

Họ, tên thí sinh:..... SBD.....

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là

- A.  $x^4 + x^2 + C$       B.  $3x^2 + 1 + C$       C.  $x^3 + x + C$       D.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

**Câu 2:** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 1$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 2.      B. -1.      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D. -2.

**Câu 3:** Cho hai số phức  $z_1 = 4 - 3i$  và  $z_2 = 7 + 3i$ . Tìm số phức  $z = z_1 - z_2$ .

- A.  $z = 3 + 6i$       B.  $z = 11$       C.  $z = -3 - 6i$       D.  $z = -1 - 10i$

**Câu 4:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$

- A.  $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$       B.  $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$   
C.  $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$       D.  $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

**Câu 5:** Cho  $\int_0^3 f(x) dx = a$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = b$ . Khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng:

- A.  $a - b$ .      B.  $b - a$ .      C.  $a + b$ .      D.  $-a - b$ .

**Câu 6:** Số phức  $-3 + 7i$  có phần ảo bằng:

- A. 3      B. -7      C. -3      D. 7

**Câu 7:** Cho số phức  $z_1 = 1 - 2i$ ,  $z_2 = -3 + i$ . Tìm điểm biểu diễn của số phức  $z = z_1 + z_2$  trên mặt phẳng tọa độ.

- A.  $N(4; -3)$       B.  $M(2; -5)$       C.  $P(-2; -1)$       D.  $Q(-1; 7)$

**Câu 8:** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 12 học sinh ?

- A.  $A_{12}^2$ .      B.  $12^2$ .      C.  $C_{12}^2$ .      D.  $2^{12}$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |   |   |           |   |           |  |
|------|-----------|---|---|-----------|---|-----------|--|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |   |           |  |
| $y'$ |           | - | 0 | +         | 0 | -         |  |
| $y$  | $+\infty$ |   | 1 | 5         |   | $-\infty$ |  |

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A.  $x = 5$       B.  $x = 1$       C.  $x = 0$       D.  $x = 2$

**Câu 10:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 3^x$ .

- A.  $y' = 3^x \ln 3$       B.  $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$       C.  $y' = x \cdot 3^{x-1}$       D.  $y' = 3^x$

**Câu 11:** Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

- A.  $x = \frac{3}{2}$       B.  $x = \frac{5}{2}$       C.  $x = 1$       D.  $x = 3$

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A. 12.                      B. 22.                      C. 250.                      D. 17.

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|      |           |    |    |    |           |
|------|-----------|----|----|----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -1 | 0  | 1  | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0  | -  | 0  | -         |
| $y$  | $-\infty$ | -1 | -2 | -1 | $-\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$                       B.  $(-\infty; 1)$                       C.  $(-1; 0)$                       D.  $(0; 1)$

**Câu 14:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-3}$  có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây ?

- A.  $x = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $y = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $y = 2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

|         |           |    |   |   |   |           |
|---------|-----------|----|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | -1 | 0 | 2 | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0  | - | + | 0 | +         |

- A. 4.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 3.

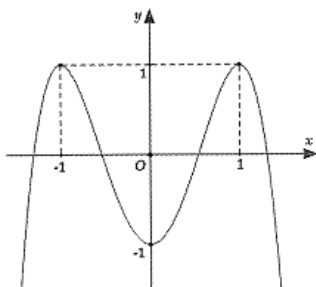
**Câu 16:**  $\int_1^2 e^{3x-1} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$                       B.  $\frac{1}{3}e^5 - e^2$                       C.  $e^5 - e^2$                       D.  $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$

**Câu 17:** Viết biểu thức  $P = \sqrt[3]{a^4}$  ( $a > 0$ ) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

- A.  $P = a^2$ .                      B.  $P = a^{\frac{3}{4}}$ .                      C.  $P = a^{\frac{1}{12}}$ .                      D.  $P = a^{\frac{4}{3}}$ .

**Câu 18:** Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .                      B.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .  
C.  $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ .                      D.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .

**Câu 19:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(1-x) = 2$  là

- A.  $x = -4$ .                      B.  $x = -3$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = 5$ .

**Câu 20:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$  bằng:

A.  $1 + \log_3 a$

B.  $1 - \log_3 a$

C.  $3 - \log_3 a$

D.  $\frac{1}{\log_3 a}$

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ . Đường thẳng  $d$  có một vector chỉ phương là

A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$

B.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$

C.  $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$

D.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -4; 3)$  và  $B(2; 2; 7)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

A.  $(4; -2; 10)$

B.  $(2; -1; 5)$

C.  $(2; 6; 4)$

D.  $(1; 3; 2)$

**Câu 23:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

A.  $y = 2x^3 - 5x + 1$ .

B.  $y = 3x^3 + 3x - 2$ .

C.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

D.  $y = x^4 + 3x^2$ .

**Câu 24:** Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A.  $\frac{1}{22}$ .

B.  $\frac{2}{7}$ .

C.  $\frac{7}{44}$ .

D.  $\frac{5}{12}$ .

**Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$ . Tính bán kính  $R$  của  $(S)$ .

A.  $R = 8$

B.  $R = 4$

C.  $R = 2\sqrt{2}$

D.  $R = 64$

**Câu 26:** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho.

A.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

B.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

C.  $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

D.  $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

**Câu 27:** Thể tích của khối cầu bán kính  $R$  bằng

A.  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .

B.  $\frac{3}{4}\pi R^3$ .

C.  $4\pi R^3$ .

D.  $2\pi R^3$ .

**Câu 28:** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh  $a$  và chiều cao bằng  $2a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $4a^3$

B.  $\frac{4}{3}a^3$

C.  $\frac{2}{3}a^3$

D.  $2a^3$

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = a$  và  $SB = 2a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Câu 30:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng  $2a$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ .

B.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

C.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .

**Câu 31:** Giải bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$  ta được tập nghiệm:

A.  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ .

B.  $(1; +\infty)$ .

C.  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .

D.  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 32:** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x) dx = 5$  khi đó  $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$  bằng

A. -8.

B. 12.

C. -3.

D. 1.

**Câu 33:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z(1+i) = 3-5i$ . Tính môđun của  $z$ .

A.  $|z| = 4$ .

B.  $|z| = \sqrt{17}$ .

C.  $|z| = 16$ .

D.  $|z| = 17$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ . Kí hiệu  $M = \max_{x \in [0;2]} f(x)$ ,  $m = \min_{x \in [0;2]} f(x)$ . Khi đó  $M - m$  bằng.

A. 5.

B. 1.

C. 7.

D. 9.

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ .

A.  $Q(-2;1;-2)$

B.  $N(2;-1;2)$

C.  $P(1;1;2)$

D.  $M(-2;-2;1)$ .

**Câu 36:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1;2;-3)$ ,  $B(2;-3;1)$ .

A.  $\begin{cases} x = 3-t \\ y = -8+5t \\ z = 5-4t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-5t \\ z = -3-2t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+5t \\ z = 1+4t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-5t \\ z = 3+4t \end{cases}$

**Câu 37:** Cho hai số phức  $u, v$  thỏa mãn  $3|u-6i| + 3|u-1-3i| = 5\sqrt{10}$ ,  $|v-1+2i| = |\bar{v}+i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|u-v|$  là:

A.  $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

B.  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

C.  $\frac{\sqrt{10}}{3}$

D.  $\sqrt{10}$

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  trên  $(ABC)$  là điểm  $H$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $HA = 2HB$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng.

A.  $\frac{\sqrt{7}}{12}a^3$ .

B.  $\frac{\sqrt{7}}{4}a^3$ .

C.  $\frac{\sqrt{7}}{8}a^3$ .

D.  $\frac{\sqrt{7}}{16}a^3$ .

**Câu 39:** Cho phương trình  $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1.x_2 = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $3 < m < 4$ .

