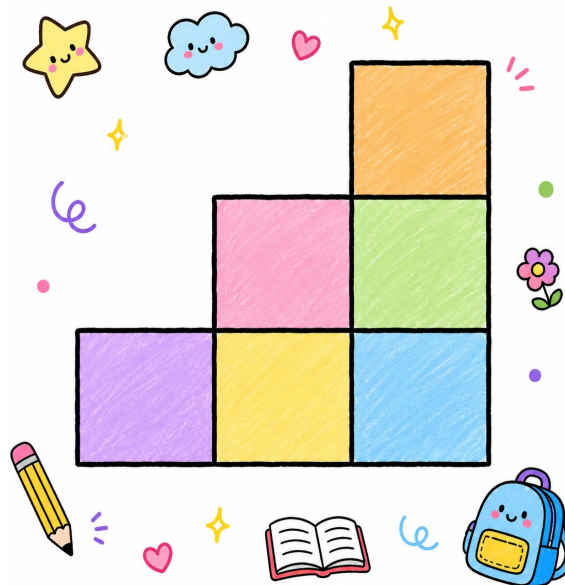


CHUYÊN ĐỀ. SẮP XẾP SỐ VÀ ĐỒ VẬT VÀO MÔ HÌNH CHO TRƯỚC

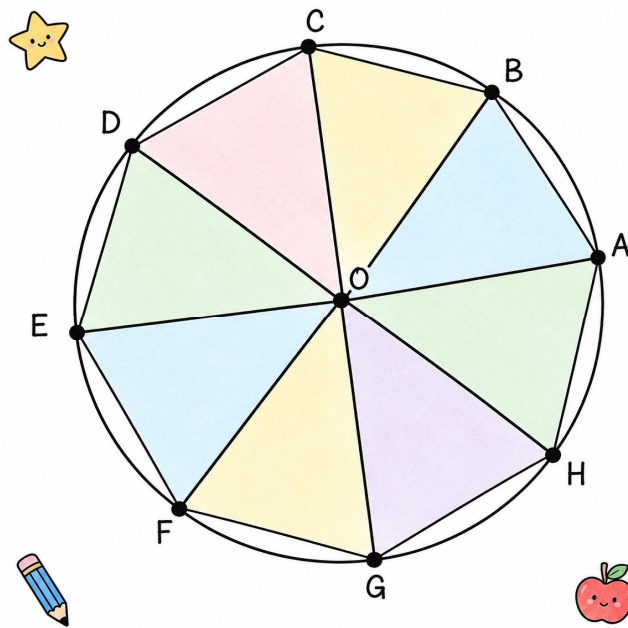
Câu 1: Cho một bảng ô vuông 3×3 như hình vẽ. Điền ngẫu nhiên 9 số thuộc tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ vào 9 ô vuông trong bảng (mỗi ô điền một số khác nhau). Gọi Y là biến cố: “ Mỗi hàng, mỗi cột bất kì trong bảng đều có ít nhất một số lẻ”. Biết xác suất $P(Y) = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



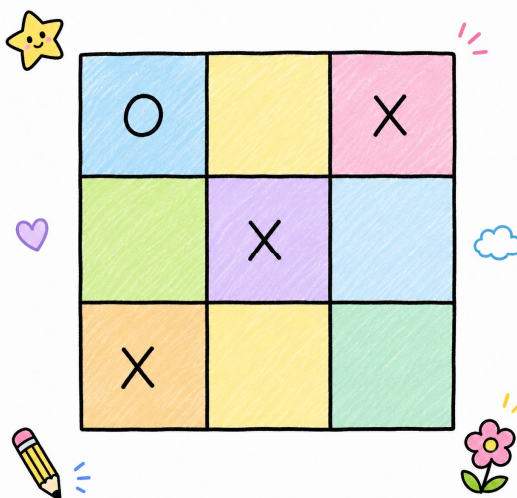
Câu 2: Có bao nhiêu cách chọn sáu số từ chín số nguyên $1, 2, \dots, 9$ và điền vào các ô ở hình dưới đây (mỗi ô chỉ điền đúng một số) sao cho tổng các số ở mỗi cột (kể cả cột có một ô) bằng nhau?



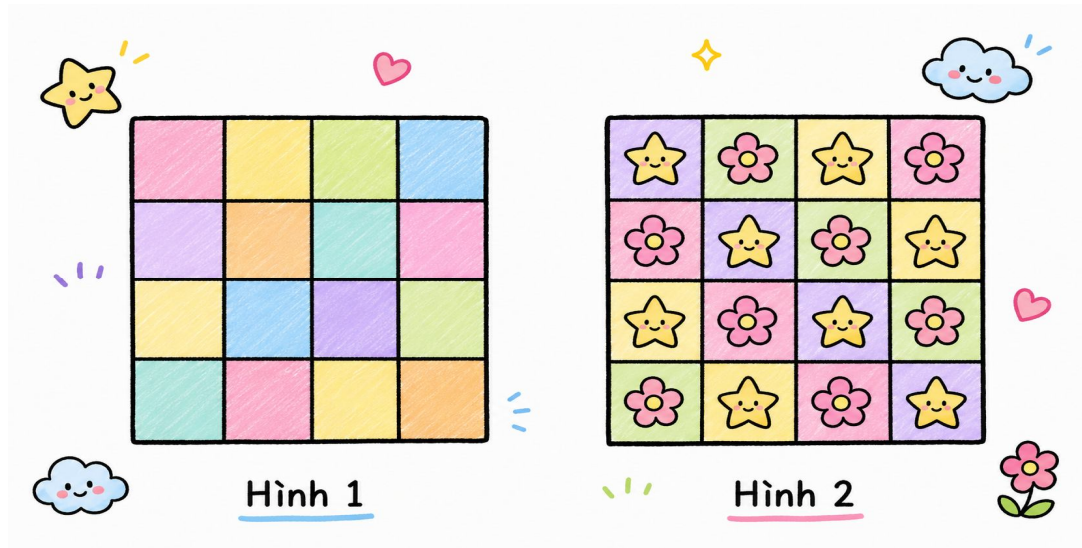
Câu 3: Cho một hình bát giác đều $ABCDEFGH$ nội tiếp trong một đường tròn tâm O như hình bên. Gắn ngẫu nhiên tám số tự nhiên $\{9;10;11;12;13;14;15;16\}$ vào tám đỉnh của bát giác đều này (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh lấy từ tám đỉnh của bát giác đã cho. Gọi xác suất để thu được một tam giác vuông với ba số trên ba đỉnh của tam giác (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cặp số cộng là $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m+n$ bằng bao nhiêu?



Câu 4: Hai bạn An và Bình cùng chơi đánh cờ caro trên một bảng ô vuông kích thước 3×3 (gồm 9 ô trống). Luật chơi quy định An đi trước, mỗi lượt điền một dấu “X” vào một ô trống và Bình đi sau, mỗi lượt điền một dấu “O” vào một ô trống. Trò chơi kết thúc và xác định được người chiến thắng nếu người đó tạo được 3 dấu của mình nằm liên tiếp nhau trên cùng một hàng ngang, hàng dọc hoặc đường chéo. Hỏi có tất cả bao nhiêu trình tự các nước đi để ván cờ kết thúc chính xác ở nước đi thứ 5 với An là người giành chiến thắng?

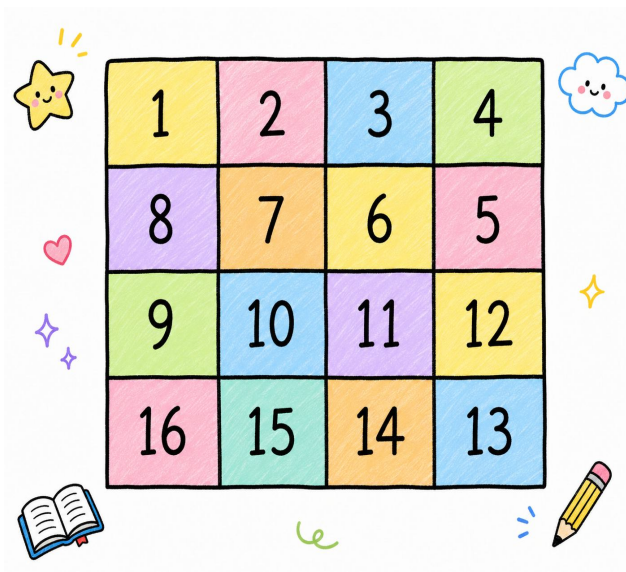


Câu 5: Người ta trang trí một bảng ở vuông 4×4 (như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa, sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2 bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2).



Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bảng ô vuông thỏa mãn yêu cầu trên?

Câu 6: Một công ty muốn khuấy động sự vui nhộn cho các nhân viên sau những giờ làm việc vất vả, đã tổ chức trò chơi “**XẾP HÀNG MAY MẮN**”. Có 16 nhân viên tham gia trò chơi, mỗi nhân viên được gán một mã số riêng biệt từ 1 đến 16. Họ được yêu cầu đứng ngẫu nhiên vào một bảng hình vuông kẻ sẵn trên nền sân khấu gồm 4 hàng và 4 cột (mỗi ô một người đứng, như hình minh họa là một trường hợp). Sau khi sắp xếp xong, người thư kí sẽ tính tổng của các mã số trên từng hàng và từng cột. Giám đốc công ty chưa biết kết quả của thư kí và lúc này mới đưa ra quy định chơi nếu cả 4 hàng và 4 cột đều có tổng là số lẻ thì 16 nhân viên sẽ được nhận thưởng thêm một tháng lương.

