

Họ và tên học sinh:.....
Số báo danh:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x) = \ln x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $f(x) = 2026 - \frac{1}{x}$. B. $f(x) = -\frac{1}{x}$. C. $f(x) = \frac{1}{x}$. D. $f(x) = \frac{1}{x} + 2026$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\cot(3x - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $x = 25^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = 35^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 30^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

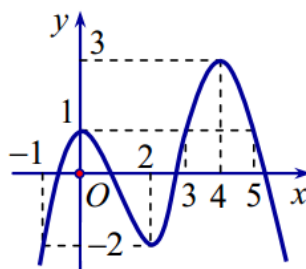
Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$. Biết $\int_a^b f(x)dx = 2026$, giá trị của $\int_b^a 2f(x)dx$ là

- A. -4052 . B. 4052 . C. 1013 . D. -1013 .

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

- A. $x = 68$. B. $x = 65$. C. $x = 66$. D. $x = 63$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{4-y}{5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 5; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (3; 4; -1)$. D. $\vec{u}_3 = (2; -5; 3)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- A. $u_2 = -18$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -6$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

- A. SB . B. AB . C. AC . D. SA .

Câu 9: Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

- A. $\frac{47}{50}$. B. $\frac{52}{50}$. C. $\frac{36}{50}$. D. $\frac{57}{50}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4xy + 2y + 2z + 8 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (10; 6; -4)$. B. $\vec{u} = (16; 3; 5)$. C. $\vec{u} = (16; 15; -7)$. D. $\vec{u} = (10; -3; -6)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật. Sau đó cứ mỗi tháng, các em sẽ được kiểm tra lại để xem còn nhớ bao nhiêu phần trăm số loài động vật có trong danh sách. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình M của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), 0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %).

- a) Khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng là 36% (kết quả đã làm tròn đến hàng đơn vị).
b) Hàm số $y = M(t)$ nghịch biến trên đoạn $[0; 12]$.
c) Công thức tìm t khi biết M là $t = e^{75-M} - 1$.
d) Sau ít nhất 10 tháng thì khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó còn dưới 25%.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; -1)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; 1; 2)$, $D(1; 1; 1)$.

- a) Gọi DH là đường cao của tứ diện. Một vector chỉ phương của DH là $\vec{u} = (4; 5; 3)$.
b) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng AD và mặt phẳng (ABC) là $\frac{\sqrt{10}}{50}$.
c) Phương trình của mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 50$.
d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Nếu (P) có phương trình dạng $ax + by + cz - 2 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm G và cách điểm D một khoảng lớn nhất thì $a + 2b + 3c = 9$.

Câu 3: Độ tuổi của người đi xem một bộ phim mới tại một rạp chiếu phim được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

- a) Giá trị đại diện của nhóm [50; 60) là 60 .
- b) Độ tuổi được dự báo ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm [50; 60) .
- c) Nhóm chứa một là nhóm [30; 40) .
- d) Độ tuổi được dự báo xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Câu 4: Một bồn chứa hình trụ có diện tích đáy $S = 100 \text{ m}^2$ đang chứa 1000 m^3 hóa chất lỏng. Do sự cố, hóa chất bị rò rỉ ra ngoài qua một lỗ hổng ở đáy. Đồng thời, do nhiệt độ cao, hóa chất cũng bị bốc hơi khỏi bề mặt. Tốc độ rò rỉ tại thời điểm t (giờ) kể từ lúc bắt đầu sự cố tỉ lệ thuận với căn bậc hai của chiều cao cột chất lỏng $h(t)$ còn lại trong bồn: $v_r(t) = 10\sqrt{h(t)}$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$). Tốc độ bốc hơi tỉ lệ thuận với diện tích bề mặt tiếp xúc (là đáy trên của hình trụ) và thay đổi theo thời gian: $v_b(t) = \frac{200}{t+1}$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$). Gọi $V(t)$ là thể tích hóa chất còn lại trong bồn tại thời điểm t (giờ). Biết $V(0) = 1000 \text{ m}^3$.

- a) Tại thời điểm bắt đầu sự cố ($t = 0$), tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hóa chất trong bồn là $231,6 \text{ (m}^3 / \text{giờ)}$ (kết quả đã làm tròn đến hàng phần mười).
- b) Mối liên hệ giữa chiều cao $h(t)$ và thời gian t được xác định bởi hệ thức $h' = -0,1\sqrt{h} - \frac{2}{t+1}$.
- c) Trong khoảng thời gian gặp sự cố thì tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hoá chất trong bồn luôn tăng.
- d) Nếu bỏ qua sự bốc hơi ($v_b = 0$) thì bồn sẽ cạn sạch hóa chất ($h = 0$) sau đúng 20 giờ.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một công ty xây dựng cần xếp các ống thép hình trụ thành một chồng trong kho. Hàng dưới cùng có 50 ống, hàng thứ hai có 49 ống, hàng thứ ba có 48 ống,... Cứ như thế, mỗi hàng phía trên ít hơn hàng ngay phía dưới là 1 ống và hàng trên cùng có 21 ống. Biết giá tiền nhập kho của mỗi ống thép là 250.000 đồng. Tính tổng số tiền công ty đó đã chi để nhập toàn bộ số ống thép trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

Câu 2: Trước thềm trận bóng đá giữa đội tuyển A và đội tuyển B, một đài truyền hình thực hiện phỏng vấn ngẫu nhiên một lượng người hâm mộ, với 20% số người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu của một trong hai đội. Kết quả khảo sát cho thấy 60% số người được phỏng vấn trả lời sẽ xem, số người còn lại trả lời sẽ không xem. Tuy nhiên, số liệu thực tế sau trận đấu cho thấy có sự sai lệch giữa câu trả lời và hành động thực: trong số những người trả lời "có xem", tỉ lệ người thực sự xem là 90%; trong số những người trả lời "không xem", tỉ lệ người thực sự không xem là 85%. Biết rằng trong số những người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu, tỉ lệ người thực sự xem trận đấu là 85%, gọi tỉ lệ người thực sự xem trận đấu trong số những người không mặc áo thi đấu là $a\%$. Tìm a (kết quả a làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3: Một doanh nghiệp sản xuất linh kiện công nghệ cao đang giữ vị thế độc quyền trên thị trường và luôn bán hết số sản phẩm sản xuất ra. Với x là số lượng sản phẩm sản xuất ra ($0 < x < 3520$) thì giá bán của một sản phẩm được cho bởi công thức $P(x) = 1760 - 0,5x$ (tính bằng USD) và tổng chi phí sản xuất x sản phẩm