B.  $1 < m < 2$ .

C.  $0 < m < \frac{3}{2}$ .

D.  $2 < m < 3$ .

**Câu 40:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có ba kích thước  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $AA_1 = 3a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A_1BD)$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{7}{6}a$ .

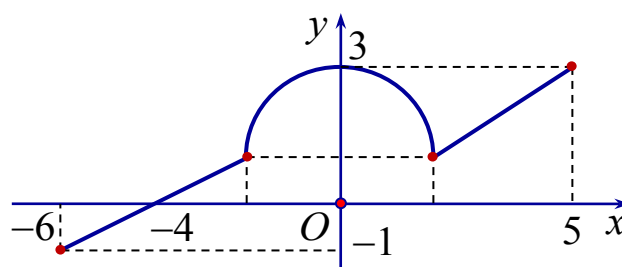
B.  $\frac{6}{7}a$ .

C.  $a$ .

D.  $\frac{5}{7}a$ .

**Câu 41:** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[-6;5]$ , có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ.

Tính giá trị  $I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$ .



A.  $I = 2\pi + 35$ .

B.  $I = 2\pi + 34$ .

C.  $I = 2\pi + 33$ .

D.  $I = 2\pi + 32$ .

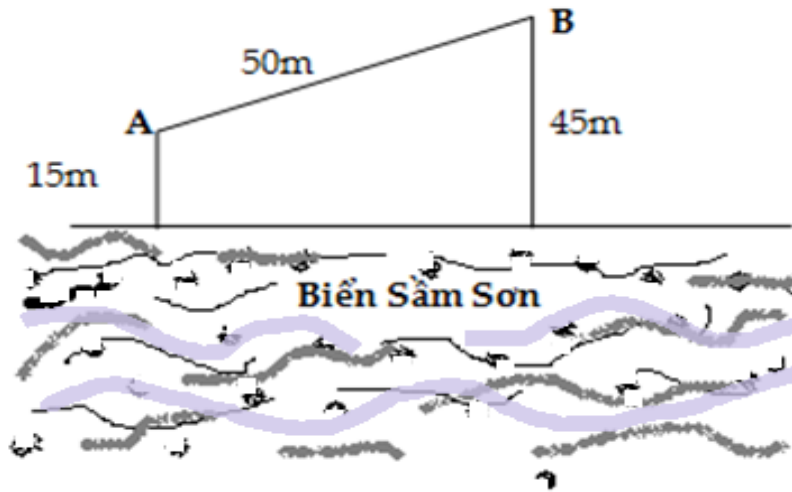
**Câu 42:** Nhân dịp kỳ nghỉ 30/4-1/5, Công ty Thái Bình Dương đã về khu du lịch Sầm Sơn để nghỉ dưỡng, và đã tổ chức Teambuilding tại bãi biển Sầm Sơn. Trong đó có một trò chơi, những người tham gia được chia làm 4 đội có số người bằng nhau, mỗi thành viên trong đội được phát cho một cái xô nhỏ để múc nước biển. Trên bãi cát bờ biển hai vị trí  $A, B$  cách nhau là 50m, cùng nằm về một phía bờ biển như hình vẽ. Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ biển lần lượt là 15m và 45m. Các thành viên của các đội chơi đi từ  $A$  đến bờ biển để lấy nước và mang về  $B$ . Đội nào múc được nhiều nước hơn sẽ chiến thắng. Một đội đã chiến thắng áp đảo các đội còn lại vì đã tìm ra tuyến đường ngắn nhất. Độ dài của tuyến đường ngắn nhất đó gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 75,18m.

B. 67,14m.

C. 71,15m.

D. 72,11m



**Câu 43:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 3i| = \sqrt{13}$  và  $\frac{z}{z+2}$  là số thuần ảo?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Xác định và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên dưới

| $x$     | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|
| $f'(x)$ | +         | 0 | - | 0         | + |

Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = g(x) = f[\log_3(x^2 - 2x + 3)]$ . Chọn đáp án đúng:

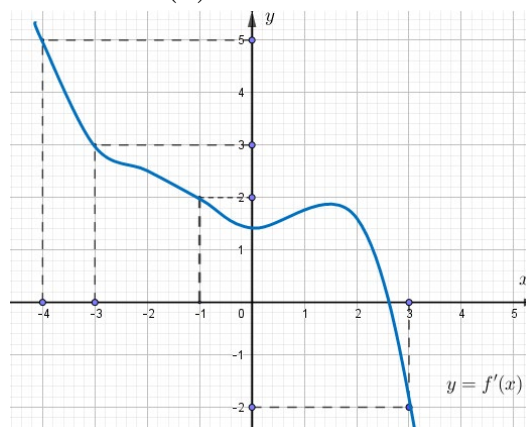
A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

**Câu 45:** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Trên đoạn  $[-4;3]$ , hàm số  $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$  đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

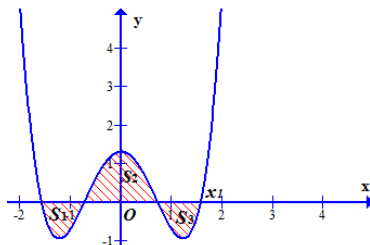
- A.  $x_0 = -1$ . B.  $x_0 = -4$ . C.  $x_0 = -3$ . D.  $x_0 = 3$ .

**Câu 46:** Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2021; 2021]$  để phương trình

$$x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m \text{ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó số phần tử của } S \text{ là}$$

- A. 4042. B. 2020. C. 2022. D. 2021.

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + m$  có đồ thị  $(C_m)$ , với  $m$  là tham số thực. Giả sử  $(C_m)$  cắt trục  $Ox$  tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi  $S_1, S_2, S_3$  là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của  $m$  để  $S_1 + S_3 = S_2$  là

- A.  $-\frac{5}{2}$ . B.  $\frac{5}{4}$ . C.  $-\frac{5}{4}$ . D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 48:** Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(3; -3; 1)$  và đi qua điểm  $A(5; -2; 1)$  có phương trình là

- A.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$  B.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$   
C.  $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$  D.  $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$  và mặt phẳng

$(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng song song với  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo thiết diện là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi  $(C)$  có thể tích lớn nhất.

Phương trình của mặt phẳng  $(Q)$  dạng  $ax + by + cz + m = 0$ , khi đó tìm được 2 giá trị của  $m$  là  $m_1$  và  $m_2$ . Giá trị của  $m_1 + m_2$  là

- A. 11. B. 10. C. 52. D. 15.

**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + z - 4 = 0$  và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

- A.  $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$  B.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$   
C.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$  D.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh:..... SBD.....

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x^2$  là

- A.  $4x^3 + 2x + C$       B.  $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$       C.  $x^4 + x^2 + C$       D.  $x^5 + x^3 + C$ .

**Câu 2:** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 4$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 2.      B. -4.      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D. -2.

**Câu 3:** Cho 2 số phức  $z_1 = 5 - 7i$  và  $z_2 = 2 + 3i$ . Tìm số phức  $z = z_1 + z_2$ .

- A.  $z = 7 - 4i$       B.  $z = 2 + 5i$       C. 14      D.  $z = 3 - 10i$

**Câu 4:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 2x$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$       B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$   
C.  $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$       D.  $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$

**Câu 5:** Cho  $\int_0^3 f(x) dx = a$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = b$ . Khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng:

- A.  $-a - b$ .      B.  $b - a$ .      C.  $a + b$ .      D.  $a - b$ .

**Câu 6:** Số phức  $5 + 6i$  có phần thực bằng

- A. -5.      B. 5      C. -6.      D. 6.

**Câu 7:** Cho số phức  $z_1 = 1 - 2i$ ,  $z_2 = -3 - i$ . Tìm điểm biểu diễn của số phức  $z = z_1 + z_2$  trên mặt phẳng tọa độ.

