

§BÀI 2.

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1. Khái niệm cực trị hàm số :

Giả sử hàm số xác định trên tập hợp $D (D \subset \mathbb{R})$ và $x_0 \in D$

x_0 được gọi là một **điểm cực đại** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0

sao cho:

$$\begin{cases} (a;b) \subset D \\ f(x) < f(x_0) \quad \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\} \end{cases}.$$

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số f .

x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0

sao cho:

$$\begin{cases} (a;b) \subset D \\ f(x) > f(x_0) \quad \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\} \end{cases}.$$

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số f .

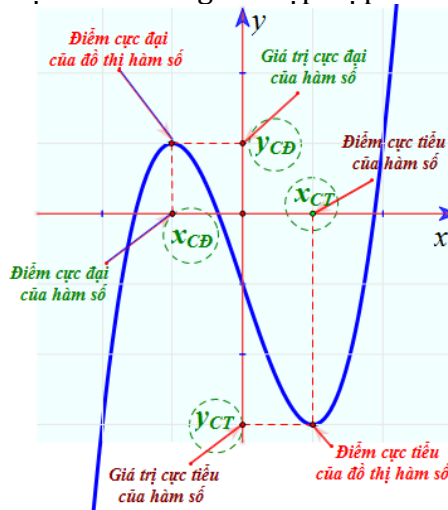
Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **cực trị**

Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số f thì người ta nói rằng hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 .

Điểm cực đại, cực tiểu gọi chung là điểm cực trị của hàm số

$f(x_0)$ là giá trị cực trị (hay cực trị) của hàm số.

Như vậy : Điểm cực trị phải là một điểm trong của tập hợp D



“Chú ý.

Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ của hàm số f chưa hẳn đã là GTLN (GTNN) của hàm số f trên tập xác định D mà $f(x_0)$ chỉ là GTLN (GTNN) của hàm số f trên khoảng $(a;b) \subset D$ và $(a;b)$ chứa điểm x_0 .

Nếu $f'(x)$ không đổi dấu trên tập xác định D của hàm số f thì hàm số f không có cực trị.

2. Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị:

2.1. Định lý 1: Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 .

Khi đó, nếu f có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

|| Chú ý :

Đạo hàm f' có thể triệt tiêu tại điểm x_0 nhưng hàm số f không đạt cực trị tại điểm x_0 .

Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm.

Hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0, hoặc tại đó hàm số không có đạo hàm.

Nhận xét. Trong bài toán này, vì $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = 0 \end{cases}$ do đó **định lý 3** không khẳng định được điểm $x = 2$ có phải là điểm cực trị của hàm số hay không.

Bài tập 2. Tìm cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

1). $y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + 1$

2). $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x + 1}}$

Lời giải.

Bài tập 3. Tìm cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

1). $y = \frac{4 - |x|}{4 + |x|}$

2). $y = |x + 3| + \frac{1}{x + 1}$

Lời giải.

Bài tập 4. Tìm cực trị (nếu có) của hàm số : $y = 3 - 2\cos x - \cos 2x$

Lời giải.

Bài tập 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Chứng minh rằng $f'(x) = 0$ nhưng hàm số $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm 0.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Câu 2. (THPT Chuyên Bắc Ninh 2018) Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .
- B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
- C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .
- D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

Lời giải

Câu 3.(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc 2018) Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = x_0$ thì $f''(x_0) < 0$.
- B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$.
- C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại $x = x_0$.
- D. Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực đại tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Lời giải

Câu 4.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $f''(x) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.
- B. Nếu $f''(x) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.
- C. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$.
- D. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) = 0$.

Lời giải

Câu 5.(THPT Chuyên Quốc Học Huế) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $f''(x_0) < 0$.
- B. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì tồn tại $a < x_0$ để $f'(a) > 0$.
- C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) \neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .

Lời giải

Câu 6.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I): Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .

(II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

- A. Cả (I) và (II) cùng sai.
- B. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.
- C. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng.
- D. Cả (I) và (II) cùng đúng.

Lời giải

Câu 7.(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ 2018) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm ?

A. $Q(3; 1)$.

B. $M(1; 3)$.

C. $P(7; -1)$.

D. $N(-1; 7)$.

Lời giải

Câu 8.(Chuyên Đồng Bằng Sông Cửu long2018) Gọi x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

Câu 9.(TT Diệu Hiền-Cần Thơ 2018) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Câu 10.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 12x - 1$

A. $y_{CD} = -17$.

B. $y_{CD} = -2$.

C. $y_{CD} = 45$.

D. $y_{CD} = 15$.

Lời giải

Câu 11.(THPT Triệu Sơn 3 Thanh Hóa 2018) Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{x}$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1

Lời giải

Câu 12.(Sở GD & ĐT Bình Thuận 2020) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1 và y_2 . Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3y_1 - y_2 = -1$.

B. $3y_1 - y_2 = 5$.

C. $3y_1 - y_2 = 1$.

D. $3y_1 - y_2 = -5$.

Lời giải

Câu 13.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Câu 14.(THPT Chuyên Hạ Long 2018) Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải

Câu 15.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 8$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Câu 16.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2018) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Câu 17.(THPT Hồng Bàng 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$.
Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Câu 18.(Chuyên Quang Trung-2018) Cho các hàm số (I): $y = x^2 + 3$, (II): $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$, (III): $y = x - \frac{1}{x+2}$, (IV): $y = (2x+1)^7$. Các hàm số không có cực trị là:

A. (I), (II), (III). B. (III), (IV), (I).
C. (IV), (I), (II). D. (II), (III), (IV).

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19.(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định 2018) Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, có đúng một cực trị?

A. $y = x^3 - 3x^2 + x$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. C. $y = -x^3 - 4x + 5$. D. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 20.(THPT Can Lộc Hà Tĩnh 2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y = -x^4 + x^2 + 3$. B. $y = x^4 + x^2 + 3$. C. $y = -x^4 - x^2 + 3$. D. $y = x^4 - x^2 + 3$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 21.(THPT Chuyên Thái Bình 2018)
Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2} + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22.(THPT Hồng Bàng Hải Phòng 2018) Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?
 A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Câu 23.(Sở GD & ĐT Hậu Giang 2020) Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị
 A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$. B. $y = -x^4 - 3x^2 + 4$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 24.(THPT Hoa Lư-2018) Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
 Tính diện tích S của tam giác OAB (O là gốc tọa độ)
 A. $S = 2$. B. $S = 4$. C. $S = 1$. D. $S = 3$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Sơn Tây-Hà Nội-2018) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x-1}$
 A. $y = -2x - 2$. B. $y = 2x + 2$. C. $y = 2x - 2$. D. $y = -2x + 2$.

Lời giải

Câu 26.(THPT Sơn Tây-Hà Nội-2018) Tìm cực đại của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

B. $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Lời giải

Câu 27.(THPT Chuyên ĐHSPT-2018) Điểm thuộc đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

A. $(2; 1)$.

B. $(0; -1)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Câu 28.(Chuyên Phan Bội Châu-2018) Số điểm cực trị của hàm số $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Câu 29.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2020)

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30.(THPT Phan Đăng Lưu Huế 2020) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 + 3x - 4$ và $M(x_0; 0)$ là điểm trên trục hoành sao cho tam giác MAB có chu vi nhỏ nhất, đặt $T = 4x_0 + 2015$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $T = 2017$. B. $T = 2019$. C. $T = 2016$. D. $T = 2018$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 31.(THPT Trần Phú 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C) . Tính diện tích S của tam giác ABC .

A. $S = 64$. B. $S = 32$. C. $S = 24$. D. $S = 12$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Định tham số m để hàm số $f(x)$ đạt cực trị.

Loại 1. Định tham số m để hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 cho trước.

1. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số f và tính đạo hàm $f'(x)$
- ② **Bước 2.** Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị tại x_0 là $y'(x_0) = 0$, từ điều kiện này ta tìm được giá trị của tham số m .
- ③ **Bước 3.** Kiểm lại bằng cách dùng một trong hai quy tắc tìm cực trị, để xét xem giá trị của tham số m vừa tìm được có thỏa mãn yêu cầu của bài toán hay không?

★ Chú ý:

- * Ta có thể sử dụng **quy tắc hai** để tìm, tuy nhiên việc sử dụng quy tắc hai phải thỏa mãn điều kiện $y''(x_0) \neq 0$.
- * Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 , $f'(x_0) = 0$ và f có đạo hàm cấp hai khác 0 tại điểm x_0 .

☞ Nếu $f''(x_0) < 0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0 .

☞ Nếu $f''(x_0) > 0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0 .

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$. Với giá trị nào của m thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Lời giải.

Chú ý:

Trong trường hợp $f'(x_0) = 0$ không tồn tại hoặc $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) = 0 \end{cases}$ thì định lý 3 không dùng được.

Nhận xét:

Nếu trình bày lời giải theo sơ đồ sau: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} (*)$ thì lời giải

chưa chính xác

Vì dấu hiệu nêu trong **định lý 3** chỉ phát biểu khi $y''(x_0) \neq 0$. Các bạn sẽ thấy điều đó rõ hơn bằng cách giải bài toán sau:

1). Tìm m để hàm số $y = x^4 + 3mx^2 + m^2 + m$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

2). Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 3(m-2)x^2 + (m-4)x + 2m-1$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Nếu ta khẳng định được $y''(x_0) \neq 0$ thì ta sử dụng $(*)$ được.

4). $y = \frac{x^2 + (m-1)x + 3 - 2m}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = -1$.

[illegible]

Mức độ 1. Nhận biết

A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m \neq -1$. D. $m \neq 1$.

[illegible]

A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

A. $m=1$. B. $m=-4$. C. $m=-2$. D. $m=2$.

[illegible]

Câu 35.(THPT Hà Huy Tập 2018) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3 \text{ đạt cực tiểu tại } x = 3.$$

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 5$.

