

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log \frac{x-2}{1-x}$.

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau đôi một, được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4?

A. 36.

B. 42.

C. 12.

D. 24.

Câu 3. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực).

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m > 10$.

B. $8 < m < 10$.

C. $0 < m < 4$.

D. $4 < m < 8$.

Câu 4. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sin x)$.

A. $y' = \frac{1}{\sin x}$.

B. $y' = \frac{-1}{\sin^2 x}$.

C. $y' = \tan x$.

D. $y' = \cot x$.

Câu 5. Cho tích phân $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$. Thực hiện phép đổi biến $t = \sqrt{1+3\cos x}$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $I = \int_2^1 \frac{2}{9}(2t^2+1)dt$.

B. $I = \int_2^1 \frac{2}{9}(t^2+2)dt$.

C. $I = \int_1^2 \frac{2}{9}(2t^2+1)dt$.

D. $I = \int_1^2 \frac{2}{9}(t^2+2)dt$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+1}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (0; 2020)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

A. 0.

B. 2019.

C. 1.

D. 2018.

Câu 7. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ là

A. $-\sqrt{2}$.

B. 0.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 8. Tìm số hạng thứ 100 của cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 2$ và $q = \frac{1}{2}$.

A. $\frac{1}{2^{99}}$.

B. $\frac{1}{2^{98}}$.

C. 2^{100} .

D. $\frac{1}{2^{100}}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 + 6t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua A và

vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x + 2y + 3z - 6 = 0$.

B. $x - 2y + 3z - 2 = 0$.

C. $x - 2y + 3z + 2 = 0$.

D. $2x - 4y + 6z - 3 = 0$.

Câu 10. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2x - 1 + (y - 2)i = 1 + i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = 1; y = 1$.

B. $x = 1; y = 2$.

C. $x = 1; y = 3$.

D. $x = -1; y = 3$.

Câu 11. Với $(u_n); (v_n)$ là các dãy số thực, tìm khẳng định sai.

- A. Nếu $\lim u_n = 0$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.
- B. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim u_n v_n = -\infty$.
- C. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim u_n v_n = +\infty$.
- D. Nếu $\lim u_n = 0$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim u_n v_n = 0$.

Câu 12. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{9\pi}{2}$. B. $\frac{81}{10}$. C. $\frac{81\pi}{10}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			2		3			
	$-\infty$			0				$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(5; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; 5)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

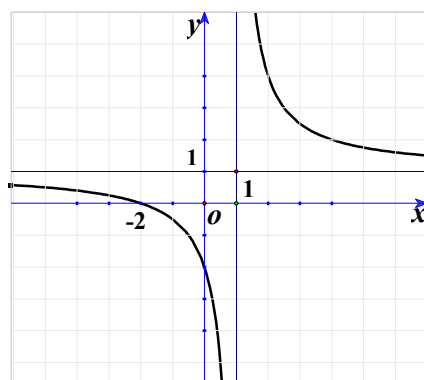
Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 1 = 0$ và $(Q): x + 4y - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của giao tuyến của hai mặt phẳng đã cho?

- A. $\vec{u}_4 = (2; -4; -5)$. B. $\vec{u}_2 = (1; -4; -5)$. C. $\vec{u}_1 = (-1; -4; 5)$. D. $\vec{u}_3 = (0; -4; -5)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (-1; -1; 0)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$ là

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(-2; 3; 0)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(-2; 3; 1)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ sau (đường nét đậm). Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng



- A. -6. B. 2. C. 8. D. 0.

Câu 17. Tính tổng các nghiệm thực trên $\left(\frac{\pi}{2}; 4\pi\right)$ của phương trình $\cos x = 0$.

- A. 8π . B. 4π . C. 6π . D. $\frac{15\pi}{2}$.

Câu 18. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

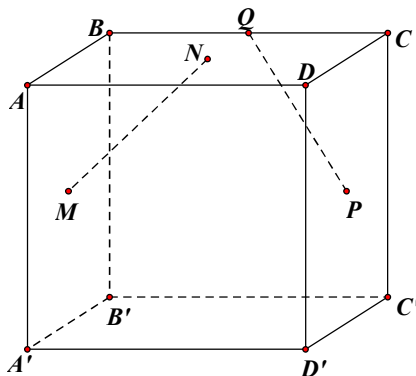
Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $z = 3 + 2i$. B. $\bar{z} = 3 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + 3i$. D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 20. Cho khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng r . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $2\pi r h$. D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là tâm các hình vuông $ABB'A'$, $ABCD$, $CDD'C'$ và Q là trung điểm của BC (minh họa như hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và PQ bằng



- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 22. Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $S = 16\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = 24\pi a^2$. D. $S = 8\pi a^2$.

Câu 23. Biết rằng $\log_2 x$; $(1 + \log_4 x)$; $\log_8 4x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội khác 0, tìm mệnh đề đúng.

- A. $x \in (0; 10)$. B. $x \in (10; 20)$. C. $x \in (20; 30)$. D. $x \in (30; +\infty)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -3; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 0; 3)$.

Câu 25. Số nghiệm thực của phương trình $2020^{x^2-x+1} = 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số.

- A. $(0; 2)$. B. $(2; 2)$. C. $(2; -2)$. D. $(0; -2)$.

Câu 27. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là

- A. $y = -1$. B. $y = -6$. C. $y = 3$. D. $y = 2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; -2; -3)$, $\vec{b} = \left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$, $\vec{c} = (3; -3; 2)$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc. B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
C. $\vec{a}$ và $\vec{c}$ vuông góc. D. $\vec{b}$ và $\vec{c}$ vuông góc.

Câu 29. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

- A. $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow x < 1, \forall x > 0$. B. $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a > b, \forall a, b > 0$.
C. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b, \forall a, b > 0$. D. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1, \forall x > 0$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

- A. $M(-1;1)$. B. $M(-1;-1)$. C. $M(1;1)$. D. $M(1;-1)$.

Câu 31. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC=2AB=2a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn thẳng BC và góc giữa các mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là các điểm sao cho $\overline{BM}=2\overline{AS}$ và $\overline{CN}=3\overline{AS}$. Tính thể tích của khối đa diện $ABCSMN$ theo a .

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

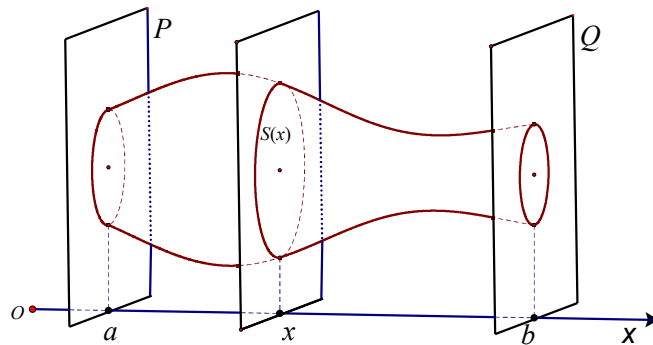
Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-2;3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và song song với trục Oz là

- A. $\begin{cases} x=t \\ y=-2+t \\ z=3+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=0 \\ y=-2+t \\ z=3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 33. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $|x^3-3x^2|-mx=4$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 34. Cắt một vật thể $\mathfrak{V}$ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại các điểm có hoành độ $x=a, x=b$ ($a < b$) (xem hình). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) cắt $\mathfrak{V}$ theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể $\mathfrak{V}$ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính bởi công thức nào sau đây?