- A.  $N(4; -3)$       B.  $M(2; -5)$       C.  $P(-2; -3)$       D.  $Q(-1; -2)$

**Câu 8:** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 10 học sinh ?

- A.  $A_{10}^2$ .      B.  $10^2$ .      C.  $C_{10}^2$ .      D.  $2^{10}$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |   |   |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |   |   |           |
| $y'$ |           | - | 0 | +         | 0 | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   | 1 |           | 5 |   | $-\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 5.

**Câu 10:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 5^x$ .

- A.  $y' = 5^x \ln 5$       B.  $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$       C.  $y' = x \cdot 5^{x-1}$       D.  $y' = 5^x$

**Câu 11:** Phương trình  $2^{2x+1} = 32$  có nghiệm là

- A.  $x = \frac{5}{2}$       B.  $x = 2$       C.  $x = \frac{3}{2}$       D.  $x = 3$

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

A. 13.

B. 23.

C. 253.

D. 18.

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |     |           |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |      |     | $3$ |           |     |     | $+\infty$ |

Diagram illustrating the behavior of the function  $y$  as  $x$  approaches the boundaries of the domain  $[-1, 1]$  and at the endpoints:

- As  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .
- As  $x \rightarrow -1^+$ ,  $y \rightarrow -2$ .
- As  $x \rightarrow 0^-$ ,  $y \rightarrow 3$ .
- As  $x \rightarrow 0^+$ ,  $y \rightarrow -2$ .
- As  $x \rightarrow 1^-$ ,  $y \rightarrow 3$ .
- As  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 0)$ B.  $(1; +\infty)$ C.  $(0; 1)$ D.  $(-1; 0)$ 

**Câu 14:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  là

A.  $x = 2$ B.  $y = 1$ C.  $y = 2$ D.  $x = 1$ 

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

|         |           |      |     |      |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|------|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $2$  | $4$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $  $ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

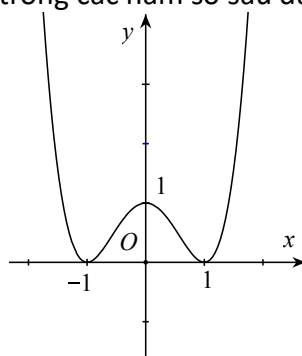
**Câu 16:** Tính  $\int_0^1 e^{3x+1} dx$  có kết quả là

A.  $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ .B.  $e^4 - e$ .C.  $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ .D.  $e^3 - e$ .

**Câu 17:** Viết biểu thức  $P = \sqrt[3]{a^5}$  ( $a > 0$ ) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

A.  $P = a^2$ .B.  $P = a^{\frac{3}{5}}$ .C.  $P = a^{\frac{1}{15}}$ .D.  $P = a^{\frac{5}{3}}$ .

**Câu 18:** Hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .B.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .C.  $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ .D.  $y = -2x^4 + 3x^2 - 1$ .

**Câu 19:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-5) = 4$  là

A.  $x = 3$ B.  $x = 21$ C.  $x = 11$ D.  $x = 13$ 

**Câu 20:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3\left(\frac{9}{a}\right)$  bằng:

A.  $2 + \log_3 a$ B.  $2 - \log_3 a$ C.  $3 - \log_3 a$ D.  $\frac{2}{\log_3 a}$

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$  có một vector chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$ .      B.  $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$ .      C.  $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$ .

**Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; -2; 3)$  và  $B(-1; 2; 5)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.  $I(2; -2; -1)$ .      B.  $I(2; 0; 8)$ .      C.  $I(1; 0; 4)$ .      D.  $I(-2; 2; 1)$ .

**Câu 23:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = 2x^3 - 5x + 1$ .      B.  $y = 3x^3 + 3x - 2$ .      C.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .      D.  $y = x^4 + 3x^2$ .

**Câu 24:** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

- A.  $\frac{4}{165}$ .      B.  $\frac{33}{91}$ .      C.  $\frac{24}{455}$ .      D.  $\frac{4}{455}$ .

**Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ . Tính bán kính  $R$  của  $(S)$ .

- A.  $R = 3$       B.  $R = 18$       C.  $R = 9$       D.  $R = 6$

**Câu 26:** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ .      D.  $\frac{8a^3}{3}$ .

**Câu 27:** Thể tích khối cầu bán kính  $a$  bằng

- A.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      B.  $2\pi a^3$ .      C.  $4\pi a^3$ .      D.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

**Câu 28:** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh  $a$  và chiều cao bằng  $4a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{4}{3}a^3$ .      B.  $16a^3$ .      C.  $\frac{16}{3}a^3$ .      D.  $4a^3$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AC = a$ ,  $BC = \sqrt{2}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

**Câu 30:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $50\pi$  và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính  $r$  của đường tròn đáy.

- A.  $r = 5$       B.  $r = 5\sqrt{\pi}$       C.  $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$       D.  $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

**Câu 31:** Giải bất phương trình  $2^{-x^2+3x} > 4$

- A.  $\begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$ .      B.  $2 < x < 4$ .      C.  $1 < x < 2$ .      D.  $0 < x < 2$ .

**Câu 32:** Cho  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$ .

- A.  $I = \frac{11}{2}$       B.  $I = \frac{17}{2}$       C.  $I = \frac{5}{2}$       D.  $I = \frac{7}{2}$

**Câu 33:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2-i)z - 2 = 2 + 3i$ . Môđun của  $z$  là:

- A.  $|z| = \sqrt{5}$ .      B.  $|z| = \frac{5\sqrt{5}}{3}$ .      C.  $|z| = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $|z| = 5$ .

**Câu 34:** Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$  trên  $[-4; 0]$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- A.  $-\frac{4}{3}$ . B.  $-4$ . C.  $-\frac{28}{3}$ . D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $P(1; 2; 3)$ . B.  $M(-1; -2; -3)$ . C.  $Q(2; -1; 2)$ . D.  $N(-2; 1; -2)$ .

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$  đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua 2 điểm  $A(2; 1; 3)$  và  $B(1; -2; 1)$  có phương trình là

- A.  $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$ . B.  $(\Delta): \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$ .  
C.  $(\Delta): \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$ . D.  $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 37:** Cho hai số phức  $u, v$  thỏa mãn  $3|u-6i| + 3|u-1-3i| = 5\sqrt{10}$ ,  $|v-1+2i| = |\bar{v}+i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|u-v|$  là:

- A.  $\frac{5\sqrt{10}}{3}$  B.  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$  C.  $\frac{\sqrt{10}}{3}$  D.  $\sqrt{10}$

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  trên  $(ABC)$  là điểm  $H$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $HA = 2HB$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng.

- A.  $\frac{\sqrt{7}}{8}a^3$ . B.  $\frac{\sqrt{7}}{4}a^3$ . C.  $\frac{\sqrt{7}}{12}a^3$ . D.  $\frac{\sqrt{7}}{16}a^3$ .

**Câu 39:** Cho phương trình  $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 \cdot x_2 = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

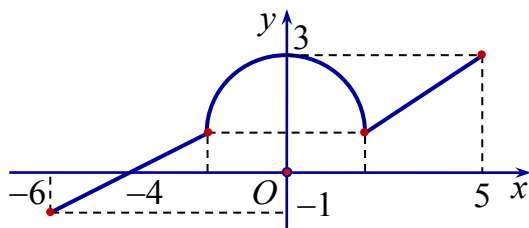
- A.  $3 < m < 4$ . B.  $1 < m < 2$ . C.  $0 < m < \frac{3}{2}$ . D.  $2 < m < 3$ .

**Câu 40:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = AA' = a$ ,  $AC = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(ACD')$  là:

- A.  $\frac{2a}{3}$ . B.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ . C.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ . D.  $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ .

**Câu 41:** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[-6; 5]$ , có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ.

Tính giá trị  $I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$ .

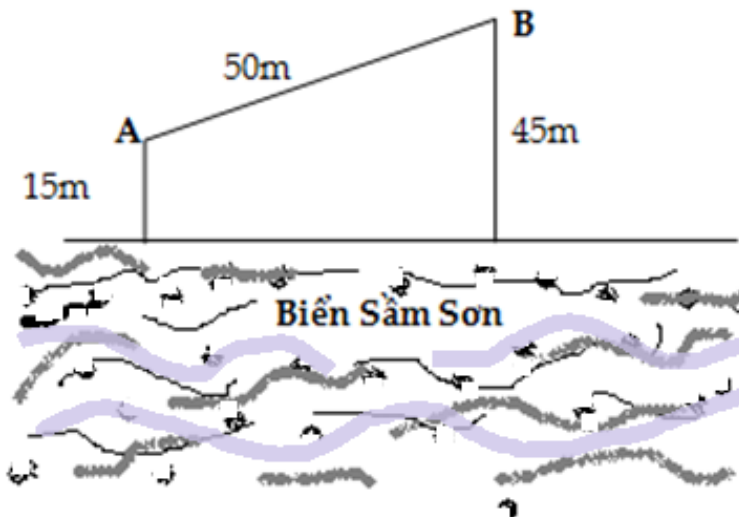


- A.  $I = 2\pi + 35$ . B.  $I = 2\pi + 34$ . C.  $I = 2\pi + 33$ . D.  $I = 2\pi + 32$ .

**Câu 42:** Nhân dịp kỳ nghỉ 30/4-1/5, Công ty Thái Bình Dương đã về khu du lịch Sầm Sơn để nghỉ dưỡng, và đã tổ chức Teambuilding tại bãi biển Sầm Sơn. Trong đó có một trò chơi, những người tham gia được chia làm 4 đội có số người bằng nhau, mỗi thành viên trong đội được phát cho một

cái xô nhỏ để mức nước biển. Trên bãi cát bờ biển hai vị trí  $A, B$  cách nhau là 50m, cùng nằm về một phía bờ biển như hình vẽ. Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ biển lần lượt là 15m và 45m. Các thành viên của các đội chơi đi từ  $A$  đến bờ biển để lấy nước và mang về  $B$ . Đội nào mức được nhiều nước hơn sẽ chiến thắng. Một đội đã chiến thắng áp đảo các đội còn lại vì đã tìm ra tuyến đường ngắn nhất. Độ dài của tuyến đường ngắn nhất đó gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. 75,18m.                      B. 67,14m.                      C. 71,15m.                      D. 72,11m



**Câu 43:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 3i| = 5$  và  $\frac{z}{z - 4}$  là số thuần ảo?

- A. 0                      B. 2                      C. 1                      D. Vô số

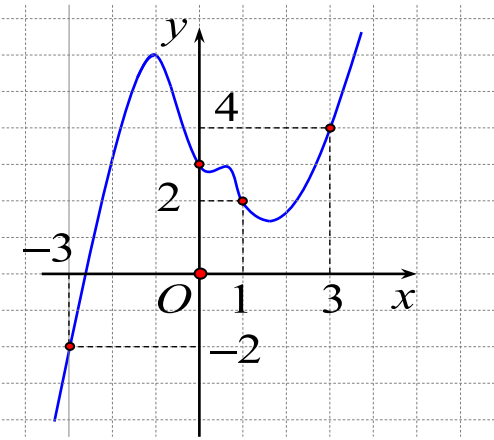
**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Xác định và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên dưới

|         |           |   |   |           |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0 | - | 0         | + |

Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = g(x) = f[\log_3(x^2 - 2x + 3)]$ . Chọn đáp án đúng:

- A. 7.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 3.

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số  $g(x) = 2f(x) - (x + 1)^2$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

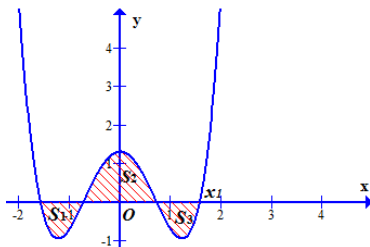
- A.  $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$  .                      B.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$  .  
C.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$  .                      D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x)$  trên  $[-3;3]$ .

**Câu 46:** Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2021; 2021]$  để phương trình

$$x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m \text{ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó số phần tử của } S \text{ là}$$

- A. 4042.                      B. 2020.                      C. 2022.                      D. 2021.

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + m$  có đồ thị  $(C_m)$ , với  $m$  là tham số thực. Giả sử  $(C_m)$  cắt trục  $Ox$  tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi  $S_1, S_2, S_3$  là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của  $m$  để  $S_1 + S_3 = S_2$  là

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                      B.  $\frac{5}{4}$ .                      C.  $-\frac{5}{4}$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 48:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(1; 2; 3)$  và đi qua điểm  $A(1; 1; 2)$  có phương trình là

- A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$                       B.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$   
C.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2$                       D.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng song song với  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo thiết diện là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi  $(C)$  có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng  $(Q)$  dạng  $ax + by + cz + m = 0$ , khi đó tìm được 2 giá trị của  $m$  là  $m_1$  và  $m_2$ . Giá trị của  $m_1 + m_2$  là

- A. 11.                      B. 10.                      C. 52.                      D. 15.

**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + z - 4 = 0$  và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

- A.  $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$ .                      B.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$ .  
C.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ .                      D.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .

----- HẾT -----

| <b>ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ TOÁN 12 KSCL LẦN 2</b> |                  |             |                  |
|--------------------------------------------|------------------|-------------|------------------|
| <i>Mã đề 201</i>                           | <b>Mã đề 203</b> | Mã đề 205   | <b>Mã đề 207</b> |
| <b>1 D</b>                                 | <b>1 D</b>       | <b>1 A</b>  | <b>1 B</b>       |
| <b>2 B</b>                                 | <b>2 B</b>       | <b>2 A</b>  | <b>2 A</b>       |
| <b>3 C</b>                                 | <b>3 D</b>       | <b>3 C</b>  | <b>3 B</b>       |
| <b>4 B</b>                                 | <b>4 B</b>       | <b>4 D</b>  | <b>4 C</b>       |
| <b>5 A</b>                                 | <b>5 C</b>       | <b>5 A</b>  | <b>5 B</b>       |
| <b>6 D</b>                                 | <b>6 C</b>       | <b>6 B</b>  | <b>6 D</b>       |
| <b>7 C</b>                                 | <b>7 D</b>       | <b>7 D</b>  | <b>7 A</b>       |
| <b>8 C</b>                                 | <b>8 A</b>       | <b>8 A</b>  | <b>8 C</b>       |
| <b>9 D</b>                                 | <b>9 A</b>       | <b>9 C</b>  | <b>9 A</b>       |
| <b>10 A</b>                                | <b>10 B</b>      | <b>10 C</b> | <b>10 D</b>      |
| <b>11 C</b>                                | <b>11 B</b>      | <b>11 D</b> | <b>11 B</b>      |
| <b>12 D</b>                                | <b>12 D</b>      | <b>12 D</b> | <b>12 A</b>      |
| <b>13 D</b>                                | <b>13 C</b>      | <b>13 C</b> | <b>13 B</b>      |
| <b>14 D</b>                                | <b>14 A</b>      | <b>14 A</b> | <b>14 B</b>      |
| <b>15 A</b>                                | <b>15 D</b>      | <b>15 D</b> | <b>15 D</b>      |
| <b>16 A</b>                                | <b>16 C</b>      | <b>16 D</b> | <b>16 A</b>      |
| <b>17 D</b>                                | <b>17 C</b>      | <b>17 B</b> | <b>17 A</b>      |
| <b>18 C</b>                                | <b>18 B</b>      | <b>18 A</b> | <b>18 B</b>      |
| <b>19 B</b>                                | <b>19 D</b>      | <b>19 C</b> | <b>19 C</b>      |
| <b>20 B</b>                                | <b>20 A</b>      | <b>20 B</b> | <b>20 C</b>      |
| <b>21 A</b>                                | <b>21 A</b>      | <b>21 D</b> | <b>21 C</b>      |
| <b>22 B</b>                                | <b>22 D</b>      | <b>22 A</b> | <b>22 B</b>      |
| <b>23 B</b>                                | <b>23 B</b>      | <b>23 D</b> | <b>23 D</b>      |
| <b>24 A</b>                                | <b>24 D</b>      | <b>24 D</b> | <b>24 A</b>      |
| <b>25 C</b>                                | <b>25 C</b>      | <b>25 B</b> | <b>25 D</b>      |

