

ĐỀ CHÍNH THỨC

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 101

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ và $\vec{b}(2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{x} = (2; -1; 19)$. B. $\vec{x} = (-2; -3; 19)$. C. $\vec{x} = (-2; 3; 19)$. D. $\vec{x} = (-2; -1; 19)$.

Câu 2: Với số thực dương a tùy ý, biểu thức $\log_2(a^3)$ bằng

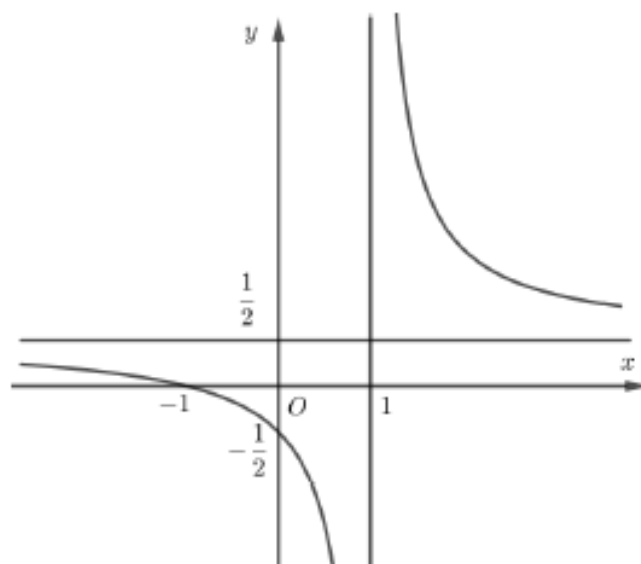
- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$. B. $3\log_2 a$. C. $3 + \log_2 a$. D. $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Câu 3: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.
B. $y = \frac{2x-4}{x-1}$.
C. $y = \frac{x+1}{2x-2}$.
D. $y = \frac{2x}{3x-3}$.



Câu 5: Số phức nào dưới đây có môđun bằng 5?

- A. $3+4i$. B. $3+5i$. C. $6-i$. D. $4-7i$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4		0	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(0; 4)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{x^2 + 1}$. B. $y' = \frac{x}{x^2 + 1}$. C. $y' = 2x(x^2 + 1)$. D. $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 9: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{2-2x}$ có tiệm cận đứng là

- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = 1$.

Câu 10: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y		2		$+\infty$
	$-\infty$		-1	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây ?

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

- A. $P(1; 1; 2)$. B. $M(-2; -2; 1)$. C. $N(2; -1; 2)$. D. $Q(-2; 1; -2)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) đã cho có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -1)$. B. $(-2; -4; -1)$. C. $(2; 4; 1)$. D. $(2; -4; 1)$.

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = i(5+3i)$ có tọa độ là

- A. $(5; 3)$. B. $(5; -3)$. C. $(3; 5)$. D. $(-3; 5)$.

Câu 15: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{6}a^3$. B. $5a^3$. C. $\frac{5}{3}a^3$. D. $\frac{5}{2}a^3$.

Câu 16: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$ là

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $4x^3 - 9x + C$. C. $4x^4 - 9x + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+5=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{a}=(2;3;5)$. B. $\vec{u}=(-4;3;2)$. C. $\vec{b}=(2;3;-4)$. D. $\vec{n}=(2;3;4)$.

Câu 18: Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-1$?

- A. $(-1;2)$. B. $(2;7)$. C. $(1;-2)$. D. $(0;-1)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A. $(\log_2 2; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_2 2)$. C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 20: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

- A. C_{16}^5 . B. C_{41}^5 . C. A_{41}^5 . D. C_{25}^5 .

Câu 21: Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\pi Rh + \pi R^2$. B. $\pi Rh + 2\pi R^2$. C. $\pi Rh + \pi R^2$. D. $2\pi Rh + 2\pi R^2$.

Câu 22: Nếu $\int_0^7 f(x)dx = 18$ và $\int_1^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. 9. B. 162. C. 2. D. 27.

Câu 23: Hàm số $y=(4x^2-1)^4$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 24: Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao $h=16$ và bán kính đáy $R=12$ bằng

- A. 120π . B. 90π . C. 240π . D. 80π .

Câu 25: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Số phức $2z_1+3z_2$ bằng

- A. $4-2i$. B. $11+8i$. C. $9-2i$. D. $11-8i$.

Câu 26: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ và $F(1)=1$.

Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$, khi đó giá trị của $F(3)$ bằng

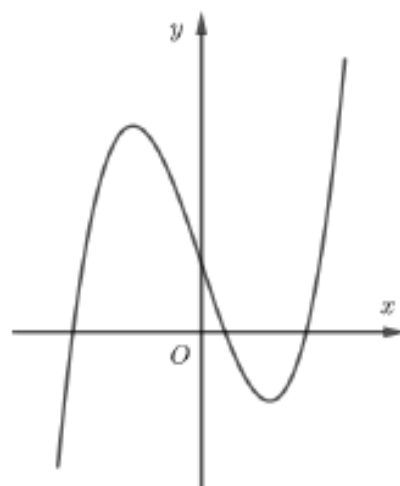
- A. 4. B. 2. C. -2. D. 3.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=4$ và $u_2=10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5. B. 6. C. -6. D. 2.

Câu 28: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng của đường cong ở hình bên?

- A. $y=x^4-x^2+1$.
B. $y=x^3-3x+1$.
C. $y=-x^3+3x+1$.
D. $y=-x^2+x+1$.



Câu 39: Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa chín tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-5		3	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{1}{f(x)-4} + \frac{1}{f(x)+6} = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 - \log_7(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-2 < m \leq 5$.

B. $-2 \leq m < 5$.

C. $2 \leq m < 5$.

D. $2 < m \leq 5$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -3; 2)$ trên mặt phẳng $(P): x - 5y + z + 9 = 0$ là điểm $H(a; b; c)$. Tổng của $a + b + c$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. -3.