D. $m = -7$.

Lời giải

Câu 36.(THPT Xuân Hòa 2018) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

A. $m > 0$.

B. $m = 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \neq 0$.

Lời giải

Câu 37.(THPT Việt Trì 2018) Hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m-1)^2x$. Hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x = 1$ khi

A. $m = 1$.

B. $m = 0; m = 4$.

C. $m = 4$.

D. $m = 0; m = 1$.

Lời giải

Câu 38.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 = 1$.

A. $m \neq 0$ và $m \neq 2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 0$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

Lời giải

Câu 39.(THPT Quảng Xương 2018) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$.

Tính $a + b$.

A. $a + b = 4$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = -4$.

D. $a + b = -2$.

Lời giải

Câu 40.(THPT Trần Hưng Đạo 2018) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 1 \text{ đạt cực tiểu tại } x = 0.$$

A. $m < -1$.

B. $m = -1$.

C. $m \leq -1$.

D. $m \leq -1 \vee m \geq 1$

Lời giải

Câu 41.(THPT Xuân Trường 2018) Hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi:

A. $-1 \leq m < 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m < -1$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 42.(THPT Hoài Ân 2018) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3 \text{ đạt cực đại tại điểm } x = 3.$$

A. $m = -7$.

B. $m = 5$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Câu 43.(THPT Chuyên Biên Hòa 2018) Hàm số $y = x^3 + 2ax^2 + 4bx - 2018$, $(a, b \in \mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x = -1$. Khi đó hiệu $a - b$ là

- A. -1 . B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 44.(SGD Bà Rịa Vũng Tàu 2018)

Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m \in \emptyset$. D. $m = 0$.

Lời giải

Câu 45.(Sở GD 7 ĐT Bắc Ninh 2018)

Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + (3m - 2)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$?

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 46.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Tìm m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = -\frac{3}{2}$.

C. $m = 0$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 47.(Sở GD & ĐT Hà Nội 2018)

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. $m \leq 0$.

B. $m = 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 48.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Tìm m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = -\frac{3}{2}$.

C. $m = 0$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 49.(Sở GD & ĐT Quảng Nam 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x \text{ đạt cực tiểu tại } x=1.$$

A. $m = 2$.

B. $m = -3$.

C. $m = -3$ hoặc $m = 2$.

D. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

Lời giải

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 50.(THPT Nguyễn Khuyến 2018) Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì m thuộc khoảng nào?

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-4; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Câu 51.(THPT Thạc Thành 2018) Cho hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $A(-1; 4)$ là điểm cực tiểu. Tổng $2a + b$ bằng

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 52.(THPT Thạc Thành 2018)

Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A(1; -7)$, $B(2; -8)$. Tính $y(-1)$.

- A. $y(-1) = 11$. B. $y(-1) = 7$. C. $y(-1) = -11$. D. $y(-1) = -35$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 53.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2018) Biết điểm $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3) = 17$. B. $f(3) = 49$. C. $f(3) = 34$. D. $f(3) = 13$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 54.(THPT Đức Thọ Hà Tĩnh 2018) Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, biết điểm $A(1; 4)$, $B(0; 3)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số.

- A. $a = 1; b = 0; c = 3$. B. $a = -\frac{1}{4}; b = 3; c = -3$.
C. $a = 1; b = 3; c = -3$. D. $a = -1; b = 2; c = 3$.

Lời giải

.....

Câu 55.(Đề Chính Thức Bộ Giáo Dục 2018) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

Câu 56.(Đề Chính Thức Bộ Giáo Dục 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Câu 57.(Đề Chính Thức Bộ Giáo Dục 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. 8.

B. Vô số.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 60.(THPT Kim Liên Hà Nội 2018) Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$, $(a, b \in \mathbb{R})$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Tính giá trị của $P = 4a - b$.

- A. $P = 3$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 61.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2020) Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T = a + b + c$

- A. $T = 9$. B. $T = 1$. C. $T = -2$. D. $T = -4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 62.(Toán Học Tuổi Trẻ 2017) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -4. D. -2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 63.(Sở GD & ĐT Quảng Nam 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=2$. B. $m=-3$. C. $m=-3$ hoặc $m=2$. D. $m=-2$ hoặc $m=3$

Lời giải

Câu 64.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

A. $y(-1)=7$. B. $y(-1)=11$. C. $y(-1)=-11$. D. $y(-1)=-35$.

Lời giải

Câu 65.Cho biết hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại điểm $x=1$, $f(3)=29$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $f(-2)=4$. B. $f(-2)=24$. C. $f(-2)=2$. D. $f(-2)=16$.

Lời giải

Câu 66.(THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2018) Biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có

hai điểm cực trị là $(0;0)$ và $(1;1)$. Các hệ số a, b, c, d lần lượt là

A. $-2; 0; 3; 0$.

B. $-2; 3; 0; 0$.

C. $-2; 0; 0; 3$.

D. $0; 0; -2; 3$.

Lời giải

Câu 67.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $-2019; 2019$ để hàm số $y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m+5$ đạt cực đại tại $x=0$?

A. 110.

B. 2016.

C. 100.

D. 10.

Lời giải

Câu 68.(THPT Chuyên Huỳnh Mẫn Đạt 2019) Cho hàm số $y = \frac{x^5}{5} - 2m-1 x^4 - \frac{m}{3}x^3 + 2019$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Loại 2. Định tham số m để hàm số $f(x)$ có cực trị .(không có điều kiện).

1. Phương pháp.

① **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số f và tính đạo hàm $f'(x)$

② **Bước 2.** Đối với loại này ta phải xét bốn hàm số sau.

☞ **Là hàm số bậc 3:** Cho hàm số $y = f(x; m) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

① **Bước 1:** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c = Ax^2 + Bx + C$

② **Bước 2:** Hàm số có cực trị (hay cực trị phân biệt hay có cực đại và cực tiểu)

$\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua 2 nghiệm đó.

$\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 3a \neq 0 \\ \Delta_{y'} = B^2 - 4AC = 4b^2 - 12ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in D_1.$$

2. Bài tập minh họa .

Bài tập 8. Cho hàm số: $y = x^3 - 3(m-1)x^2 + 3(2m-4)x + m$. Với giá trị nào của m thì hàm số có cực đại, cực tiểu.

Lời giải.

Bài tập 9. Tìm m để hàm số: $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 1$ có cực trị.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 69.(THPT Chuyên Hạ Long Quảng Ninh 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

A. $m \leq 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m < -4$.

Lời giải

Câu 70.(THPT Hồng Quang Hải Dương 2018)

Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+2)x^3 + x^2 + \frac{1}{3}mx - 2$ có cực đại, cực tiểu.

A. $m \in (-3; -2) \cup (-2; 1)$.

B. $m \in (-3; 1)$.

C. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

D. $m \in (-2; 1)$.

Lời giải

Câu 71.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại, cực tiểu.

A. $m > \frac{3}{2}$.

B. $m < -\frac{3}{2}$.

C. $m < \frac{3}{2}$.

D. $m \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 72.(THPT Bình Xuyên 2018) Cho hàm số $y = \frac{(m-1)x^3}{3} + (m-1)x^2 + 4x - 1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1 , đạt cực đại tại x_2 đồng thời $x_1 < x_2$ khi và chỉ khi:

A. $m < 1$.

B. $m > 5$.

C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 5 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 73.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Tìm các giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Câu 74.(THPT Hai Bà Trưng Huế 2020)

Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m-2)x + 1$ không có cực trị.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Câu 75.(THPT Hùng Vương 2020) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m trên $[-2020; 2020]$ để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị.

A. 4036.

B. 4037.

C. 4036.

D. 4035.

Lời giải

Câu 76.(THPT Ba Đình 2020) Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m trong $[-2020; 2020]$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu?

A. 2022.

B. 2020

C. 2021.

D. 2023.

Lời giải

Câu 77.(THPT Kim Liên 2020) Cho hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số *không* có cực trị.

A. $0 \leq m \leq \frac{1}{3}$.

B. $0 < m \leq \frac{1}{4}$.

C. $0 \leq m \leq \frac{1}{4}$.

D. $m \geq \frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 78. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m^2 - 3m - 3)x + 2016 \text{ có 2 điểm cực trị ?}$$

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Là hàm số bậc 4: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$)

① **Bước 1:** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx = x(4ax^2 + 2b)$

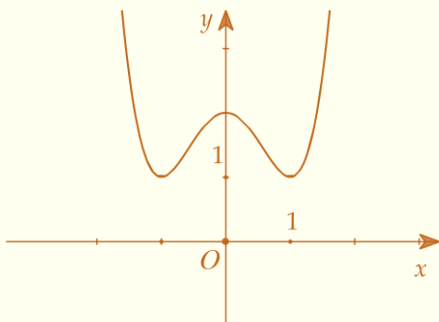
$$y' = 0 \Leftrightarrow x(4ax^2 + 2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = 4ax^2 + 2b = 0 \end{cases}$$

② **Bước 2:** Hàm số có

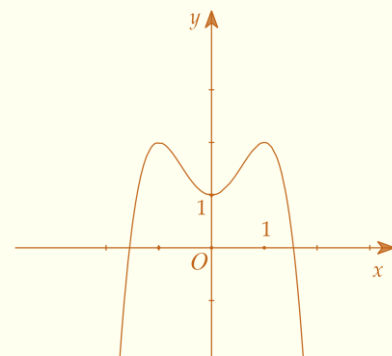
☞ 3 cực trị (hay 3 cực trị phân biệt) $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua 3 nghiệm đó $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 và y' đổi dấu qua 2 nghiệm đó

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(0) \neq 0 \\ \Delta_g > 0 \end{cases}$$

Nếu 1 cực đại và 2 cực tiểu thì ta phải thêm điều kiện hệ số $a > 0$.



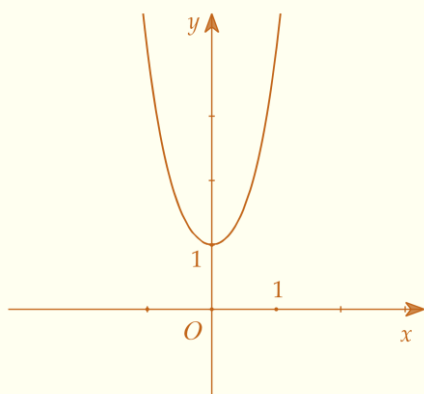
Nếu 2 cực đại và 1 cực tiểu thì ta phải thêm điều kiện hệ số $a < 0$.