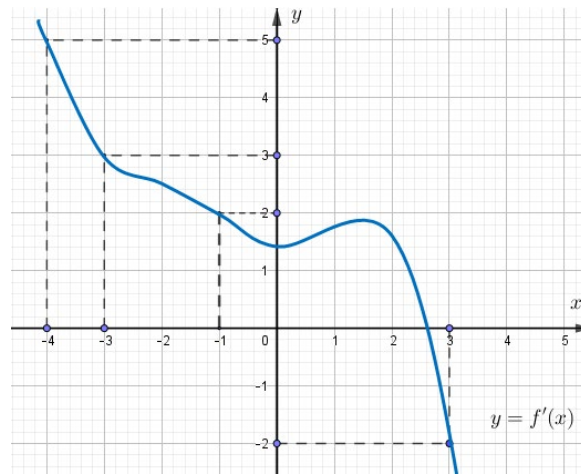
|             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>26 C</b> | <b>26 C</b> | <b>26 D</b> | <b>26 C</b> |
| <b>27 A</b> | <b>27 C</b> | <b>27 C</b> | <b>27 B</b> |
| <b>28 C</b> | <b>28 A</b> | <b>28 B</b> | <b>28 C</b> |
| <b>29 C</b> | <b>29 B</b> | <b>29 C</b> | <b>29 B</b> |
| <b>30 D</b> | <b>30 D</b> | <b>30 A</b> | <b>30 A</b> |
| <b>31 C</b> | <b>31 A</b> | <b>31 A</b> | <b>31 D</b> |
| <b>32 A</b> | <b>32 C</b> | <b>32 A</b> | <b>32 D</b> |
| <b>33 B</b> | <b>33 C</b> | <b>33 B</b> | <b>33 D</b> |
| <b>34 D</b> | <b>34 B</b> | <b>34 D</b> | <b>34 B</b> |
| <b>35 A</b> | <b>35 A</b> | <b>35 C</b> | <b>35 D</b> |
| <b>36 A</b> | <b>36 C</b> | <b>36 B</b> | <b>36 A</b> |
| <b>37 B</b> | <b>37 B</b> | <b>37 C</b> | <b>37 C</b> |
| <b>38 A</b> | <b>38 C</b> | <b>38 A</b> | <b>38 D</b> |
| <b>39 C</b> | <b>39 D</b> | <b>39 B</b> | <b>39 B</b> |
| <b>40 B</b> | <b>40 B</b> | <b>40 A</b> | <b>40 B</b> |
| <b>41 D</b> | <b>41 A</b> | <b>41 B</b> | <b>41 C</b> |
| <b>42 D</b> | <b>42 C</b> | <b>42 C</b> | <b>42 A</b> |
| <b>43 C</b> | <b>43 C</b> | <b>43 C</b> | <b>43 C</b> |
| <b>44 C</b> | <b>44 A</b> | <b>44 C</b> | <b>44 D</b> |
| <b>45 A</b> | <b>45 B</b> | <b>45 D</b> | <b>45 C</b> |
| <b>46 C</b> | <b>46 D</b> | <b>46 B</b> | <b>46 C</b> |
| <b>47 B</b> | <b>47 B</b> | <b>47 B</b> | <b>47 B</b> |
| <b>48 B</b> | <b>48 A</b> | <b>48 C</b> | <b>48 A</b> |
| <b>49 B</b> | <b>49 A</b> | <b>49 B</b> | <b>49 C</b> |
| <b>50 D</b> | <b>50 C</b> | <b>50 D</b> | <b>50 A</b> |

| <b>ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ TOÁN 12 KSCL LẦN 2</b> |                  |             |                  |
|--------------------------------------------|------------------|-------------|------------------|
| <i>Mã đề 202</i>                           | <b>Mã đề 204</b> | Mã đề 206   | <b>Mã đề 208</b> |
| <b>1 B</b>                                 | <b>1 C</b>       | <b>1 A</b>  | <b>1 C</b>       |
| <b>2 B</b>                                 | <b>2 B</b>       | <b>2 A</b>  | <b>2 A</b>       |
| <b>3 A</b>                                 | <b>3 D</b>       | <b>3 C</b>  | <b>3 B</b>       |
| <b>4 A</b>                                 | <b>4 D</b>       | <b>4 A</b>  | <b>4 C</b>       |
| <b>5 D</b>                                 | <b>5 B</b>       | <b>5 C</b>  | <b>5 B</b>       |
| <b>6 B</b>                                 | <b>6 C</b>       | <b>6 C</b>  | <b>6 D</b>       |
| <b>7 C</b>                                 | <b>7 A</b>       | <b>7 D</b>  | <b>7 B</b>       |
| <b>8 C</b>                                 | <b>8 D</b>       | <b>8 D</b>  | <b>8 C</b>       |
| <b>9 D</b>                                 | <b>9 A</b>       | <b>9 D</b>  | <b>9 A</b>       |
| <b>10 A</b>                                | <b>10 B</b>      | <b>10 C</b> | <b>10 B</b>      |
| <b>11 B</b>                                | <b>11 A</b>      | <b>11 B</b> | <b>11 B</b>      |
| <b>12 D</b>                                | <b>12 B</b>      | <b>12 D</b> | <b>12 A</b>      |
| <b>13 C</b>                                | <b>13 C</b>      | <b>13 A</b> | <b>13 A</b>      |
| <b>14 A</b>                                | <b>14 D</b>      | <b>14 A</b> | <b>14 D</b>      |
| <b>15 A</b>                                | <b>15 D</b>      | <b>15 D</b> | <b>15 B</b>      |
| <b>16 A</b>                                | <b>16 A</b>      | <b>16 B</b> | <b>16 C</b>      |
| <b>17 D</b>                                | <b>17 C</b>      | <b>17 B</b> | <b>17 D</b>      |
| <b>18 A</b>                                | <b>18 B</b>      | <b>18 B</b> | <b>18 A</b>      |
| <b>19 B</b>                                | <b>19 B</b>      | <b>19 C</b> | <b>19 A</b>      |
| <b>20 B</b>                                | <b>20 A</b>      | <b>20 A</b> | <b>20 D</b>      |
| <b>21 D</b>                                | <b>21 B</b>      | <b>21 B</b> | <b>21 B</b>      |
| <b>22 C</b>                                | <b>22 D</b>      | <b>22 B</b> | <b>22 D</b>      |
| <b>23 B</b>                                | <b>23 B</b>      | <b>23 A</b> | <b>23 B</b>      |
| <b>24 D</b>                                | <b>24 A</b>      | <b>24 A</b> | <b>24 D</b>      |
| <b>25 A</b>                                | <b>25 C</b>      | <b>25 D</b> | <b>25 D</b>      |
| <b>26 C</b>                                | <b>26 A</b>      | <b>26 D</b> | <b>26 C</b>      |
| <b>27 D</b>                                | <b>27 A</b>      | <b>27 B</b> | <b>27 D</b>      |