- A. $V = \int_a^b S(x)dx$. B. $V = \pi \int_a^b S(x)dx$. C. $V = \int_a^b S^2(x)dx$. D. $V = \pi \int_a^b S^2(x)dx$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, góc $\widehat{ABC}=60^\circ$, $SA=SB=2a$. Biết rằng góc giữa các mặt phẳng $(SAB), (SCD)$ và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng nhau, góc giữa mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng đáy bằng α với $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{19}}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{19}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{57}}{16}a^3$. C. $\frac{\sqrt{57}}{8}a^3$. D. $\frac{\sqrt{19}a^3}{8}$.

Câu 36. Khối chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $AC=a$ và $SA=SB=SC=a\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SACD$ là

- A. $\frac{3a}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$ là

A. $F(x) = \frac{2^{2x}}{2 \ln 2} + C.$

B. $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} + C.$

C. $F(x) = \frac{4^x}{\ln 2} + C.$

D. $F(x) = 4^x \ln 4 + C.$

Câu 39. Một lớp học có 15 học sinh, thầy giáo muốn chọn ra hai nhóm, mỗi nhóm có đúng 5 học sinh để chơi trò kéo co, hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách thực hiện ?

A. 378378.

B. 756756.

C. 189189.

D. 156156.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = AD$. Góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 41. Biết rằng các số $\log a; \log b; \log c$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, đồng thời $\log a - \log 2b; \log 2b - \log 3c; \log 3c - \log a$ theo thứ tự đó cũng tạo thành một cấp số cộng. Tìm khẳng định đúng

A. Không có tam giác nào có ba cạnh là a, b, c .

B. a, b, c là ba cạnh của một tam giác tù.

C. a, b, c là ba cạnh của một tam giác vuông.

D. a, b, c là ba cạnh của một tam giác nhọn.

Câu 42. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Biết rằng góc giữa đường thẳng CC' và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $ACC'B'$ theo a .

A. $\frac{3a^3}{8}.$

B. $\frac{a^3}{4}.$

C. $\frac{3a^3}{4}.$

D. $\frac{a^3}{8}.$

Câu 43. Biết rằng tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + 15 \cos x)}{\cos^2 x} dx = a\pi + b \ln 2 + c \ln 3 + d \ln 5$ trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ tính

$T = a + b + c + d.$

A. $T = \frac{133}{4}.$

B. $T = \frac{313}{4}.$

C. $T = \frac{135}{4}.$

D. $T = \frac{195}{4}.$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y		2	0	2	

Diagram showing the function values at critical points and limits: $-\infty \rightarrow 2 \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow -\infty$ with arrows indicating the path of the function.

Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $3f(\sin 2x) - 4 = 0$ là

A. 8.

B. 2.

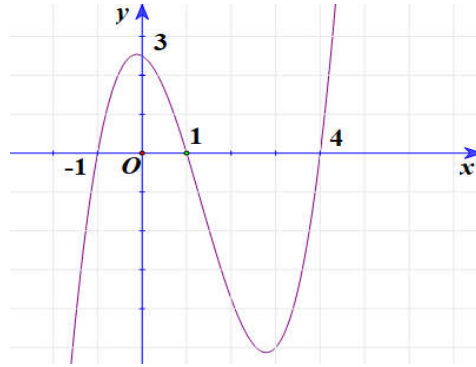
C. 4.

D. 6.

Câu 45. Giả sử hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2$ có đồ thị (C') cắt nhau tại bốn điểm phân biệt. Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn (C) và (C') là hợp của ba hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ có diện tích tương ứng là S_1, S_2, S_3 trong đó $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3$ và các hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ đôi một giao nhau tại không quá một điểm. Gọi T là tập hợp các giá trị của m sao cho $S_3 = S_1 + S_2$. Tính tổng bình phương các phần tử của T .

- A. 23. B. 14. C. 20. D. 19.

Câu 46. Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(|2 - x|)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -4)$ và điểm $B(1; -2; 0)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 20$. B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 20$.

Câu 48. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 2020. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC . Tính thể tích V của khối tứ diện $A'B'C'D'$.

- A. $V = \frac{2020}{27}$. B. $V = \frac{505}{2}$. C. $V = \frac{505}{4}$. D. $V = \frac{505}{16}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 3; 4)$. Một mặt cầu (S) bán kính R luôn tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ và đoạn thẳng AB luôn nằm trong (S) (mọi điểm thuộc đoạn thẳng AB đều nằm trong (S)). Giá trị nguyên lớn nhất của R đạt được là

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 50. Cho phương trình $2(1-a^2)x^2 - 2a^2 + \log_2(x^2 + 3x + 3) = x^4 + \log_2(3x^2 + 6x + 2a^2 + 3) - 4$ với a là tham số thực. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của a để phương trình có nghiệm, biết rằng $T = [c; d]$, khi đó $(d^3 - c^3)^5$ thuộc khoảng nào sau đây.

- A. $(650; 750)$. B. $(1000; 1500)$. C. $(550; 650)$. D. $(200; 450)$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. B	4. D	5. C	6. D	7. B	8. B	9. B	10. C
11. D	12. C	13. B	14. B	15. D	16. B	17. D	18. C	19. C	20. A
21. B	22. B	23. D	24. C	25. C	26. A	27. D	28. A	29. B	30. C
31. B	32. D	33. A	34. A	35. D	36. C	37. D	38. A	39. B	40. A
41. B	42. D	43. A	44. A	45. B	46. C	47. C	48. A	49. B	50. A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. [**Mức độ 1**] Tìm tập xác định của hàm số $y = \log \frac{x-2}{1-x}$

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $R \setminus \{1\}$. D. $R \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Oanh.

Hàm số $y = \log \frac{x-2}{1-x}$ xác định khi và chỉ khi $\frac{x-2}{1-x} > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Câu 2. [**Mức độ 1**] Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau đôi một, được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4?

- A. 36 . B. 42 . C. 12 . D. 24 .

Lời giải

FB tác giả: Trần Oanh

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$) a, b, c, d đôi một khác nhau

Chọn a có 4 cách chọn.

Chọn b có 3 cách chọn.

Chọn c có 2 cách chọn.

Chọn d có 1 cách chọn.

Vậy có $4.3.2.1 = 24$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3. [**Mức độ 2**] Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m > 10$. B. $8 < m < 10$. C. $0 < m < 4$. D. $4 < m < 8$.

Lời giải

FB tác giả: Quỳnh Như Hoàng

Ta có: $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$

- Nếu $1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì: $y' > 0 \forall x \in [1; 2]$ do đó:

$$\begin{cases} \max_{[1;2]} y = f(2) = \frac{m+2}{3} \\ \min_{[1;2]} y = f(1) = \frac{m+1}{2} \end{cases} \Rightarrow \max_{[1;2]} y + \min_{[1;2]} y = \frac{m+2}{3} + \frac{m+1}{2} = 8 \Rightarrow m = \frac{41}{5} \quad (L)$$

- Nếu $1 - m < 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì: $y' < 0 \forall x \in [1; 2]$ do đó:

$$\begin{cases} \max_{[1;2]} y = f(1) = \frac{m+1}{2} \\ \min_{[1;2]} y = f(2) = \frac{m+2}{3} \end{cases} \Rightarrow \max_{[1;2]} y + \min_{[1;2]} y = \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = 8 \Rightarrow m = \frac{41}{5} \quad (N)$$

Vậy $m = \frac{41}{5}$ nên $8 < m < 10$.

Câu 4. [**Mức độ 1**] Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sin x)$.

A. $y' = \frac{1}{\sin x}$.

B. $y' = \frac{-1}{\sin^2 x}$.

C. $y' = \tan x$.

D. $y' = \cot x$.

Lời giải

FB tác giả: Quỳnh Như Hoàng

Ta có: $y' = [\ln(\sin x)]' = \frac{1}{\sin x} \cdot (\sin x)' = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$.