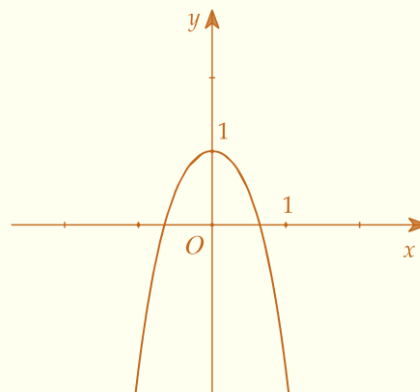
☞ 1 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 1 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua 1 lần nghiệm đó $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có 1 nghiệm kép bằng 0 hoặc vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} g(0) = 0 \\ \Delta_g = 0 \end{cases}$ hoặc $\Delta_g < 0$ hoặc $\begin{cases} g(0) = 0 \\ \Delta_g > 0 \end{cases}$.

Nếu 1 cực tiểu thì ta phải thêm điều kiện hệ số

$$a > 0.$$



Nếu 1 cực đại thì ta phải thêm điều kiện hệ số $a < 0$.



Lưu ý.

☞ Hàm số có một cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$.

☞ Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$.

☞ Hàm số có đúng một cực trị và cực trị là cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$.

☞ Hàm số có đúng một cực trị và cực trị là cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$.

☞ Hàm số có hai cực tiểu và một cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$.

☞ Hàm số có một cực tiểu và hai cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Bài tập 10. Cho hàm số $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Tìm m để:

1). Hàm số có ba cực trị.

2). Hàm số có cực tiểu mà không có cực đại.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để hàm số: $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ chỉ có một điểm cực trị.

Lời giải.

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 79.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc 2018)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 3mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị.

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m \leq 0$. D. $m = 0$.

Lời giải

Câu 80.(Sở GD & ĐT Kiên Giang-2018)

Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 - 3$ có 3 cực trị.

- A. $m > 0$. B. $m > 1$. C. $m > -1$. D. $m \geq 0$.

Lời giải

Câu 81.(THPT Cổ Loa 2018)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^4 + x^3 - mx^2$ có 3 điểm cực trị?

- A. $m \in (0; +\infty)$. B. $m \in \left(-\frac{9}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.
C. $m \in (-\infty; 0)$. D. $m \in \left(-\frac{9}{32}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

Lời giải

Câu 82.(THPT Kim Liên 2018) Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Câu 83.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018)

Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

A. $a < 0, b \leq 0$.

B. $a > 0, b \geq 0$.

C. $a > 0, b < 0$.

D. $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Câu 84.(THPT Lê Hoàn 2018)

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m+1)x^4 + 2(m-2)x^2 + 1$ có ba cực trị.

A. $-1 < m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $-1 \leq m \leq 2$.

D. $m < -1$.

Lời giải

Câu 85.(THPT Kim Liên 2018) Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Câu 86.(THPT Gia Lộc 2019)

Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + 3m-2$ có ba điểm cực trị.

A. $m \in (2; +\infty)$.

B. $m \in (-2; 2)$.

C. $m \in (-\infty; 2)$.

D. $m \in (0; 2)$.

Lời giải

Câu 87.(Cụm Trường Sóc Sơn Mê Linh)

Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m-2019)x^2 + 2018$ có ba điểm cực trị là

A. $m < 2019$.

B. $m \leq 2019$.

C. $m < 2018$.

D. $m \leq 1009$.

Lời giải

Câu 88.(THPT Yên Lạc 2018)

Cho hàm số: $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m-1$. Tìm m để đồ thị hàm số có đúng một cực trị

A. $m < 0$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 1$.

C. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 89.(THPT Lê Quý Đôn 2018) Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số

$$y = (m^2 - 1)x^4 + mx^2 + m - 2 \text{ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.}$$

A. $m \leq -1$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $-1 < m < 0,5$.

D. $-1,5 < m \leq 0$.

Lời giải

Câu 90.(Sở GD & ĐT Bắc Ninh 2018)

Cho hàm số $y = mx^4 - (2m + 1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại?

A. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.

B. $m \geq -\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2} \leq m < 0$.

D. $m \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 91.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn

$y = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

A. $a < 0, b \leq 0$.

B. $a > 0, b \geq 0$.

C. $a > 0, b < 0$.

D. $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Câu 92.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Cho hàm số $y = (m + 1)x^4 - (m - 1)x^2 + 1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là:

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 93.(THPT Ngô Sĩ Liên 2018) Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi
A. $m \leq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** m tùy ý. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 94.(THPT Yên Lạc 2018) Cho hàm số: $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có đúng một cực trị
A. $m < 0$ **B.** $m < 0 \vee m > 1$ **C.** $m \leq 0 \vee m \geq 1$ **D.** $m > 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 95.(THPT Chuyên Quốc Học-Huế 2018)
 Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?
A. 7. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 96.(Chuyên Ngữ Hà Nội-2018) Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S .

- A. 1. B. 2. C. 6. D. 0.

Lời giải

Câu 97.(THPT Quỳnh Lưu Nghệ An) Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Câu 98.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2020) Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 11m)x^2 + 20$ có đúng một điểm cực trị.

- A. 20. B. 55. C. 45. D. 10.

Lời giải

Câu 99. (THPT Kinh Môn 2019)

Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m^2 - 4)x^2 + 1 - m$ có một điểm cực trị

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 100. (Chuyên KHTN Hà Nội)

Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m - 3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

- A. 2. B. vô số. C. 0. D. 4.

Lời giải

Câu 101. (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2020) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2 x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một điểm cực trị.

- A. 2019. B. 2020. C. 2018. D. 2017.

Lời giải

Câu 102. (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2020) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2 x^4 - (m^2 - 5m)x^2 + 7$ có đúng một điểm cực trị.

A. 20.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

☞ Là hàm số hữu tỉ $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} \quad (a \neq 0)$.

① **Bước 1:** Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{e}{d} \right\}$.

Đạo hàm: $y' = \frac{Ax^2 + Bx + C}{(dx + e)^2} = \frac{g(x)}{(dx + e)^2} \quad (A \neq 0)$.

② **Bước 2:** Hàm số có cực trị (hay cực trị phân biệt hay có cực đại và cực tiểu)

$\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{e}{d}$ và y' đổi dấu qua 2 nghiệm đó

$\Leftrightarrow$ phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{e}{d} \Leftrightarrow \begin{cases} g\left(-\frac{e}{d}\right) \neq 0 \\ \Delta_g > 0 \end{cases}$

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm hay có nghiệm kép

$\Leftrightarrow$ phương trình $g(x) = 0$ vô nghiệm hay có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta_g \leq 0$.

Bài tập 12. Tìm m để hàm số sau có cực trị: $y = \frac{x^2 + (m-1)x + 1}{mx - 1}$.

Lời giải.

Bài tập 13. Tìm m để hàm số sau có cực trị $y = \frac{x^2 + (2m-1)x + m^2 + m - 3}{x + m}$.

Lời giải.

Bài tập 14.

- 1). Gọi (C_m) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x + m+1}{x+1}$, chứng minh với mọi m , đồ thị (C_m) luôn có cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $\sqrt{20}$.
- 2). Chứng minh rằng với mọi tham số m hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ luôn có cực đại và cực tiểu đồng thời khoảng cách giữa các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số không đổi.

Lời giải.

5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 103.(THPT Chuyên ĐH KHTN 2020)

Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $m > 2$. B. $0 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $m < 0$.

Lời giải

Câu 104.(Tạp chí THPT-Tháng 4 2018)

Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + mx + 1}{x - 1}$ đi qua điểm $A(-1; 1)$ khi và chỉ khi m bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Câu 105.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018) Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4 - x^2}$

A. $x = -2\sqrt{3}$.

B. $x = 2$.

C. $x = -\sqrt{2}$.

D. $x = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 106.(THPT Chuyên Hùng Vương-2018) Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx + m^2}{x - 1}$ có hai điểm cực trị A, B . Khi $\angle AOB = 90^\circ$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng

A. $\frac{1}{16}$.

B. 8.

C. $\frac{1}{8}$.

D. 16.

Lời giải

Câu 107.(Cụm Đồng Bằng Sông Cửu Long 2018) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là A, B . Tìm số giá trị m sao cho ba điểm $A, B, C(4;2)$ phân biệt và thẳng hàng.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Loại 3. Định tham số m để hàm số $f(x)$ có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước. (có điều kiện).

1. Phương pháp .

① **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số f và tính đạo hàm $f'(x)$

② **Bước 2.** Tìm điều kiện để hàm số có cực trị (loại 2).

③ **Bước 3.** Tìm hai điểm cực trị $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ rồi áp dụng hệ thức Vi-ét

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Nhận xét: Đối với loại này ta phải tìm được tung độ y_1, y_2 xét các trường hợp sau :

☞ Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) mà có delta Δ dạng bình phương ($\Delta = 0$)

thì ta tính nghiệm x_1, x_2 bằng công thức

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow y_1 = f(x_1) \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow y_2 = f(x_2) \end{cases}$$

☞ Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) mà có delta Δ không có dạng bình phương thì ta xét các cách tính từng hàm sau

✎ **Là hàm số bậc 3:** $y = f(x; m) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Lấy y chia cho y' ta được thương là $P(x)$ và phần dư là $r(x)$ khi đó, ta viết lại

$$y = y'(x) \cdot p(x) + r(x).$$

Với x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số thì $\begin{cases} y'(x_1) = 0 \\ y'(x_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1(x_1) = r(x_1) \\ y_2(x_2) = r(x_2) \end{cases} \Rightarrow y = r(x)$

Vậy để tìm tung độ cực trị hay giá trị cực trị y ta chỉ cần $r(x)$.

