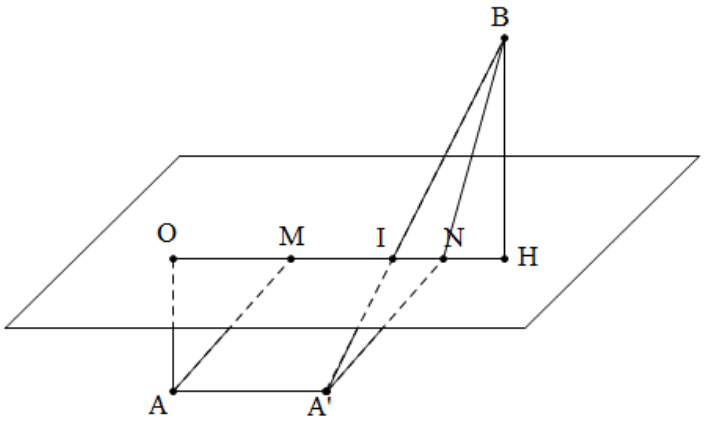
Do đó độ dài $MD$ lớn nhất bằng $MD=2R_1=2\sqrt{7}\Rightarrow MD^2=28$.

**Câu 184.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):\mathrm{x}^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. $M$, $N$ là hai điểm thuộc $(P)$ sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 5




Từ $\begin{cases}(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25 & (1)\\(S_2):\mathrm{x}^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0 & (2)\end{cases}$

Lấy $(1)$ trừ $(2)$, ta được $6z=0$ hay

$(P):z=0$ tức là $(P)\equiv(Oxy)$.

Dễ thấy $A$, $B$ nằm khác phía đối với $(P)$, hình chiếu của $A$ trên $(P)$ là $O$, hình chiếu của $B$ trên $(P)$ là $H(3;4;0)$.

Lấy $A'$ sao cho $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$.

Khi đó $AM+BN=A'N+BN\geq A'B$ và cực trị chỉ xảy ra khi $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{OH}$.

Lấy $\overrightarrow{MN}=\dfrac{\overrightarrow{OH}}{\left|\overrightarrow{OH}\right|}=\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$.

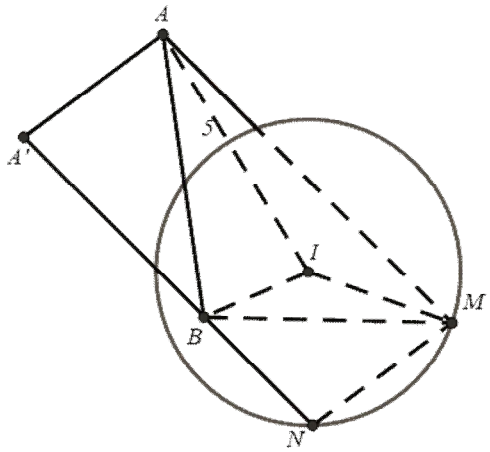
Khi đó vì $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$ nên $A'\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$. Do đó $AM+BN=A'N+BN\geq A'B=5$.

**Câu 185.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và hai điểm $A(4;2;4)$, $B(1;4;2)$. $MN$ là dây cung của mặt cầu thỏa mãn $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{u}=(0;1;1)$ và $MN=4\sqrt{2}$. Tính giá trị lớn nhất của $\left|AM-BN\right|$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 7




Tâm $I(1;2;0)$, bán kính $R=3$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(3;0;4)\Rightarrow IA=5$, $\overrightarrow{IB}=(0;2;2)\Rightarrow IB=2\sqrt{2}$ nên điểm $A(4;2;4)$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$ và điểm $B(1;4;2)$ nằm trong mặt cầu $(S)$.

Do $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{u}=(0;1;1)$ suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(0;k;k\right),k>0$ do $MN=4\sqrt{2}$ suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(0;4;4\right)$.

Gọi $A'=T_{\overrightarrow{MN}}(A)$, suy ra $A'=(4;6;8)$. Khi đó $AMNA'$ là hình bình hành nên $AM=A'N$

Ta có $\left|AM-BN\right|=\left|A'N-BN\right|\leq A'B$, dấu bằng xảy ra khi $A'$, $N$, $B$ thẳng hàng $\Leftrightarrow$ $N$ là giao điểm của mặt cầu với đường thẳng $A'B$. (Điểm $N$ luôn tồn tại).