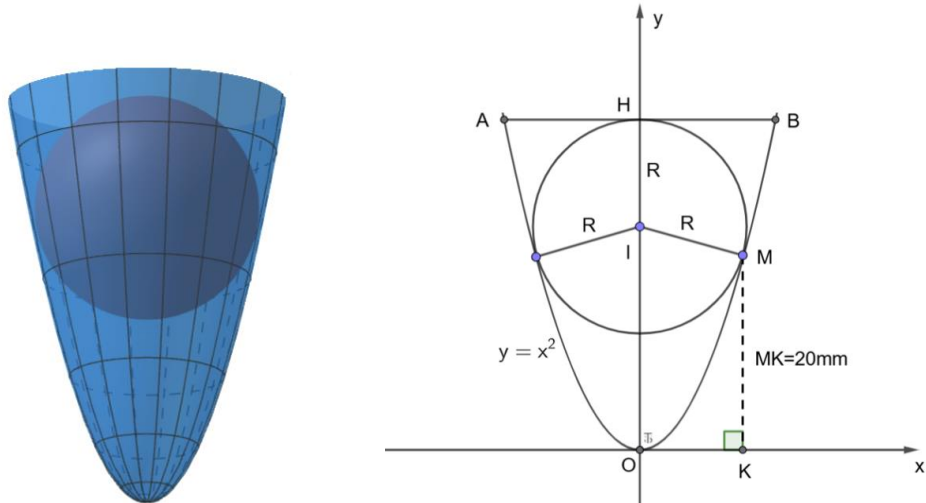
được cho bởi công thức $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2 + 200x + 1000$ (tính bằng USD). Chính phủ dự định áp dụng

chính sách thuế bằng cách thu của doanh nghiệp một khoản thuế là t (USD) trên mỗi sản phẩm bán ra. Khi đó, doanh nghiệp sẽ điều chỉnh sản lượng x để đạt lợi nhuận tối đa ứng với mức thuế t . Xác định mức thuế t (USD) mà Chính phủ nên áp đặt để tổng số tiền thuế thu được từ doanh nghiệp này là lớn nhất.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hai thanh dầm của một mái nhà được biểu diễn bởi hai đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t_1, (t_1 \in \mathbb{R}) \\ z=1+t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=0 \\ y=-2+4t_2, (t_2 \in \mathbb{R}) \\ z=1-2t_2 \end{cases}$. Một máng nước nằm ở mép của mái nhà và vuông góc với hai thanh dầm này được biểu diễn bởi đường thẳng có vectơ chỉ phương có tọa độ là $(a;b;6)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 7a + 5b$.



Câu 5: Một công ty sản xuất kẹo thạch muốn thiết kế một loại vỏ nhựa có dạng hình tròn xoay. Hình này được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = h$ (với $h > 0$) quanh trục tung Oy . Đơn vị đo trên các trục tọa độ là mm. Bên trong vỏ nhựa có đặt một viên kẹo thạch hình cầu bán kính R . Biết viên kẹo tiếp xúc với mặt xung quanh của vỏ nhựa đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của vỏ (xem hình vẽ). Gọi M là điểm tiếp xúc giữa viên kẹo và mặt bên của vỏ nhựa, M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khoảng cách từ điểm M đến trục hoành bằng 20 mm. Phần không gian còn lại trong vỏ nhựa được đổ đầy nước trái cây. Tính thể tích V của phần nước trái cây này (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mm^3 , không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn ở bước cuối cùng, bỏ qua độ dày của vỏ).



Câu 6: Trong y học, máy tán sỏi ngoài cơ thể (Lithotripter) hoạt động dựa trên tính chất quang học của đường elip. Thiết bị này có một mặt phản xạ có mặt cắt là một nửa đường elip. Khi hoạt động, nguồn phát sóng xung kích được đặt tại tiêu điểm F_1 của elip, và viên sỏi thận của bệnh nhân được bác sĩ định vị chính xác tại tiêu điểm F_2 còn lại. Theo tính chất của elip, mọi tia sóng phát ra từ F_1 sau khi chạm vào mặt phản xạ đều hội tụ chính xác tại F_2 , tạo ra năng lượng đủ lớn để phá vỡ viên sỏi mà không cần phẫu thuật. Một thiết bị tán sỏi thận có mặt cắt là một nửa đường elip với độ dài trục lớn là 20 cm và khoảng cách từ tiêu điểm đến tâm của elip là 8 cm. Xét một tia sóng phát ra từ nguồn F_1 , đi theo phương vuông góc với trục lớn tại chính vị trí tiêu điểm F_1 , chạm vào mặt phản xạ tại điểm M rồi truyền đến viên sỏi tại tiêu điểm F_2 . Tính độ dài quãng đường MF_2 (đơn vị: cm) từ điểm phản xạ đến viên sỏi.

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh:.....
Số báo danh:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cot(3x - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $x = 25^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = 35^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 30^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

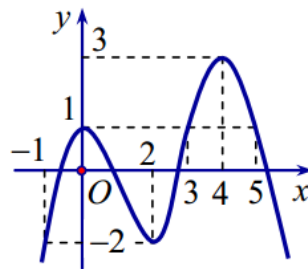
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

- A. SB . B. AB . C. SA . D. AC .

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{4-y}{5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 5; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (3; 4; -1)$. D. $\vec{u}_3 = (2; -5; 3)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 5. B. 4. C. 6. D. 1.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{j}$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (16; 15; -7)$. B. $\vec{u} = (10; -3; -6)$. C. $\vec{u} = (16; 3; 5)$. D. $\vec{u} = (10; 6; -4)$.

Câu 6: Hàm số $F(x) = \ln x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $f(x) = -\frac{1}{x}$. B. $f(x) = \frac{1}{x}$. C. $f(x) = 2026 - \frac{1}{x}$. D. $f(x) = \frac{1}{x} + 2026$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

- A. $x = 63$. B. $x = 66$. C. $x = 65$. D. $x = 68$.

Câu 8: Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

- A. $\frac{47}{50}$. B. $\frac{52}{50}$. C. $\frac{36}{50}$. D. $\frac{57}{50}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- A. $u_2 = 1$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = -18$. D. $u_2 = -6$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$. Biết $\int_a^b f(x)dx = 2026$, giá trị của $\int_b^a 2f(x)dx$ là

- A. 4052. B. -4052. C. 1013. D. -1013.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4xy + 2y + 2z + 8 = 0$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Độ tuổi của người đi xem một bộ phim mới tại một rạp chiếu phim được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ tuổi	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$
Số người	6	12	16	7	2

- a) Giá trị đại diện của nhóm $[50; 60)$ là 60.
b) Độ tuổi được dự báo ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50; 60)$.
c) Nhóm chứa một là nhóm $[30; 40)$.
d) Độ tuổi được dự báo xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Câu 2: Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật. Sau đó cứ mỗi tháng, các em sẽ được kiểm tra lại để xem còn nhớ bao nhiêu phần trăm số loài động vật có trong danh sách. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình M của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1)$, $0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %).

- a) Khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng là 36% (kết quả đã làm tròn đến hàng đơn vị).
b) Hàm số $y = M(t)$ nghịch biến trên đoạn $[0; 12]$.
c) Công thức tìm t khi biết M là $t = e^{75-M} - 1$.
d) Sau ít nhất 10 tháng thì khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó còn dưới 25%.