✎ **Là hàm số phân thức hữu tỉ:** $y = \frac{u(x)}{v(x)}$ khi đó nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số thì giá

trị cực trị của hàm số: $y(x_0) = \frac{u'(x_0)}{v'(x_0)} = r(x).$

☞ Ta cũng suy ra được $y = r(x)$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị x_1, x_2 .

2. Bài tập minh họa .

Bài tập 15. Tìm các giá trị của m để hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực đại, cực tiểu có hoành độ là các số dương.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 16. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x - m^3 - 3m^2 + m$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m đồ thị hàm số có hai điểm cực trị và khoảng cách giữa hai điểm không đổi.

Lời giải.

Bài tập 17. Tìm m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (5m-4)x + 2$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $(d): 8x + 3y + 9 = 0$

Lời giải.

Bài tập 18. Tìm các giá trị của m để hàm số: $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - \frac{m+3}{2}x^2 + (3-m)x - m + \frac{3}{2}$ có cực trị và số 2 nằm giữa hai điểm cực trị của hàm số.

Lời giải.

Bài tập 19. Tìm các giá trị của m để hàm số:

- 1). $y = -x^3 + 3(m+1)x^2 - (3m^2 + 7m - 1)x + m^2 - 1$ có điểm cực tiểu tại một điểm có hoành độ nhỏ hơn 1.
- 2). $y = mx^3 - (2m+1)x^2 - mx + 1$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu ,đồng thời điểm cực đại của đồ thị hàm số có hoành độ lớn hơn 1.

Lời giải.

Bài tập 20. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 + 2(5m-8)x + 1$.

Xác định tham số m để hàm số đạt cực trị tại hai điểm có hoành độ bé hơn 1.

Lời giải.

Bài tập 21. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + m(x+1)}{x+2}$ có hai cực trị $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = -6\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)$.

Lời giải.

Bài tập 22. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + m^2x + 2m^2 - 5m + 3}{x}$ đạt cực tiểu tại $x \in (0; 2m), m > 0$

Lời giải.

2). $y = \frac{x^2 + 2mx + 2}{x + 1}$ có điểm cực đại, điểm cực tiểu và khoảng cách từ hai điểm đó đến đường thẳng $\Delta: x + y + 2 = 0$ bằng nhau.

[illegible]

.....

Bài tập 25. Với giá trị nào của $m \in \mathbb{R}$ thì đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4mx^2 - 4m$ có 3 cực trị là 3 đỉnh của 1 tam giác nhận điểm $H\left(0; \frac{31}{4}\right)$ làm trực tâm.

Lời giải.

Bài tập 26. Giả sử đồ thị $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 3$ có 3 cực trị A, B, C . Tìm m để đường tròn nội tiếp tam giác ABC có bán kính bằng 1.

Lời giải.

Bài tập 27. Giả sử đồ thị $y = mx^3 - 3mx^2 + (2m + 1)x + 3 - m$, có đồ thị (C_m) có 2 cực trị. Tìm m để khoảng cách từ $I\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ đến đường thẳng đi qua 2 cực trị của (C_m) là lớn nhất.

Lời giải.

Bài tập 28. Tìm tham số thực m để hàm số: $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$ có cực đại A và cực tiểu B sao cho:

- 1). Khoảng cách giữa A và B bằng $\sqrt{2}$
- 2). Hai điểm A và B tạo với điểm $C(4;0)$ một tam giác vuông tại C .

Lời giải.

Bài tập 29. Tìm tham số thực m để hàm số: $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (1) có 3 cực trị A, B, C sao cho: $OA = BC$, O là gốc tọa độ, A là cực trị thuộc trục tung, B, C là 2 điểm cực trị còn lại.

Lời giải.

Bài tập 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Lời giải.

Bài tập 31. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

Lời giải.

6. Câu hỏi trắc nghiệm

Hàm Số Bậc Ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 108.(THPT Hồng Bàng 2018) Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + (m^2 - 3m)x + 4$. Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 < 0$.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

C. $m \in [0; 3]$.

D. $m \in (0; 3)$.

Lời giải

Câu 109.(THPT Kinh Môn 2018) Cho $y = (m-3)x^3 + 2(m^2 - m - 1)x^2 + (m+4)x - 1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy . S có bao nhiêu phần tử?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Câu 110.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc 2018)

Tìm các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (6m+9)x - 12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

A. $-3 \neq m < -\frac{3}{2}$.

B. $m = -2$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $-3 < m < -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 111.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 3 < x_2$.

- A. $m \neq 1$. B. $m > 1$. C. $m < \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 112.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018)

Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Câu 113.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$.

- A. $-3 < m < 1$. B. $-\frac{7}{2} < m < -3$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -2$.

Lời giải

Câu 114.(Toán Học Tuổi trẻ)

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

- A. 2. B. 9. C. 3. D. 7.

Lời giải

Câu 115.(Tập Chí Toán Học 2018) Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x - 3$, (m là tham số thực). Tìm điều kiện của m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

- A. $-5 < m < -1$. B. $-5 < m < -3$. C. $-3 < m < -1$. D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 116.(Tập chí THPT 2018) Số giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + 1 - m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Câu 117.(THPT Nguyễn Khuyến 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành.

A. $-\frac{1}{4} < m \neq 0$.

B. $m > 0$.

C. $-\frac{1}{4} < m < 0$.

D. $m < -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 118.(Sở GD & ĐT Phú Thọ 2019) Tập hợp tất cả các giá trị tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành là $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 2b$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Câu 119.(THPT Chuyên Quốc Học Huế) Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}m - 1x^2 - 3mx - \frac{3m}{2}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $-20; 18$ sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành?

A. 1.

B. 19.

C. 20.

D. 18.

Lời giải

Câu 120.(THPT Nguyễn Trãi 2018) Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$, tìm giá trị của tham số m để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 121.(THPT Chuyên ĐH 2018) Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 4$.

A. $m = 2$.

B. Không tồn tại m .

C. $m = -2$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Câu 122.(THPT Đặng Thúc Hứa 2018) Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3; 3)$.

A. 12.

B. 11.

C. 13.

D. 10.

Lời giải

Câu 123.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018) Giả sử hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0$. Giá trị của m là

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Câu 124.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 2$. Biết $S = (a; b]$.

Tính $T = b - a$.

- A. $T = 2 + \sqrt{3}$. B. $T = 1 + \sqrt{3}$. C. $T = 2 - \sqrt{3}$. D. $T = 3 - \sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 125.(THPT Bình Xuyên 2018)

Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B thỏa $AB = \sqrt{20}$:

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 126.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$

A. 4. B. 1. C. 0. D. 9.

Lời giải

Câu 127.(THPT Yên Định 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

A. $m < 2$. B. $-2 < m < 0$. C. $-2 < m < 2$. D. $0 < m < 2$.

Lời giải

Câu 128.(THPT Thăng Long 2018) Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 - (2m-1)x + m+2$, với m là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 .
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 10(x_1 + x_2)$.

A. 78. B. 1. C. -18. D. -22.

Lời giải

Câu 129.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ có cực đại, cực tiểu thỏa mãn $|x_{CD} + x_{CT}| = 2$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Câu 130.(Chuyên Hùng Vương Phú Thọ)

Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1; 7)$.

B. $m_0 \in (7; 10)$.

C. $m_0 \in (-15; -7)$.

D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng Cao

Câu 131.(THPT Thanh Miện 1 2018) Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?

- A. 3. B. 1. C. Không có m . D. 2.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 132.(Sở GD & ĐT Phú Thọ 2018)

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ bằng

- A. $\frac{34}{9}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $\frac{73}{16}$. D. $\frac{52}{9}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 133.(Sở GD-ĐT Ninh Bình-2018)

Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (m^2 - 3)x + 2018$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = |x_1(x_2 - 2) - 2(x_2 + 1)|$ đạt giá trị lớn nhất?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Câu 134.(Kiến An Hải Phòng 2018) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2$ có đồ thị là đường cong (C). Biết rằng tồn tại hai số thực m_1, m_2 của tham số m để hai điểm cực trị của (C) và hai giao điểm của (C) với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T = m_1^4 + m_2^4$.

A. $T = 22 - 12\sqrt{2}$.

B. $T = 11 - 6\sqrt{2}$.

C. $T = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$.

D. $T = \frac{15 - 6\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 135.(THPT Thuận Thành 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x\sqrt{m^2 - x^2}$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $AB \leq 2\sqrt{30}$. Số phần tử của S là

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Câu 136.(THPT Việt Trì Phú Thọ 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 - 3ax + 4$ với a là tham số.

Biết a_0 là giá trị của tham số a để hàm số đã cho đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

A. $a_0 \in (-7; -3).$

B. $a_0 \in (-10; -7).$

C. $a_0 \in (7; 10).$

D. $a_0 \in (1; 7).$

Lời giải

Câu 137.(Trường BDVH218LTT 2018) Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có hai điểm cực trị A, B và đường thẳng AB đi qua điểm $I(0;1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + 2ab + 3c$.

A. $-22.$

B. $22.$

C. $-34.$

D. $34.$

Lời giải

Câu 138.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m = -5$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 139.(Sở GD & ĐT Hậu Giang 2018) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tổng tất cả các số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

A. $-\frac{2}{17}$.

B. $\frac{4}{17}$.

C. $\frac{14}{17}$.

D. $\frac{20}{17}$.

Lời giải

Câu 140.(THPT Kinh Môn 2018)

Cho $y = (m-3)x^3 + 2(m^2 - m - 1)x^2 + (m+4)x - 1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy . S có bao nhiêu phần tử?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Câu 141.(THPT Phan Đăng Lưu-Huế 2020)

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 + 3x - 4$ và $M(x_0; 0)$ là điểm trên trục hoành sao cho tam giác MAB có chu vi nhỏ nhất, đặt $T = 4x_0 + 2015$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $T = 2017$.