D. 3.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $z^2 + 3z + m^2 - 2m = 0$ có nghiệm phức z_0 mà $|z_0| = 2$. Tổng tất cả các số trong tập S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một hình đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

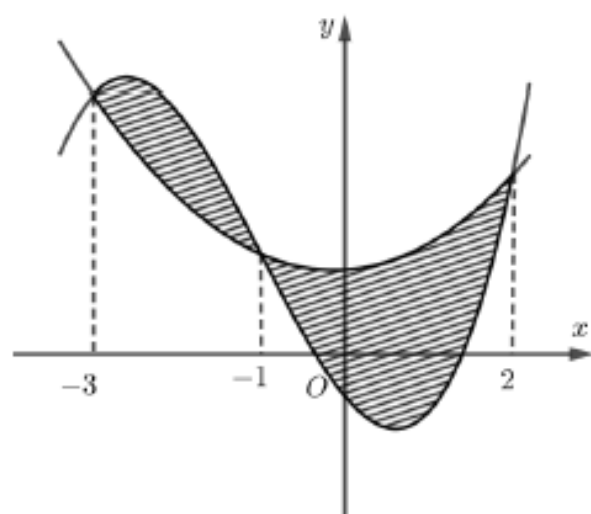
Câu 45: Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $y = g(x) = dx^2 + ex + 1$ trong đó a, b, c, d, e là những số thực. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. $\frac{125}{48}$.

B. $\frac{63}{16}$.

C. $\frac{253}{48}$.

D. $\frac{253}{24}$.



Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0; 2022]$ sao cho $y - x - 2 \geq 0$ và $4.2^x - 2^y + 3(x - y) + 6 \geq 0$?

- A. 2022. B. 2021. C. 2020. D. 2023.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng Δ có dạng $ax + y + bz + c = 0$. Giá trị biểu thức $a + b + c$ bằng

- A. 1. B. 9. C. -1. D. 3.

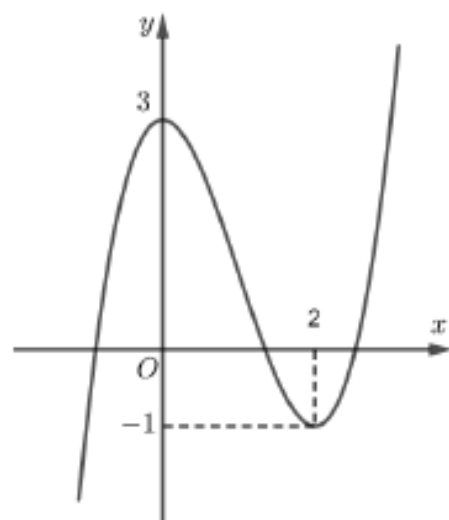
Câu 48: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z| = 7, |w| = 7$ và $|3z - 4w| = 35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z + 3w + 2022i|$ bằng

- A. 2022. B. 2057. C. 4044. D. 2071.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên. Trong đoạn $[-20; 22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số

$y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$ có 3 điểm cực trị?

- A. 32.
B. 40.
C. 36.
D. 38.



Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; -1)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C') . Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C') . Tính bán kính của (C') khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất.

- A. 3. B. $\frac{5}{\sqrt{2}}$. C. 4. D. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

----- HẾT -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2021 – 2022

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ và $\vec{b}(2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{x} = (2; -1; 19)$.
B. $\vec{x} = (-2; -3; 19)$.
C. $\vec{x} = (-2; 3; 19)$.
D. $\vec{x} = (-2; -1; 19)$.

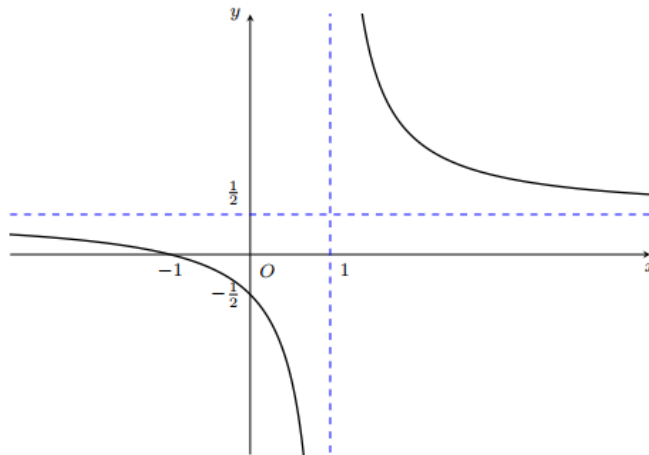
Câu 2: Với số thực dương a tùy ý, biểu thức $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.
B. $3 \log_2 a$.
C. $3 + \log_2 a$.
D. $\frac{1}{3} \log_2 a$.

Câu 3: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$.

- A. $S = \emptyset$.
B. $S = \{0\}$.
C. $S = \{-2\}$.
D. $S = \{2\}$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.
B. $y = \frac{2x-4}{x-1}$.
C. $y = \frac{x+1}{2x-2}$.
D. $y = \frac{2x}{3x-3}$.

Câu 5: Số phức nào dưới đây có môđun bằng 5?

- A. $3+4i$.
B. $3+5i$.
C. $6-i$.
D. $4-7i$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$.
B. $(-1; 1)$.
C. $(-1; +\infty)$.
D. $(0; 4)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là:

- A. $y' = \frac{1}{x^2+1}$.
B. $y' = \frac{x}{x^2+1}$.
C. $y' = 2x(x^2+1)$.
D. $y' = \frac{2x}{x^2+1}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 9: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{2-2x}$ có tiệm cận đứng là

- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = 1$.

