

Phần I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{8}{x^3}\right)^8$ là

- A. 1800. B. 1729. C. 1700. D. 1792.

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x + 30) - 5] \leq 0$?

- A. 31. B. 14. C. 6. D. 30.

Câu 3. Cho hàm số mũ $y = (2m - 1)^x$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2022; 2023)$ để hàm số đó luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ bằng

- A. 0. B. 2022. C. 2021. D. 2023.

Câu 4. Theo thống kê, xác suất thành công một lần sút penalty của Messi là $\frac{2}{3}$. Messi sút lần lượt 5 lần penalty một cách độc lập. Xác suất để Messi sút thành công ít nhất 1 lần trong 5 lần đó bằng

- A. $\frac{2}{243}$. B. $\frac{1}{243}$. C. $\frac{242}{243}$. D. $\frac{241}{243}$.

Câu 5. Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi. Biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con?

- A. 10. B. 11. C. 26. D. 50.

Câu 6. Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Giá trị của $\log_c(ab)$ bằng

- A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{8}{7}$. C. $\frac{10}{9}$. D. $\frac{6}{5}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $2a$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 9. Giả sử số lượng quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{240}{2 + 3e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ, $t \geq 0$. Coi $t = 0$ là thời điểm ban đầu. Cần tối thiểu bao nhiêu giờ để tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men không vượt quá 5 tế bào/giờ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 1.

Câu 10. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và các đỉnh $A'(-1; 2; 3)$, $C'(1; 4; 5)$, $B(-3; 3; -2)$, $D(5; 3; 2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $D'(-4; 3; 2)$. B. $D'(4; 3; 6)$. C. $D'(2; 4; 1)$. D. $D'(0; 2; -1)$.

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$ có $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 60^\circ$, $\widehat{AOC} = 90^\circ$, $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là điểm thuộc cạnh OA sao cho $AM = 2MO$ và N là trung điểm của BC . Độ dài vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
 B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
 C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
 D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật và $A(0; 0; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $S(0; 0; 6)$. Gọi E là trung điểm của CD .

- a) $C(4; 3; 0)$.
 b) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MS} = \vec{0}$ có tọa độ là $(-2; 3; 9)$.
 c) Góc tạo bởi hai đường thẳng SE và BC có số đo nhỏ hơn 60° .
 d) Điểm I thuộc mặt phẳng (Oyz) thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IS}|$ bằng 4.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.
 b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của (C) bằng $\sqrt{5}$.
 c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{2}$.
 d) Tổng khoảng cách từ một điểm bất kì trên (C) đến hai đường tiệm cận của (C) có giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{2^x - 8}$.

- a) Tập xác định của $f(x)$ là $D = [3; +\infty)$.
 b) Tổng các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là 9.
 c) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là $S = [4; +\infty) \cup \{3\}$.
 d) Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{2^x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt là 114.

Câu 4. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ, khi tốc độ $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ.

- a) Khi tốc độ $v = 30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.
 b) Khi tốc độ $v = 10$ (km/giờ) thì chi phí nhiên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.
 c) Hàm số xác định tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông với tốc độ v (km/giờ) là $f(v) = \frac{480}{v} + 0,03v^3$.
 d) Tốc độ của tàu để tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$ (km/giờ).

Câu 5. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ X .

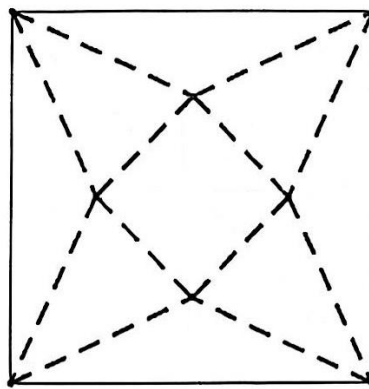
- a) Số phần tử không gian mẫu là 30240.
 b) Xác suất để lấy được số chẵn là $\frac{41}{81}$.
 c) Xác suất để lấy được số đó chia hết cho 5 là $\frac{17}{81}$.
 d) Xác suất để lấy được số đó lớn hơn 59000 là $\frac{37}{81}$.

Câu 6. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 2, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm của AB, SA và CD .

- Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng 6.
- $\tan (SD, (ABCD)) = \frac{\sqrt{21}}{7}$.
- Gọi α là số đo góc nhị diện $[A, SC, B]$ thì $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SN bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

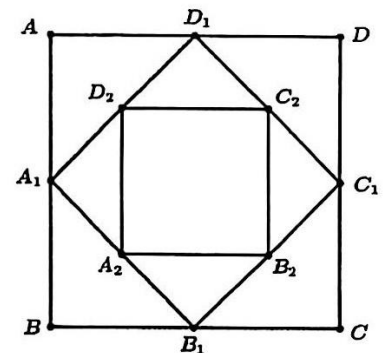
Phần III. Tự luận

Câu 1. Cho tấm bìa hình vuông cạnh 50 cm. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ 4 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy bằng S_0 , thể tích là V_0 (tham khảo hình vẽ). Để mô hình kim tự tháp có thể tích V_0 là lớn nhất, thì diện tích đáy S_0 bằng bao nhiêu?



Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a ($a > 0$) và có diện tích S_1 . Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích là $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ (tham khảo hình vẽ). Biết tổng $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = \frac{2^{100} - 1}{2^{93}}$.

Tính a .



Câu 3. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 15x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 15 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Hỏi A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận cao nhất?

Câu 4. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ chia hết cho 10.

.....HẾT.....