$\overrightarrow{A'B}=(-3;-2;-6)$ suy ra $A'B=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2+(-6)^2}=7$.

Vậy $\left|AM-BN\right|_{\min}=A'B=7$.

**Câu 186.** Trong không gian $Oxyz$, gọi điểm $M\left(a;b;c\right)$ (với $a$, $b$, $c$ là các phân số tối giản) thuộc mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$ sao cho biểu thức $T=2a+3b+6c$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó giá trị biểu thức $P=2a-b+c$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 6

$x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=16$.

$M(a;b;c)\in(S) \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=16$.

Ta có: $|2(a-1)+3(b-2)+6(c-2)| \le \sqrt{(2^2+3^2+6^2).\left[(a-1)^2+(b-2)^2+(c-2)^2\right]}$.

$\Leftrightarrow |2a+3b+6c-20| \le 28 \Rightarrow 2a+3b+6c-20 \le 28 \Rightarrow 2a+3b+6c \le 48$.

Dấu "=" xảy ra khi: $\begin{cases} 2a+3b+6c=48 \\ \dfrac{a-1}{2}=\dfrac{b-2}{3} \\ \dfrac{a-1}{2}=\dfrac{c-2}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b+6c=48 \\ 3a-2b=-1 \\ 3a-c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{15}{7} \\ b=\dfrac{26}{7} \\ c=\dfrac{38}{7} \end{cases}$

Vậy $P=2a-b+c=2.\dfrac{15}{7}-\dfrac{26}{7}+\dfrac{38}{7}=6$.

**Câu 187.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm $M$ trong không gian thỏa mãn $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{2}{3}$. Khi độ dài $OM$ lớn nhất, tính $OM^2$.

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 432

Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{2}{3} \Leftrightarrow 3MA=2MB \Leftrightarrow 9MA^2=4MB^2$

$\Leftrightarrow 9\left[(x+2)^2+(y-2)^2+(z+2)^2\right]=4\left[(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+12x-12y+12z=0$

$\Leftrightarrow (x+6)^2+(y-6)^2+(z+6)^2=108$.

Như vậy, điểm $M$ thuộc mặt cầu $(S)$ tâm $I(-6;6;-6)$ và bán kính $R=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$.

Do đó $OM$ lớn nhất bằng $OI+R=\sqrt{(-6)^2+6^2+(-6)^2}+6\sqrt{3}=12\sqrt{3} \Rightarrow OM^2=432$.

**Câu 188.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+\dfrac{9}{2}=0$ và hai điểm $A(0;2;0)$, $B(2;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc $(S)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

$(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+\dfrac{9}{2}=0 \Leftrightarrow (S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\dfrac{3}{2}$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Vì $IA=\sqrt{2}>R$ và $IB=\sqrt{82}>R$ nên hai điểm $A$, $B$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

Gọi $K$ là trung điểm đoạn thẳng $AB$ thì $K(1;-2;-1)$ và $K$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KA}\right).\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KB}\right)$

$=MK^2+\overrightarrow{MK}.\left(\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}\right)+\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB}=MK^2-KA^2$.

Suy ra $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi $MK^2$ nhỏ nhất, tức là $MK$ nhỏ nhất.

Đánh giá: $IM+MK\geq IK\Rightarrow R+MK\geq IK\Rightarrow MK\geq IK-R$.

Suy ra $MK$ nhỏ nhất bằng $IK-R$, xảy ra khi $I$, $M$, $K$ thẳng hàng và $M$ nằm giữa hai điểm $I$, $K$.

Như vậy $M$ là giao điểm của đoạn thẳng $IK$ và mặt cầu $(S)$.

Có $\overrightarrow{IK}=(2;-4;-2)$, $IK=\sqrt{2^2+(-4)^2+(-2)^2}=2\sqrt{6}=4R=4IM$.