Câu 10: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(1;1;2)$. B. $M(-2;-2;1)$.
C. $N(2;-1;2)$. D. $Q(-2;1;-2)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(-2;4;-1)$. B. $(-2;-4;-1)$. C. $(2;4;1)$. D. $I(2;-4;1)$.

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = i(5+3i)$ có tọa độ là

- A. $(5;3)$. B. $(5;-3)$. C. $(3;5)$. D. $(-3;5)$.

Câu 15: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{6}a^3$. B. $5a^3$. C. $\frac{5}{3}a^3$. D. $\frac{5}{2}a^3$.

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$.

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $4x^3 - 9x + C$. C. $4x^4 - 9x + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{a} = (2; 3; 5)$. B. $\vec{u} = (-4; 3; 2)$.
C. $\vec{b} = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n} = (2; 3; 4)$

Câu 18: Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; 7)$. C. $(1; -2)$. D. $(0; -1)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A. $(\log_3 2; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_3 2)$.
C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 20: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

- A. C_{16}^5 . B. C_{41}^5 . C. A_{41}^5 . D. C_{25}^5 .

Câu 21: Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\pi Rh + \pi R^2$. B. $\pi Rh + 2\pi R^2$. C. $\pi Rh + \pi R^2$. D. $2\pi Rh + 2\pi R^2$.

Câu 22: Nếu $\int_0^7 f(x)dx = 18$ và $\int_1^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. 9. B. 162. C. 2. D. 27.

Câu 23: Hàm số $y = (4x^2 - 1)^4$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 24: Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao $h = 16$ và bán kính đáy $R = 12$ bằng

- A. 120π . B. 90π . C. 240π . D. 80π .

Câu 25: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $2z_1 + 3z_2$ bằng

- A. $4 - 2i$ B. $11 + 8i$ C. $9 - 2i$ D. $11 - 8i$

Câu 26: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ và

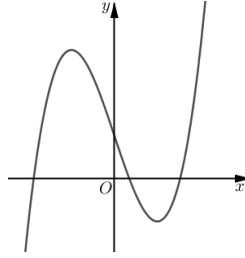
$F(1) = 1$. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$, khi đó giá trị của $F(3)$ bằng

- A. 4 B. 2 C. -2 D. 3

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 4$ và $u_2 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5 B. 6 C. -6 D. 2

Câu 28: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng của đường cong ở hình bên?



- A. $y = x^4 - x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x + 1$
C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = -x^2 + x + 1$

Câu 29: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 7 B. 9 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{23}{4}$

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$ B. -5 C. $\frac{1}{3}$ D. 5

Câu 31: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \sin x + 1$ và $F(0) = 1$. Khi đó $F(x)$ bằng

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x$ B. $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2$
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$ D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$.

Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x + y - 2z - 6 = 0$ B. $x + y - 2z + 6 = 0$
C. $x + 2y - 3z + 9 = 0$ D. $x + 2y - 3z - 9 = 0$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $(1-4i)z = 3+i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $-\frac{1}{17} - \frac{13}{17}i$ B. $-\frac{1}{15} - \frac{13}{15}i$ C. $-\frac{1}{7} + \frac{13}{17}i$ D. $-\frac{1}{17} + \frac{13}{17}i$

Câu 34: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + 2x^2$ B. $y = 2x^3 + 3x + 1$ C. $y = \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = -x^3 - 3x + 1$

Câu 35: Với a và b là các số thực dương tùy ý $\log_2 \left(\frac{a^2}{b^4} \right)$ bằng

A. $2\log_2 a - 4\log_2 b$. B. $\log_2 a - b^4$. C. $\log_2 a - 2\log_2 b$. D. $2a - 4b$.

Câu 36: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2xf(\cos^2 x)dx = 1$, khi đó

$\int_0^1 [2f(1-x) - 3x^2 + 5]dx$ bằng

A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 39: Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa chín tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn

A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			3	$-\infty$

The graph shows a function $y = f(x)$ with a local minimum at $(-5, -5)$ and a local maximum at $(2, 3)$. The function approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $-\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{1}{f(x)-4} + \frac{1}{f(x)+6} = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

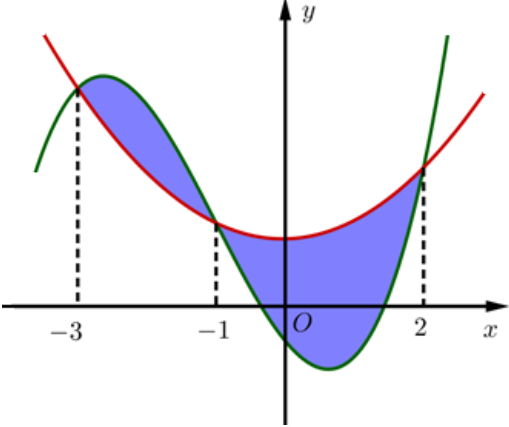
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

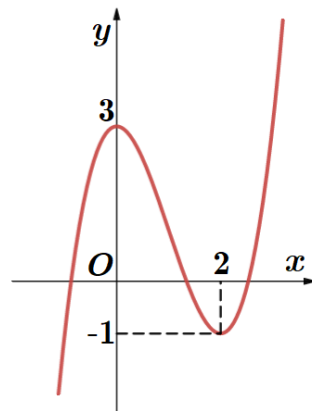
Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 - \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-2 < m \leq 5$. B. $-2 \leq m < 5$. C. $2 \leq m < 5$. D. $2 < m \leq 5$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -3; 2)$ trên mặt phẳng $(P): x - 5y + z + 9 = 0$ là điểm $H(a, b, c)$. Tổng của $a + b + c$ bằng