B. $T = 2019$.

C. $T = 2016$.

D. $T = 2018$.

Lời giải

Câu 142.(THPT Chuyên ĐHSPT 2018)

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = x^3 + 3\sqrt{3}ax$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

A. $a < -1$.

B. $a < 0$.

C. $-1 < a < 0$.

D. $a > 0$.

Lời giải

Câu 143.(THPT Số 2018) Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$.

Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-m)^2 + (y-m-1)^2 = 5$. Tính tổng $m_1 + m_2$.

A. $m_1 + m_2 = 0$.

B. $m_1 + m_2 = 10$.

C. $m_1 + m_2 = 6$.

D. $m_1 + m_2 = -6$.

Lời giải

Câu 144.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m = -5$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 145.(THPT Chuyên Hạ Long Quảng Ninh 2018)

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A , B và $M(1; -2)$ thẳng hàng.

A. $m = \sqrt{2}$.

B. $m = -\sqrt{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -\sqrt{2}; m = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 146.(THPT Đức Thọ Hà Tĩnh 2018) Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó, điều kiện nào sau đây cho biết AB đi qua gốc tọa độ O ?

A. $2b + 9 = 3a$. B. $c = 0$. C. $ab = 9c$. D. $a = 0$.

Lời giải

Câu 147.(THPT Từ Kỳ 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$. Tính tổng các phần tử của S .

A. 6. B. 0. C. -6. D. 3.

Lời giải

Câu 148.(THPT Lương Văn Chánh 2020)

Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m+1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

A. $m = \frac{1}{6}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Câu 149.(THPT Lương Văn Chánh 2018)

Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$, với m là tham số; gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d .

A. $k = -\frac{1}{3}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = -3$.

D. $k = 3$.

Lời giải

Câu 150.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2018)

Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 151.(THPT Chuyên Trần Phú 2018) Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1 m_2$.

- A. -15. B. 12. C. 6. D. -20.

Lời giải

Câu 152.(PTNK-ĐHQG TP HCM 2018) Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - m^2x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho ba điểm O, A, B thẳng hàng, trong đó O là gốc tọa độ.

- A. $m = 0$. B. $m = \sqrt{3}$. C. $m = \sqrt[3]{24}$. D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 153.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ với m là tham số thực khác 0. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $3x + 3y - 8 = 0$.

- A. $m = 5$. B. $m = 2$. C. $m = 6$. D. $m = 4$.

Lời giải

Câu 154.(THPT Chuyên Hạ Long 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$. Tính tích các phần tử của S .

- A. 3. B. 0. C. 18. D. -27.

Lời giải

Câu 155.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Đường thẳng $y = k(x+2)+3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ (1) tại 3 điểm phân biệt, tiếp tuyến với đồ thị (1) tại 3 giao điểm đó lại cắt nhau tại 3 điểm tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
A. $k \leq -2$. **B.** $-2 < k \leq 0$. **C.** $0 < k \leq 3$. **D.** $k > 3$.

Lời giải

Câu 156.(Trung Tâm Luyện Thi Amsterdam)
 Giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.
A. $-\frac{16}{25}$. **B.** -9 . **C.** $-\frac{25}{9}$. **D.** 1 .

Lời giải

Câu 157.(THPT Chuyên ĐHSPT 2018)

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = 2x^3 + 9ax^2 + 12a^2x + 1$ có cực đại, cực tiểu và hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1.

A. $a = -\frac{1}{2}$.

B. $a = 1$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = -1$.

Lời giải

Câu 158.(THPT Triệu Sơn 3 2018) Cho hàm số $y = (x - m)^3 - 3x + m^2$ có đồ thị là (C_m) với m là tham số thực. Biết điểm $M(a; b)$ là điểm cực đại của (C_m) ứng với một giá trị m thích hợp, đồng thời là điểm cực tiểu của (C_m) ứng với một giá trị khác của m . Tổng $S = 2018a + 2020b$ bằng

A. 504.

B. -504.

C. 12504.

D. 5004.

Lời giải

Câu 159.(THPT Kiến An-2018)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2$ có đồ thị là đường cong (C) . Biết rằng tồn tại hai số thực m_1, m_2 của tham số m để hai điểm cực trị của (C) và hai giao điểm của (C) với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T = m_1^4 + m_2^4$.

- A. $T = 22 - 12\sqrt{2}$. B. $T = 11 - 6\sqrt{2}$. C. $T = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$. D. $T = \frac{15 - 6\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 160.(Sở GD & ĐT Phú Thọ 2018)

Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ có đồ thị (C) và điểm $I(1;1)$. Biết rằng có hai giá trị của tham số m (kí hiệu m_1, m_2 với $m_1 < m_2$) sao cho hai điểm cực trị của (C) cùng với I tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\sqrt{5}$. Tính $P = m_1 + 5m_2$.

- A. $P = 2$. B. $P = \frac{5}{3}$. C. $P = -\frac{5}{3}$. D. $P = -2$.

Lời giải

Hàm Số Bậc Bốn (trùng phương) $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 161.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0; 1)$, B , C thỏa mãn $BC = 4$?

A. $m = \sqrt{2}$.

B. $m = 4$.

C. $m = \pm 4$.

D. $m = \pm\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 162.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có đồ thị (C) , m là tham số. (C) có ba điểm cực trị A , B , C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung khi:

A. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

B. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

C. $m = 3 \pm 3\sqrt{3}$.

D. $m = 5 \pm 5\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 163.(THPT Hồng Bàng 2018) Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m+5$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m=1$ hoặc $m=\frac{17}{2}$. B. $m=1$. C. $m=4$. D. $m=\frac{17}{2}$.

Lời giải

Câu 164.(THPT Số 2-485 2018) Tìm số thực k để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2kx^2 + k$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận điểm $G\left(0; \frac{1}{3}\right)$ làm trọng tâm?

- A. $k=1, k=\frac{1}{3}$. B. $k=-1, k=\frac{1}{2}$. C. $k=\frac{1}{2}, k=1$. D. $k=-1, k=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 165.(THPT Chuyên ĐH Vinh 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m=0$. B. $m=2$. C. $m=1$. D. Không tồn tại m .

Lời giải

Câu 166.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 2m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho O, A, B, C là ba đỉnh của một hình thoi (với O là gốc tọa độ).

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải

Câu 167.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$. Tìm tất cả các giá trị của m để các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành một tam giác đều.

- A. $m = 2\sqrt{2}$. B. $m = \sqrt[3]{3}$. C. $m = \sqrt[3]{4}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Câu 168.(THPT Chuyên Bắc Ninh 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = 0$.

B. $m = -1; m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = 1; m = 0$.

Lời giải

Câu 169.(PTNK-ĐHQG TP HCM 2018) Cho hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 1$. Hỏi có bao nhiêu số thực m để hàm số có cực trị và các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thuộc các trục tọa độ.

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 170.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S .

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 171.(THPT Cổ Loa-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^4 + 2mx^2 - \frac{3m}{2}$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị này cùng với gốc tọa độ O tạo thành bốn đỉnh của một tứ giác nội tiếp được. Tính tổng tất cả các phần tử của S

- A. $2 - 2\sqrt{3}$. B. $-2 - 2\sqrt{3}$. C. -1 . D. 0 .

Lời giải

Câu 172.(THPT Chuyên Lam-2018) Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 3$ có ba điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp.

- A. $S = \left\{ \frac{-1}{\sqrt{3}}; 0; \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. B. $S = \{-1; 1\}$. C. $S = \left\{ \frac{-1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{-1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$.

Lời giải

Câu 173.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2018) Gọi (P) là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$. Gọi m_0 là giá trị để (P) đi qua điểm $A(2; 24)$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(10; 15)$. **B.** $(-6; 1)$. **C.** $(-2; 10)$. **D.** $(-8; 2)$.

Lời giải

Câu 174. (THPT Hồng Lĩnh 2018)

Cho (P) là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$. Gọi m_a là giá trị của m để (P) đi qua $B(\sqrt{2}; 2)$. Hỏi m_a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(\sqrt{10}; \sqrt{15})$. **B.** $(-2; \sqrt{5})$. **C.** $(-5; \sqrt{2})$. **D.** $(-8; 2)$.

Lời giải

Câu 175.(Toán Học Tuổi Trẻ 2020)

Tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Lời giải

Câu 176.(Chuyên Quang Trung 2018)

Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0; -3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

- A. $m \in \left(\frac{9}{5}; 2\right)$. B. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{5}\right)$.

Lời giải

Câu 177.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị (C) . Để đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là

A. $m = -\sqrt{2}$.

B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $m = \pm\sqrt{2}$.

D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 178.(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

A. $m = -4$.

B. $m = 6$.

C. $m = 4$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Câu 179.(THTT số 5-488 2018)

Tìm tất cả các giá trị m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng 120° .

A. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

B. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}, m = -1$.

C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

D. $m < -1$

Lời giải

Câu 180.(THPT Chuyên Trần Phú 2018) Giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ thỏa mãn điều kiện nào dưới đây?

A. $m > 4$.

B. $m < -3$.

C. $0 < m < 4$.

D. $-3 < m < 0$.

Lời giải

Câu 181.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018)

Tất cả giá trị của m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 64 là

- A. $m = \sqrt[3]{2}$; $m = -\sqrt[3]{2}$. B. $m = \sqrt{2}$; $m = -\sqrt{2}$. C. $m = 2$; $m = -2$. D. $m = \sqrt[5]{2}$; $m = -\sqrt[5]{2}$

Lời giải

Câu 182.(THPT Tứ Kỳ-2018) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 4.

- A. $m = \pm\sqrt[5]{16}$. B. $m = \sqrt[5]{4}$. C. $m = \sqrt[5]{16}$. D. $m = \pm\sqrt[5]{4}$.

Lời giải

Câu 183.(THPT Nguyễn Khuyến 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 32.

- A. $m > 0$. B. $0 < m < 3$. C. $0 < m < 4$. D. $0 < m < 2$.

Lời giải

Câu 184.(THPT Tam Phước 2018)

Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32.