Câu 3: Một bồn chứa hình trụ có diện tích đáy $S = 100 \text{ m}^2$ đang chứa 1000 m^3 hóa chất lỏng. Do sự cố, hóa chất bị rò rỉ ra ngoài qua một lỗ hồng ở đáy. Đồng thời, do nhiệt độ cao, hóa chất cũng bị bốc hơi khỏi bề mặt. Tốc độ rò rỉ tại thời điểm t (giờ) kể từ lúc bắt đầu sự cố tỉ lệ thuận với căn bậc hai của chiều cao cột chất lỏng $h(t)$ còn lại trong bồn: $v_r(t) = 10\sqrt{h(t)}$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$). Tốc độ bốc hơi tỉ lệ thuận với diện tích bề mặt tiếp xúc (là đáy trên của hình trụ) và thay đổi theo thời gian: $v_b(t) = \frac{200}{t+1}$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$). Gọi $V(t)$ là thể tích hóa chất còn lại trong bồn tại thời điểm t (giờ). Biết $V(0) = 1000 \text{ m}^3$.

- Tại thời điểm bắt đầu sự cố ($t = 0$), tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hóa chất trong bồn là $231,6$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$) (kết quả đã làm tròn đến hàng phần mười).
- Mối liên hệ giữa chiều cao $h(t)$ và thời gian t được xác định bởi hệ thức $h' = -0,1\sqrt{h} - \frac{2}{t+1}$.
- Trong khoảng thời gian gặp sự cố thì tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hóa chất trong bồn luôn tăng.
- Nếu bỏ qua sự bốc hơi ($v_b = 0$) thì bồn sẽ cạn sạch hóa chất ($h = 0$) sau đúng 20 giờ.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(0;1;2)$, $D(1;1;1)$.

- Gọi DH là đường cao của tứ diện. Một vector chỉ phương của DH là $\vec{u} = (4;5;3)$.
- Cosin của góc tạo bởi đường thẳng AD và mặt phẳng (ABC) là $\frac{\sqrt{10}}{50}$.
- Phương trình của mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 50$.
- Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Nếu (P) có phương trình dạng $ax + by + cz - 2 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm G và cách điểm D một khoảng lớn nhất thì $a + 2b + 3c = 9$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trước thềm trận bóng đá giữa đội tuyển A và đội tuyển B, một đài truyền hình thực hiện phỏng vấn ngẫu nhiên một lượng người hâm mộ, với 20% số người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu của một trong hai đội. Kết quả khảo sát cho thấy 60% số người được phỏng vấn trả lời sẽ xem, số người còn lại trả lời sẽ không xem. Tuy nhiên, số liệu thực tế sau trận đấu cho thấy có sự sai lệch giữa câu trả lời và hành động thực: trong số những người trả lời "có xem", tỉ lệ người thực sự xem là 90%; trong số những người trả lời "không xem", tỉ lệ người thực sự không xem là 85%. Biết rằng trong số những người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu, tỉ lệ người thực sự xem trận đấu là 85%, gọi tỉ lệ người thực sự xem trận đấu trong số những người không mặc áo thi đấu là $a\%$. Tìm a (kết quả a làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2: Một công ty xây dựng cần xếp các ống thép hình trụ thành một chồng trong kho. Hàng dưới cùng có 50 ống, hàng thứ hai có 49 ống, hàng thứ ba có 48 ống,... Cứ như thế, mỗi hàng phía trên ít hơn hàng ngay phía dưới là 1 ống và hàng trên cùng có 21 ống. Biết giá tiền nhập kho của mỗi ống thép là 250.000 đồng. Tính tổng số tiền công ty đó đã chi để nhập toàn bộ số ống thép trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hai thanh dầm của một mái nhà được biểu diễn bởi hai đường thẳng lần lượt có phương trình d_1 :

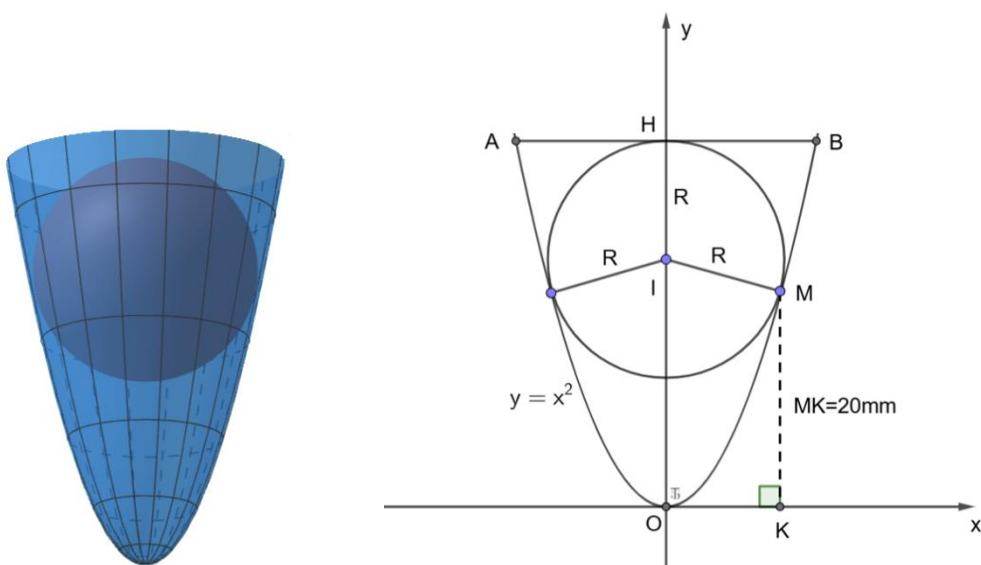
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t_1, (t_1 \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t_1 \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t_2, (t_2 \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 2t_2 \end{cases}.$$

Một máng nước nằm ở mép của mái nhà và vuông góc với hai thanh dầm này được biểu diễn bởi đường thẳng có vectơ chỉ phương có tọa độ là $(a;b;6)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 7a + 5b$.



Câu 4: Trong y học, máy tán sỏi ngoài cơ thể (Lithotripter) hoạt động dựa trên tính chất quang học của đường elip. Thiết bị này có một mặt phản xạ có mặt cắt là một nửa đường elip. Khi hoạt động, nguồn phát sóng xung kích được đặt tại tiêu điểm F_1 của elip, và viên sỏi thận của bệnh nhân được bác sĩ định vị chính xác tại tiêu điểm F_2 còn lại. Theo tính chất của elip, mọi tia sóng phát ra từ F_1 sau khi chạm vào mặt phản xạ đều hội tụ chính xác tại F_2 , tạo ra năng lượng đủ lớn để phá vỡ viên sỏi mà không cần phẫu thuật. Một thiết bị tán sỏi thận có mặt cắt là một nửa đường elip với độ dài trục lớn là 20 cm và khoảng cách từ tiêu điểm đến tâm của elip là 8 cm. Xét một tia sóng phát ra từ nguồn F_1 , đi theo phương vuông góc với trục lớn tại chính vị trí tiêu điểm F_1 , chạm vào mặt phản xạ tại điểm M rồi truyền đến viên sỏi tại tiêu điểm F_2 . Tính độ dài quãng đường MF_2 (đơn vị: cm) từ điểm phản xạ đến viên sỏi.