Suy ra $\overrightarrow{IK}=4\overrightarrow{IM}\Leftrightarrow\begin{cases}2=4(a+1)\\-4=4(b-2)\\-2=4(c-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=1\\c=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

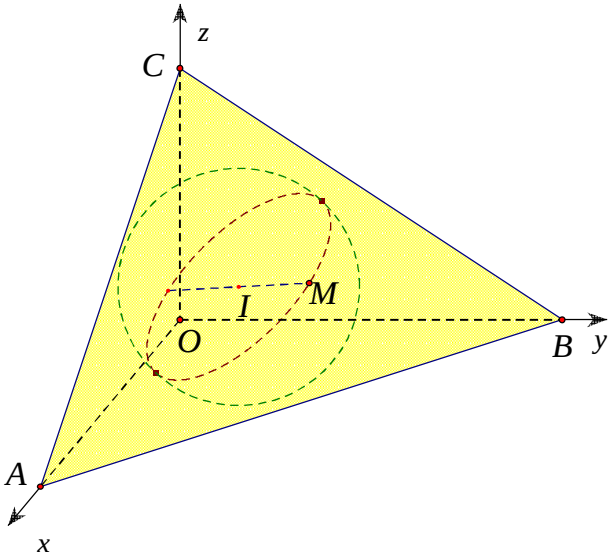
Vậy $a+b+c=1$.

**Câu 189.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$: $x^2+y^2+z^2=1$. Điểm $M\in(S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ tại $M$ cắt các tia $Ox$; $Oy$; $Oz$ tại các điểm $A$, $B$, $C$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2)$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 64



$(S)$ có tâm $(O)$ và bán kính $R=1$.

Theo đề bài ta có $A(a,0,0);B(0,b,0);C(0,0,c);\ (a,b,c>0)$ khi đó phương trình mặt phẳng $(P)$ là:

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

$(P)$ tiếp xúc với $(S)$ tại $M\in(S)\Leftrightarrow d\left(O;(P)\right)=1\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=1$

$\Leftrightarrow abc=\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}\ge\sqrt{3\sqrt[3]{a^4b^4c^4}}\Rightarrow abc\ge 3\sqrt{3}\quad(1)$ vì $(a,b,c>0)$.

Khi đó: $T=\left(1+OA^2\right)\left(1+OB^2\right)\left(1+OC^2\right)=\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)\left(1+c^2\right)$

$\Rightarrow T=1+a^2+b^2+c^2+a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2c^2=1+a^2+b^2+c^2+2a^2b^2c^2$

Mặt khác $1+a^2+b^2+c^2+2a^2b^2c^2\ge 1+3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}+2a^2b^2c^2\ge 64\quad(2)\Rightarrow T\ge 64$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 64 khi $(1)$ và $(2)$ xảy ra dấu bằng $\Leftrightarrow a=b=c=\sqrt{3}$.

**Câu 190.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2t;2t;0)$, $B(0;0;t)$ (với $t>0$). Điểm $P$ di động thỏa mãn $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{BP}=3$. Biết rằng có giá trị $t=\frac{a}{b}$ với $a$, $b$ nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản sao cho $OP$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3. Khi đó giá trị của $Q=2a+b$ bằng bao nhiêu?

**Trả lời**: ……..

**Lời giải**

**Đáp án:** 11

Gọi $P(x;y;z)$ , ta có: $\overrightarrow{OP}=(x;y;z),\overrightarrow{AP}=(x-2t;y-2t;z),\overrightarrow{BP}=(x;y;z-t)$

Vì $P(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{BP}=3$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-4tx-4ty-2tz-3=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{4}{3}tx-\frac{4}{3}ty-\frac{2}{3}tz-1=0$

Nên $P$ thuộc mặt cầu tâm $I\left(\frac{2t}{3};\frac{2t}{3};\frac{t}{3}\right)$, $R=\sqrt{t^2+1}$.

Ta có $OI=t<R$ nên O thuộc phần không gian phía trong mặt cầu.

Để $OP_{\max}$ thì $P$, $I$, $O$ thẳng hàng và $OP=OI+R$.

Suy ra $OP_{\max}=OI+R\Leftrightarrow 3=t+\sqrt{t^2+1}$. Từ đó tìm được $t=\frac{4}{3}$ Suy ra $a=4,b=3$

Vậy, $Q=2a+b=11$.