A. 2. B. -2. C. -3. D. 3.

- Câu 43:** Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $z^2 + 3z + m^2 - 2m = 0$ có nghiệm phức z_0 mà $|z_0| = 2$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng
- A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.
- Câu 44:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoài tiếp tứ giác $ABCD$.
- A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
- Câu 45:** Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $y = g(x) = dx^2 + ex + 1$, trong đó a, b, c, d, e là các số thực. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).
- 
- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng
- A. $\frac{125}{48}$. B. $\frac{63}{16}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{253}{24}$.
- Câu 46:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$, với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0; 2022]$ sao cho $y - x - 2 \geq 0$ và $4 \cdot 2^x - 2^y + 3(x - y) + 6 \geq 0$.
- A. 2022. B. 2021. C. 2020. D. 2023.
- Câu 47:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng Δ có dạng $ax + y + bz + c = 0$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng
- A. 1 B. 9 C. -1 D. 3
- Câu 48:** Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z| = 7, |w| = 7$ và $|3z - 4w| = 35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z + 3w + 2022i|$ bằng
- A. 2022 B. 2057 C. 4044 D. 2071
- Câu 49:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên.



Trong đoạn $[-20; 22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số

$$y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$$
 có ba điểm cực trị?

A. 32.

B. 40.

C. 36.

D. 38.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; -1)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C') . Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C') . Tính bán kính của (C') khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất

A. 3.

B. $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

C. 4.

D. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.C	5.A	6.B	7.B.D	8.C	9.B	10.D
11.C	12.D	13.D	14.D	15.C	16.A	17.C	18.A	19.D	20.B
21.D	22.A	23.A	24.C	25.D	26.A	27.B	28.B	29.B	30.C
31.C	32.D	33.A	34.B	35.A	36.C	37.D	38.A	39.B	40.C
41.D	42.D	43.A	44.A	45.C	46.B	47.C	48.B	49.B	50.D

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ và $\vec{b}(2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.
- A. $\vec{x} = (2; -1; 19)$. B. $\vec{x} = (-2; -3; 19)$. C. $\vec{x} = (-2; 3; 19)$. D. $\vec{x} = (-2; -1; 19)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} = (2; 3; -1)$ và $\vec{b}(2; 3; -7)$ nên $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (-2; -3; 19)$.

Vậy tọa độ của $\vec{x} = (-2; -3; 19)$.

- Câu 2:** Với số thực dương a tùy ý, biểu thức $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $3 + \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} \log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(a^3) = 3 \log_2 a$.

- Câu 3:** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{2\}$.

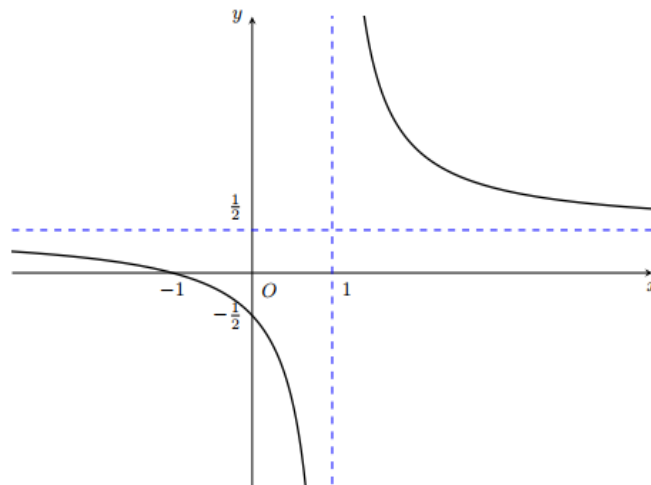
Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = -2 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$.

- Câu 4:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x+2}{2x-1}$. B. $y = \frac{2x-4}{x-1}$. C. $y = \frac{x+1}{2x-2}$. D. $y = \frac{2x}{3x-3}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị nhận $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang và $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

Do đó hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-2}$.

Câu 5: Số phức nào dưới đây có môđun bằng 5?

A. $3+4i$.

B. $3+5i$.

C. $6-i$.

D. $4-7i$.

Lời giải

Chọn A

$$|3+4i| = \sqrt{9+16} = 5$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là:

A. $y' = \frac{1}{x^2+1}$.

B. $y' = \frac{x}{x^2+1}$.

C. $y' = 2x(x^2+1)$.

D. $y' = \frac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{2-2x}$ có tiệm cận đứng là

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{2-2x}$ có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 10: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ bằng: $V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;1;2)$.

B. $M(-2;-2;1)$.

C. $N(2;-1;2)$.

D. $Q(-2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm $M;N;P;Q$ vào đường thẳng d ta được:

$$P(1;1;2) \Rightarrow \frac{1+2}{1} = \frac{1-1}{1} = \frac{2+2}{2} \text{ (loại)}$$

$$M(-2;-2;1) \Rightarrow d: \frac{-2+2}{1} = \frac{-2-1}{1} = \frac{1+2}{2} \text{ (loại)}$$

$$N(2;-1;2) \Rightarrow d: \frac{2+2}{1} = \frac{-1-1}{1} = \frac{2+2}{2} \text{ (loại)}$$

$$Q(-2;1;-2) \Rightarrow d: \frac{-2+2}{1} = \frac{1-1}{1} = \frac{-2+2}{2} \text{ (nhận)}$$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(-2;4;-1)$. B. $(-2;-4;-1)$. C. $(2;4;1)$. **D. $I(2;-4;1)$.**

Lời giải

Chọn D

Tâm của mặt cầu (S) là $I(2;-4;1)$.

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = i(5+3i)$ có tọa độ là

- A. $(5;3)$. B. $(5;-3)$. C. $(3;5)$. **D. $(-3;5)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = i(5+3i) = 5i + 3i^2 = -3 + 5i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z = i(5+3i)$ có tọa độ là $(-3;5)$.