Câu 5: Một công ty sản xuất kẹo thạch muốn thiết kế một loại vỏ nhựa có dạng hình tròn xoay. Hình này được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = h$ (với $h > 0$) quanh trục tung Oy . Đơn vị đo trên các trục tọa độ là mm. Bên trong vỏ nhựa có đặt một viên kẹo thạch hình cầu bán kính R . Biết viên kẹo tiếp xúc với mặt xung quanh của vỏ nhựa đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của vỏ (xem hình vẽ). Gọi M là điểm tiếp xúc giữa viên kẹo và mặt bên của vỏ nhựa, M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khoảng cách từ điểm M đến trục hoành bằng 20 mm. Phần không gian còn lại trong vỏ nhựa được đổ đầy nước trái cây. Tính thể tích V của phần nước trái cây này (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mm^3 , không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn ở bước cuối cùng, bỏ qua độ dày của vỏ).



Câu 6: Một doanh nghiệp sản xuất linh kiện công nghệ cao đang giữ vị thế độc quyền trên thị trường và luôn bán hết số sản phẩm sản xuất ra. Với x là số lượng sản phẩm sản xuất ra ($0 < x < 3520$) thì giá bán của một sản phẩm được cho bởi công thức $P(x) = 1760 - 0,5x$ (tính bằng USD) và tổng chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi công thức $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2 + 200x + 1000$ (tính bằng USD). Chính phủ dự định áp dụng chính sách thuế bằng cách thu của doanh nghiệp một khoản thuế là t (USD) trên mỗi sản phẩm bán ra. Khi đó, doanh nghiệp sẽ điều chỉnh sản lượng x để đạt lợi nhuận tối đa ứng với mức thuế t . Xác định mức thuế t (USD) mà Chính phủ nên áp đặt để tổng số tiền thuế thu được từ doanh nghiệp này là lớn nhất.

-----HẾT-----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH**

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

**ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT, ĐÁNH GIÁ
CHẤT LƯỢNG GIÁO DỤC LỚP 12 THPT
LẦN THỨ BA - NĂM HỌC 2025-2026
MÔN THI: TOÁN - THPT, GDTX
(Thời gian làm bài: 90 phút)**

Phần I. Trắc nghiệm khách quan (3 điểm) Mỗi câu đúng thí sinh được 0,25đ.

Mã	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
0101	C	B	A	B	D	D	D	C	A	C	B	A
0103	B	D	D	A	C	B	C	A	D	B	A	C
0105	A	C	A	C	B	C	A	D	B	D	D	B
0107	C	A	D	C	D	B	A	B	D	C	A	B

Phần II. Đúng sai (4 điểm) Mỗi câu 1,0 điểm, trong mỗi câu đúng 1 ý được 0,1đ, đúng 2 ý được 0,25đ, đúng 3 ý được 0,5đ, đúng trọn vẹn 4 ý được 1,0đ.

Mã	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
0101	Đ Đ S S	Đ S S Đ	S Đ Đ S	Đ Đ S S
0103	S Đ Đ S	Đ Đ S S	Đ Đ S S	Đ S S Đ
0105	S Đ Đ S	Đ Đ S S	Đ Đ S S	Đ S S Đ
0107	Đ S S Đ	Đ Đ S S	S Đ Đ S	Đ Đ S S

Phần III. Trả lời ngắn (3 điểm) mỗi câu đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Mã	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0101	266	54	1230	50	600	16,4
0103	54	266	50	16,4	600	1230
0105	1230	50	600	16,4	266	54
0107	1230	266	16,4	600	50	54

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x) = \ln x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $f(x) = 2026 - \frac{1}{x}$. B. $f(x) = -\frac{1}{x}$. C. $f(x) = \frac{1}{x}$. D. $f(x) = \frac{1}{x} + 2026$.

Lời giải

$$F(x) = \ln x \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{x} \text{ nên Chọn C}$$

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\cot(3x - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $x = 25^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = 35^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 30^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\cot(3x - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot(3x - 45^\circ) = \cot 60^\circ \Leftrightarrow 3x - 45^\circ = 60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 35^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Biết $\int_a^b f(x) dx = 2026$, giá trị của $2 \int_b^a f(x) dx$ là

- A. -4052. B. 4052. C. 1013. D. -1013.

Lời giải

$$2 \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx = (-2) \cdot 2026 = -4052.$$

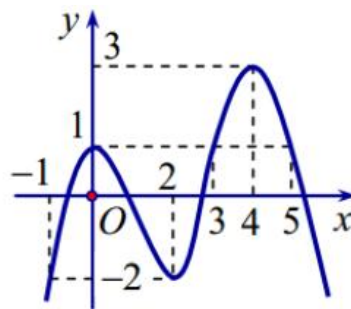
Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

- A. $x = 68$. B. $x = 65$. C. $x = 66$. D. $x = 63$.

Lời giải

$$\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65.$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1. B. 4. C. 6. D. 5.

Lời giải

Từ BBT của hàm số ta thấy trên đoạn $[-1; 5]$ thì $M = 3; m = -2 \Rightarrow M - m = 5$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{4-y}{5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 5; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (3; 4; -1)$. D. $\vec{u}_3 = (2; -5; 3)$.

Lời giải

Ta có phương trình đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{4-y}{5} = \frac{z+1}{3} \Leftrightarrow d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3} \Rightarrow d$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_3 = (2; -5; 3)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- A. $u_2 = -18$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -6$.

Lời giải

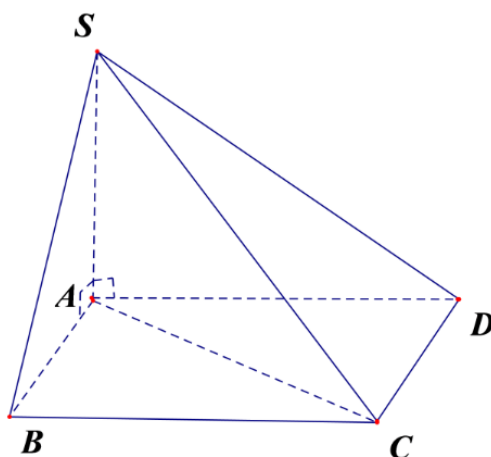
Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Với $n = 2$, ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = (-2) \cdot 3 = -6$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

- A. SB . B. AB . C. AC . D. SA .

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD)$ tại A , nên hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm A .

Điểm C thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ nên hình chiếu của C lên $(ABCD)$ chính là chính nó (điểm C).

Vậy hình chiếu của đường thẳng SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng nối hai điểm chiếu A và C , tức là đường thẳng AC .