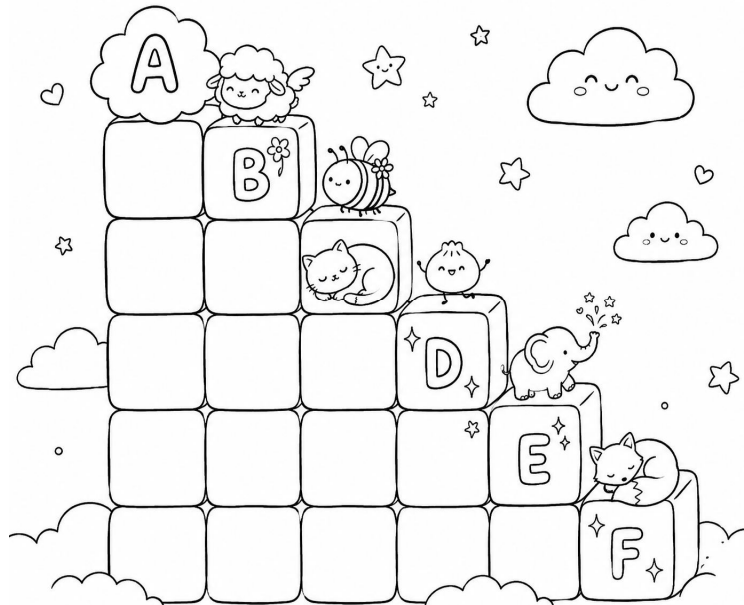


Xác suất để 16 nhân viên được nhận thưởng thêm một tháng lương bằng $\frac{m}{n}$ (m, n là các số tự nhiên, phân số $\frac{m}{n}$ tối giản). Tính $T = 200m + n$.

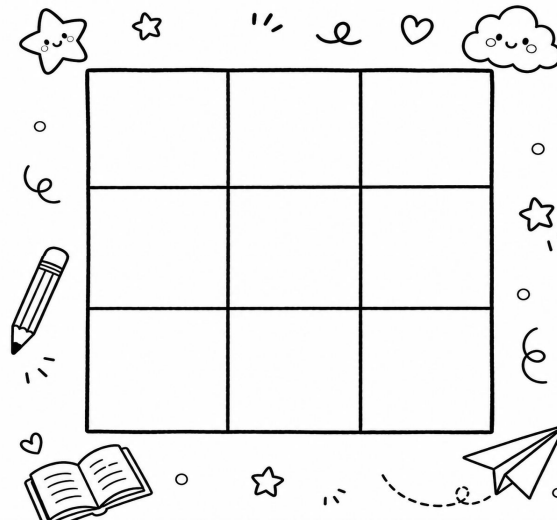
Câu 7: Điền vào mỗi ô vuông của bảng 3×3 một trong ba số $\{-1; 0; 1\}$ một cách ngẫu nhiên. Gọi T là xác suất để tổng các số trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo của bảng đều bằng 0. Tính $10000T$ (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)?



Câu 8: Từ tập A gồm 50 số tự nhiên liên tiếp $A = \{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$, cần chọn ra 21 số phân biệt để gắn vào 21 ô vuông đơn vị như hình vẽ. Gọi T là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô A, B, C, D, E, F theo thứ tự lập thành một cặp số cộng. Giá trị $\log(T)$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần chục)?



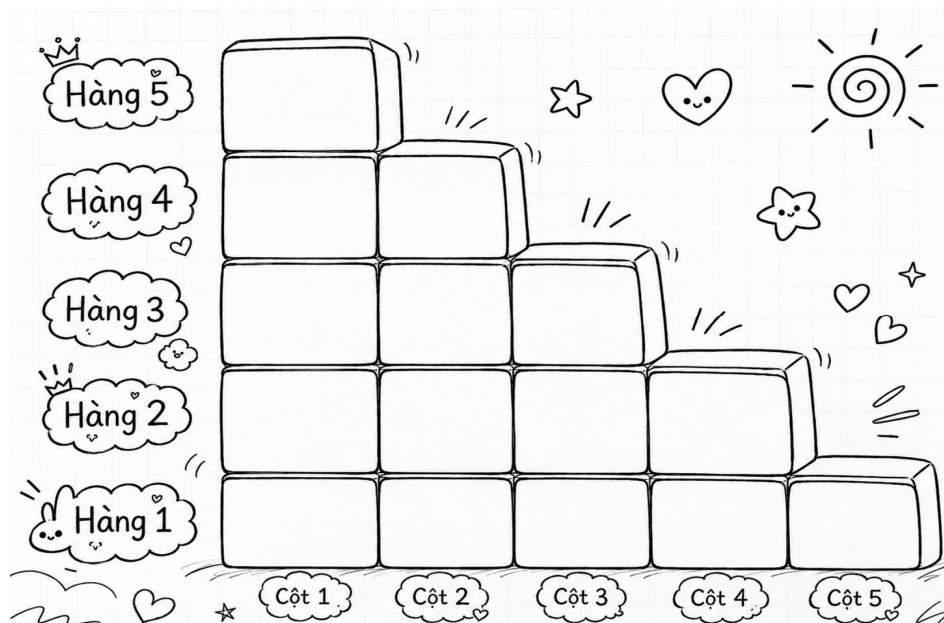
Câu 9: Cho tập hợp $X = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ và lưới ô vuông 3×3 . Xếp các số trên vào các ô (số có thể lặp lại không giới hạn). Gọi A là biến cố “Tổng mỗi hàng là bội của 5 và tổng của các cột là bội của 3”. Tính xác suất của biến cố A biết rằng nó có dạng $\frac{1}{T}$ tìm giá trị của T ?



Câu 10: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp gồm các số $\{0; 12; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 11; 12; 15; 16; 20\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới sao cho thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- + Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần.
- + Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5.
- + Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?



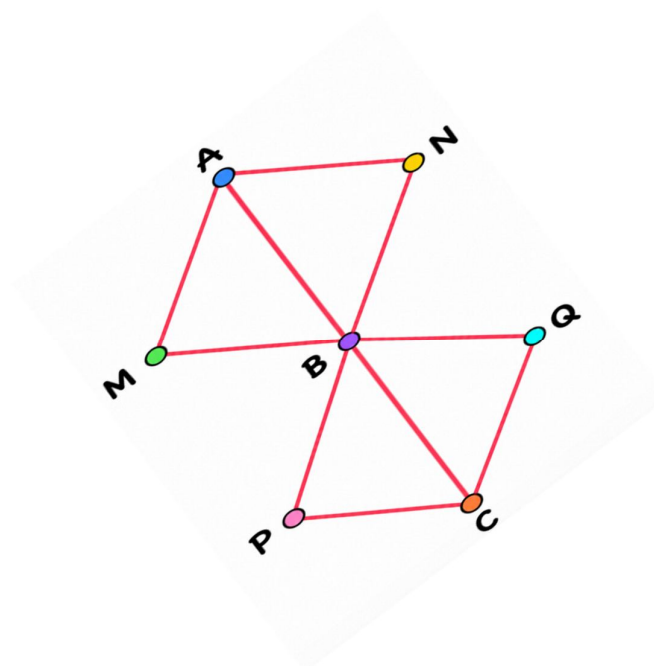
Câu 11: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\dots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_{12}$ sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn.



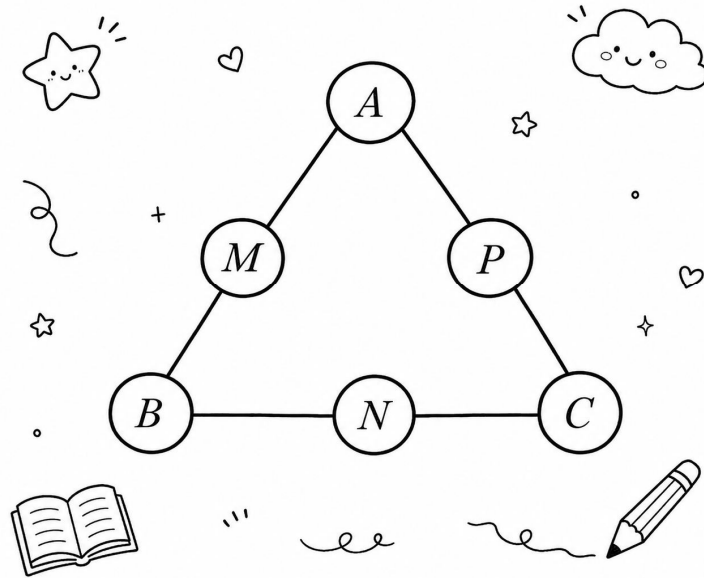
Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $3190P$ bằng bao nhiêu?