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 28 A | 28 A | 28 A | 28 C |
| 29 A | 29 A | 29 C | 29 C |
| 30 D | 30 B | 30 B | 30 B |
| 31 C | 31 B | 31 A | 31 C |
| 32 B | 32 B | 32 B | 32 B |
| 33 A | 33 B | 33 C | 33 D |
| 34 C | 34 C | 34 D | 34 D |
| 35 A | 35 A | 35 D | 35 B |
| 36 A | 36 C | 36 D | 36 A |
| 37 B | 37 D | 37 B | 37 C |
| 38 C | 38 C | 38 A | 38 A |
| 39 C | 39 D | 39 B | 39 A |
| 40 B | 40 B | 40 D | 40 D |
| 41 D | 41 D | 41 D | 41 A |
| 42 D | 42 C | 42 C | 42 C |
| 43 C | 43 C | 43 C | 43 A |
| 44 C | 44 B | 44 C | 44 B |
| 45 B | 45 D | 45 D | 45 B |
| 46 C | 46 D | 46 D | 46 C |
| 47 B | 47 D | 47 A | 47 B |
| 48 D | 48 C | 48 C | 48 A |
| 49 B | 49 A | 49 B | 49 C |
| 50 D | 50 C | 50 C | 50 D |

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT CÁC CÂU VD-VDC MÃ ĐỀ 201, 203, 205, 207**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.

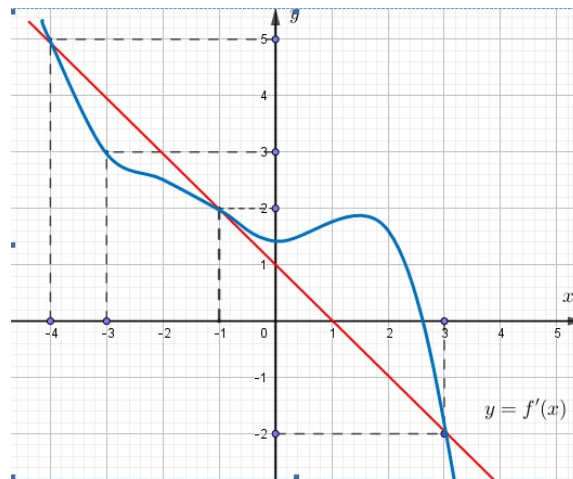


Trên đoạn  $[-4; 3]$ , hàm số  $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$  đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A.**  $x_0 = -3$ .      **B.**  $x_0 = -4$ .      **C.**  $x_0 = -1$ .      **D.**  $x_0 = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có

$$g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) - 2(1-x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1-x.$$

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Và ta có bảng biến thiên

|      |      |            |            |
|------|------|------------|------------|
| $x$  | $-4$ | $-1$       | $3$        |
| $g'$ | $-$  | $0$        | $+$        |
| $g$  |      | $\searrow$ | $\nearrow$ |

Suy ra hàm số  $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$  đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Xác định và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên dưới

|         |           |     |     |           |     |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |

Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = g(x) = f[\log_3(x^2 - 2x + 3)]$ . Chọn đáp án đúng:

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đk:  $x \in \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = g'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x+3)\ln 3} f'[\log_3(x^2-2x+3)]$ ;

Khi đó  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2=0 \\ f'(\log_3(x^2-2x+3))=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \log_3(x^2-2x+3)=1 \\ \log_3(x^2-2x+3)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=1+\sqrt{7} \\ x=1-\sqrt{7} \end{cases}$

Mặt khác:  $f'[\log_3(x^2-2x+3)] < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2-2x+3) > 1 \\ \log_3(x^2-2x+3) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-\sqrt{7} < x < 0 \\ 2 < x < 1+\sqrt{7} \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên.

|         |           |              |            |            |            |              |            |
|---------|-----------|--------------|------------|------------|------------|--------------|------------|
| $x$     | $-\infty$ | $1-\sqrt{7}$ | $0$        | $1$        | $2$        | $1+\sqrt{7}$ | $+\infty$  |
| $g'(x)$ | $-$       | $0$          | $+$        | $0$        | $-$        | $0$          | $+$        |
| $g(x)$  |           | $\searrow$   | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$   | $\nearrow$ |

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị. Chọn đáp án A

**Câu 3.** Nhân dịp kỳ nghỉ 30/4-1/5, Công ty Thái Bình Dương đã về khu du lịch Sầm Sơn để nghỉ dưỡng, và đã tổ chức Teambuilding tại bãi biển Sầm Sơn. Trong đó có một trò chơi, những người tham gia được chia làm 4 đội có số người bằng nhau, mỗi thành viên trong đội được phát cho một cái xô nhỏ để múc nước biển. Trên bãi cát bờ biển hai vị trí  $A, B$  cách nhau là 50m, cùng nằm về một phía bờ biển như hình vẽ. Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ biển lần

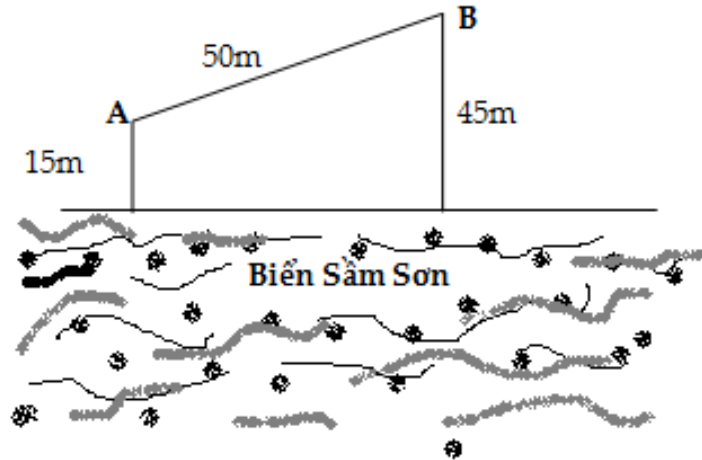
lượt là 15m và 45m. Các thành viên của các đội chơi đi từ  $A$  đến bờ biển để lấy nước và mang về  $B$ . Một đội đã chiến thắng vì đã tìm ra tuyến đường ngắn nhất. Độ dài của tuyến đường ngắn nhất đó gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 71,15m.

B. 67,14m.

C. 75,18m.

D. 72,11m



Ta giả sử người đó đi từ  $A$  đến  $M$  để lấy nước và đi từ  $M$  về  $B$ .

Ta dễ dàng tính được  $BD = 30$ ,  $EF = 40$ . Ta đặt  $EM = x$ , khi đó ta được:

$$MF = 40 - x, AM = \sqrt{x^2 + 15^2}, BM = \sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}.$$

Như vậy ta có hàm số  $f(x)$  được xác định bằng tổng quãng đường  $AM$  và  $MB$ :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 15^2} + \sqrt{(40 - x)^2 + 45^2} \text{ với } x \in [0; 40]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm  $M$ .

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 15^2}} - \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}}.$$

$$\begin{aligned}
f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 15^2}} - \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}} = 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 15^2}} = \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}} \\
&\Leftrightarrow x\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2} = (40 - x)\sqrt{x^2 + 15^2} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(40 - x)^2 + 45^2] = (40 - x)^2(x^2 + 15^2) \\ 0 \leq x \leq 40 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow x = 10
\end{aligned}$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 40]$ . So sánh các giá trị của  $f(0)$ ,  $f(10)$ ,  $f(40)$  ta có giá trị nhỏ nhất là  $f(10) = 20\sqrt{13}$

Khi đó quãng đường đi ngắn nhất là xấp xỉ 72,11m.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng song song với  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo thiết diện là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi  $(C)$  có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng  $(Q)$  dạng  $ax + by + cz + m = 0$  khi đó

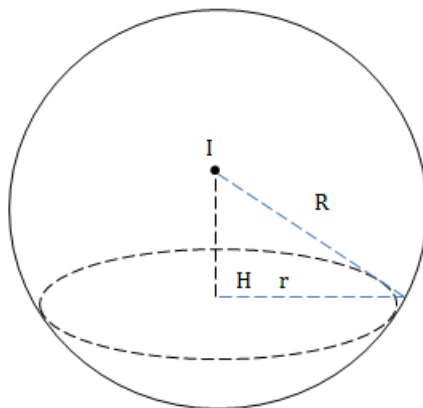
**A.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ .

**B.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 13$ .

**C.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 16$ .

**D.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 8$ .

**Hướng dẫn giải**



Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = 2\sqrt{3}$ .

Gọi  $r$  là bán kính đường tròn  $(C)$  và  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(Q)$ .

Đặt  $IH = x$  ta có  $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{12 - x^2}$

Vậy thể tích khối nón tạo được là  $V = \frac{1}{3} \cdot IH \cdot S_{((C))} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \pi \left( \sqrt{12 - x^2} \right)^2 = \frac{1}{3} \pi (12x - x^3)$ .

Gọi  $f(x) = 12x - x^3$  với  $x \in (0; 2\sqrt{3})$ . Thể tích nón lớn nhất khi  $f(x)$  đạt giá trị lớn nhất

Ta có  $f'(x) = 12 - 3x^2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Leftrightarrow x = 2$ .

Bảng biến thiên :

| $x$  | 0 | 2    | $2\sqrt{3}$ |   |
|------|---|------|-------------|---|
| $f'$ |   | +    | 0           | - |
| $f$  | 0 | ↗ 16 | ↘ 0         |   |

Vậy  $V_{\max} = \frac{1}{3} \pi 16 = \frac{16\pi}{3}$  khi  $x = IH = 2$ .

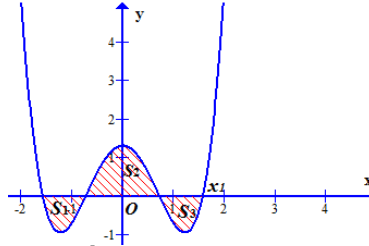
Mặt phẳng  $(Q) \parallel (P)$  nên  $(Q): 2x + 2y - z + a = 0$

$$\text{và } d(I; (Q)) = IH \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + a|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a - 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -1 \end{cases}.$$

Vậy mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình  $2x + 2y - z - 1 = 0$  hoặc  $2x + 2y - z + 11 = 0$ .

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + m$  có đồ thị  $(C_m)$ , với  $m$  là tham số thực. Giả sử  $(C_m)$  cắt trục  $Ox$  tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi  $S_1, S_2, S_3$  là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của  $m$  để  $S_1 + S_3 = S_2$  là

**A.**  $-\frac{5}{2}$ .

**B.**  $\frac{5}{4}$ .

**C.**  $-\frac{5}{4}$ .

**D.**  $\frac{5}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Gọi  $x_1$  là nghiệm dương lớn nhất của phương trình  $x^4 - 3x^2 + m = 0$ , ta có  $m = -x_1^4 + 3x_1^2$  (1).

Vì  $S_1 + S_3 = S_2$  và  $S_1 = S_3$  nên  $S_2 = 2S_3$  hay  $\int_0^{x_1} f(x) dx = 0$ .

$$\text{Mà } \int_0^{x_1} f(x) dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \left( \frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left( \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

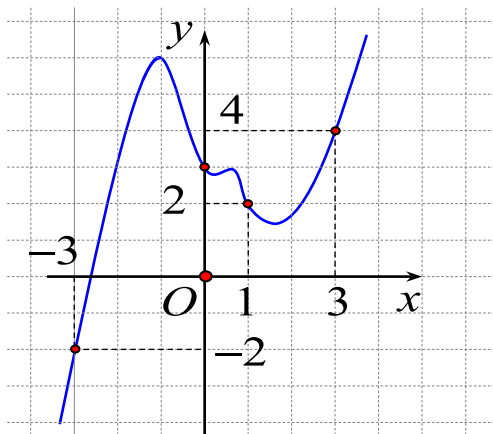
$$\text{Do đó, } x_1 \left( \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2). \quad (\text{vì } x_1 > 0)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có phương trình } \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}.$$

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT CÁC CÂU VDC MÃ 202 , 204, 206, 208**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



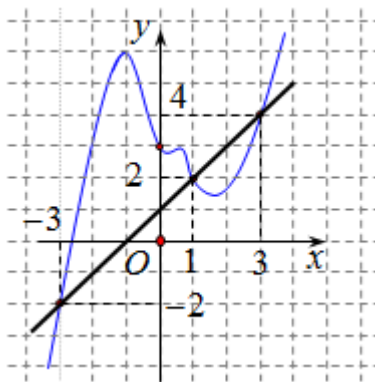
Xét hàm số  $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$  .
- B.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$  .
- C.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$  .
- D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x)$  trên  $[-3;3]$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1 (*) .$$



Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy đường thẳng  $y = x+1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  tại ba điểm lần lượt có hoành độ là:  $-3; 1; 3$ . Do đó phương trình

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases} .$$

Bảng biến thiên của hàm số  $y = g(x)$

|         |    |   |   |   |   |
|---------|----|---|---|---|---|
| $t$     | -3 |   | 1 |   | 3 |
| $g'(x)$ | 0  | + | 0 | - | 0 |
| $g(x)$  |    |   |   |   |   |

Vậy  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Xác định và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên dưới

|         |           |   |   |           |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0 | - | 0         | + |

Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = g(x) = f[\log_3(x^2 - 2x + 3)]$ . Chọn đáp án đúng:

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 7.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đk:  $x \in \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = g'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x+3)\ln 3} f'[\log_3(x^2-2x+3)]$ ;

$$\text{Khi đó } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2=0 \\ f'(\log_3(x^2-2x+3))=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \log_3(x^2-2x+3)=1 \\ \log_3(x^2-2x+3)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=1+\sqrt{7} \\ x=1-\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } f'[\log_3(x^2-2x+3)] < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2-2x+3) > 1 \\ \log_3(x^2-2x+3) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-\sqrt{7} < x < 0 \\ 2 < x < 1+\sqrt{7} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên.

|         |           |              |   |   |   |              |           |
|---------|-----------|--------------|---|---|---|--------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $1-\sqrt{7}$ | 0 | 1 | 2 | $1+\sqrt{7}$ | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | -         | 0            | + | 0 | - | 0            | +         |
| $g(x)$  |           |              |   |   |   |              |           |

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị. Chọn đáp án A

**Câu 3.** Cho hai số phức  $u, v$  thỏa mãn  $3|u-6i|+3|u-1-3i|=5\sqrt{10}$ ,  $|v-1+2i|=|\bar{v}+i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|u-v|$  là:

A.  $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

B.  $\frac{\sqrt{10}}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

D.  $\sqrt{10}$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

▪ Ta có:  $3|u-6i|+3|u-1-3i|=5\sqrt{10} \Leftrightarrow |u-6i|+|u-1-3i|=\frac{5\sqrt{10}}{3}$

$\Rightarrow MF_1+MF_2=\frac{5\sqrt{10}}{3}.$

$\Rightarrow u$  có điểm biểu diễn  $M$  thuộc elip với hai tiêu điểm  $F_1(0;6), F_2(1;3)$ , tâm  $I\left(\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$  và

độ dài trục lớn là  $2a=\frac{5\sqrt{10}}{3} \Rightarrow a=\frac{5\sqrt{10}}{6}.$