Câu 15: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{6}a^3$. B. $5a^3$. **C. $\frac{5}{3}a^3$.** D. $\frac{5}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.5a^2.a = \frac{5}{3}a^3$.

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$.

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$.** B. $4x^3 - 9x + C$. C. $4x^4 - 9x + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (2x^3 - 9)dx = \frac{1}{2}x^4 - 9x + C$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{a} = (2;3;5)$. B. $\vec{u} = (-4;3;2)$. **C. $\vec{b} = (2;3;-4)$.** D. $\vec{n} = (2;3;4)$

Lời giải

Chọn C

Câu 18: Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(2; 7)$. **C.** $(1; -2)$. **D.** $(0; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A.** $(\log_3 2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(-\infty; \log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$$

Câu 20: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

- A.** C_{16}^5 . **B.** C_{41}^5 . **C.** A_{41}^5 . **D.** C_{25}^5 .

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $\pi Rh + \pi R^2$. **B.** $\pi Rh + 2\pi R^2$. **C.** $\pi Rh + \pi R^2$. **D.** $2\pi Rh + 2\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là $S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$.

Câu 22: Nếu $\int_0^7 f(x) dx = 18$ và $\int_1^7 f(x) dx = 9$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A.** 9. **B.** 162. **C.** 2. **D.** 27.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^1 f(x) dx + \int_1^7 f(x) dx = \int_0^7 f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^7 f(x) dx - \int_1^7 f(x) dx = 18 - 9 = 9.$$

Câu 23: Hàm số $y = (4x^2 - 1)^4$ có tập xác định là

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = (4x^2 - 1)^4$ có tập xác định là $(-\infty; +\infty)$.

- Câu 24:** Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao $h = 16$ và bán kính đáy $R = 12$ bằng
A. 120π . **B.** 90π . **C.** 240π . **D.** 80π .

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho

$$S_{xq} = \pi.R.l = \pi.R.\sqrt{R^2 + h^2} = \pi.12.\sqrt{12^2 + 16^2} = 240\pi.$$

- Câu 25:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $2z_1 + 3z_2$ bằng
A. $4 - 2i$ **B.** $11 + 8i$ **C.** $9 - 2i$ **D.** $11 - 8i$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2z_1 + 3z_2 = 2(1 + 2i) + 3(3 - 4i) = 11 - 8i$.

- Câu 26:** Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ và $F(1) = 1$.

Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$, khi đó giá trị của $F(3)$ bằng

- A.** 4 **B.** 2 **C.** -2 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1) \Rightarrow F(3) = \int_1^3 f(x) dx + F(1) = 3 + 1 = 4$.

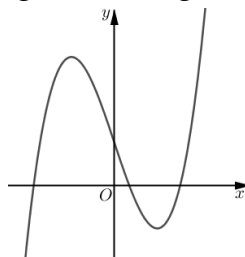
- Câu 27:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 4$ và $u_2 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. 5 **B.** 6 **C.** -6 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = u_2 - u_1 = 10 - 4 = 6$.

- Câu 28:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng của đường cong ở hình bên?



- A.** $y = x^4 - x^2 + 1$ **B.** $y = x^3 - 3x + 1$
C. $y = -x^3 + 3x + 1$ **D.** $y = -x^2 + x + 1$

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đã cho là dạng đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 29: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị của

$$\int_1^2 [2 + f(x)] dx \text{ bằng}$$

A. 7

B. 9

C. $\frac{15}{4}$

D. $\frac{23}{4}$

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^2 [2 + f(x)] dx = \int_1^2 2 dx + \int_1^2 f(x) dx = 2 + x^3 \Big|_1^2 = 9.$$

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$

B. -5

C. $\frac{1}{3}$

D. 5

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$y' = -\frac{8}{(x-3)^2} < 0 \quad \forall x \in D.$$

Suy ra hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ nghịch biến trên đoạn $[0; 2]$.

$$\text{Vậy } \max_{x \in [0; 2]} y = f(0) = \frac{1}{3}.$$

Câu 31: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \sin x + 1$ và $F(0) = 1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x$

B. $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2$

Lời giải

Chọn C

$$F(x) = \int (x^2 + \sin x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C.$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow 0 - \cos 0 + 0 + C = 1 \Rightarrow C = 2.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$.

Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + y - 2z - 6 = 0$

B. $x + y - 2z + 6 = 0$

C. $x + 2y - 3z + 9 = 0$

D. $x + 2y - 3z - 9 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$ có phương trình là

$$1(x-1) + 2(y-1) - 3(z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 3z - 9 = 0.$$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $(1-4i)z = 3+i$. Số phức liên hợp của z là

A. $-\frac{1}{17} - \frac{13}{17}i$.

B. $-\frac{1}{15} - \frac{13}{15}i$.

C. $-\frac{1}{7} + \frac{13}{17}i$.

D. $-\frac{1}{17} + \frac{13}{17}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = \frac{3+i}{1-4i} = \frac{-1}{17} + \frac{13}{17}i$. Số phức liên hợp của z là $-\frac{1}{17} - \frac{13}{17}i$.

Câu 34: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 + 2x^2$.

B. $y = 2x^3 + 3x + 1$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = -x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = 2x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 35: Với a và b là các số thực dương tùy ý $\log_2 \left(\frac{a^2}{b^4} \right)$ bằng

A. $2\log_2 a - 4\log_2 b$.

B. $\log_2 a - b^4$.

C. $\log_2 a - 2\log_2 b$.

D. $2a - 4b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 \left(\frac{a^2}{b^4} \right) = \log_2 (a^2) - \log_2 (b^4) = 2\log_2 a - 4\log_2 b$.