Câu 5. [**Mức độ 2**] Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$. Thực hiện phép biến đổi $t = \sqrt{1+3\cos x}$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $I = \int_2^1 \frac{2}{9} (2t^2 + 1) dt$.

B. $I = \int_2^1 \frac{2}{9} (t^2 + 2) dt$.

C. $I = \int_1^2 \frac{2}{9} (2t^2 + 1) dt$.

D. $I = \int_1^2 \frac{2}{9} (t^2 + 2) dt$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Huy

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\cos x + 1}{\sqrt{1+3\cos x}} \sin x dx$.

Đặt $t = \sqrt{1+3\cos x} \Rightarrow t^2 = 1+3\cos x \Rightarrow 2t dt = -3\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -\frac{2}{3} t dt$.

Đổi cận

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	2	1

Khi đó $I = \int_2^1 \frac{2\left(\frac{t^2-1}{3}\right)+1}{t} \left(-\frac{2}{3}t\right) dt = \int_1^2 \frac{2}{9} (2t^2+1) dt.$

Câu 6. [**Mức độ 2**] Cho hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+1}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (0; 2020)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

A. 0.

B. 2019.

C. 1.

D. 2018.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Huy

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Ta có $y' = \frac{1-m^2}{(x+1)^2}.$

Để hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định

$$\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \frac{1-m^2}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 1-m^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases} (*).$$

Từ (*) kết hợp với $m \in (0; 2020)$ ta được $m \in (1; 2020).$

Vậy có 2018 giá trị nguyên m để thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. [**Mức độ 1**] Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ là

A. $-\sqrt{2}.$

B. 0.

C. 2.

D. $\sqrt{2}.$

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Châu Vĩnh Phúc

Ta có $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Mà $-\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$

Nên $-\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$

Suy ra: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ là 0.

Câu 8. [**Mức độ 1**] Tìm số hạng thứ 100 của cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 2$ và $q = \frac{1}{2}$

A. $\frac{1}{2^{99}}.$

B. $\frac{1}{2^{98}}.$

C. $2^{100}.$

D. $\frac{1}{2^{100}}.$

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Châu Vĩnh Phúc

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_{100} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{100-1} = \frac{1}{2^{98}}.$

Câu 9. [**Mức độ 1**] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 + 6t \end{cases}$. Mặt

phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x + 2y + 3z - 6 = 0$.

B. $x - 2y + 3z - 2 = 0$.

C. $x - 2y + 3z + 2 = 0$.

D. $2x - 4y + 6z - 3 = 0$.

Lời giải

FB tác giả: Huy voba

Câu 1. Ta có đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$

Do đó mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d nên nhận vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ làm một vectơ pháp tuyến, có phương trình là

$$1.(x-1) - 2.(y-1) + 3.(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 2 = 0.$$

Câu 10. [**Mức độ 1**] Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2x - 1 + (y - 2)i = 1 + i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = 1; y = 1$.

B. $x = 1; y = 2$.

C. $x = 1; y = 3$.

D. $x = -1; y = 3$.

Lời giải

FB tác giả: Huy voba

$$\text{Ta có } 2x - 1 + (y - 2)i = 1 + i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ y - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Câu 11. [**Mức độ 1**] Với $(u_n); (v_n)$ là các dãy số thực, tìm khẳng định sai.

A. Nếu $\lim u_n = 0$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

B. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim u_n \cdot v_n = -\infty$.

C. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim u_n v_n = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = 0$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim u_n v_n = 0$.

Lời giải

FB: Huỳnh Kiệt tác giả: Huỳnh Anh Kiệt

$$\text{Ta chọn: } u_n = \frac{1}{n} \Rightarrow \lim u_n = 0; v_n = -n \Rightarrow \lim v_n = -\infty$$

$$\lim u_n \cdot v_n = \lim \frac{1}{n} \cdot (-n) = -1 \neq 0. \text{ Nên khẳng định sai là D.}$$

Câu 12. [**Mức độ 1**] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox

A. $\frac{9\pi}{2}$.

B. $\frac{81}{10}$.

C. $\frac{81\pi}{10}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

FB: Huỳnh Kiệt tác giả: Huỳnh Anh Kiệt

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox ta có:

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox

$$V = \pi \int_1^4 f^2(x) dx = \pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx = \frac{81\pi}{10}.$$

Câu 13. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			2		3			
	$-\infty$			0				$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(5; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(3; 5)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(0; 3)$.

Lời giải

FB tác giả: Hiennguyen

Chọn B

Câu 14. [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $3x + 2y - z - 1 = 0$ và (Q): $x + 4y - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của giao tuyến của hai mặt phẳng đã cho?

A. $(2; -4; -5)$.

B. $(1; -4; -5)$.

C. $(-1; -4; 5)$.

D. $(0; -4; -5)$.

Lời giải

FB tác giả: Hiennguyen

$$\text{Có } \vec{n}_P = (3; 2; -1), \vec{n}_Q = (1; 4; -3)$$

Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng trên, khi đó

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (-2; 8; 10) = -2 \cdot (1; -4; -5).$$

Câu 15. [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (-1; -1; 0)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$ là

A. $(1; 2; -3)$.

B. $(-2; 3; 0)$.

C. $(2; -3; 1)$.

D. $(-2; 3; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Hoa

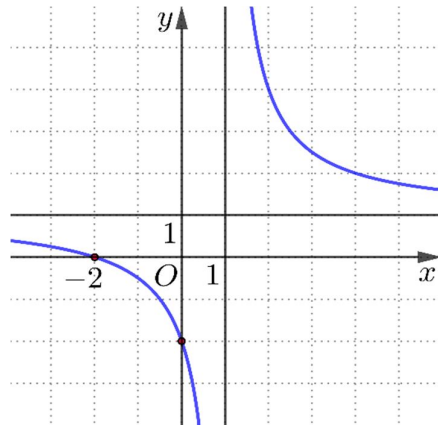
$$\text{Ta có: } \vec{a} = (1; 2; 3)$$

$$\vec{b} = (0; 2; -1) \Rightarrow 2\vec{b} = (0; 4; -2)$$

$$\vec{c} = (-1; -1; 0) \Rightarrow 3\vec{c} = (-3; -3; 0)$$

Vậy $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} = (-2; 3; 1)$.

Câu 16. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ là có đồ thị như hình vẽ sau (đường nét đậm). Giá trị $a+2b+3c$ bằng



A. -6.

B. 2.

C. 8.

D. 0.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Hoa

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow c=-1$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=1 \Rightarrow a=1$.

Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{x+b}{x-1}$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0) \Rightarrow \frac{-2+b}{-2-1} = 0 \Leftrightarrow b=2$.

Vậy $a+2b+3c=1+4-3=2$.

Câu 17. [Mức độ 2] Tính tổng các nghiệm thực trên $\left(\frac{\pi}{2}; 4\pi\right)$ của phương trình $\cos x = 0$.

A. 8π .

B. 4π .

C. 6π .

D. $\frac{15\pi}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thanh

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{2}; 4\pi\right) \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} + k\pi < 4\pi \Leftrightarrow 0 < k < \frac{7}{2}$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1, 2, 3\} \Rightarrow x \in \left\{\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right\}$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm thực trên } \left(\frac{\pi}{2}; 4\pi\right) \text{ của phương trình } \cos x = 0 \text{ là } \frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + \frac{7\pi}{2} = \frac{15\pi}{2}.$$

Câu 18. [Mức độ 2] Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Thanh

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 4x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 19. [Mức độ 1] Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $z = 3 + 2i$.