- A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 185.(THPT Hậu Lộc 2-2018) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- A. $m = \sqrt[3]{3}$. B. $m = \sqrt{3}$. C. $m = 3\sqrt{3}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Câu 186.(THPT Lục Ngạn Bắc Giang 2018) Cho hàm số $y = 3x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

A. $m = -3$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Lời giải

Câu 187.(THPT Hoài Ân-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m < 1$.

B. $0 < m < \sqrt[3]{4}$.

C. $m > 0$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải.

Câu 189.(Toán Học Tuổi Trẻ) Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

[illegible]

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ B. $m=1$ C. $\begin{cases} m=1 \\ m=\pm\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ D. $m=\pm\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

[illegible]

Câu 192.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m < 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 192.(THPT Hà Huy Tập-2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ (C). Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 193.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m = 1, m = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

B. $m = 0, m = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $m = 0, m = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

D. $m = 1, m = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Câu 194.(THPT Lê Quý Đôn 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

- A. $m = 0$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Câu 195.(THPT Đặng Thúc Hứa 2018)

Tìm giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m + 1)x^2 + 2m + 3$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho trục hoành chia tam giác ABC thành một tam giác và một hình thang biết rằng tỉ số diện tích tam giác nhỏ được chia ra và diện tích tam giác ABC bằng $\frac{4}{9}$.

- A. $m = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}$. B. $m = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$. C. $m = \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$. D. $m = \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}$.

Lời giải

DẠNG 3. Ứng dụng cực trị giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình đại số.

1. Phương pháp .

- ① **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số f và tính đạo hàm $f'(x)$
- ② **Bước 2.** Biến đổi phương trình, bất phương trình đã cho về dạng $f(x) = g(m)$, $f(x) < g(m)$,
- ③ **Bước 3.** Sau đó lập bảng biến thiên của $f(x)$, dựa vào bảng biến thiên để tìm được tham số m cần tìm.

☞ $f(x) = g(m)$ có nghiệm trên D khi và chỉ khi $\min_D f(x) \leq g(m) \leq \max_D f(x)$.

☞ $f(x) \geq g(m)$ có nghiệm với mọi $x \in D$ khi và chỉ khi $\min_D f(x) \geq m$.

☞ $f(x) \leq g(m)$ có nghiệm với mọi $x \in D$ khi và chỉ khi $\max_D f(x) \leq m$.

*** Lưu ý:**

Nếu đặt ẩn phụ đặt $t = f(x)$ thì ta phải đổi điều kiện nếu $x \in [a; b] \Rightarrow t \in \left[\min_D f(x); \max_D f(x) \right]$

2. Bài tập minh họa .

Bài tập 32. Tìm các giá trị của tham số thực m để phương trình:

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1} \text{ có nghiệm thực.}$$

Đề thi Đại học Khối A – năm 2007

Lời giải.

Bài tập 33. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình sau có đúng hai nghiệm phân biệt:

$$\sqrt{x^4 - 4x^3 + 16x + m} + \sqrt[4]{x^4 - 4x^3 + 16x + m} = 6$$

Lời giải.

Bài tập 34. Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình sau: $m\sqrt{x^2 + 1} = x + 2 - m$

Lời giải.

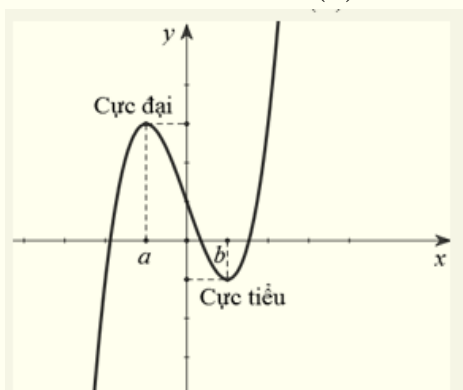
2). $mx - \sqrt{x-3} \leq m+1$

173

DẠNG 4. Xác định cực trị của hàm hợp $y = f(u(x))$ khi biết đồ thị, BBT của $f(x)$, $f'(x)$

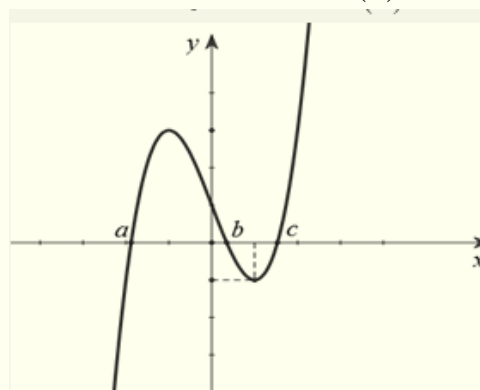
1. Phương pháp.

XÁC ĐỊNH CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ $f(x)$



- Đồ thị hàm số đang **đi lên (đồng biến)** sau đó **đổi hướng đi xuống (nghịch biến)** tại điểm x_0 thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số $f(x)$.
- Đồ thị hàm số đang **đi xuống** sau đó **đổi hướng đi lên** tại điểm x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .
Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số $f(x)$.
- $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \end{cases}$

XÁC ĐỊNH CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ $f'(x)$



- Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên D nếu:
 - ① Đồ thị hàm số $f'(x)$ **nằm phía trên** Ox nên $f'(x) \geq 0$.
 - ② Đồ thị hàm số $f'(x)$ **nằm phía dưới** Ox nên $f'(x) \leq 0$.
- $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c \end{cases}$ tức là ba nghiệm a, b, c là giao của đồ thị với trục Ox

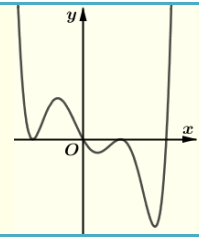
Bài toán:

- Xác định cực trị của hàm hợp $y = f(u)$ dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f'(x)$
Tương tự phương pháp xác định tính đơn điệu của hàm hợp $y = f(u)$
- Xét hàm số $g(x) = f(u(x))$
- **Bước 1:** $g'(x) = [f(u(x))]' = u'(x) \cdot f'(u(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = 0 \\ f'(u(x)) = 0 \end{cases}$
Tìm $x_1; x_2; \dots; x_i$ là nghiệm của $f'(x) = 0$.
- **Bước 2:** Giải phương trình $f'(u(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) = x_1 \\ u(x) = x_2 \\ \dots \end{cases}$
Xét dấu $f'(u(x))$ dựa vào dấu của $f'(x)$ hoặc dựa vào bảng biến thiên dấu $f'(x)$.
Vai trò của $u(x)$ giống như của x vì dấu của $f'(u(x))$ cũng là dấu của $f'(x)$.
- **Bước 3:** Lập bảng xét dấu $g'(x)$.

2. Bài tập minh họa.

Câu 196. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

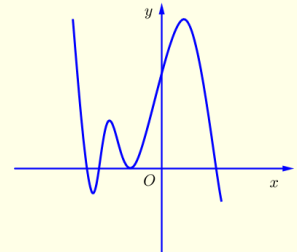
- A. 2. B. 3.
C. 4. D. 5.



Lời giải.

Câu 197.(THPT Kiến An 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

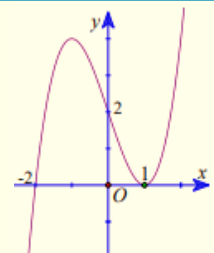
- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.



Lời giải

Câu 198.(THPT Nghèn Hà Tĩnh 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới. Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

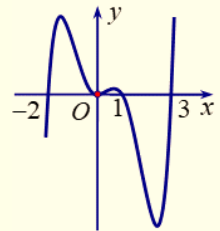
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.



Lời giải

Câu 199.(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.



Lời giải

Câu 200.(Sở GD&ĐT Bắc Giang 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3 B. 8 C. 10 D. 7

Lời giải

Câu 201.(THPT Chuyên ĐH Vinh-2018)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 17.

C. 16

D. 18

Lời giải

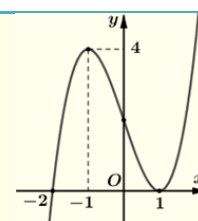
Câu 202. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2-3)$.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.



Lời giải.

Câu 203. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y = f'(x)$ như sau.

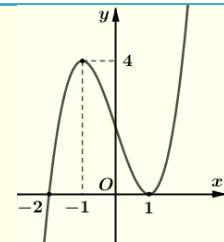
x	$-\infty$	-2		1		3		$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

- A. 1. B. 2.
C. 3. D. 4.

Lời giải.

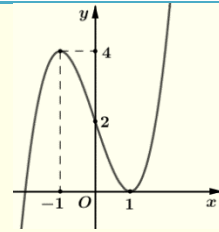
Câu 204. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) < 0$, đồng thời đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f^2(x)$ là



- A. 1. B. 2.
C. 3. D. 4.

Lời giải.

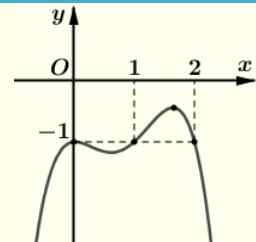
Câu 205. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x - 2017) - 2018x + 2019$ là



- A. 1. B. 2.
C. 3. D. 4.

Lời giải.

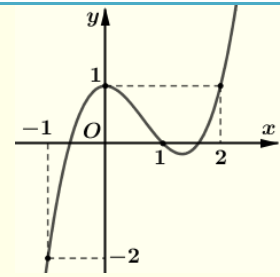
Câu 206. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + x$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây ?



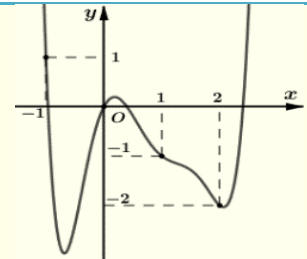
- A. $x = 0$. B. $x = 1$.
C. $x = 2$. D. Không có điểm cực tiểu

Lời giải.

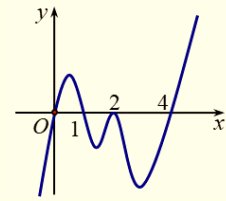
D. $x = 2$.