Câu 36: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

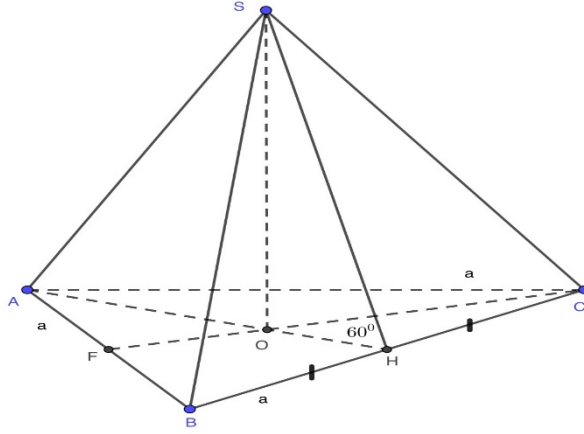
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm đáy $\Rightarrow SO \perp (ABC)$, gọi H là trung điểm của BC

Ta có: $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ SO \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) \\ BC \perp AH \\ BC \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{(SH, AH)} = \widehat{SHA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC cạnh a có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác SOH vuông tại O có: $\tan 60^\circ = \frac{SO}{OH} \Rightarrow SO = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f(\cos^2 x) dx = 1$, khi đó

$\int_0^1 [2f(1-x) - 3x^2 + 5] dx$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f(\cos^2 x) dx = 1$. Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow -2 \sin x \cdot \cos x dx = dt \Leftrightarrow -\sin 2x dx = dt$.

Đổi cận:

+) $x = 0 \Rightarrow t = 1$

+) $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f(\cos^2 x) dx = 1 \Leftrightarrow \int_1^0 -f(t) dt = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(t) dt = 1.$$

$$\text{Mặt khác: } \int_0^1 [2f(1-x) - 3x^2 + 5] dx = 2 \int_0^1 f(1-x) dx + 4.$$

$$\text{Tính: } I = \int_0^1 f(1-x) dx.$$

$$\text{Đặt } u = 1 - x \Rightarrow -dx = du \Leftrightarrow du = -dx$$

Đổi cận:

$$+) x = 0 \Rightarrow u = 1$$

$$+) x = 1 \Rightarrow u = 0$$

$$I = \int_0^1 f(1-x) dx = \int_1^0 f(u) du = 1.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 [2f(1-x) - 3x^2 + 5] dx = 2 \int_0^1 f(1-x) dx + 4 = 2 \cdot 1 + 4 = 6.$$

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

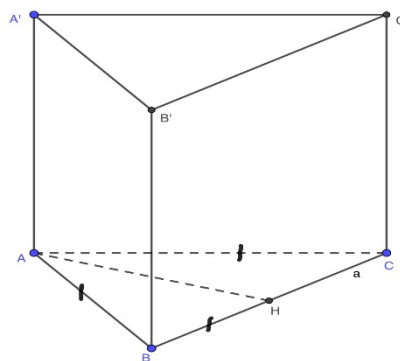
B. a .

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$ (1).

Mặt khác $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $d(AA', BC) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa chín tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tính

xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn

A. $\frac{5}{9}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Trong 9 thẻ được đánh số, có 5 thẻ mang số lẻ và 4 thẻ mang số chẵn. Để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn thì cần lấy được hai thẻ mang số chẵn hoặc hai thẻ mang số lẻ.

Trường hợp 1: Lấy hai thẻ mang số chẵn có: C_4^2 cách

Trường hợp 1: Lấy hai thẻ mang số lẻ có: C_5^2 cách

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_4^2 + C_5^2}{C_9^2} = \frac{4}{9}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$				3	
						$-\infty$

-5

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{1}{f(x)-4} + \frac{1}{f(x)+6} = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{f(x)-4} + \frac{1}{f(x)+6} = m$ (1)

$$\Leftrightarrow m.[f(x)]^2 + 2(m-1).f(x) - 24m - 2 = 0 \quad (dk : f(x) \neq 4; f(x) \neq -6)$$

Xét $m = 0$ ta có: $f(x) = -1$ có 3 nghiệm phân biệt, suy ra $m = 0$ thỏa ycbt.

Xét $m \neq 0$. Đặt $f(x) = t$, điều kiện: $t \neq 4; t \neq -6$.

Ta có PT: $mt^2 + 2(m-1)t - 24m - 2 = 0$. (2)

Biệt thức $\Delta' = 25m^2 + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Ta thấy $t = 4; t = -6$ luôn không là nghiệm của phương trình. Do đó phương trình (2) luôn có hai nghiệm phân biệt khác 4 và -6.

Để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải nhận $t = 3$ hoặc $t = -5$ làm nghiệm. Khi đó $m = -\frac{8}{9}$ hoặc $m = \frac{8}{9}$.

Thử lại:

Với $m = -\frac{8}{9}$, PT (2): $-\frac{8}{9}t^2 - \frac{34}{9}t + \frac{58}{3} = 0$ có 2 nghiệm $t = 3$ và $t = -\frac{29}{4}$. Khi đó PT (1) có 3 nghiệm x phân biệt.

Với $m = \frac{8}{9}$, PT (2): $\frac{8}{9}t^2 - \frac{2}{9}t - \frac{70}{3} = 0$ có 2 nghiệm $t = -5$ và $t = \frac{21}{4}$. Khi đó PT (1) cũng có 3 nghiệm x phân biệt.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn ycbt.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 - \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-2 < m \leq 5$.