B. $\bar{z} = 3 - 2i$.

C. $\bar{z} = 2 + 3i$.

D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải

FB tác giả: Van Ngoc Nguyen

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 20. [Mức độ 1] Cho khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng r . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $\pi r^2 h$.

C. $2\pi r h$.

D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

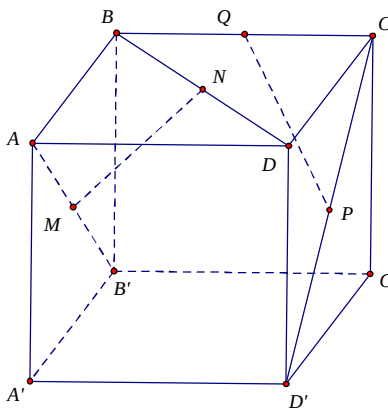
Lời giải

FB tác giả: Van Ngoc Nguyen

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 21. [Mức độ 3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các hình vuông $ABB'A', ABCD, CDD'C'$ và Q là trung điểm của BC (minh họa như hình vẽ).

Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và PQ bằng



A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

FB tác giả: Hung Le

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ trong đó $A' \equiv O, A(0;0;a), D'(0;a;0), B'(a;0;0)$.

Khi đó $B(a;0;a), D(0;a;a), C'(a;a;0), C(a;a;a)$.

Do M, N, P lần lượt là tâm của các hình vuông $ABB'A', ABCD, CDC'D'$ và Q là trung điểm của BC nên $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};a\right), Q\left(a;\frac{a}{2};a\right), P\left(\frac{a}{2};a;\frac{a}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \left(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right), \overrightarrow{PQ} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right), \overrightarrow{MQ} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là vectơ chỉ phương MN, PQ .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và PQ bằng:

$$d(MN, PQ) = \frac{\left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \cdot \overrightarrow{MQ} \right|}{\left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \right|} = \frac{|a|}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 22. [Mức độ 2]Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được một thiết diện là một hình vuông có cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S = 16\pi a^2$.

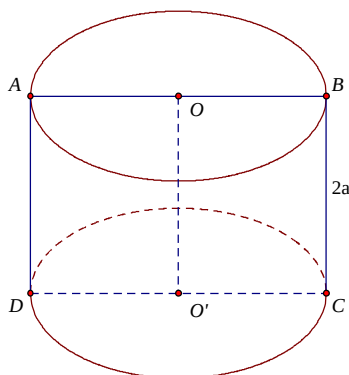
B. $S = 4\pi a^2$

C. $S = 24\pi a^2$.

D. $S = 8\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Hung Le



Thiết diện là một hình vuông có cạnh $2a$ nên bán kính của hình trụ là: $R = a$

Độ dài đường sinh là: $l = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh là: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$.

Câu 23. [Mức độ 2] Biểu thức $\log_2 x; (1 + \log_4 x); \log_8 4x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội khác 0, tìm mệnh đề đúng.

A. $x \in (0; 10)$.

B. $x \in (10; 20)$.

C. $x \in (20; 30)$.

D. $x \in (30; +\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: HiềnVi

Điều kiện: $x > 0$

Theo đề: $\log_2 x; (1 + \log_4 x); \log_8 4x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân nên ta có:

$$(1 + \log_4 x)^2 = \log_2 x \cdot \log_8 4x$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{2} \log_2 x\right)^2 = \log_2 x \cdot \frac{1}{3} \cdot (\log_2 4 + \log_2 x)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_2 x + \frac{1}{4} \log_2^2 x = \frac{1}{3} \log_2^2 x + \frac{2}{3} \log_2 x$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{12} \log_2^2 x + \frac{1}{3} \log_2 x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 6 \\ \log_2 x = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 64 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Với $x = 64$, ta có cấp số nhân: $6; 4; \frac{8}{3}$ với $q = \frac{2}{3}$.

Với $x = \frac{1}{4}$, ta có cấp số nhân: $-2; 0; 0$ (loại vì $q \neq 0$).

Câu 24. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_4 = (2; -3; 1)$.

C. $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 0; 3)$.

Lời giải

FB tác giả: HiềnVi

Một vector pháp tuyến của (P) : $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$.

Câu 25. [Mức độ 1] Số nghiệm thực của phương trình $2020^{x^2-x+1} = 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Ngọc Ánh

$2020^{x^2-x+1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 0$. Phương trình vô nghiệm.

Câu 26. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số.

A. $(0; 2)$.

B. $(2; 2)$.

C. $(2; -2)$.

D. $(0; -2)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Ngọc Ánh

$$y = x^3 - 3x^2 + 2.$$

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		2		$+\infty$
				-2	

Dựa vào bảng biến thiên ta có, điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0; 2)$.

Câu 27. [Mức độ 1] Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là

A. $y = -1$.

B. $y = -6$.

C. $y = 3$.

D. $y = 2$.

Lời giải

FB tác giả: Đông Phước Võ

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-6}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{6}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-6}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-\frac{6}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 2.$$

Vậy phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = 2$.

Câu 28. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; -2; -3)$, $\vec{b} = \left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$, $\vec{c} = (3; -3; 2)$. Khẳng

định nào dưới đây là **sai**?

A. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc.

B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. $\vec{a}$ và $\vec{c}$ vuông góc.

D. $\vec{b}$ và $\vec{c}$ vuông góc.

Lời giải

FB tác giả: Đông Phước Võ

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 + (-2) \cdot \frac{2}{3} + (-3) \cdot 1 = -\frac{13}{3}. \text{ Suy ra } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ không vuông góc.}$$

$$\vec{a} = -3\vec{b}. \text{ Suy ra } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương.}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \cdot 3 + (-2) \cdot (-3) + (-3) \cdot 2 = 0. \text{ Suy ra } \vec{a} \text{ và } \vec{c} \text{ vuông góc.}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \cdot 3 + \frac{2}{3} \cdot (-3) + 1 \cdot 2 = 0. \text{ Suy ra } \vec{b} \text{ và } \vec{c} \text{ vuông góc.}$$

Câu 29. [Mức độ 2] Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow x < 1, \forall x > 0$.

B. $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a > b, \forall a, b > 0$.

C. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b, \forall a, b > 0$.

D. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1, \forall x > 0$.

Lời giải

FB tác giả: Như Trình Nguyễn

Vì $0 < \frac{1}{5} < 1$ nên $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a < b, \forall a, b > 0$.

Câu 30. [**Mức độ 2**] Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

A. $M(-1;1)$.

B. $M(-1;-1)$.

C. $M(1;1)$.

D. $M(1;-1)$.

Lời giải

FB tác giả: Như Trình Nguyễn

Ta có: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow z = \frac{4+i-(2-i)^2}{3+2i} = 1+i$.

Vậy tọa độ điểm M biểu diễn số phức z là $M(1;1)$.

Câu 31. [**Mức độ 3**] Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = 2AB = 2a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn thẳng BC và góc giữa các mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là các điểm sao cho $\overline{BM} = 2\overline{AS}$ và $\overline{CN} = 3\overline{AS}$. Tính thể tích của khối đa diện $ABCSMN$ theo a .