Câu 9: Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

- A. $\frac{47}{50}$. B. $\frac{52}{50}$. C. $\frac{36}{50}$. D. $\frac{57}{50}$.

Lời giải

Gọi A là tập hợp những người thạo tiếng Anh, B là tập hợp những người thạo tiếng Pháp.

Số người thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng là số phần tử của tập hợp $A \cup B$.

Áp dụng công thức: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$n(A \cup B) = 31 + 21 - 5 = 47 \text{ (người)}.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P = \frac{47}{50}.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4xy + 2y + 2z + 8 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu dạng tổng quát là $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Loại A vì có $-z^2$.

Loại B vì hệ số của y^2 là 2 (phải là 1 như x^2, z^2).

Loại D vì có chứa số hạng $-4xy$.

Xét C: $a = 2, b = -1, c = -1, d = -2$. Ta có

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = 2^2 + (-1)^2 + (-1)^2 - (-2) = 4 + 1 + 1 + 2 = 8 > 0.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (10; 6; -4)$.

B. $\vec{u} = (16; 3; 5)$.

C. $\vec{u} = (16; 15; -7)$.

D. $\vec{u} = (10; -3; -6)$.

Lời giải

$$\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j} \Rightarrow \vec{b} = (2; -1; 3)$$

$$\text{Tính } 2\vec{a} = 2(5; 3; -2) = (10; 6; -4).$$

$$\text{Tính } 3\vec{b} = 3(2; -1; 3) = (6; -3; 9).$$

$$\text{Vậy } \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = (10 + 6; 6 - 3; -4 + 9) = (16; 3; 5).$$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2.**B. 5.****C. 4.****D. 3.****Lời giải**

Điểm cực đại là điểm mà tại đó đạo hàm y' đổi dấu từ dương (+) sang âm (-).

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

The diagram illustrates the sign changes of the derivative y' at the critical points $x = -3, -2, 3, 5$. The arrows indicate the direction of the sign change:

- From $x = -\infty$ to $x = -3$: y' changes from $-$ to 0 (labeled CT).
- From $x = -3$ to $x = -2$: y' changes from 0 to $+$ (labeled CĐ).
- From $x = -2$ to $x = 3$: y' changes from $+$ to 0 (labeled CT).
- From $x = 3$ to $x = 5$: y' changes from 0 to $-$ (labeled CĐ).
- From $x = 5$ to $x = +\infty$: y' changes from $-$ to 0 (labeled CT).

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực đại.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một nghiên cứu một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật. Sau đó cứ mỗi tháng, các em sẽ được kiểm tra lại để xem còn nhớ bao nhiêu phần trăm số loài động vật có trong danh sách. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình M của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), 0 \leq t \leq 12$ đơn vị %

a) Khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng là 36% (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

b) Hàm số $y = M(t)$ nghịch biến trên đoạn $[0;12]$

c) Công thức tìm t khi biết M là $t = e^{75-M} - 1$

d) Sau ít nhất 10 tháng thì khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó còn dưới 25%

Lời giải

a) Thay $t = 6$, $M(t) = 75 - 20\ln(t+1) = 75 - 20\ln(6+1) = 36,08\% \approx 36\%$ nên **a ĐÚNG**

b) $M'(t) = \frac{-20}{t+1}$, vì $0 \leq t \leq 12 \Rightarrow t+1 > 0 \Rightarrow M'(t) < 0$

suy ra hàm số nghịch biến trên $[0;12]$ nên **b ĐÚNG**

c) $M = 75 - 20\ln(t+1) \Rightarrow \ln(t+1) = \frac{75-M}{20} \Rightarrow t+1 = e^{\frac{75-M}{20}} \Rightarrow t = e^{\frac{75-M}{20}} - 1$

suy ra **c ĐÚNG**

d) $75 - 20\ln(t+1) < 25 \Rightarrow \ln(t+1) > 2,5 \Rightarrow t > e^{2,5} - 1 \approx 11,182$

suy ra **d SAI**

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;-1), B(2;0;1), C(0;1;2), D(1;1;1)$.

a) Gọi DH là đường cao của tứ diện. Một vectơ chỉ phương của DH là $\vec{u} = (4; 5; 3)$

b) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng AD và mặt phẳng (ABC) là $\frac{\sqrt{10}}{50}$

c) Phương trình của mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 50$$

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Nếu (P) có phương trình dạng

$ax + by + cz - 2 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm G và cách điểm D một khoảng lớn nhất thì $a + 2b + 3c = 9$

Lời giải

a) Vì $DH \perp (ABC)$ nên đường thẳng DH nhận VTPT của (ABC) làm VTCP

$$\Rightarrow \vec{u} = \vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-4; -5; -3)$$

Suy ra Một vectơ chỉ phương của DH là $\vec{u} = (4; 5; 3)$ nên **a ĐÚNG**

b) Gọi α là góc giữa $AD, (ABC)$

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{|\vec{AD} \cdot \vec{n}_{ABC}|}{|\vec{AD}| \cdot |\vec{n}_{ABC}|} = \frac{|0.4 + (-1).5 + 2.3|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{50}} = \frac{\sqrt{10}}{50} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \neq \frac{\sqrt{10}}{50}$$

nên **b SAI**

$$\text{c) Bán kính mặt cầu } R = d(D, (ABC)) = \frac{|4.1 + 5.1 + 3.1 - 11|}{\sqrt{4^2 + 5^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{50}}$$

$$\text{Phương trình mặt cầu } (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{50}$$

nên **c SAI**

$$\text{d) } G\left(1; 1; \frac{2}{3}\right), \text{ VTPT của } (P): \vec{DG} = \left(0; 0; \frac{-1}{3}\right) \text{ chọn } \vec{n}_P = (0; 0; 1)$$

$$\text{Phương trình: } 3z - 2 = 0 \Rightarrow a = 0, b = 0, c = 3 \Rightarrow a + 2b + 3c = 3.3 = 9$$

Vậy **d ĐÚNG**

Câu 3: Độ tuổi của người đi xem một bộ phim mới tại một rạp chiếu phim được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

a) Giá trị đại diện của nhóm [50; 60) là 60.

b) Độ tuổi được dự báo ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm [50; 60).

c) Nhóm chứa một là nhóm [30; 40).

d) Độ tuổi được dự báo xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Lời giải

a) Sai

Bảng số liệu:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

Giá trị đại diện của nhóm [50; 60) là trung điểm của nhóm: $\frac{50+60}{2} = 55$.

b) Đúng

Nhóm có số người ít nhất là nhóm [50; 60), có 2 người.

c) Đúng

Tần số lớn nhất là 16, thuộc nhóm [30; 40).

d) Sai

Dự báo độ tuổi xem phim nhiều nhất chính là một của mẫu số liệu ghép nhóm.

Nhóm chứa một là [30; 40).