Câu 12: Lớp mẫu giáo có 10 em bé, các bé đứng thành vòng tròn và cách đều nhau, đứng ở tâm vòng tròn là cô giáo. Mỗi bé cầm hai cờ, một xanh một đỏ trên mỗi tay. Cô giáo bảo "giơ lên cao một cờ", các bé giơ ngẫu nhiên một cờ. Gọi a là xác suất để không có 4 cờ nào cùng màu được giơ lên ở 4 vị trí mà 4 vị trí ấy là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Giá trị của $\frac{2026}{a}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Câu 13: Từ các số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 15$ có bao nhiêu cách chọn ra 7 số phân biệt gắn vào 7 đỉnh A, B, C, M, N, P, Q trong hình sao cho cứ 3 đỉnh thẳng hàng thì có 3 số theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?



Câu 14: Bạn Nam tham gia một cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S = \{41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49\}$ và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A, B, C, M, N, P như hình vẽ bên sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí (A, M, B) , (B, N, C) , (C, P, A) tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó.



Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật mã ở lần chọn và xếp đó là a . Giá trị của $\frac{4}{a}$ bằng bao nhiêu.

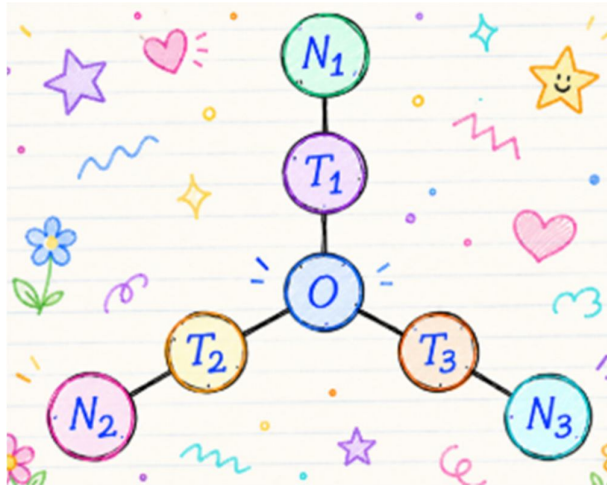
Câu 15: Trong một trò chơi xếp số, người ta chọn ngẫu nhiên 5 số khác nhau từ tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 30\}$ và đặt mỗi số vào đúng một vị trí trong 5 vị trí A, B, C, D, E như hình vẽ, sao cho bên trong mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Trò chơi kết thúc khi các điều kiện sau được thỏa mãn:

- Những bộ ba vị trí $(A, B, C), (C, D, E)$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
- Bộ ba vị trí (A, C, E) theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

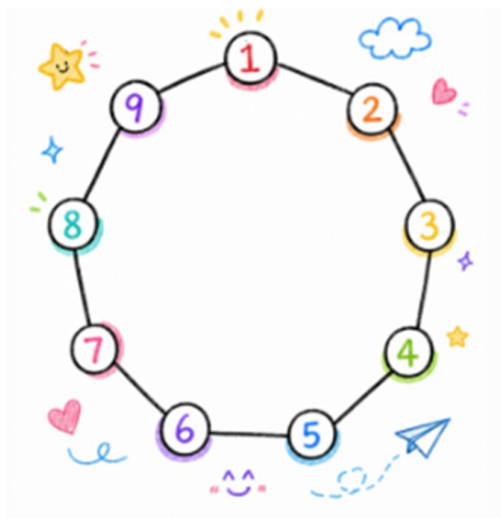
Xác suất kết thúc trò chơi ở một lần chọn và sắp xếp là a . Tính $\frac{1}{2026a}$ (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



Câu 16: Sau một lễ hội, các món đồ trang trí trên tường cần được tháo xuống. Mỗi lần chỉ được tháo 1 món; và món được tháo ở mỗi lần phải thỏa mãn điều kiện: *kề với đúng 1 món khác hoặc không kề với món nào*. Sơ đồ các món đồ được cho như hình vẽ dưới đây. Hỏi có bao nhiêu cách tháo toàn bộ các món đồ?



Câu 17: Có 9 vị trí treo cố định, được đánh số từ 1 đến 9 theo vòng tròn (như hình vẽ). Khoảng cách giữa các vị trí treo là như nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai khác trong quá trình sản xuất, 9 đèn có trọng lượng khác nhau, là các số nguyên phân biệt từ 1 gam đến 9 gam.



Để sân khấu được cân đối và an toàn, ban tổ chức phải treo đèn sao cho đồng thời thỏa mãn các điều kiện sau:

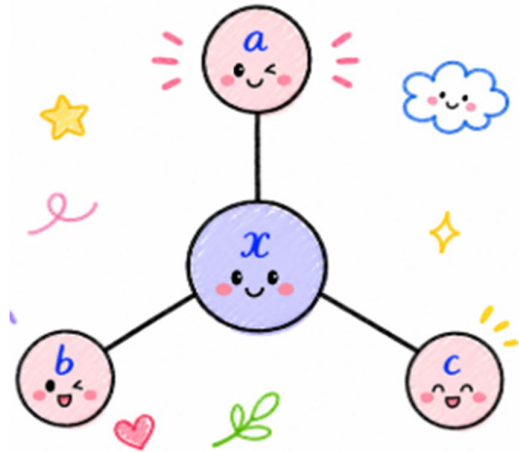
Chia 9 đèn thành 3 nhóm, mỗi nhóm 3 đèn.

Mỗi nhóm được treo vào 3 vị trí tạo thành một tam giác đều trên vành tròn (ba vị trí tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 vị trí theo vòng tròn).

Tổng trọng lượng của 3 đèn trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

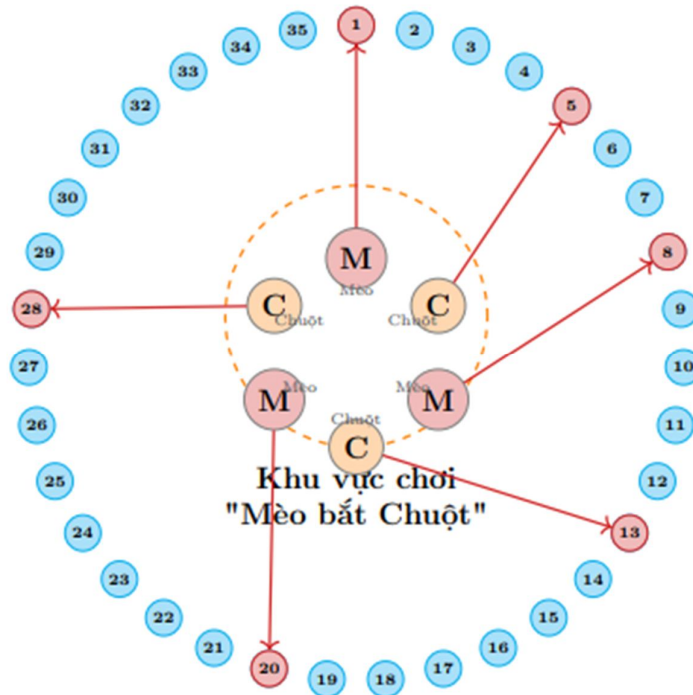
Hỏi có bao nhiêu cách treo đèn thỏa mãn yêu cầu?

Câu 18: Cho tập hợp $A = \{1, 2, \dots, 20\}$. Điền ngẫu nhiên 4 số phân biệt từ tập A vào 4 hình tròn (gồm 1 hình tròn lớn và 3 hình tròn nhỏ có vai trò như nhau).



Tính xác suất để số ở hình tròn lớn (x) luôn lớn hơn tổng 2 số bất kỳ trong hình tròn nhỏ và nhỏ hơn tổng của cả 3 số ở hình tròn nhỏ.

Câu 19: Một giờ hoạt động ngoài trời của lớp 1/1 trường tiểu học X, Cô giáo cho $n = 35$ học sinh lớp mình nắm tay nhau xếp thành một vòng tròn để chơi trò chơi "Mèo bắt Chuột". Sau khi ổn định, Cô gọi tên ngẫu nhiên $k = 6$ học sinh trong lớp ra giữa vòng (3 em làm Mèo, 3 em làm Chuột).



Gọi a là xác suất để 6 em được gọi tên không có hai em nào đứng cạnh nhau trong vòng tròn ban đầu. Hãy tính giá trị $S = 11594a$.

CHUYÊN ĐỀ. SẮP XẾP SỐ VÀ ĐỒ VẬT VÀO MÔ HÌNH CHO TRƯỚC

Câu 1: Cho một bảng ô vuông 3×3 như hình vẽ. Điền ngẫu nhiên 9 số thuộc tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ vào 9 ô vuông trong bảng (mỗi ô điền một số khác nhau). Gọi Y là biến cố: “ Mỗi hàng, mỗi cột bất kì trong bảng đều có ít nhất một số lẻ”. Biết xác suất $P(Y) = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



Lời Giải:

Đáp án: 43

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_9^9$.

Ta có biến cố $\bar{Y}$ là biến cố: “ Có ít nhất một hàng hoặc một cột toàn chữ số chẵn”.

Tập X gồm 5 chữ số chẵn và 5 chữ số lẻ nên ta có hai trường hợp sau:

*** Trường hợp 1:** Bảng được xếp 5 chữ số lẻ và 4 chữ số chẵn.

Do chỉ có 4 chữ số chẵn nên chỉ có tối đa đúng 1 cột hoặc 1 hàng toàn số chẵn.