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

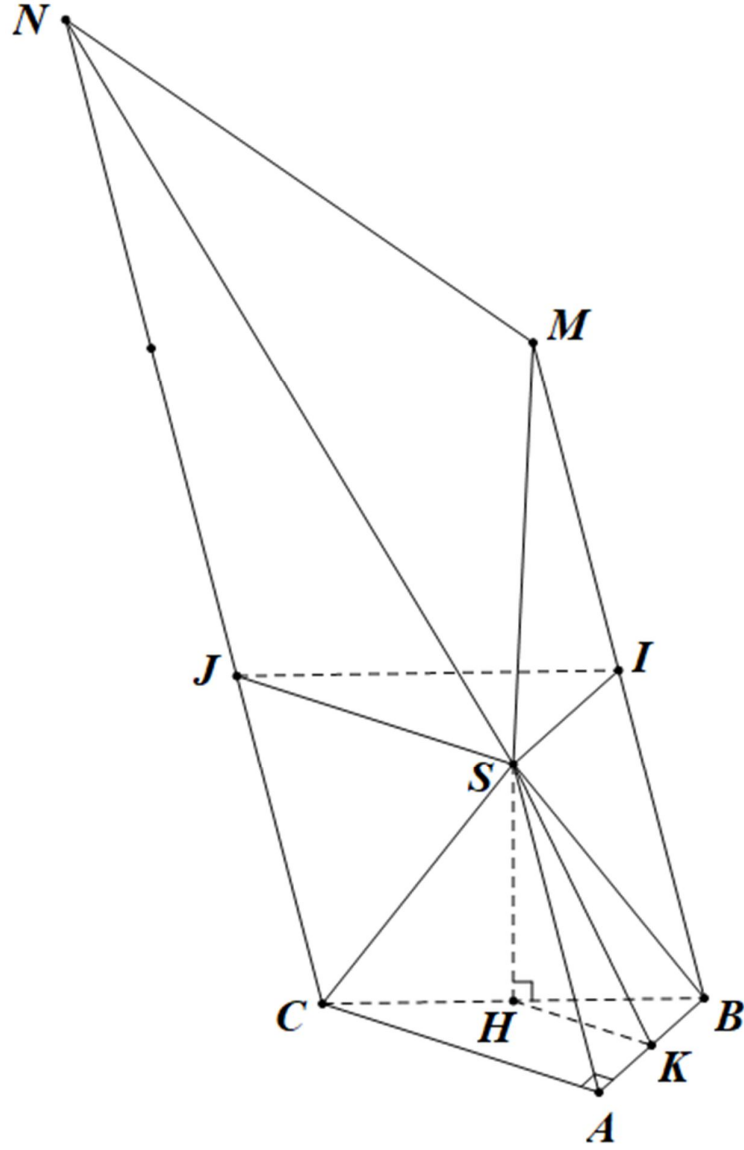
B. $2\sqrt{3}a^3$.

C. $3\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Vinh Phan



Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) , K là trung điểm AB .

Ta có $\left(\overline{SAB}, (ABC) \right) = \left(\overline{SM}, HK \right) = \angle SKH = 60^\circ$.

Xét tam giác SHK vuông tại H , ta có $SH = HK \tan 60^\circ = \frac{1}{2} AC \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $SABC$ là $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $V_{ABCSMN} = V_{ABCSIJ} + V_{SIJNM}$.

- Xét hình lăng trụ $ABCSIJ$, ta có $V_{ABCSIJ} = 3V_{SABC} = a^3\sqrt{3}$
- Xét hình chóp $SIJNM$, ta có

$$\begin{aligned} V_{SIJNM} &= \frac{1}{3} \cdot d(S, (IJNM)) \cdot S_{IJNM} = \frac{1}{3} \cdot d(S, (IJC B)) \cdot \frac{3}{2} \cdot S_{BCJI} \\ &= \frac{3}{2} \cdot V_{SBCJI} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{ABCSIJ} = V_{ABCSIJ} = a^3\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Do đó, $V_{ABCSMN} = a^3\sqrt{3} + a^3\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 32. [**Mức độ 2**] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -2; 3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và song song với trục Oz là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + t \\ z = 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

FB tác giả: Vinh Phan

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Vì $\Delta \parallel Oz$ nên Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; -2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$ có phương

trình tham số là $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 33. [**Mức độ 3**] Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $|x^3 - 3x^2| - mx = 4$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Minh Nguyệt

Nhận xét: $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x^2| - mx = 4$, do đó

$$|x^3 - 3x^2| - mx = 4 \Leftrightarrow m = \frac{|x^3 - 3x^2| - 4}{x}.$$

Đặt $f(x) = \frac{|x^3 - 3x^2| - 4}{x} = \frac{|x^2(x - 3)| - 4}{x}$

Ta có $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 - 4}{x} & \text{khi } x \geq 3 \\ \frac{-x^3 + 3x^2 - 4}{x} & \text{khi } x < 3, x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 3x^2 + 4}{x^2} & \text{khi } x \geq 3 \\ \frac{-2x^3 + 3x^2 + 4}{x^2} & \text{khi } x < 3, x \neq 0 \end{cases}$.

• $\frac{2x^3 - 3x^2 + 4}{x^2} = \frac{x^2(2x - 3) + 4}{x^2} > 0, \forall x \geq 3.$

• $\frac{-2x^3 + 3x^2 + 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

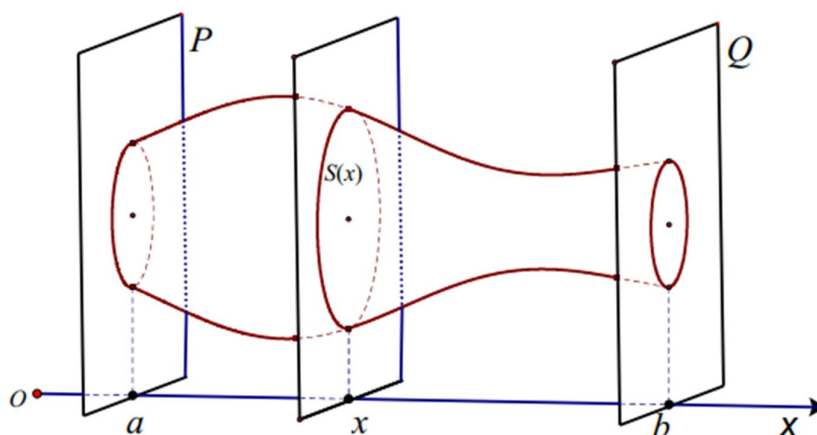
x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$	+		+	0	-		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt khi $-\frac{4}{3} < m < 0$. Vậy phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt khi

$$-\frac{4}{3} < m < 0. \text{ Với } m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m = -1.$$

Kết luận: Có một giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 34. [Mức độ 1] Cắt một vật thể $\mathfrak{T}$ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại các điểm có hoành độ $x = a, x = b (a < b)$ (xem hình). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ $x (a \leq x \leq b)$ cắt $\mathfrak{T}$ theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể $\mathfrak{T}$ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

C. $V = \int_a^b S^2(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Minh Nguyệt

Ta có công thức tính thể tích của vật thể $\mathfrak{T}$ $V = \int_a^b S(x) dx.$

Câu 36. [Mức độ 1] Khối chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hữu Hương.

Số mặt phẳng đối xứng của khối chóp tứ giác đều là 4.

Câu 37. [Mức độ 3] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $AC = a$ và $SA = SB = SC = a\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SACD$ là

A. $\frac{3a}{2}$.

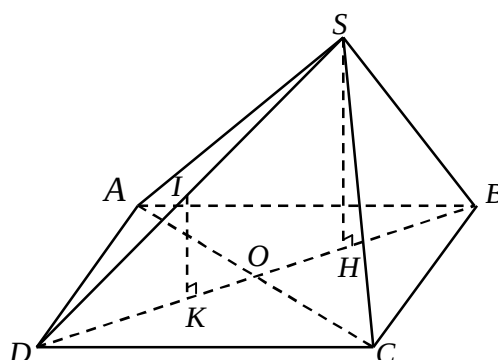
B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: VuThuThuy



Gọi $O = AC \cap BD$

Do tam giác ABC đều và $SA = SB = SC = a\sqrt{2}$ nên $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

Gọi H là trọng tâm của tam giác đều ABC ta có $SH \perp (ABC)$.