B. $-2 \leq m < 5$.

C. $2 \leq m < 5$.

D. $2 < m \leq 5$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \Leftrightarrow m > 2 \\ m > 2 \end{cases}$$

Ta có: $1 - \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$.

$$\Leftrightarrow \log_7 7 + \log_7(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow \log_7 7(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m$$

$$\Leftrightarrow (7 - m)x^2 - 4x + 7 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7 - m > 0 \\ (-2)^2 - (7 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ 4 - (49 - 14m + m^2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ -m^2 + 14m - 45 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 5 \\ m \geq 9 \end{cases}$$

Vậy $2 < m \leq 5$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -3; 2)$ trên mặt phẳng $(P): x - 5y + z + 9 = 0$ là điểm $H(a, b, c)$. Tổng của $a + b + c$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng MH qua $M(1; -3; 2)$ và có vectơ chỉ phương

$$\vec{u} = \vec{n}_p = (1; -5; 1) \text{ có phương trình là: } MH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 5t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Ta có: $H = MH \cap (P)$.

$$\text{Toạ độ điểm H thỏa hệ phương trình: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 5t \\ z = 2 + t \\ x - 5y + z + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow H(0; 2; 1)$$

Vậy $a + b + c = 3$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $z^2 + 3z + m^2 - 2m = 0$ có nghiệm phức z_0 mà $|z_0| = 2$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta = -4m^2 + 8m + 9$.

$$+) \text{ TH1: } \Delta = -4m^2 + 8m + 9 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{13}}{2} \leq m \leq \frac{2 + \sqrt{13}}{2} \quad (1).$$

$$\text{Khi đó phương trình đã cho có nghiệm thực nên } |z_0| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 2 \\ z_0 = -2 \end{cases}.$$

Với $z_0 = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $m^2 - 2m + 10 = 0$ (Vô nghiệm)

$$\text{Với } z_0 = -2 \text{ thì phương trình đã cho trở thành } m^2 - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 - \sqrt{3} \text{ (TM (1))} \\ m = 1 + \sqrt{3} \text{ (TM (1))} \end{cases}.$$

$$+) \text{ TH2: } \Delta = -4m^2 + 8m + 9 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{2 - \sqrt{13}}{2} \\ m > \frac{2 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad (2).$$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên

$$|z_1| = |z_2| = |z_0| = 2 \Rightarrow |z_1 \cdot z_2| = 4 \Leftrightarrow |m^2 - 2m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 4 \\ m^2 - 2m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 - \sqrt{5} \\ m = 1 + \sqrt{5} \end{cases} \text{ (TM (2)).}$$

Vậy $S = \{1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}; 1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}\}$ nên tổng các phần tử của tập S bằng 4.

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoài tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

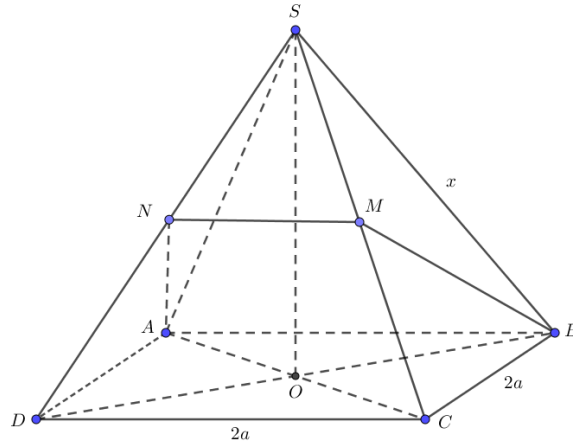
B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, N là trung điểm SD thì MN là đường trung bình của tam giác SCD nên suy ra $MN = \frac{CD}{2} = \frac{2a}{2} = a$ và thiết diện khi cắt hình chóp bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $ABMN$ là hình thang cân nên $AN = BM$.

Chu vi của thiết diện là:

$$C_{ABMN} = AB + BM + MN + AN = 2a + BM + a + AN = 3a + BM + AN = 7a \Rightarrow BM + AN = 4a$$

Suy ra $AN = BM = 2a$.

Đặt $SB = x$.

Áp dụng công thức độ dài đường trung tuyến vào tam giác SBC ta có:

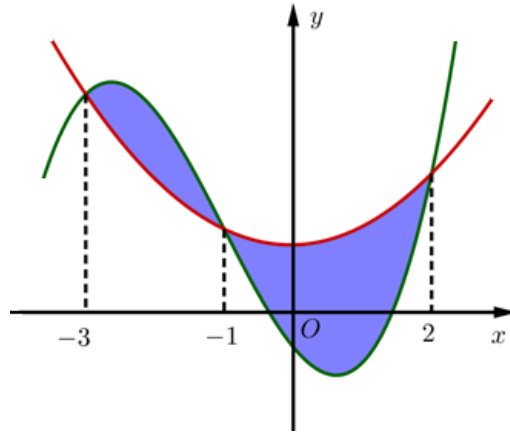
$$BM^2 = \frac{BS^2 + BC^2}{2} - \frac{SC^2}{4} \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{x^2 + 4a^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = 8a^2 \Leftrightarrow x = 2a\sqrt{2}.$$

Do đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $BD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow r_N = OB = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SOB vuông tại O nên ta có: $h_N = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{8a^2 - 2a^2} = a\sqrt{6}$.

Thể tích hình nón cần tìm là: $V_N = \frac{1}{3} \pi r_N^2 \cdot h_N = \frac{1}{3} \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 45: Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $y = g(x) = dx^2 + ex + 1$, trong đó a, b, c, d, e là các số thực. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- A. $\frac{125}{48}$. B. $\frac{63}{16}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{253}{24}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } f(x) - g(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2}.$$

Vì hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ nên $f(x) - g(x) = a(x+3)(x+1)(x-2)$.

$$\text{Ta có } f(0) - g(0) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow -6a = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Do đó } f(x) - g(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2).$$

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_{-3}^2 \left| \frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{253}{48}.$$

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$, với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0; 2022]$ sao cho $y - x - 2 \geq 0$ và $4 \cdot 2^x - 2^y + 3(x - y) + 6 \geq 0$.