- Chọn bất kì một hàng hoặc một cột để xếp toàn số chẵn có 6 cách.

- Chọn 5 trong 6 ô còn lại và xếp 5 số lẻ vào có A_6^5 cách.

- Chọn 4 trong 5 số chẵn và xếp vào 4 ô còn lại có A_5^4 cách.

Trường hợp này có $6 \cdot A_6^5 \cdot A_5^4 = 518400$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu đề bài.

*** Trường hợp 2:** Bảng được xếp 4 chữ số lẻ và 5 chữ số chẵn.

- Chọn bất kì một hàng hoặc một cột để xếp toàn số chẵn có 6 cách.

- Chọn 4 trong 6 ô còn lại để xếp số lẻ vào có C_6^4 cách.

- Chọn 4 trong 5 số lẻ và xếp vào 4 ô đã chọn có A_5^4 cách.

- Xếp nốt 5 số chẵn vào 5 ô còn lại có $5!$ cách.

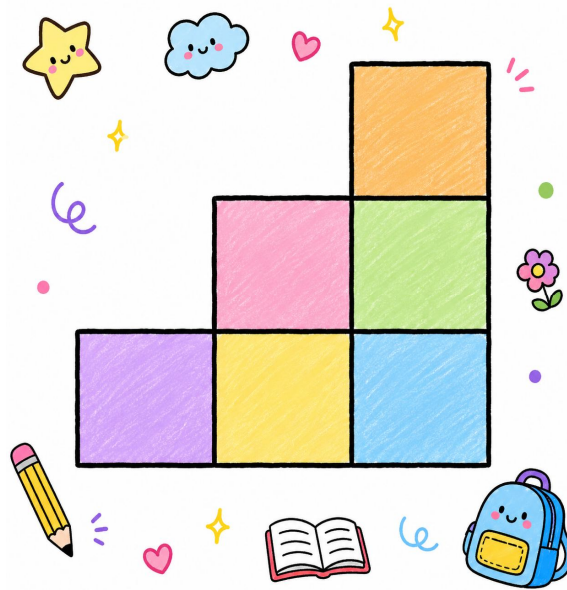
Do 5 số chẵn có thể xếp đầy một hàng và một cột (chung nhau một ô) nên ta đã đếm lặp trường hợp có cả một cột và một hàng toàn số chẵn, trường hợp này có $3 \cdot 3 \cdot A_5^4 \cdot 5!$ cách.

Suy ra trường hợp 2 có $6.C_6^4.A_5^4.5! - 3.3.A_5^4.5! = 1166400$ cách.

Vậy xác suất cần tính là: $P(Y) = 1 - P(\bar{Y}) = 1 - \frac{518400 + 1166400}{A_{10}^9} = \frac{15}{28}$.

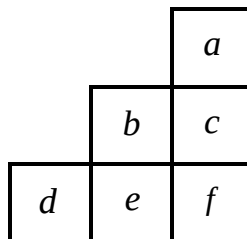
Khi đó $a + b = 43$.

Câu 2: Có bao nhiêu cách chọn sáu số từ chín số nguyên $1, 2, \dots, 9$ và điền vào các ô ở hình dưới đây (mỗi ô chỉ điền đúng một số) sao cho tổng các số ở mỗi cột (kể cả cột có một ô) bằng nhau?



Lời Giải:

Đáp án: 48



Đặt a, b, c, d, e, f vào các ô như hình vẽ.

Ta có $a + c + f \geq 1 + 2 + 3 = 6$. Suy ra d có thể là 6, 7, 8, 9

Trường hợp 1: $d = 6$

$(a, c, f) = (1, 2, 3); (b, e)$ không có bộ nào thỏa.

Trường hợp 2: $d = 7$

$(a, c, f) = (1, 2, 4); (b, e)$ không có bộ nào thỏa.

Trường hợp 3: $d = 8$

$(a, c, f) = (1, 3, 4); (b, e) = (2, 6)$. Suy ra có $3! \cdot 2! = 12$ cách.

Trường hợp 4: $d = 9$

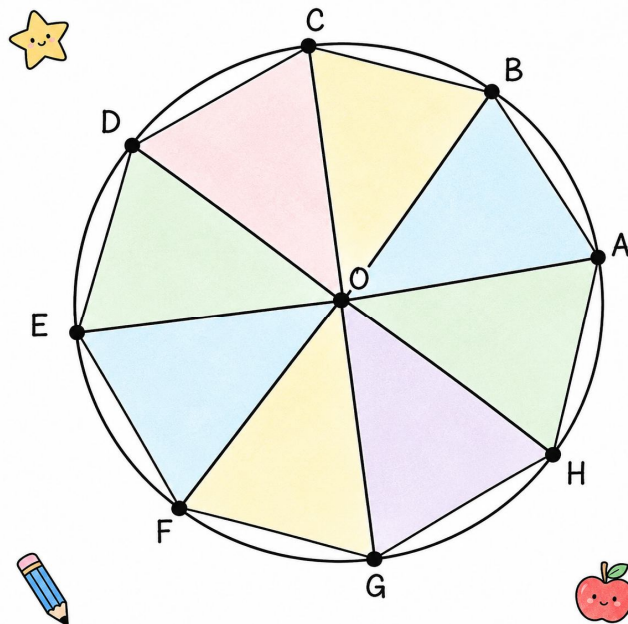
$(a, c, f) = (1, 2, 6); (b, e) = (4, 5)$. Suy ra có $3! \cdot 2! = 12$ cách.

$(a, c, f) = (1, 3, 5); (b, e) = (2, 7)$. Suy ra có $3! \cdot 2! = 12$ cách.

$(a, c, f) = (2, 3, 4); (b, e) = (1, 8)$. Suy ra có $3! \cdot 2! = 12$ cách.

Vậy có $12 + 12 + 12 + 12 = 48$ cách thỏa mãn đề bài.

Câu 3: Cho một hình bát giác đều $ABCDEFGH$ nội tiếp trong một đường tròn tâm O như hình bên. Gắn ngẫu nhiên tám số tự nhiên $\{9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$ vào tám đỉnh của bát giác đều này (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh lấy từ tám đỉnh của bát giác đã cho. Gọi xác suất để thu được một tam giác vuông với ba số trên ba đỉnh của tam giác (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cặp số cộng là $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m + n$ bằng bao nhiêu?



Lời Giải:

Đáp án: 107

Cách gắn 8 số vào 8 đỉnh của bát giác là hoán vị của 8 phần tử có $8!$ cách.

Số cách chọn 1 tam giác từ 8 đỉnh là C_8^3 cách.

Vậy $n(\Omega) = 8! \cdot C_8^3 = 40320 \cdot 56 = 2257920$.

Tam giác nội tiếp là tam giác vuông khi và chỉ khi có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp.

- Bát giác có 4 đường kính: AE, BF, CG, DH .

- Với mỗi đường kính, có 6 cách chọn đỉnh còn lại để tạo thành tam giác vuông.

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

- Vậy có $4 \times 6 = 24$ tam giác vuông.

Xét tập $S = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$. Các bộ $\{a, b, c\}$ (không tính thứ tự) lập thành cấp số cộng là

- Công sai $d = 1$: $\{9, 10, 11\}, \{10, 11, 12\}, \{11, 12, 13\}, \{12, 13, 14\}, \{13, 14, 15\}, \{14, 15, 16\}$ (6 bộ).

- Công sai $d = 2$: $\{9, 11, 13\}, \{10, 12, 14\}, \{11, 13, 15\}, \{12, 14, 16\}$ (4 bộ).

- Công sai $d = 3$: $\{9, 12, 15\}, \{10, 13, 16\}$ (2 bộ).

- Tổng cộng có $6 + 4 + 2 = 12$ bộ số.

Chọn 1 tam giác vuông trong 24 tam giác: 24 cách.

Chọn 1 bộ số trong 12 bộ cấp số cộng: 12 cách.

Hoán vị 3 số trong bộ vào 3 đỉnh của tam giác đã chọn có $3!$ cách.

Hoán vị 5 số còn lại vào 5 đỉnh còn lại của bát giác có $5!$ cách.

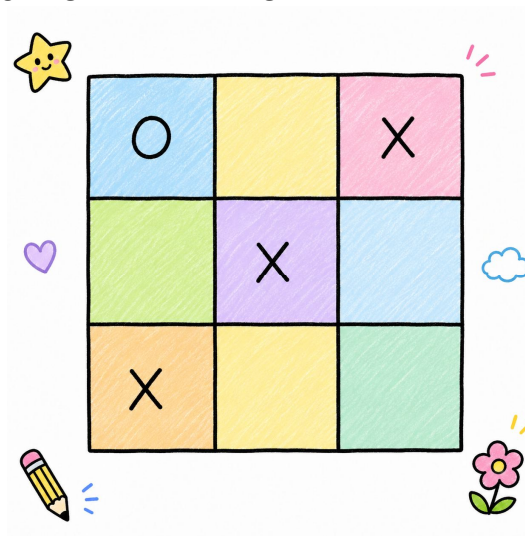
$$n(A) = 24 \times 12 \times 3! \times 5! = 207360.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{207360}{2257920} = \frac{9}{98}.$$

Vậy $m = 9, n = 98$.