Gọi K là trọng tâm của tam giác đều ACD , qua K dựng trục đường tròn Δ ngoại tiếp tam giác ACD thì $\Delta \perp SH$ và $\Delta \cap SD = I$.

Vì $I \in \Delta$ nên $IA = IC = ID$ (1)

Mặt khác $\Delta \perp SH$ và $DK = KH = \frac{2}{3}DO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên là I trung điểm của SD hay $IS = ID$ (2)

Từ (1) và (2) ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SACD$, bán kính mặt cầu $R = DI$.

Tam giác vuông SHB có $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Mà $IK = \frac{1}{2}SH = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SACD$ là

$R = DI = \sqrt{DK^2 + IK^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{15}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38. [Mức độ 1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$ là

A. $F(x) = \frac{2^{2x}}{2 \ln 2} + C.$

B. $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} + C.$

C. $F(x) = \frac{4^x}{\ln 2} + C.$

D. $F(x) = 4^x \ln 4 + C.$

Lời giải

FB tác giả: VuThuThuy

Theo công thức tính nguyên hàm ta có:

$$\int f(x) dx = \int 2^{2x} dx = \frac{2^{2x}}{2 \ln 2} + C.$$

Câu 39. [**Mức độ 2**] Một lớp có 15 học sinh, thầy giáo muốn chọn ra hai nhóm, mỗi nhóm có đúng 5 học sinh để chơi trò kéo co, hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách thực hiện?

A. 378378.

B. 756756.

C. 189189.

D. 156156.

Lời giải

FB tác giả: Tuyen nguyen

Chọn 5 học sinh từ 15 học sinh có $C_{15}^5 = 3003$ cách chọn

Chọn 5 học sinh từ 10 học sinh còn lại có $C_{10}^5 = 252$ cách chọn

Áp dụng quy tắc nhân có $3003 \cdot 252 = 756756$ cách chọn.

Câu 40. [**Mức độ 2**] Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = AD$. Góc giữa CD và (ABC) bằng

A. 45° .

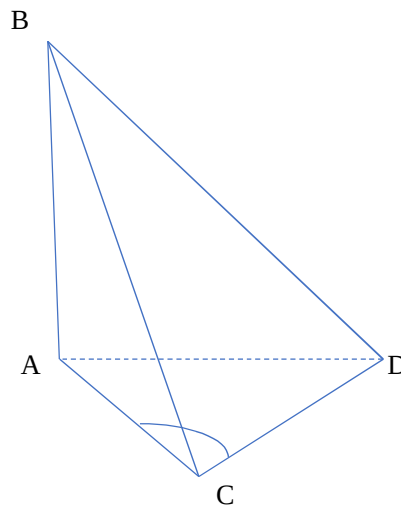
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

FB tác giả: Tuyen nguyen



Ta có $\left. \begin{matrix} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{matrix} \right\} \Rightarrow AD \perp (ABC)$. Do đó hình chiếu của CD trên (ABC) là CA

Suy ra $(CD; (ABC)) = (CD; AC) = \widehat{DCA}$.

Xét tam giác vuông ADC có $AD = AC$ nên tam giác vuông cân tại A , suy ra $\widehat{DCA} = 45^\circ$.

- Câu 41. [Mức độ 3]** Biết rằng các số $\log a; \log b; \log c$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, đồng thời $\log a - \log 2b; \log 2b - \log 3c; \log 3c - \log a$ theo thứ tự đó cũng tạo thành cấp số cộng. Tìm khẳng định đúng
- A. Không có tam giác nào có ba cạnh là a, b, c .
B. a, b, c là ba cạnh của một tam giác tù.
 C. a, b, c là ba cạnh của một tam giác vuông.
 D. a, b, c là ba cạnh của một tam giác nhọn.

Lời giải

FB tác giả: Cao Khả Thúc

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} \log a + \log c = 2 \log b \\ \log a - \log 2b + \log 3c - \log a = 2(\log 2b - \log 3c) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log ac = \log b^2 \\ \log \frac{3c}{2b} = \log \left(\frac{2b}{3c} \right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = b^2 \\ \frac{3c}{2b} = \left(\frac{2b}{3c} \right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = b^2 \\ 3c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab = 3b^2 \\ 3c = 2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \quad (l) \\ 2a = 3b \\ 3c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 3b \\ 3c = 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2}b \\ c = \frac{2}{3}b \end{cases}$$

Ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{b^2 + \frac{4}{9}b^2 - \frac{9}{4}b^2}{\frac{4}{3}b^2} = \frac{-29}{48}$$

$$\Rightarrow A > 90^\circ$$

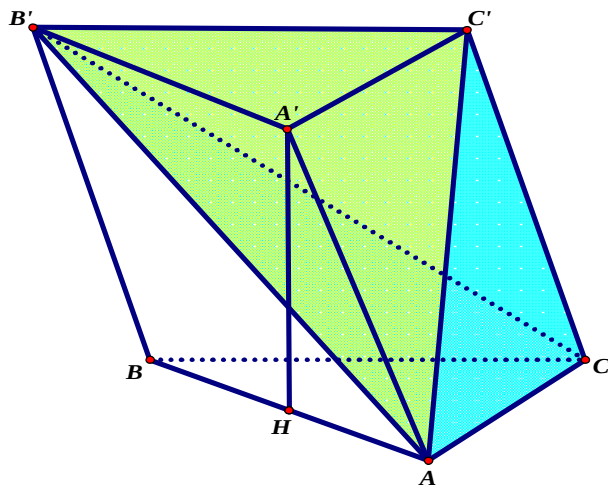
Vậy a, b, c là ba cạnh của một tam giác tù.

- Câu 42. [Mức độ 3]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' trên mặt (ABC) là trung điểm của AB . Biết rằng góc giữa đường thẳng CC' và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $ACC'B'$ theo a .

A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. **D. $\frac{a^3}{8}$.**

Lời giải

Tác giả: Hoàng Văn Thoan ; Fb: Hoàng Văn Thoan



Ta có:
$$\begin{cases} V_{ACC'B'} = V_{AA'C'B'} = V_{ABCB'} \\ V_{ABC.A'B'C'} = V_{ACC'B'} + V_{AA'C'B'} + V_{ABCB'} \end{cases} \Rightarrow V_{ACC'B'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$$\Rightarrow (CC'; (ABC)) = (AA'; (ABC)) = \angle A'AH = 60^\circ \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{ACC'B'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 43. [Mức độ 3] Biết rằng tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + 15 \cos x)}{\cos^2 x} dx = a\pi + b \ln 2 + c \ln 3 + d \ln 5$, trong

đó $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$. Tính $T = a + b + c + d$.