$\overrightarrow{F_1F_2}=(1;-3) \Rightarrow F_1F_2:3x+y-6=0.$

▪ Ta có:  $|v-1+2i|=|\bar{v}+i|=|v-i| \Rightarrow NA=NB$

$\Rightarrow v$  có điểm biểu diễn  $N$  thuộc đường thẳng  $d$  là trung trực của đoạn  $AB$  với  $A(1;-2), B(0;1).$

$\overrightarrow{AB}=(-1;3), K\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow d: x-3y-2=0.$

$d(I,d)=\frac{\left|\frac{1}{2}-\frac{27}{2}-2\right|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

Dễ thấy  $F_1F_2 \perp d \Rightarrow \min|u-v|=\min MN=|d(I,d)-a|=\frac{2\sqrt{10}}{3}.$

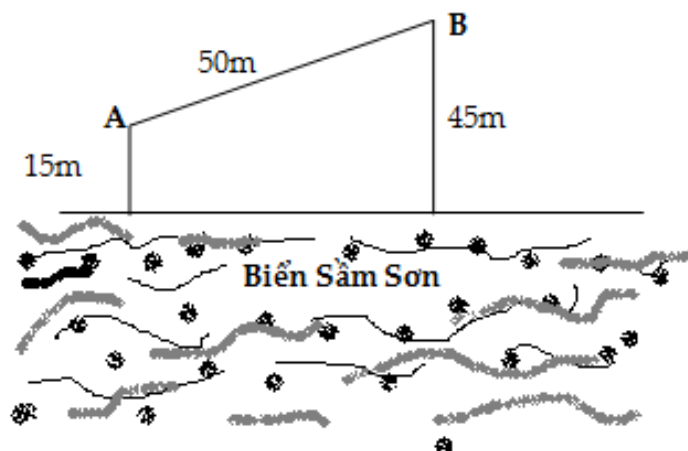
Câu 44. Nhân dịp kỳ nghỉ 30/4-1/5, Công ty Thái Bình Dương đã về khu du lịch Sầm Sơn để nghỉ dưỡng, và đã tổ chức **Teambuilding** tại **bãi biển Sầm Sơn**. Trong đó có một trò chơi, những người tham gia được chia làm 4 đội có số người bằng nhau, mỗi thành viên trong đội được phát cho một cái xô nhỏ để múc nước biển. Trên bãi cát bờ biển hai vị trí  $A, B$  cách nhau là 50m, cùng nằm về một phía bờ biển như hình vẽ. Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ biển lần lượt là 15m và 45m. Các thành viên của các đội chơi đi từ  $A$  đến bờ biển để lấy nước và mang về  $B$ . Một đội đã chiến thắng vì đã tìm ra tuyến đường ngắn nhất. Độ dài của tuyến đường ngắn nhất đó gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 71,15m.

B. 67,14m.

C. 75,18m.

D. 72,11m



Ta giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B.

Ta dễ dàng tính được  $BD = 30$ ,  $EF = 40$ . Ta đặt  $EM = x$ , khi đó ta được:

$$MF = 40 - x, AM = \sqrt{x^2 + 15^2}, BM = \sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}.$$

Như vậy ta có hàm số  $f(x)$  được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 15^2} + \sqrt{(40 - x)^2 + 45^2} \text{ với } x \in [0; 40]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 15^2}} - \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}}.$$

$$\begin{aligned}
f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 15^2}} - \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}} = 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 15^2}} = \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2}} \\
&\Leftrightarrow x\sqrt{(40 - x)^2 + 45^2} = (40 - x)\sqrt{x^2 + 15^2} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(40 - x)^2 + 45^2] = (40 - x)^2(x^2 + 15^2) \\ 0 \leq x \leq 40 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow x = 10
\end{aligned}$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 40]$ . So sánh các giá trị của  $f(0)$ ,  $f(10)$ ,  $f(40)$  ta có giá trị nhỏ nhất là  $f(10) = 20\sqrt{13}$

Khi đó quãng đường đi ngắn nhất là xấp xỉ 72,11m.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng song song với  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo thiết diện là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi  $(C)$  có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng  $(Q)$  dạng  $ax + by + cz + m = 0$  khi đó

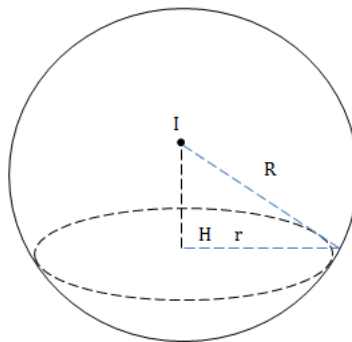
**A.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ .

**B.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 13$ .

**C.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 16$ .

**D.**  $a^2 + b^2 + c^2 = 8$ .

**Hướng dẫn giải**



Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = 2\sqrt{3}$ .

Gọi  $r$  là bán kính đường tròn  $(C)$  và  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(Q)$ .

Đặt  $IH = x$  ta có  $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{12 - x^2}$

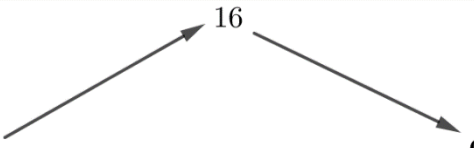
Vậy thể tích khối nón tạo được là  $V = \frac{1}{3} . IH . S_{((C))} = \frac{1}{3} . x . \pi \left( \sqrt{12 - x^2} \right)^2 = \frac{1}{3} \pi (12x - x^3)$ .

Gọi  $f(x) = 12x - x^3$  với  $x \in (0; 2\sqrt{3})$ . Thể tích nón lớn nhất khi  $f(x)$  đạt giá trị lớn nhất

Ta có  $f'(x) = 12 - 3x^2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Leftrightarrow x = 2$ .

Bảng biến thiên :

|      |   |                                                                                      |             |   |
|------|---|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---|
| $x$  | 0 | 2                                                                                    | $2\sqrt{3}$ |   |
| $f'$ |   | +                                                                                    | 0           | - |
| $f$  | 0 |  |             | 0 |

Vậy  $V_{\max} = \frac{1}{3} \pi 16 = \frac{16\pi}{3}$  khi  $x = IH = 2$ .

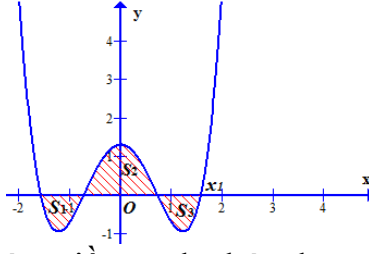
Mặt phẳng  $(Q) // (P)$  nên  $(Q): 2x + 2y - z + a = 0$

và  $d(I; (Q)) = IH \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + a|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a - 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -1 \end{cases}$ .

Vậy mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình  $2x + 2y - z - 1 = 0$  hoặc  $2x + 2y - z + 11 = 0$ .

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + m$  có đồ thị  $(C_m)$ , với  $m$  là tham số thực. Giả sử  $(C_m)$  cắt trục  $Ox$  tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của  $m$  để  $S_1 + S_3 = S_2$  là

**A.**  $-\frac{5}{2}$ .

**B.**  $\frac{5}{4}$ .

**C.**  $-\frac{5}{4}$ .

**D.**  $\frac{5}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Gọi  $x_1$  là nghiệm dương lớn nhất của phương trình  $x^4 - 3x^2 + m = 0$ , ta có  $m = -x_1^4 + 3x_1^2$  (1).

Vì  $S_1 + S_3 = S_2$  và  $S_1 = S_3$  nên  $S_2 = 2S_3$  hay  $\int_0^{x_1} f(x) dx = 0$ .

$$\text{Mà } \int_0^{x_1} f(x) dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \left( \frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left( \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

$$\text{Do đó, } x_1 \left( \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2). \quad (\text{vì } x_1 > 0)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có phương trình } \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}.$$