[illegible]

D. $x = 2$.

[illegible]

Câu 209.(Trường BDVH 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$, phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm thực và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực của hàm số $y = f(x^2)$.



- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 210.(THPT Đặng Thúc Hứa 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

- A. 1. B. 2 C. 3 D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

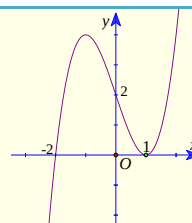
.....

.....

.....

.....

Câu 211.(THPT Xuân Trường 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.



A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

.....

.....

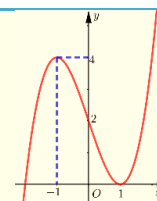
.....

.....

.....

.....

Câu 212.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau: Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

.....

.....

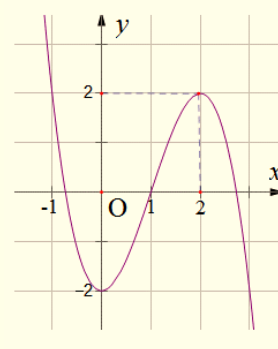
.....

.....

.....

.....

Câu 213.(THPT Mộ Đức 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Đặt $g(x) = f(x) + x$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

B. Hàm số không có điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

C. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

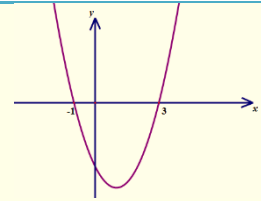
.....

.....

Câu 214. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1-x^2)$ đạt cực đại tại các điểm:

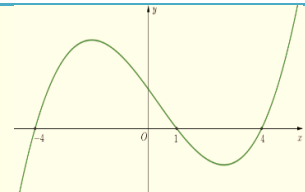
- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = \pm\sqrt{2}$



Lời giải

Câu 215. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5-x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

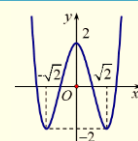
- A. 7. B. 9. C. 4. D. 3.



Lời giải

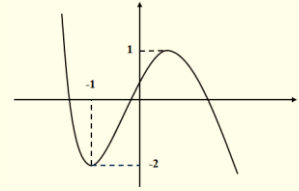
Câu 216. (THPT Đức Thọ 2018) Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} + 2^{f(x)}$.

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.



Lời giải

Câu 217.(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là:

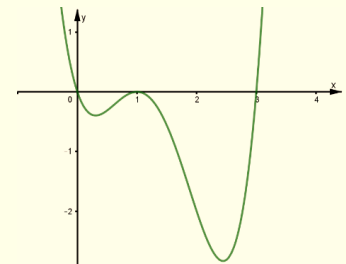


- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Câu 218.(THPT Quảng Xương 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

- A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
B. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
D. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

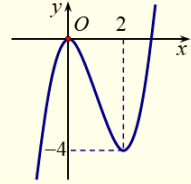
Câu 219.(THPT Đặng Thúc Hứa 2018) Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.



Lời giải

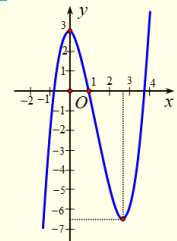
Câu 220.(SGD Ninh Bình năm 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

A. 2.

B. 8.

C. 4.

D. 6.



Lời giải

Dạng 5. Cực trị của hàm số trị tuyệt đối.

Loại 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có số điểm cực trị $a \Rightarrow$ số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ hoặc $y = |f(x \pm a)|$.

1. Phương pháp.

Bước 1. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là a

Bước 2. Xét tương giao của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành Ox ($y = 0$).

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

Suy ra phương trình (1) có b nghiệm phân biệt (nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ)

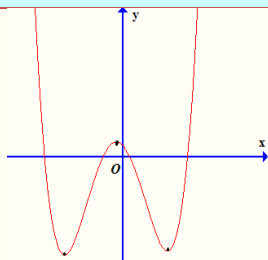
Bước 3. Kết luận số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ hoặc $y = |f(x \pm a)|$ là tổng $a + b$

***Đặc biệt:** với hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Khi đó hàm số $y = |f(x)|$ có n điểm cực trị thỏa:

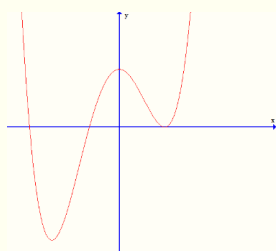
① $n = 5 \Leftrightarrow f_{cd} \cdot f_{ct} < 0$ (tức là hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị)

② $n = 3 \Leftrightarrow f_{cd} \cdot f_{ct} \geq 0$ (tức là hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị)

Đồ thị hàm số $y = f(x)$

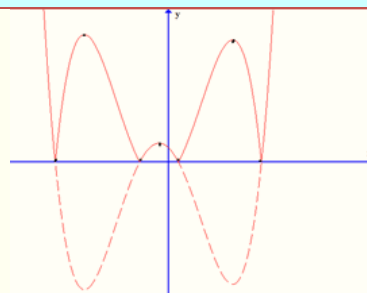


Số cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng 3.
Số giao điểm với trục Ox bằng 4.

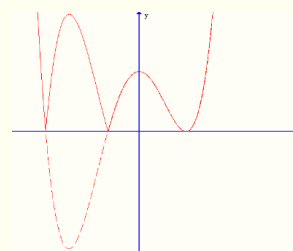


Số cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng 3.
Số giao điểm với trục Ox bằng 3.

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$



Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là 7.
Mỗi một giao điểm là một cực trị.



Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là 5.
Khi một điểm cực trị đồng thời cũng là giao điểm với trục hoành, ta sẽ chỉ tính một loại điểm (ví dụ coi là giao điểm thì ta không coi là cực trị nữa).

Câu 221. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y = \left| -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

A. -2. B. 3. C. 4. D. 7

Lời giải

Câu 222. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = |mx^3 - 3mx^2 + (3m - 2)x + 2 - m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 9. B. 7. C. 10. D. 11.

Lời giải

Câu 223. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị.

A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Lời giải

Câu 224. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |-x^3 + 3x^2 - 1 - m|$ có 5 điểm cực trị?
 A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Câu 225. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1 + 2m|$ có 3 điểm cực trị là:
 A. 5. B. 4. C. 6. D. Vô số.

Lời giải

Câu 226. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^5 - 5x^3 + 5x^2 + m - 1|$ có 5 điểm cực trị?

A. $-1 < m < 27$.

B. $-27 < m < 1$.

C. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -27 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 27 \\ m < -1 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 227. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |(x+1)(x-2)^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Câu 228. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |-x^3 + 3x^2 - 1 - m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Câu 229. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Câu 230. Tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |x^5 - 5x^3 + 5x^2 + m - 1|$ có 5 điểm cực trị là:

A. $-1 < m < 27$.

B. $-27 < m < 1$.

C. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -27 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 27 \\ m < -1 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 231. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$$y = |3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1 + 2m| \text{ có 3 điểm cực}$$

trị?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

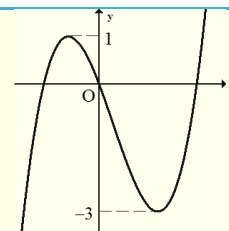
Câu 232. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị?

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 3$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

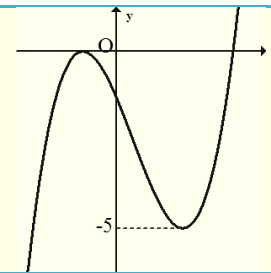
D. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.



Lời giải

Câu 233. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?

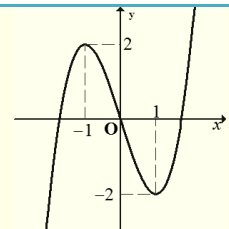
- A. 3. B. 4. C. 2 D. 5.



Lời giải

Câu 234. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2 D. 3.



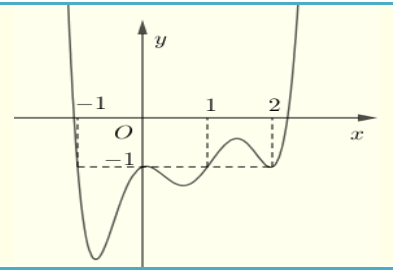
Lời giải

- [illegible]

-
- This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains ten rows of lines, and the right column also contains ten rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

Câu 237. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = |f(x) + 1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

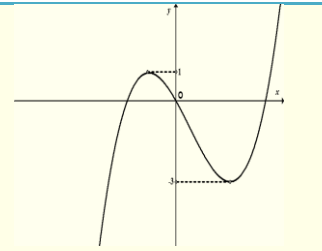


Lời giải

Câu 238. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ có 3 điểm cực trị?

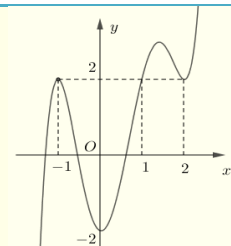
- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $m = -1 \vee m = 3$.
C. $m \leq -1 \vee m \geq 3$. D. $m \leq -3 \vee m \geq 1$.



Lời giải

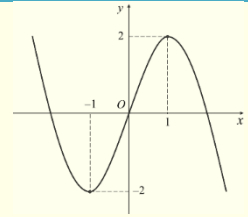
Câu 239. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Đồ thị hàm số $h(x) = |f(x) - 2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.



Lời giải

Câu 240. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?



- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

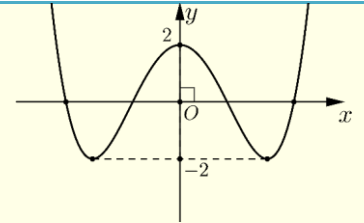
Lời giải

Câu 241. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |(x+1)(x-2)^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

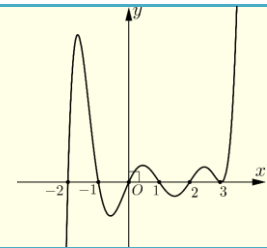
Câu 242. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị.