- A. 2022. B. 2021. C. 2020. D. 2023.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Từ giả thiết } 4 \cdot 2^x - 2^y + 3(x - y) + 6 \geq 0 \Leftrightarrow 2^{x+2} + 3(x+2) \geq 2^y + 3y \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + 3t$; $t \in \mathbb{R}$, có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 3 > 0$; $\forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow x+2 \geq y \quad (3)$

$$\text{Mà ta lại có } y - x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq x+2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $y = x+2 \Rightarrow 0 \leq x+2 \leq 2022 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2020$. Kết hợp với điều kiện $x \in [0; 2022]$ ta được $0 \leq x \leq 2020$. Vậy có 2021 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng Δ có dạng $ax + y + bz + c = 0$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng

A. 1

B. 9

C. -1

D. 3

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;1;-1)$ và nhận $\vec{u} = (1;4;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-1;0;1)$, từ đó suy ra $[\overrightarrow{AM}; \vec{u}] = (-4;-1;-4)$

Mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;0)$ và nhận $\vec{n} = (4;1;4)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình: $4(x-2) + 1(y-1) + 4z = 0 \Leftrightarrow 4x + y + 4z - 9 = 0$

Từ đó suy ra $a = 4, b = 4, c = -9$

Vậy $a + b + c = 4 + 4 - 9 = -1$.

Câu 48: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z| = 7, |w| = 7$ và $|3z - 4w| = 35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z + 3w + 2022i|$ bằng

A. 2022

B. 2057

C. 4044

D. 2071

Lời giải

Chọn B

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z , gọi N là điểm biểu diễn số phức w

Theo đề $|z| = 7 \Rightarrow OM = 7, |w| = 7 \Rightarrow ON = 7$

Theo đề

$$|3z - 4w| = 35 \Rightarrow |3\overrightarrow{OM} - 4\overrightarrow{ON}| = 35 \Rightarrow (3\overrightarrow{OM} - 4\overrightarrow{ON})^2 = 1225$$

$$\Rightarrow 9OM^2 + 16ON^2 - 24\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 1225 \Rightarrow 9 \cdot 7^2 + 16 \cdot 7^2 - 24\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 1225$$

$$\Rightarrow 24\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$$

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $v = 2022i \Rightarrow A(0;2022)$

Từ đó ta có $|\overrightarrow{OA}| = |v| = 2022$

$$\text{Ta có } |4z + 3w + 2022i| = |4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OA}|$$

Áp dụng bất đẳng thức $|a + b| \leq |a| + |b|$ ta có

$$|4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OA}| \leq |4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON}| + |\overrightarrow{OA}| = |4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON}| + 2022 \quad (*)$$

Ta có

$$\left(|4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON}|\right)^2 = (4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON})^2 = 16OM^2 + 9ON^2 + 24\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 16 \cdot 7^2 + 9 \cdot 7^2 + 0 = 1225$$

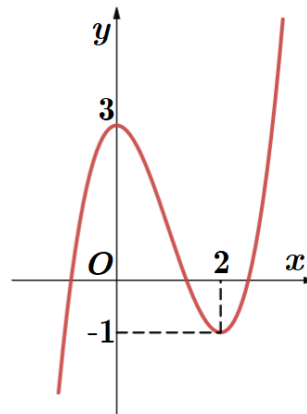
Từ đó suy ra $|4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON}| = \sqrt{1225} = 35$

Từ (*) suy ra

$$|4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OA}| \leq 35 + 2022 = 2057$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OA}|$ là 2057.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên.



Trong đoạn $[-20; 22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số

$$y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$$
 có ba điểm cực trị?

A. 32.

B. 40.

C. 36.

D. 38.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị nên hàm số $10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m$ có 2 điểm cực trị.

Để hàm số $y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương

trình $10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m = 0$ có 1 nghiệm bội lẻ hay phương trình

$$f(x) = \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \text{ có một nghiệm bội lẻ} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \geq 3 \\ \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{-18}{11} \\ m \geq 5 \\ \frac{15}{11} \leq m \leq 2 \end{cases}.$$

Vậy có tất cả 40 giá trị m thỏa mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; -1)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C') . Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là

hình tròn giới hạn bởi (C') . Tính bán kính của (C') khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất

- A. 3. B. $\frac{5}{\sqrt{2}}$. C. 4. D. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$ có tâm $I(1;2;-3)$ và $R=5$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (P) , khi đó $IH \leq IA=3$, Gọi r là bán kính đường tròn (C') .

$$\Rightarrow r = \sqrt{25 - IH^2}, \text{ khi đó thể tích khối nón là } V = \frac{\pi}{3} IH \left(\sqrt{25 - IH^2} \right)^2 = \frac{\pi}{3} IH (25 - IH^2).$$

CÁCH 1:

Áp dụng bất đẳng thức $Am - Gm$:

$$V^2 = \frac{\pi^2}{18} 2IH^2 (25 - IH^2) (25 - IH^2) \leq \frac{\pi^2}{18} \frac{(2IH^2 + 25 - IH^2 + 25 - IH^2)^3}{27} = \frac{50^3 \pi^2}{486}.$$

$$\Rightarrow V \leq \frac{250\sqrt{12}}{54} \pi. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } 2IH^2 = 25 - IH^2 \Leftrightarrow IH = \frac{5\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{6}}{3}.$$

CÁCH 2:

Xét hàm số $f(x) = x(25 - x^2) = 25x - x^3$ ($0 \leq x \leq 3$) $\Rightarrow f'(x) = 25 - 3x^2$

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\sqrt{3}}{3} & (n) \\ x = \frac{-5\sqrt{3}}{3} & (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$	3	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			$f\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$	
	0			48

Khi đó ta thấy $\max_{x \in [0;3]} f(x) = f\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow IH = \frac{5\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{6}}{3}$.