Áp dụng công thức: $M_o = 30 + \frac{16-12}{(16-12)+(16-7)} \cdot 10 = 30 + \frac{4}{13} \cdot 10 \approx 33,1$.

Vậy độ tuổi được dự báo xem phim nhiều nhất khoảng 33 tuổi, không phải 31 tuổi.

Câu 4: Một bồn chứa hình trụ có diện tích đáy $S = 100\text{m}^2$ đang chứa 1000m^3 hóa chất lỏng. Do sự cố, hóa chất bị rò rỉ ra ngoài qua một lỗ hổng ở đáy. Đồng thời, do nhiệt độ cao, hóa chất cũng bị bốc hơi khỏi bề mặt. Tốc độ rò rỉ tại thời điểm t (giờ) kể từ lúc bắt đầu sự cố tỉ lệ thuận với căn bậc hai của chiều cao cột chất lỏng $h(t)$ còn lại trong bồn: $v_r(t) = 10\sqrt{h(t)}$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$). Tốc độ bốc hơi tỉ lệ thuận với diện tích bề mặt tiếp xúc (là đáy trên của hình trụ) và thay đổi theo thời gian: $v_b(t) = \frac{200}{t+1}$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$). Gọi $V(t)$ là thể tích hóa chất còn lại trong bồn tại thời điểm t (giờ).

Biết $V(0) = 1000\text{m}^3$.

a) Tại thời điểm bắt đầu sự cố ($t = 0$), tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hóa chất trong bồn là $231,6$ ($\text{m}^3 / \text{giờ}$) (kết quả đã làm tròn đến hàng phần mười).

- b) Mối liên hệ giữa chiều cao $h(t)$ và thời gian t được xác định bởi hệ thức $h' = -0,1\sqrt{h} - \frac{2}{t+1}$.
- c) Trong khoảng thời gian gặp sự cố thì tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hoá chất trong bồn luôn tăng.
- d) Nếu bỏ qua sự bốc hơi ($v_b = 0$) thì bồn sẽ cạn sạch hóa chất ($h = 0$) sau đúng 20 giờ.

Lời giải

Bồn hình trụ có diện tích đáy $S = 100m^2$.

Gọi $h(t)$ là chiều cao cột chất lỏng, $V(t)$ là thể tích chất lỏng còn lại. Khi đó: $V(t) = 100h(t)$.

Ban đầu $V(0) = 1000$, nên: $100h(0) = 1000 \Rightarrow h(0) = 10$.

Tốc độ rò rỉ: $v_r(t) = 10\sqrt{h(t)}$.

Tốc độ bốc hơi: $v_b(t) = \frac{200}{t+1}$.

Tổng tốc độ giảm thể tích là: $v(t) = 10\sqrt{h(t)} + \frac{200}{t+1}$.

a) Đúng

Tại $t = 0$:

$$v(0) = 10\sqrt{10} + \frac{200}{1} = 10\sqrt{10} + 200 \approx 231,6.$$

b) Đúng

Vì $V(t) = 100h(t)$ nên: $V'(t) = 100h'(t)$.

Mặt khác, thể tích giảm do rò rỉ và bốc hơi nên: $V'(t) = -10\sqrt{h(t)} - \frac{200}{t+1}$.

Do đó: $100h'(t) = -10\sqrt{h(t)} - \frac{200}{t+1} \Rightarrow h'(t) = -0,1\sqrt{h(t)} - \frac{2}{t+1}$.

c) Sai

Tổng tốc độ giảm thể tích là: $v(t) = 10\sqrt{h(t)} + \frac{200}{t+1}$.

Trong quá trình sự cố, $h(t)$ giảm nên $\sqrt{h(t)}$ giảm. Đồng thời $\frac{200}{t+1}$ cũng giảm theo thời gian.

Vì vậy tổng tốc độ giảm thể tích không tăng, mà giảm dần.

d) Sai

Nếu bỏ qua sự bốc hơi thì: $h' = -0,1\sqrt{h} \Rightarrow \frac{dh}{\sqrt{h}} = -0,1dt \Rightarrow 2\sqrt{h} = -0,1t + C$.

Tại $t = 0$, $h(0) = 10$ nên: $C = 2\sqrt{10}$.

Khi bồn cạn thì $h = 0$: $0 = -0,1t + 2\sqrt{10} \Rightarrow t = 20\sqrt{10}$ giờ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một công ty xây dựng cần xếp các ống thép hình trụ thành một chồng trong kho. Hàng dưới cùng có 50 ống, hàng thứ hai có 49 ống, hàng thứ ba có 48 ống,... Cứ như thế, mỗi hàng phía trên ít hơn hàng ngay phía dưới là 1 ống và hàng trên cùng có 21 ống. Biết giá tiền nhập kho của mỗi ống thép là 250.000 đồng. Tính tổng số tiền công ty đó đã chi để nhập toàn bộ số ống thép trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

Lời giải

Trả lời: 249

Số ống ở các hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 50$; $d = 1$ và hàng trên cùng $u_n = 21$ với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 21 = 50 + (n-1)1 \Leftrightarrow 21 = 50 + n - 1 \Leftrightarrow n = 28$.

Suy ra tổng số ống thép trong kho là $S_{28} = \frac{28(u_1 + u_{28})}{2} = 14(50 + 21) = 994$.

Vậy tổng số tiền công ty đã chi để nhập toàn bộ số ống thép trên bằng
 $994.250 = 248500000$ (đồng) ≈ 249 (triệu đồng).

Câu 2: Trước thềm trận bóng đá giữa đội tuyển A và đội tuyển B, một đài truyền hình thực hiện phỏng vấn ngẫu nhiên một lượng người hâm mộ, với 20% số người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu của một trong hai đội. Kết quả khảo sát cho thấy 60% số người được phỏng vấn trả lời sẽ xem, số người còn lại trả lời sẽ không xem. Tuy nhiên, số liệu thực tế sau trận đấu cho thấy có sự sai lệch giữa câu trả lời và hành động thực: trong số những người trả lời "có xem", tỉ lệ người thực sự xem là 90%; trong số những người trả lời "không xem", tỉ lệ người thực sự không xem là 85%. Biết rằng trong số những người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu, tỉ lệ người thực sự xem trận đấu là 85%, gọi tỉ lệ người thực sự xem trận đấu trong số những người không mặc áo thi đấu là $a\%$. Tìm a (kết quả a làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

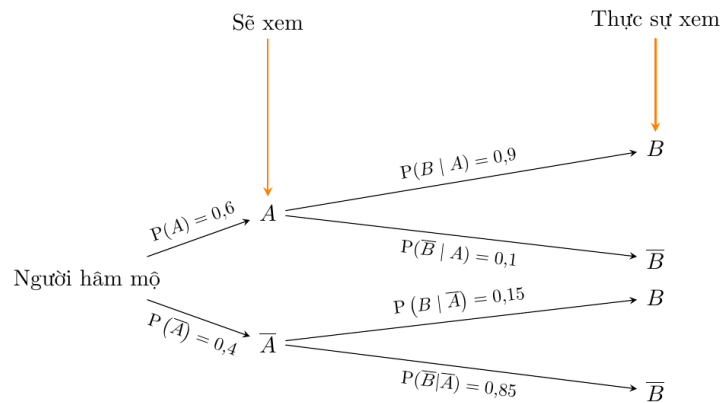
Trả lời: 54

Gọi A là biến cố "Người hâm mộ sẽ xem". Suy ra $\bar{A}$ là biến cố "Người hâm mộ không xem".
Gọi B là biến cố "Người hâm mộ thực sự xem". Suy ra $\bar{B}$ là biến cố "Người hâm mộ thực sự không xem".