Giá trị của $m + n = 9 + 98 = 107$.

Câu 4: Hai bạn An và Bình cùng chơi đánh cờ caro trên một bảng ô vuông kích thước 3×3 (gồm 9 ô trống). Luật chơi quy định An đi trước, mỗi lượt điền một dấu “X” vào một ô trống và Bình đi sau, mỗi lượt điền một dấu “O” vào một ô trống. Trò chơi kết thúc và xác định được người chiến thắng nếu người đó tạo được 3 dấu của mình nằm liên tiếp nhau trên cùng một hàng ngang, hàng dọc hoặc đường chéo. Hỏi có tất cả bao nhiêu trình tự các nước đi để ván cờ kết thúc chính xác ở nước đi thứ 5 với An là người giành chiến thắng?



Lời Giải:

Đáp án: 1440

Để ván cờ kết thúc chính xác tại bước đi thứ 5 với An là người giành chiến thắng, ta thực hiện công việc gồm các công đoạn sau:

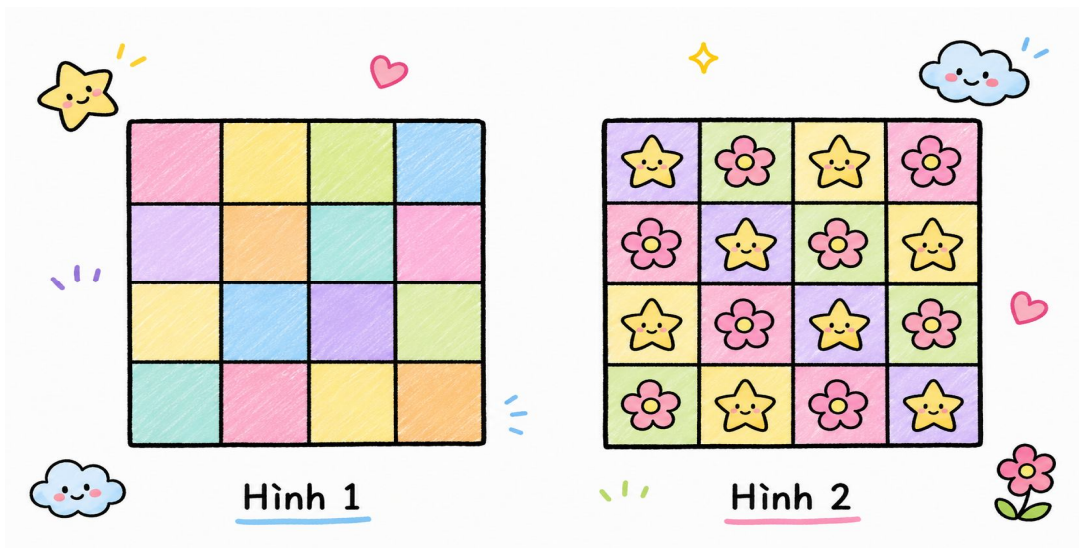
Công đoạn 1: chọn một hàng ngang, hàng dọc hoặc đường chéo: có 8 cách chọn

Công đoạn 2: Chọn vị trí điền dấu “X” trên mỗi hàng ngang, hàng dọc hoặc đường chéo, có $3!$ cách.

Công đoạn 3: Chọn 2 vị trí điền “O” của bạn Bình (trong 6 vị trí còn lại) có A_6^2 cách.

Vậy số cách thỏa mãn yêu cầu bài toán là $8 \cdot 3! \cdot A_6^2 = 1440$ (cách).

Câu 5: Người ta trang trí một bảng ở vuông 4×4 (như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa, sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2 bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2).



Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bảng ô vuông thỏa mãn yêu cầu trên?

Lời Giải:

Đáp án: 2502

Cách 1:

Đặt mỗi ngôi sao là 1 điểm và mỗi bông hoa là 0 điểm, khi đó bài toán trở thành xếp các số vào bảng sao cho tổng mỗi hàng hoặc mỗi cột bằng 2.

Gọi A : “Tổng mỗi hàng bằng 2” và B : “Tổng mỗi cột bằng 2”

Ta có: $n(A) = n(B) = \binom{C_4^2}{4} = 1296$.

Khi đó ta cần tìm số phần tử của tập $A \cup B$.

Ta xét biến cố $A \cap B$: “Tổng mỗi hàng và cột bằng 2”

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

Ta xét các trường hợp hàng ngang thỏa mãn là:

Loại *I*: $(1;1;0;0)$, $(0;0;1;1)$.

Loại *II*: $(0;1;1;0)$, $(1;0;0;1)$.

Loại *III*: $(1;0;1;0)$, $(0;1;0;1)$.

Trường hợp 1: Nếu cộng mỗi cặp cùng loại ta thấy rằng tổng các hàng sẽ bằng 1 nên ta sẽ dùng 2 hàng loại *I* là $(1;1;0;0)$, $(0;0;1;1)$.

Xếp 2 hàng $(1;1;0;0)$ vào 2 trong 4 hàng có C_4^2 cách và xếp 2 hàng $(0;0;1;1)$ vào 2 hàng còn lại có 1 cách.

Tương tự với loại *II* và *III*, trường hợp này ta có $C_4^2 \cdot 1 \cdot 3 = 18$ cách.

Trường hợp 2: Nếu cộng 4 cặp khác nhau ở 2 loại ta thấy rằng tổng các hàng sẽ là 2 nên ta sẽ dùng 4 hàng từ 2 loại.

Chọn 2 loại từ 3 loại có C_3^2 cách.

Sau khi chọn được 2 loại, ta sẽ có 4 hàng. Do các hàng đôi một khác nhau nên hoán vị hàng có $4!$ cách.

Trường hợp này ta có $C_3^2 \cdot 4! = 72$

Vậy các trường hợp của biến cố $A \cap B$ là $18 + 72 = 90$.

Khi đó, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 2502$.

Cách 2:

Đặt mỗi ngôi sao biểu diễn bởi số 1 và mỗi bông hoa biểu diễn bởi số 0.

Ta sẽ xếp lần lượt từng hàng:

Hàng *I*: Chọn vị trí cho 2 số 1 có C_4^2 và 2 số 0 vào hai vị trí còn lại có 1 cách, nên hàng *I* có 6 cách xếp:

Hàng *II* và *III* ta sẽ xét ba trường hợp:

Trường hợp 1:

1	0	0	1
1	0	0	1
0	1	1	0

Hàng thứ *II* giống hàng *I* sẽ có 1 cách xếp.

Hàng thứ *III* do đã có 2 cột đủ số 1 nên hàng thứ *III* chỉ có 1 cách xếp vào 2 cột còn lại.

Trường hợp 2:

1	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	0

Hàng thứ *II* có vị trí 1 số 1 giống với vị trí của 1 số 1 trên hàng *I* và số 1 còn khác vị trí số còn lại của hàng *I*, lúc này hàng *II* sẽ có $2 \cdot 2 = 4$ cách xếp.

Hàng thứ *III* phải có 1 số 1 vào cột chưa có số 1 nên có 1 cách. Số 1 còn lại vào 2 cột chỉ có số 1 sẽ có 2, lúc này hàng *III* sẽ có $1 \cdot 2 = 2$ cách xếp.

Trường hợp 3:

1	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0

Hàng thứ *II* không có vị trí số 1 trùng vị trí số 1 ở hàng *I* nên có 1 cách xếp.

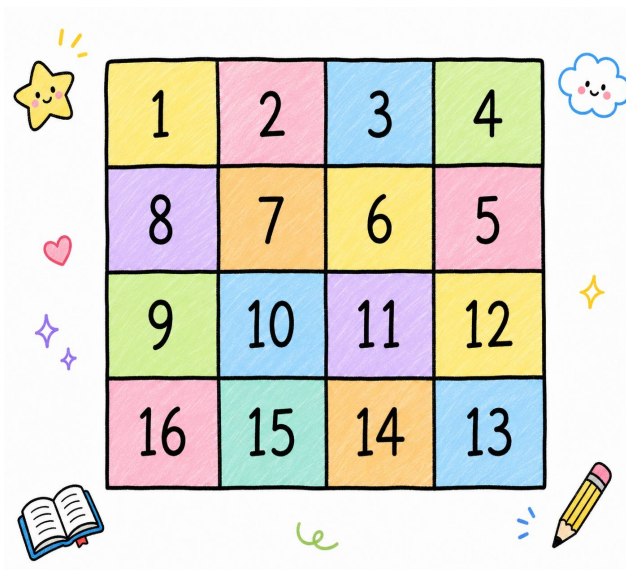
Do mỗi cột chỉ mới có 1 số 1 nên hàng thứ *III* xếp bất kì nên hàng *III* có 6 cách xếp.

Hàng *IV* :

Hàng thứ *IV* sẽ điều chỉnh để thỏa theo hàng *I*, *II* và *III* nên chỉ có 1 cách xếp.

Vậy có tất cả $6 \cdot (1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 6) \cdot 1 = 90$ cách xếp thỏa.