- A. $-2 < m < 2$ B. $m > 2$. C. $m \geq 2$. D. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Lời giải

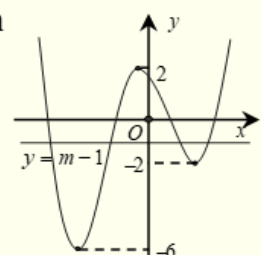
Câu 243. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có m điểm cực trị, hàm số $y = |f(x)|$ có n điểm cực trị, hàm số $y = f|x|$ có p điểm cực trị. Giá trị $m + n + p$ là:



- A. 26. B. 30. C. 27. D. 31.

Lời giải

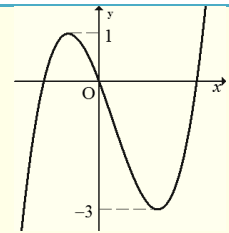
Câu 244. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) - m + 1|$ có 7 điểm cực trị?



- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Câu 245. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.
Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) - m - 1|$ có 3 điểm cực trị?



A. $-5 < m < -1$.

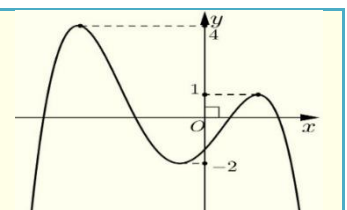
B. $-5 \leq m \leq -1$.

C. $m \geq -1$ hoặc $m \leq -5$.

D. $m > -1$ hoặc $m < -5$.

Lời giải

Câu 246. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau
Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x-2) - m + 2|$ có 5 điểm cực trị.



A. 4

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Câu 247. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau

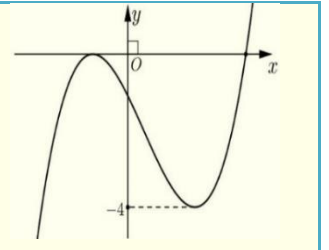
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x-1) - m - 1|$ có 3 điểm cực trị?

A. $-5 < m < -1$.

B. $-5 \leq m \leq -1$.

C. $m \geq -1 \vee m \leq -5$.

D. $m > -1 \vee m < -5$.



Lời giải

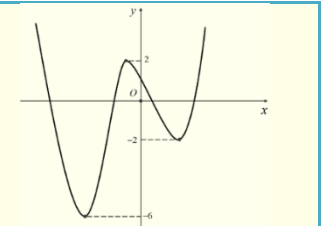
Câu 248. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x+100) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

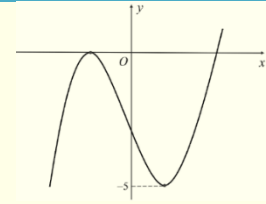
C. 2.

D. 4.



Lời giải

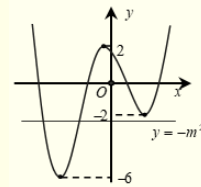
Câu 249. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x+1) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?



- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Lời giải

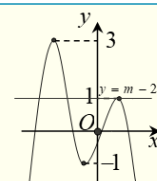
Câu 250. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x+100) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?



- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

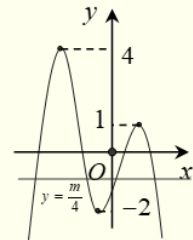
Câu 251. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-2) - m + 2|$ có 5 điểm cực trị?



- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Lời giải

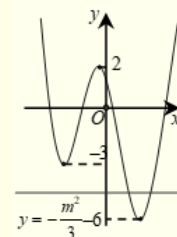
Câu 252. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left| f(x-1) - \frac{m}{4} \right|$ có 7 điểm cực trị?



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

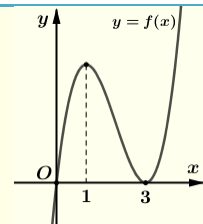
Câu 253. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left| f(x+1) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng



- A. 7. B. 0. C. -7. D. 1.

Lời giải

Câu 254. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị.



A. $m > \frac{1}{4}$.

B. $m \geq \frac{1}{4}$.

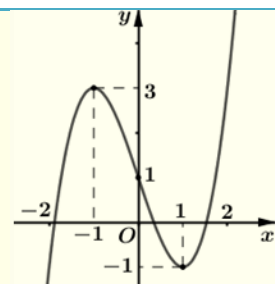
C. $m < 1$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Câu 255. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

Với $m < -1$ thì hàm số $g(x) = f(|x+m|)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Loại 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có số điểm cực trị dương $a \Rightarrow$ số điểm cực trị của $y = f(|x|)$.

1. Phương pháp.

Bước 1. Tìm số điểm cực trị **dương** của hàm số $y = f(x)$ là a .

Bước 2. Kết luận số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

- ① Bằng $2a+1$ nếu $x=0$ là một cực trị của hàm số $y = f(|x|)$. (đồ thị hàm số $f(x)$ cắt Oy tại 1 điểm).
- ② Bằng $2a$ nếu $x=0$ không là một cực trị của hàm số $y = f(|x|)$. (đồ thị hàm số $f(x)$ không cắt Oy).

Đặt biệt:

- ★ Đồ thị $y = f(|x|+m)$ thứ tự tịnh tiến đồ thị ta được $y = f(x+m)$ sau đó lấy đối xứng qua Oy.
- ★ Đồ thị $y = f(|x+m|)$ thứ tự lấy đối xứng ta được $y = f(|x|)$ sau đó tịnh tiến.

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 256. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

- A. $\frac{5}{4} < m \leq 2$. B. $-2 < m < \frac{5}{4}$. C. $-\frac{5}{4} < m < 2$. D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Lời giải

Câu 257. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + m|x| - 1$ có 5 điểm cực trị?

A. 11.

B. 15.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Câu 258. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^4(x^2-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Câu 259. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^4(x-2)^5(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Câu 260. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m-1)x^2 + (5-m)x + m^2 - 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

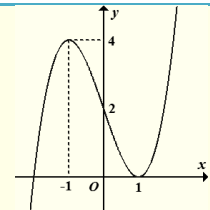
Câu 261. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Câu 262. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị.

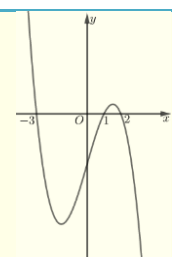
- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m > 1$. D. $m < 1$.



Lời giải

Câu 263. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. Vô số.

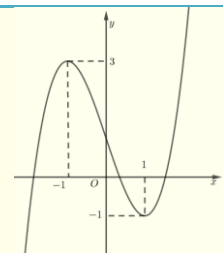


Lời giải

Câu 264. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x| + m)$ có 3 điểm cực trị.

- A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $-1 < m \leq 1$. C. $-1 \leq m < 1$. D. $-1 < m < 1$.

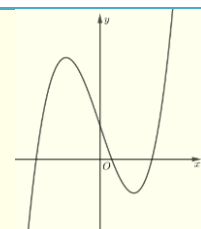


Lời giải

Câu 265. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Hỏi hàm số $g(x) = f(|x|) + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

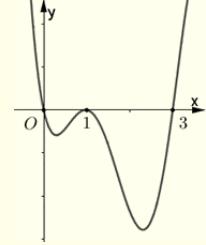
- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.



Lời giải

Câu 266. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đồ thị của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, điểm cực tiểu ?

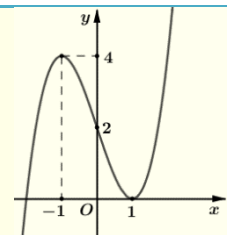
- A. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. B. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
C. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. D. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.



Lời giải

Câu 267. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x| + m)$ có 5 điểm cực trị.

- A. $m < -1$. B. $m > -1$.
C. $m > 1$. D. $m < 1$.



Lời giải.

Câu 268. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.
Hỏi số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(|x|)|$ nhiều nhất là bao nhiêu ?

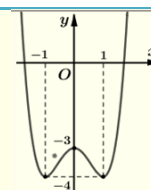
- A. 5. B. 7.
C. 11. D. 13.

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		$f(-1)$		$f(3)$		
	$-\infty$					$+\infty$

Lời giải.

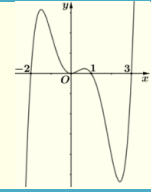
Câu 269. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $g(x) = f(|x-2|)+1$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 2. B. 3.
C. 5. D. 7.



Lời giải.

Câu 270. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x|) + 2018$ là



- A. 2. B. 3.
C. 5. D. 7.

Lời giải.

Loại 3. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|ax+b|+c)$ bằng $2k+1$.

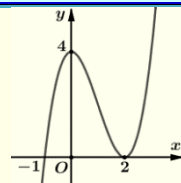
1. Phương pháp.

Ta có hai trường hợp sau:

- ① Nếu $a > 0$ thì k là số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(ax+b+c)$ nằm bên **phải** đường thẳng $x = \frac{-b}{a}$.
- ② Nếu $a < 0$ thì k là số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(ax+b+c)$ nằm bên **trái** đường thẳng $x = \frac{-b}{a}$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

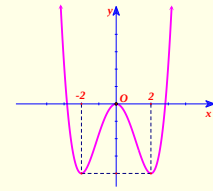
Câu 271. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x|-2)$ là



- A. 1. B. 3.
C. 5. D. 7.

Lời giải.

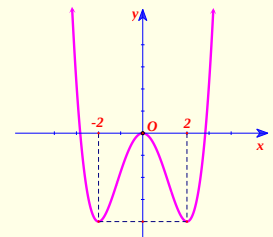
Câu 272. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x-2|+1)$ là



- A. 1. B. 5.
C. 3. D. 7.

Lời giải.

Câu 273. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $g(x) = f(|m-x|)$ có ba điểm cực trị



- A. $m \in (0;1)$ B. $m \in (0;1]$.
C. $m \in [0;1)$. D. Vô số.

Lời giải.

Câu 274. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2-1)(x^2-4)$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $g(x) = f(|2-x|+m)$ có 5 điểm cực trị.

- A. $m \in (0;2]$. B. $m \in (-1;0]$. C. $m \in [0;1)$. D. $m \in (0;2)$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	