Theo bài ta có $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B|A) = 0,9$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,85$.

Suy ra $P(\bar{B}|A) = 0,1$; $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Ta có sơ đồ cây:



Xác suất người hâm mộ thực sự xem là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,9.0,6 + 0,15.0,4 = 0,6.$$

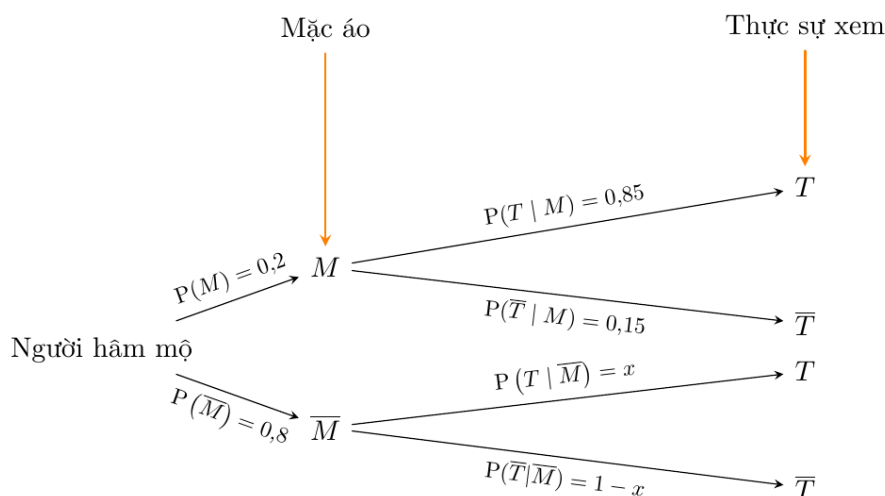
Gọi M là biến cố “Người hâm mộ đang mặc áo thi đấu”. Suy ra $\bar{M}$ là biến cố “Người hâm mộ không mặc áo thi đấu”.

Gọi T là biến cố “Người hâm mộ thực sự xem”. Suy ra $\bar{T}$ là biến cố “Người hâm mộ thực sự không xem”.

Theo bài ta có $P(M) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{M}) = 0,8$; $P(T|M) = 0,85$. Suy ra $P(\bar{T}|M) = 0,15$.

Với $P(T|\bar{M}) = x$.

Ta có sơ đồ cây:



Áp dụng công thức toàn phần ta có

$$P(T) = P(M).P(T|M) + P(\bar{M}).P(T|\bar{M}) \Leftrightarrow 0,2.0,85 + 0,8x = 0,6 \Leftrightarrow x = 0,5375 \approx 54\%.$$

Vậy $a = 54$.

Câu 3: Một doanh nghiệp sản xuất linh kiện công nghệ cao đang giữ vị thế độc quyền trên thị trường và luôn bán hết số sản phẩm sản xuất ra. Với x là số lượng sản phẩm sản xuất ra ($0 < x < 3520$) thì giá bán của một sản phẩm được cho bởi công thức $P(x) = 1760 - 0,5x$ (tính bằng USD) và tổng chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi công thức $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2 + 200x + 1000$ (tính bằng USD). Chính phủ dự định áp dụng chính sách thuế bằng cách thu của doanh nghiệp một khoản thuế là t (USD) trên mỗi sản phẩm bán ra. Khi đó, doanh nghiệp sẽ điều chỉnh sản lượng x để đạt lợi nhuận tối đa ứng với mức thuế t . Xác định mức thuế t (USD) mà Chính phủ nên áp đặt để tổng số tiền thuế thu được từ doanh nghiệp này là lớn nhất.

Lời giải

Trả lời: 1230

Theo đề bài, tổng lợi nhuận doanh nghiệp sẽ đạt được là:

$$L(x) = xP(x) - C(x) - tx = \frac{-1}{3}x^3 + \frac{19}{2}x^2 + 1560x - tx - 1000$$

$$\Rightarrow L'(x) = -x^2 + 19x + 1560 - t.$$

Hàm số đạt cực trị khi $L'(x) = 0$ hay $t = -x^2 + 19x + 1560$.

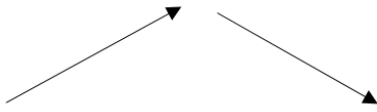
Khi đó số tiền thuế thu được là $tx = -x^3 + 19x^2 + 1560x = f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 19x^2 + 1560x$ với $0 < x < 3520$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = -3x^2 + 38x + 1560 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = \frac{-52}{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	30	3520	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				



Từ bảng biến thiên $\max_{x \in (0; 3520)} f(x) = f(30)$.

Vậy số tiền thu được lớn nhất khi sản xuất $x = 30$ sản phẩm hay số tiền thuế thu được lớn nhất là $t = 1230(USD)$.

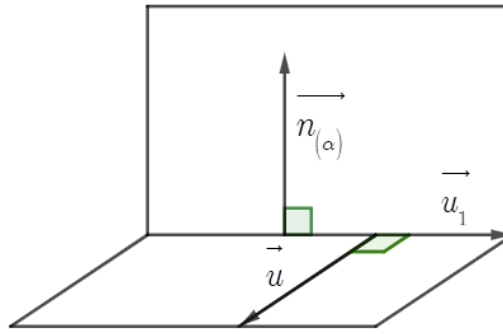
Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hai thanh dầm của một mái nhà được biểu diễn bởi

$$\text{hai đường thẳng lần lượt có phương trình } d_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t_1, t_1 \in \mathbb{R} \\ z = 1 + t_1 \end{cases} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t_2, t_2 \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t_2 \end{cases}.$$

Một máng nước nằm ở mép của mái nhà và vuông góc với hai thanh dầm này được biểu diễn bởi đường thẳng có vector chỉ phương có tọa độ là $(a; b; 6)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 7a + 5b$.

Lời giải

Trả lời: 50



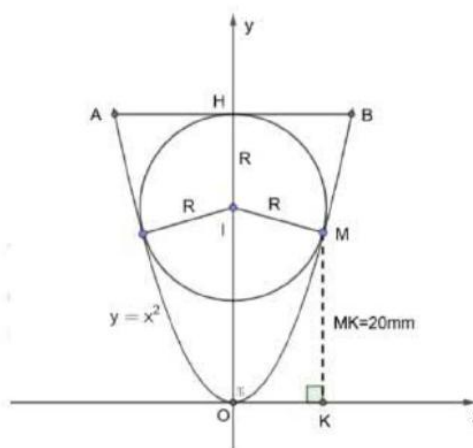
Ta có: $\vec{u}_1 = (0; -2; 1)$, $\vec{u}_2 = (0; 2; -1)$ nên hai đường thẳng $d_1 \parallel d_2$.