Câu 6: Một công ty muốn khuấy động sự vui nhộn cho các nhân viên sau những giờ làm việc vất vả, đã tổ chức trò chơi “**XẾP HÀNG MAY MẮN**”. Có 16 nhân viên tham gia trò chơi, mỗi nhân viên được gán một mã số riêng biệt từ 1 đến 16. Họ được yêu cầu đứng ngẫu nhiên vào một bảng hình vuông kẻ sẵn trên nền sân khấu gồm 4 hàng và 4 cột (mỗi ô một người đứng, như hình minh họa là một trường hợp). Sau khi sắp xếp xong, người thư kí sẽ tính tổng của các mã số trên từng hàng và từng cột. Giám đốc công ty chưa biết kết quả của thư kí và lúc này mới đưa ra quy định chơi nếu cả 4 hàng và 4 cột đều có tổng là số lẻ thì 16 nhân viên sẽ được nhận thưởng thêm một tháng lương.



Xác suất để 16 nhân viên được nhận thưởng thêm một tháng lương bằng $\frac{m}{n}$ (m, n là các số tự nhiên, phân số $\frac{m}{n}$ tối giản). Tính $T = 200m + n$.

Lời Giải:

Đáp án: 2315

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 16!$

Gọi A là biến cố: "Tổng các số ở mỗi hàng và mỗi cột đều là số lẻ".

Trong các số từ 1 đến 16, có 8 số lẻ và 8 số chẵn. Để tổng bốn số trong một hàng là số lẻ thì số lượng số lẻ trong hàng đó phải là 1 hoặc 3. Tương tự cho mỗi cột.

Vì tổng số số lẻ là 8, nên trong 4 hàng phải có đúng 2 hàng chứa 3 số lẻ và 2 hàng chứa 1 số lẻ. Tương tự, trong 4 cột cũng có đúng 2 cột chứa 3 số lẻ và 2 cột chứa 1 số lẻ.

Chọn 2 hàng sẽ chứa 3 số lẻ (hai hàng còn lại chứa 1 số lẻ) có $C_4^2 = 6$ cách.

Xét hai hàng đã chọn.

- Hàng thứ nhất có 3 số lẻ có $C_4^3 = 4$ cách chọn vị trí cho 3 chữ số lẻ.

- Hàng thứ hai không thể xếp 3 chữ số lẻ đồng thời cùng cột với 3 số lẻ của hàng trên, do đó có $C_4^3 - 1 = 3$ cách chọn vị trí cho 3 chữ số lẻ.

Ứng với mỗi cách chọn vị trí của 2 hàng trên ta chỉ có $2! = 2$ cách chọn vị trí của số lẻ cho 2 hàng còn lại.

Sắp xếp 8 số lẻ vào 8 vị trí đã chọn: Có $8!$ cách.

Sắp xếp 8 số chẵn vào 8 vị trí còn lại: có $8!$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 6.4.3.2.8!.8!$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{715} \Rightarrow m = 8, n = 715$$

$$\text{Vậy } T = 200m + n = 2315.$$

Câu 7: Điền vào mỗi ô vuông của bảng 3×3 một trong ba số $\{-1; 0; 1\}$ một cách ngẫu nhiên. Gọi T là xác suất để tổng các số trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo của bảng đều bằng 0. Tính $10000T$ (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)?



Lời Giải:

Đáp án: 2,54

Bảng có 9 ô vuông. Mỗi ô được điền một trong 3 số $\{-1, 0, 1\}$. Do đó, tổng số cách điền vào bảng là: $N(\Omega) = 3^9 = 19683$

Gọi các ô trong bảng 3×3 là a_{ij} với $i, j \in \{1, 2, 3\}$. Ta có các điều kiện cho tổng hàng, cột và đường chéo bằng 0:

□ Hàng: $\sum_{j=1}^3 a_{1j} = 0, \sum_{j=1}^3 a_{2j} = 0, \sum_{j=1}^3 a_{3j} = 0.$

□ Cột: $\sum_{i=1}^3 a_{i1} = 0, \sum_{i=1}^3 a_{i2} = 0, \sum_{i=1}^3 a_{i3} = 0.$

□ Đường chéo chính: $a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0.$

□ Đường chéo phụ: $a_{13} + a_{22} + a_{31} = 0.$

Đầu tiên, hãy xét ô trung tâm a_{22} . Tổng của 4 đường đi qua tâm là:

$$S_{\text{qua tâm}} = (a_{11} + a_{22} + a_{33}) + (a_{13} + a_{22} + a_{31}) + (a_{21} + a_{22} + a_{23}) + (a_{12} + a_{22} + a_{32}) = 4 \times 0 = 0$$

$$S_{\text{qua tâm}} = (a_{11} + a_{33}) + (a_{13} + a_{31}) + (a_{21} + a_{23}) + (a_{12} + a_{32}) + 4a_{22} = 0$$

Tổng của 9 ô là:

$$\sum_{i,j=1}^3 a_{ij} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} + \sum_{j=1}^3 a_{2j} + \sum_{j=1}^3 a_{3j} = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$\sum_{i,j=1}^3 a_{ij} = (a_{11} + a_{33}) + (a_{13} + a_{31}) + (a_{21} + a_{23}) + (a_{12} + a_{32}) + a_{22} = 0$$

Trừ phương trình thứ hai cho phương trình thứ nhất, ta được:

$$3a_{22} = 0 \Rightarrow a_{22} = 0$$

Với $a_{22} = 0$, các điều kiện đường chéo trở thành:

$$\square a_{11} + a_{33} = 0 \Rightarrow a_{11} = -a_{33}$$

$$\square a_{13} + a_{31} = 0 \Rightarrow a_{13} = -a_{31} \text{ Tương tự cho hàng 2 và cột 2:}$$

$$\square a_{21} + a_{23} = 0 \Rightarrow a_{21} = -a_{23}$$

$$\square a_{12} + a_{32} = 0 \Rightarrow a_{12} = -a_{32}$$

8 ô còn lại được chia thành 4 cặp đối xứng qua tâm, giá trị của một ô xác định ô kia: (a_{11}, a_{33}) , (a_{13}, a_{31}) , (a_{21}, a_{23}) , (a_{12}, a_{32}) . Chỉ còn 2 ràng buộc thực sự là:

$$1. \text{ Hàng 1: } a_{11} + a_{12} + a_{13} = 0$$

$$2. \text{ Cột 1: } a_{11} + a_{21} + a_{31} = 0 \Rightarrow a_{11} + a_{21} - a_{13} = 0$$

Đây là 2 phương trình với 4 biến tự do $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}$. Số cách chọn bộ ba (a_{11}, a_{12}, a_{13}) có tổng bằng 0 từ tập $\{-1, 0, 1\}$ là:

$$\square \text{ Các hoán vị của } \{1, -1, 0\}: 3! = 6 \text{ cách.}$$

$$\square \text{ Bộ ba } \{0, 0, 0\}: 1 \text{ cách. Tổng cộng có 7 cách.}$$

Ta kiểm tra điều kiện $a_{21} = a_{13} - a_{11} \in \{-1, 0, 1\}$ cho mỗi trong 7 cách:

$$1. (a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (1, -1, 0) \Rightarrow a_{21} = 0 - 1 = -1 \in \{-1, 0, 1\} \text{ (Hợp lệ)}$$

$$2. (a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (1, 0, -1) \Rightarrow a_{21} = -1 - 1 = -2 \notin \{-1, 0, 1\} \text{ (Không hợp lệ)}$$

$$3. (a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (-1, 1, 0) \Rightarrow a_{21} = 0 - (-1) = 1 \in \{-1, 0, 1\} \text{ (Hợp lệ)}$$

$$4. (a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (-1, 0, 1) \Rightarrow a_{21} = 1 - (-1) = 2 \notin \{-1, 0, 1\} \text{ (Không hợp lệ)}$$

$$5. (a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (0, 1, -1) \Rightarrow a_{21} = -1 - 0 = -1 \in \{-1, 0, 1\} \text{ (Hợp lệ)}$$

$$6. (a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (0, -1, 1) \Rightarrow a_{21} = 1 - 0 = 1 \in \{-1, 0, 1\} \text{ (Hợp lệ)}$$

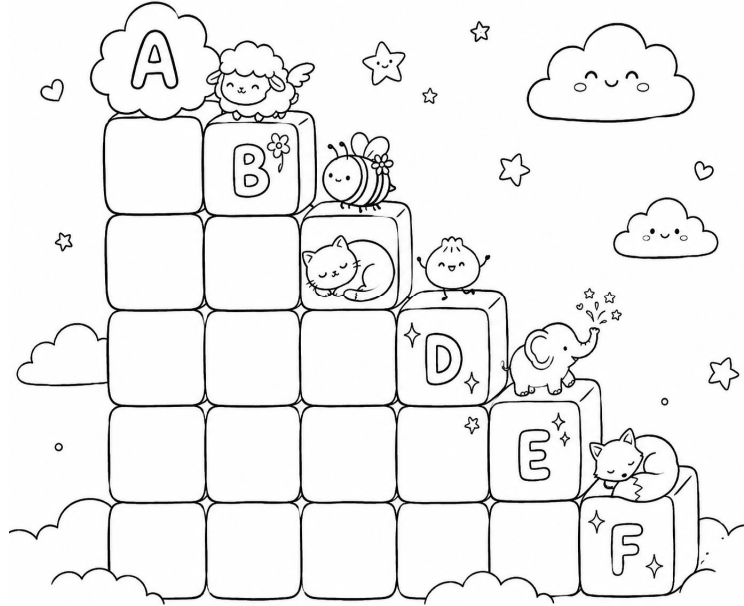
7. $(a_{11}, a_{12}, a_{13}) = (0, 0, 0) \Rightarrow a_{21} = 0 - 0 = 0 \in \{-1, 0, 1\}$ (Hợp lệ)

Tổng số cách hợp lệ (số cách thuận lợi) là $N(A) = 5$.