A. $T = \frac{133}{4}$.

B. $T = \frac{313}{4}$.

C. $T = \frac{135}{4}$.

D. $T = \frac{195}{4}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trần Vũ

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(\sin x + 15 \cos x) \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{\cos x - 15 \sin x}{\sin x + 15 \cos x} dx \\ v = \tan x + 15 = \frac{\sin x + 15 \cos x}{\cos x} \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} I &= (\tan x + 15) \ln(\sin x + 15 \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - 15 \sin x}{\cos x} dx \\ &= 16 \ln 8\sqrt{2} - 15 \ln 15 - \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx + 15 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = 16 \ln 8\sqrt{2} - 15 \ln 15 - \frac{\pi}{4} - 15 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\cos x)}{\cos x} \\ &= 16 \ln 8\sqrt{2} - 15 \ln 15 - \frac{\pi}{4} - 15 \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 16 \ln 8\sqrt{2} - 15 \ln 15 - \frac{\pi}{4} - 15 \ln \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= -\frac{1}{4} \pi + \frac{127}{2} \ln 2 - 15 \ln 3 - 15 \ln 5 \end{aligned}$$

Vậy $T = a + b + c + d = -\frac{1}{4} + \frac{127}{2} - 15 - 15 = \frac{133}{4}$.

Câu 44. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			2		0		2		
	$-\infty$								$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $3f(\sin 2x) - 4 = 0$ là

A. 8.

B. 2.

C. 4.

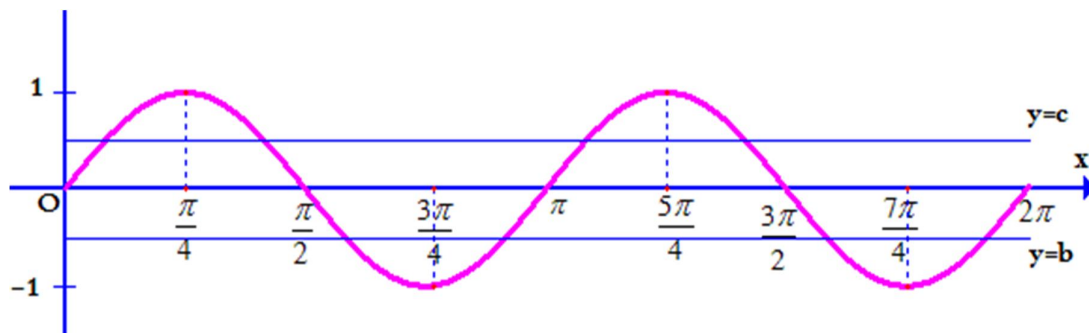
D. 6.

Lời giải

FB tác giả : Hồ Thanh Nhân

$$\text{Ta có } 3f(\sin 2x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(\sin 2x) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = a (a < -1) \\ \sin 2x = b (-1 < b < 0) \\ \sin 2x = c (0 < c < 1) \\ \sin 2x = d (d > 1) \end{cases}$$

Vẽ đồ thị của hàm số $y = \sin 2x$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin 2x$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ ta thấy :

Phương trình : $\sin 2x = a (a < -1)$ vô nghiệm .

$\sin 2x = b (-1 < b < 0)$ có 4 nghiệm

$\sin 2x = c (0 < c < 1)$ có 4 nghiệm.

$\sin 2x = d (d > 1)$ vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 8 nghiệm .

Câu 45. [Mức độ 4] Giả sử hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2$ có đồ thị (C') cắt nhau tại bốn điểm phân biệt. Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn bởi (C) và

(C') là hợp của ba hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ có diện tích tương ứng là $(S_1), (S_2), (S_3)$ trong đó $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3$ và các hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ đôi một giao nhau tại không quá một điểm. Gọi T là tập hợp các giá trị của m sao cho $S_3 = S_1 + S_2$. Tính tổng bình phương các phần tử của T .

A. 23.

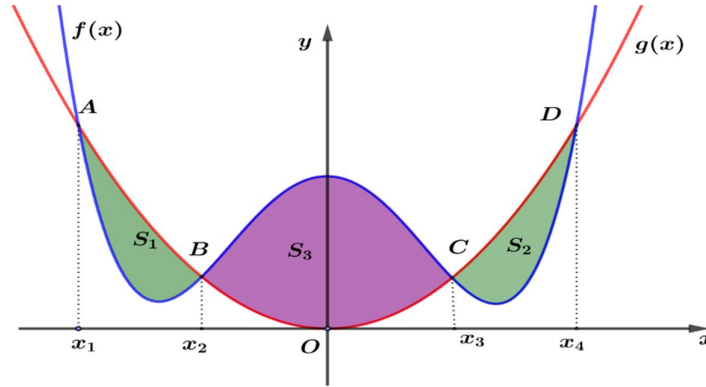
B. 14.

C. 20.

D. 19.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trần Hữu



+ Đặt $f(x) = mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}$; $g(x) = x^2$.

+ Để đồ thị (C) thỏa mãn yêu cầu bài toán thì đồ thị (C) phải có 3 điểm cực trị

$$\Leftrightarrow m[-(m^2 + 2)] < 0 \Leftrightarrow m > 0.$$

+ Phương trình tương giao của (C) và (C') là: $f(x) - g(x) = 0$

$$\Leftrightarrow mx^4 - (m^2 + 3)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9} = 0 \quad (1) \text{ có 4 nghiệm phân biệt } x_1, x_2, x_3, x_4.$$

+) Hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ là hàm số chẵn nên $S_1 = S_2$. Suy ra: $S_3 = 2S_2 \Rightarrow \frac{S_3}{2} = S_2$.

+) Ta có: $\frac{S_3}{2} = \int_0^{x_3} [f(x) - g(x)] dx$; $S_2 = -\int_{x_3}^{x_4} [f(x) - g(x)] dx$. Khi đó ta có:

$$\int_0^{x_3} [f(x) - g(x)] dx = -\int_{x_3}^{x_4} [f(x) - g(x)] dx \Leftrightarrow \int_0^{x_3} [f(x) - g(x)] dx + \int_{x_3}^{x_4} [f(x) - g(x)] dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{x_4} [f(x) - g(x)] dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} \left[mx^4 - (m^2 + 3)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9} \right] dx = 0$$

$$\Leftrightarrow m \frac{x_4^5}{5} - (m^2 + 3) \frac{x_4^3}{3} + \left(\frac{m^3 + 11m}{9} \right) x_4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_4 = 0 \text{ (l)} \\ m \frac{x_4^4}{5} - (m^2 + 3) \frac{x_4^2}{3} + \frac{m^3 + 11m}{9} = 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

+ Từ (1) ta suy ra: $\frac{m^3 + 11m}{9} = -mx_4^4 + (m + 3)x_4^2 \quad (3).$

+ Thay (3) vào (2) ta có : $\frac{4m}{5}x_4^4 - \frac{2(m^2+3)}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow x_4^2 = \frac{5(m^2+3)}{6m}$ (do $x_4 \neq 0$) (4)

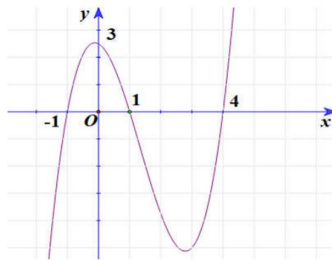
+) Thay (4) vào (2) ta có : $\frac{m}{5} \left[\frac{5(m^2+3)}{6m} \right]^2 - \frac{(m^2+3)}{3} \cdot \frac{5(m^2+3)}{6m} + \frac{m^3+11m}{9} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{5(m^2+3)^2}{36m} - \frac{5(m^2+3)^2}{18m} + \frac{m^3+11m}{9} = 0 \Leftrightarrow 5(m^2+3)^2 = 4m(m^3+11m)$

$\Leftrightarrow m^4 - 14m^2 + 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 9 \\ m^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \sqrt{5} \end{cases} \text{ (do } m > 0 \text{)}.$

Suy ra : $T = \{3, \sqrt{5}\} \Rightarrow 3^2 + (\sqrt{5})^2 = 14.$

Câu 46. [Mức độ 4] Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm $y = f(|2-x|)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5.