Gọi đường thẳng thỏa yêu cầu là d và $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d ; (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 , khi đó $\vec{u} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{u}_1]$ với $\vec{u}_1$ là vectơ chỉ phương của d_1 .

Lấy $M(1; 1; 1)$ và $N(0; -2; 1)$ thuộc $d_1, d_2 \Rightarrow \vec{MN} = (-1; -3; 0) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_1, \vec{MN}] = (3; -1; -2)$.

$$\Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{u}_1] = (5; 3; 6) \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow T = 7a + 5b = 50.$$

Câu 5: Một công ty sản xuất kẹo thạch muốn thiết kế một loại vỏ nhựa có dạng hình tròn xoay. Hình này được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = h$ (với $h > 0$) quanh trục tung Oy . Đơn vị đo trên các trục tọa độ là mm. Bên trong vỏ nhựa có đặt một viên kẹo thạch hình cầu bán kính R . Biết viên kẹo tiếp xúc với mặt xung quanh của vỏ nhựa đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của vỏ (xem hình vẽ). Gọi M là điểm tiếp xúc giữa viên kẹo và mặt bên của vỏ nhựa, M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khoảng cách từ điểm M đến trục hoành bằng 20 mm. Phần không gian còn lại trong vỏ nhựa được đổ đầy nước trái cây. Tính thể tích V của phần nước trái cây này (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mm^3 , không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn ở bước cuối cùng, bỏ qua độ dày của vỏ).



Lời giải

Trả lời: 600

Điểm tiếp xúc M : Nằm trên (P) và có khoảng cách đến trục hoành (trục Ox) là 20 mm.

Do đó, $y_M = 20$. Thay vào phương trình (P) , ta có $x_M^2 = 20 \Rightarrow x_M = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

(xét phía $x > 0$).

Tọa độ điểm tiếp xúc là $M(2\sqrt{5}; 20)$.

Vì đường tròn tiếp xúc với parabol tại $M(2\sqrt{5}; 20)$ nên M là tiếp điểm của 2 đường cong và có tiếp tuyến chung tại tiếp điểm M

Gọi $I(0, b)$ là tâm đường tròn, phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại $M(2\sqrt{5}; 20)$

$$(2\sqrt{5} - 0)(x - 0) + (20 - b)(y - 20) = 0$$

$$2\sqrt{5}x + (20 - b)y - 20(20 - b) = 0$$

- Phương trình tiếp tuyến của $y = x^2$ tại tiếp điểm $M(2\sqrt{5}; 20)$:

$$y = 4\sqrt{5}(x - 2\sqrt{5}) + 20$$

$$2\sqrt{5}x - \frac{1}{2}x - 10 = 0$$

$$\text{Vì 2 đường thẳng trùng nhau nên } \begin{cases} 20 - b = -\frac{1}{2} \\ 20(20 - b) = -10 \end{cases} \Rightarrow b = 20,5$$

Bán kính $R = IM$

$$R^2 = IM^2 = (2\sqrt{5} - 0)^2 + (20 - 20,5)^2 = 20 + 0,25 = 20,25 \Rightarrow R = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ mm}$$

$$h = b + R = 20,5 + 4,5 = 25 \text{ mm.}$$

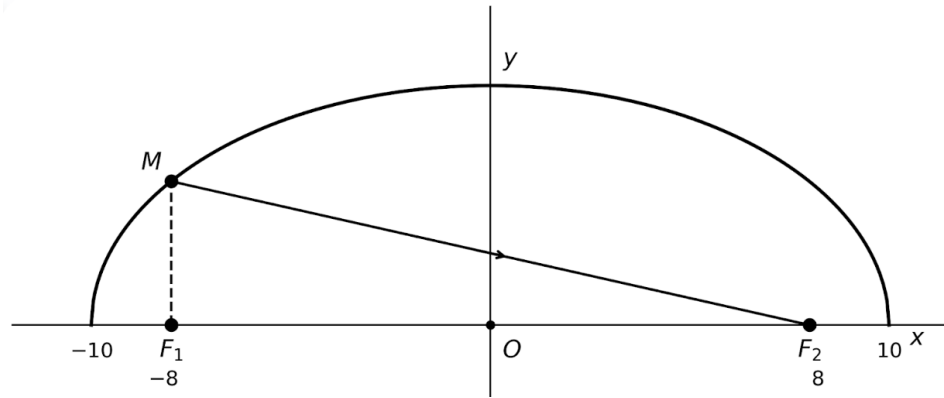
Thể tích phần nước trái cây = Thể tích khối tròn xoay – Thể tích khối cầu

$$= \pi \int_0^{25} x^2 dy - \frac{4}{3} \pi R^3 = \pi \int_0^{25} y dy - \frac{4}{3} \pi (4,5)^3 = 191\pi \approx 600 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Câu 6: Trong y học, máy tán sỏi ngoài cơ thể (Lithotripter) hoạt động dựa trên tính chất quang học của đường elip. Thiết bị này có một mặt phản xạ có mặt cắt là một nửa đường elip. Khi hoạt động, nguồn phát sóng xung kích được đặt tại tiêu điểm F_1 của elip, và viên sỏi thận của bệnh nhân được bác sĩ định vị chính xác tại tiêu điểm F_2 còn lại. Theo tính chất của elip, mọi tia sóng phát ra từ F_1 sau khi chạm vào mặt phản xạ đều hội tụ chính xác tại F_2 , tạo ra năng lượng đủ lớn để phá vỡ viên sỏi mà không cần phẫu thuật. Một thiết bị tán sỏi thận có mặt cắt là một nửa đường elip với độ dài trục lớn là 20 cm và khoảng cách từ tiêu điểm đến tâm của elip là 8 cm. Xét một tia sóng phát ra từ nguồn F_1 , đi theo phương vuông góc với trục lớn tại chính vị trí tiêu điểm F_1 , chạm vào mặt phản xạ tại điểm M rồi truyền đến viên sỏi tại tiêu điểm F_2 . Tính độ dài quãng đường MF_2 (đơn vị: cm) từ điểm phản xạ đến viên sỏi.

Lời giải

Trả lời: 16,4



Vì M thuộc elip có độ dài trục lớn $20cm \Rightarrow MF_1 + MF_2 = 20 \Rightarrow MF_2 = 20 - MF_1$

Tam giác MF_1F_2 vuông tại F_1 : $MF_1^2 + F_1F_2^2 = MF_2^2$

$$(20 - MF_2)^2 + 16^2 = MF_2^2 \Rightarrow MF_2 = 16,4cm$$

----- HẾT -----