Do đó xác suất cần tính là: $T = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{5}{3^9} = \frac{5}{19683}$

Vậy $10000T = 10000 \times \frac{5}{19683} = \frac{50000}{19683} \approx 2.54$.

Câu 8: Từ tập A gồm 50 số tự nhiên liên tiếp $A = \{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$, cần chọn ra 21 số phân biệt để gắn vào 21 ô vuông đơn vị như hình vẽ. Gọi T là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô A, B, C, D, E, F theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Giá trị $\log(T)$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần chục)?



Lời Giải:

Đáp án: 8,5

Điều kiện "hàng trên nhỏ hơn hàng dưới", "trái nhỏ hơn phải" có nghĩa là 21 số được chọn khi sắp xếp tăng dần $s_1 < s_2 < \dots < s_{21}$ sẽ có vị trí **duy nhất** trên bảng.

Dựa vào sơ đồ, ta xác định được vị trí của các ô chữ là ô cuối cùng của mỗi hàng:

Hàng 1 (1 ô) kết thúc bằng ô A $\Rightarrow A$ là số thứ 1 overall: $A = s_1$.

Hàng 2 (2 ô) kết thúc bằng ô B $\Rightarrow B$ là số thứ 3 tổng cộng: $B = s_3$.

Hàng 3 (3 ô) kết thúc bằng ô C $\Rightarrow C$ là số thứ $1 + 2 + 3 = 6$: $C = s_6$.

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

Tương tự: $D = s_{10}$ (thứ 10), $E = s_{15}$ (thứ 15), và $F = s_{21}$ (thứ 21).

Đặt A, B, C, D, E, F lập thành một CSC với công sai $d \in \mathbb{N}^*$. Các giá trị là:
 $A, A+d, A+2d, A+3d, A+4d, A+5d$.

Bởi vì các số $\in \{1; 2; \dots; 50\}$, ta có $1 \leq A < A+5d \leq 50 \Rightarrow d \leq 9$.

Xét khoảng giữa hai vị trí liên tiếp trong CSC, ví dụ giữa $E(s_{15})$ và $F(s_{21})$. Số các chỉ số gaps là $21-15=6$, tức cần điền 5 số vào giữa giá trị E và F . Do đó, hiệu giá trị $F-E=d$ phải chứa ít nhất 5 số nguyên ở giữa, tức là $d-1 \geq 5 \Rightarrow d \geq 6$.

Điều kiện giới hạn của công sai d là: $6 \leq d \leq 9 \Rightarrow d \in \{6, 7, 8, 9\}$.

Với mỗi giá trị d cố định:

Số cách chọn số đầu tiên A là từ 1 đến $50-5d \Rightarrow$ có $(50-5d)$ cách.

Số cách chọn 15 số còn lại (các số điền vào ô trống) là tích của tổ hợp chọn số cho từng khoảng trống: Số cách còn lại = $\binom{d-1}{1} \cdot \binom{d-1}{2} \cdot \binom{d-1}{3} \cdot \binom{d-1}{4} \cdot \binom{d-1}{5}$

Tổng số cách T là tổng trên các trường hợp của d :

$$T = \sum_{d=6}^9 (50-5d) \cdot \binom{d-1}{1} \binom{d-1}{2} \binom{d-1}{3} \binom{d-1}{4} \binom{d-1}{5}$$

$$\text{Với } d=6: \text{Cách chọn} = (50-30) \cdot \binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{3} \binom{5}{4} \binom{5}{5} = 20 \cdot (5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 1) = 50.000$$

$$\text{Với } d=7: \text{Cách chọn} = 15 \cdot (6 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 6) = 15 \cdot 162.000 = 2.430.000$$

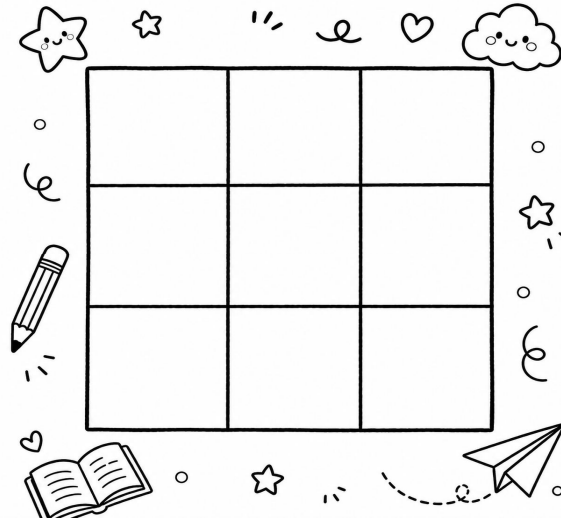
$$\text{Với } d=8: \text{Cách chọn} = 10 \cdot (7 \cdot 21 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 21) = 10 \cdot 3.781.575 = 37.815.750$$

$$\text{Với } d=9: \text{Cách chọn} = 5 \cdot (8 \cdot 28 \cdot 56 \cdot 70 \cdot 56) = 5 \cdot 49.172.480 = 245.862.400$$

Cộng các trường hợp lại, ta được tổng số cách: $T = 286.158.150$.

Đề bài yêu cầu tính giá trị $\log(T)$: $\log(T) = \log(286.158.150) \approx 8.5$

Câu 9: Cho tập hợp $X = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ và lưới ô vuông 3×3 . Xếp các số trên vào các ô (số có thể lặp lại không giới hạn). Gọi A là biến cố “Tổng mỗi hàng là bội của 5 và tổng của các cột là bội của 3”. Tính xác suất của biến cố A biết rằng nó có dạng $\frac{1}{T}$ tìm giá trị của T ?



Lời Giải:

Đáp án: 3375

Mỗi ô trong 9 ô vuông đều có 15 cách chọn (do lấy từ tập X có 15 phần tử và được lặp lại).

$$\Rightarrow |\Omega| = 15^9$$

Theo modulo 5: Có đúng 3 số cho mỗi loại số dư (0, 1, 2, 3, 4).

Theo modulo 3: Có đúng 5 số cho mỗi loại số dư (0, 1, 2).

Theo modulo 15: Có đúng 1 số cho mỗi loại số dư (vì X là hệ thặng dư đầy đủ).

Gọi các ô là a_{ij} . Ta dùng logic "điền tự do rồi ép điều kiện bù":

Điền 4 ô góc trên bên trái ($a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$) một cách hoàn toàn tự do: Có 15^4 cách.

Ép tổng hàng 1 và 2 (chia hết cho 5): Giá trị của a_{13} và a_{23} bị giới hạn vào đúng một số dư cụ thể mod 5. Trong tập X , mỗi loại số dư mod 5 có 3 số.

$$\Rightarrow \text{Có } 3 \times 3 = 3^2 \text{ cách.}$$

Ép tổng cột 1 và 2 (chia hết cho 3): Tương tự, a_{31} và a_{32} bị giới hạn vào đúng một số dư mod 3. Mỗi loại số dư mod 3 có 5 số.

$$\Rightarrow \text{Có } 5 \times 5 = 5^2 \text{ cách.}$$

Ô cuối cùng a_{33} : Ô này gánh đồng thời 2 điều kiện là tổng hàng 3 (phải chia hết cho 5) và tổng cột 3 (phải chia hết cho 3). Nghĩa là a_{33} phải cố định một số dư mod 5 và một số dư mod 3. Do $\gcd(3, 5) = 1$, theo Định lý thặng dư Trung Hoa, a_{33} sẽ có đúng một số dư duy nhất theo mod 15. Tập X chỉ có đúng 1 số thỏa mãn.