B. 4 .

C. 3.

D. 2 .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đức Quy

Có $y' = [f(|2-x|)]' = (|2-x|)' \cdot f'(|2-x|) = -\frac{(2-x)}{|2-x|} \cdot f'(|2-x|) = \frac{(x-2)}{|2-x|} \cdot f'(|2-x|).$

Dựa vào đồ thị như hình vẽ suy ra

$y' = \frac{x-2}{|2-x|} \cdot k(|2-x|+1)(|2-x|-1)(|2-x|-4); k > 0$

$= k \frac{x-2}{|2-x|} (|2-x|+1) \frac{(|2-x|^2-1^2)(|2-x|^2-4^2)}{(|2-x|+1)(|2-x|+4)}$

$= k \frac{x-2}{|2-x|} \cdot \frac{(1-x)(3-x)(-2-x)(6-x)}{(|2-x|+4)}; (k > 0)$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 2; x = -2; x = 3; x = 6$

Từ đó, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	6	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số $y = f(|2 - x|)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 47. [**Mức độ 2**] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-4)$ và điểm $B(1;-2;0)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 20$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 20$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Sỹ

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;-1;-2)$.

Mặt cầu (S) có đường kính AB có tâm $I(1;-1;-2)$ và bán kính

$$R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (-1-0)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 5.$$

Câu 48. [**Mức độ 3**] Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 2020. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC . Tính thể tích V của khối tứ diện $A'B'C'D'$

A. $V = \frac{2020}{27}$.

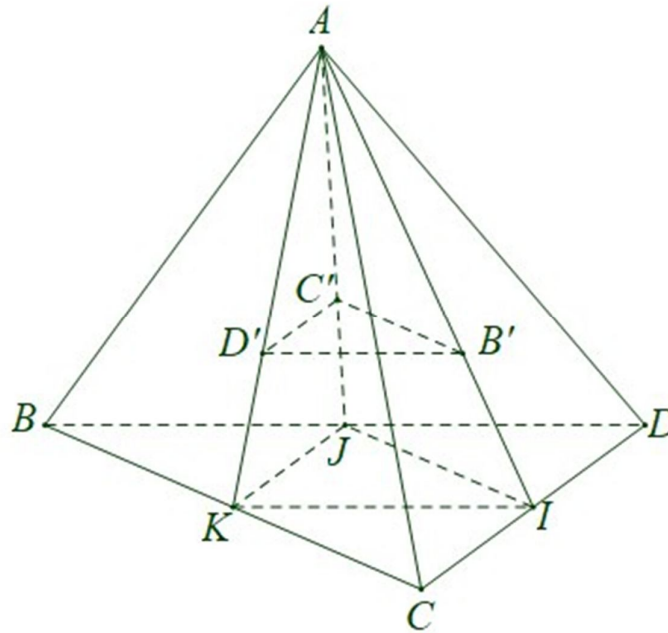
B. $V = \frac{505}{2}$.

C. $V = \frac{505}{4}$.

D. $V = \frac{505}{16}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Sỹ



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của CD, BD, BC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} B'C' // IJ, B'C' = \frac{2}{3} IJ \\ C'D' // JK, C'D' = \frac{2}{3} JK \Rightarrow S_{\Delta B'C'D'} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{\Delta IJK} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta BCD} = \frac{1}{9} S_{\Delta BCD} \\ B'D' // IK, B'D' = \frac{2}{3} IK \end{cases}$$

$$\text{Vì } (B'C'D') // (BCD) \Rightarrow \frac{d_{(A, (B'C'D'))}}{d_{(A, (BCD))}} = \frac{AB'}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow d_{(A, (B'C'D'))} = \frac{2}{3} d_{(A, (BCD))}.$$

$$\text{Suy ra: } d_{(A, (B'C'D'))} = d_{(A, (BCD))} - d_{(A, (B'C'D'))} = d_{(A, (BCD))} - \frac{2}{3} d_{(A, (BCD))} = \frac{1}{3} d_{(A, (BCD))}.$$

$$\text{Vậy: } V_{A'B'C'D'} = \frac{1}{3} d_{(A, (B'C'D'))} \cdot S_{\Delta B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d_{(A, (BCD))} \cdot \frac{1}{9} S_{\Delta BCD} = \frac{1}{27} V_{ABCD} = \frac{2020}{27}.$$

Câu 49. [**Mức độ 2**] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(2; 3; 4)$. Một mặt cầu (S) bán kính R luôn tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ và đoạn thẳng AB luôn nằm trong (S) (mọi điểm thuộc đoạn thẳng AB đều nằm trong (S)). Giá trị nguyên lớn nhất của R đạt được là:

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Danh Tư

Do mặt cầu luôn tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ nên ta có tọa độ tâm cầu mặt cầu là;

$$I(a, a, a) \Rightarrow \text{bán kính mặt cầu } R = |a|$$

Lại có mọi điểm thuộc đoạn thẳng AB đều nằm trong mặt cầu (S) nên ta có:

$$\begin{cases} IA < R \\ IB < R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 < a^2 \\ IB^2 < a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (2-a)^2 + (3-a)^2 < a^2 \\ (2-a)^2 + (3-a)^2 + (4-a)^2 < a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 12a + 14 < 0 \\ 2a^2 - 18a + 29 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{2} < a < 3 + \sqrt{2} \\ \frac{9 - \sqrt{23}}{2} < a < \frac{9 + \sqrt{23}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 - \sqrt{2} < a < \frac{9 + \sqrt{23}}{2}$$

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của R là $R = 6$.

Câu 50. Cho PT $2(1 - a^2)x^2 - 2a^2 + \log_2(x^2 + 3x + 3) = x^4 + \log_2(3x^2 + 6x + 2a^2 + 3) - 4$ với a là tham số thực. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của a để phương trình có nghiệm, biết rằng $T = [c; d]$, khi đó $(d^3 - c^3)^5$ thuộc khoảng nào sau đây.

A. (650; 750)

B. (1000; 1500)

C. (550; 650)

D. (200; 450)

Lời giải

FB DoanhPham; tác giả: Phạm Văn Doanh

$$\star \quad 2(1-a^2)x^2 - 2a^2 + \log_2(x^2 + 3x + 3) = x^4 + \log_2(3x^2 + 6x + 2a^2 + 3) - 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 3x + 3) = (x^2 + 1)^2 + 2a^2(x^2 + 1) - 4(x^2 + 1) - 1 + \log_2(3x^2 + 6x + 2a^2 + 3)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 3x + 3) + 4(x^2 + 1) + 1 = (x^2 + 1)^2 + 2a^2(x^2 + 1) + \log_2(3(x+1)^2 + 2a^2) \quad (1)$$

$$\star \quad \text{Với } \log_2(3(x+1)^2 + 2a^2) \geq \log_2(2a^2) = 1 + \log_2 a^2$$

$$\Rightarrow (1) : \log_2(x^2 + 3x + 3) + 4(x^2 + 1) \geq (x^2 + 1)^2 + 2a^2(x^2 + 1) + \log_2 a^2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 3x + 3) \geq (x^2 + 1)(x^2 + 2a^2 - 3) + \log_2 a^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 3 \geq a^2 \\ (x^2 + 1)(x^2 + 2a^2 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 \leq \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \leq \frac{3}{4} \\ 3 - 2a^2 = x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\sqrt{\frac{3}{2}} \leq a \leq \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{3}{2}} \leq a \leq \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow T = \left[-\sqrt{\frac{3}{2}}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right] \Rightarrow \left[\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^3 - \left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^3\right]^5 = \frac{2187\sqrt{6}}{8} \approx 669.$$

----- HẾT -----