Vậy số kết quả thuận lợi là: $|A| = 15^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 1 = 15^4 \times 15^2 = 15^6$

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{15^6}{15^9} = \frac{1}{15^3} = \frac{1}{3375}.$$

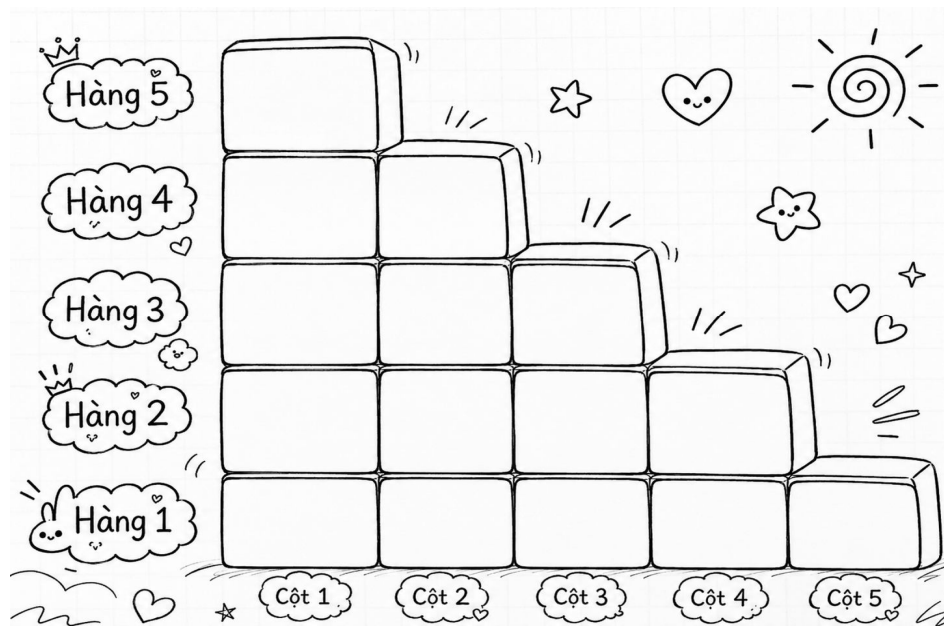
Câu 10: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp gồm các số $\{0; 12; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 11; 12; 15; 16; 20\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới sao cho thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

+ Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần.

+ Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5.

+ Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?



Lời Giải:

Đáp án: 1152

Điều kiện "Hiệu hai số không chia hết cho 5" có nghĩa là: **Không có 2 số nào có cùng số dư khi chia cho 5 được xếp trên cùng một hàng hoặc cùng một cột.** Chia 15 số của tập hợp theo số dư cho 5:

Nhóm chia hết cho 5: $S_0 = \{0; 5; 10; 15; 20\}$ (có 5 số)

Nhóm chia dư 1: $S_1 = \{1; 6; 11; 16\}$ (có 4 số)

Nhóm chia dư 2: $S_2 = \{2; 7; 12\}$ (có 3 số)

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

Nhóm chia dư 3: $S_3 = \{3; 8\}$ (có 2 số)

Nhóm chia dư 4: $S_4 = \{4\}$ (có 1 số)

Gọi tọa độ của mỗi ô là (x, y) với x là số thứ tự cột, y là số thứ tự hàng. Lưới bậc thang này chỉ chứa các ô thỏa mãn $x + y \leq 6$.

Xếp nhóm S_0 (5 số): Vì không được cùng hàng/cột nên 5 số này phải chiếm trọn 5 hàng và 5 cột khác nhau. Tổng tọa độ $(x + y)$ của 5 ô này bắt buộc là: $(1+2+3+4+5) + (1+2+3+4+5) = 30$.

Vì mỗi ô đều bị giới hạn $x + y \leq 6$, để tổng đạt 30 thì cả 5 ô đều phải nằm trên đường chéo lớn nhất có phương trình $x + y = 6$.

$\Rightarrow$ Có 5! cách xếp.

Xếp nhóm S_1 (4 số): Tương tự, sau khi trừ đi các ô đã xếp, 4 số này phải lấp đầy 4 hàng/cột còn lại của mô hình thu nhỏ. Chúng bắt buộc phải nằm trên đường chéo $x + y = 5$.

$\Rightarrow$ Có 4! cách xếp.

Áp dụng quy luật tương tự cho các nhóm còn lại, ta sẽ xếp lần lượt vào các đường chéo tịnh tiến dần vào góc: $H = 5! \times 4! \times 3! \times 2! \times 1! = 120 \times 24 \times 6 \times 2 \times 1 = 34560$.

Giá trị cần tìm là: $\frac{H}{30} = \frac{34560}{30} = 1152$.

Câu 11: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_{12}$ sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn.



Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $3190P$ bằng bao nhiêu?

Lời giải**1. Phân tích không gian mẫu**

Đề bài cho 12 bóng đèn (4 đỏ, 8 xanh) có **công suất đôi một khác nhau**, đồng nghĩa với việc 12 bóng đèn này là hoàn toàn phân biệt.

Số cách lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn phân biệt vào 12 đỉnh phân biệt là hoán vị của 12:

$$|\Omega| = 12!$$

2. Phân tích các hình vuông trong đa giác đều 12 cạnh

Một đa giác đều 12 cạnh sẽ tạo ra được $\frac{12}{4} = 3$ hình vuông rời nhau. Các đỉnh của 3 hình vuông này chia đều 12 đỉnh của đa giác và không có đỉnh nào trùng nhau. Cụ thể:

□ **Hình vuông 1:** $V_1 = \{A_1, A_4, A_7, A_{10}\}$

□ **Hình vuông 2:** $V_2 = \{A_2, A_5, A_8, A_{11}\}$

□ **Hình vuông 3:** $V_3 = \{A_3, A_6, A_9, A_{12}\}$

3. Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố

Gọi biến cố A : "Mỗi hình vuông đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ".

Chúng ta có 4 vị trí cần đặt bóng đỏ, phân bổ vào 3 hình vuông V_1, V_2, V_3 sao cho mỗi hình vuông có ít nhất 1 bóng đỏ.

Vì $4 = 2 + 1 + 1$, số lượng vị trí bóng đỏ phân bổ vào 3 hình vuông bắt buộc phải theo cấu trúc: có một hình vuông chứa 2 bóng đỏ, và hai hình vuông còn lại mỗi hình chứa 1 bóng đỏ.

□ **Bước 1: Chọn vị trí cho các bóng màu đỏ**

o Chọn 1 hình vuông (trong 3 hình vuông) để đặt 2 bóng đỏ: Có $C_3^1 = 3$ cách.

o Tại hình vuông vừa chọn (có 4 đỉnh), chọn 2 vị trí để đặt bóng đỏ: Có $C_4^2 = 6$ cách.

o Tại hai hình vuông còn lại (mỗi hình có 4 đỉnh), chọn 1 vị trí để đặt bóng đỏ cho mỗi hình: Có $C_4^1 \times C_4^1 = 4 \times 4 = 16$ cách.

$\Rightarrow$ Tổng số cách chọn ra 4 vị trí thỏa mãn điều kiện là: $3 \times 6 \times 16 = 288$ cách.

□ **Bước 2: Xếp các bóng đèn vào vị trí**

o Xếp 4 bóng đỏ (phân biệt) vào 4 vị trí đã chọn: $4!$

o Xếp 8 bóng xanh (phân biệt) vào 8 vị trí còn lại: $8!$ cách.

Vậy số kết quả thuận lợi của biến cố A là:

$$|A| = 288 \times 4! \times 8!$$

4. Tính xác suất P và giá trị $3190P$

Xác suất P của biến cố là:

$$P = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{288 \times 4! \times 8!}{12!} = \frac{288 \times 24}{12 \times 11 \times 10 \times 9} = \frac{6912}{11880} = \frac{32}{55}$$

Từ đó, giá trị của biểu thức được yêu cầu là:

$$3190P = 3190 \times \frac{32}{55} = 58 \times 32 = 1856$$

Kết luận: Giá trị của $3190P$ là **1856**.

Câu 12: Lớp mẫu giáo có 10 em bé, các bé đứng thành vòng tròn và cách đều nhau, đứng ở tâm vòng tròn là cô giáo. Mỗi bé cầm hai cờ, một xanh một đỏ trên mỗi tay. Cô giáo bảo "giơ lên cao một cờ", các bé giơ ngẫu nhiên một cờ. Gọi a là xác suất để không có 4 cờ nào cùng màu được giơ lên ở 4 vị trí mà 4 vị trí ấy là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Giá trị của $\frac{2026}{a}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Lời giải

1. Phân tích Không gian mẫu

Có 10 em bé, mỗi bé có 2 sự lựa chọn (giơ cờ Xanh hoặc cờ Đỏ).

Tổng số kết quả có thể xảy ra khi 10 bé giơ cờ là:

$$|\Omega| = 2^{10} = 1024$$

Bất kỳ 2 đường kính nào cắt nhau cũng sẽ tạo thành 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

3. Phân loại cấu hình cờ trên các đường kính

Gọi 5 đường kính là D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 . Mỗi đường kính nối 2 bé đứng đối diện nhau qua tâm.

Mỗi đường kính sẽ rơi vào 1 trong 3 trạng thái màu sắc sau:

- ☐ **Loại Đ-Đ (Đỏ - Đỏ):** Cả 2 bé ở hai đầu đường kính đều giơ cờ Đỏ (có $1 \times 1 = 1$ cách xảy ra).
- ☐ **Loại X-X (Xanh - Xanh):** Cả 2 bé ở hai đầu đều giơ cờ Xanh (có $1 \times 1 = 1$ cách xảy ra).
- ☐ **Loại Pha trộn (Đ-X hoặc X-Đ):** 2 bé giơ khác màu nhau (có 2 cách xảy ra).

4. Đếm số kết quả thuận lợi cho biến cố

Đề bài yêu cầu: Không có hình chữ nhật nào mà 4 đỉnh cùng màu.

Điều này tương đương với việc:

- ☐ Không được có từ 2 đường kính Loại Đ-Đ trở lên (vì nếu có 2 đường kính Đ-Đ, chúng sẽ tạo thành 1 hình chữ nhật toàn cờ Đỏ).
- ☐ Không được có từ 2 đường kính Loại X-X trở lên (tránh hình chữ nhật toàn cờ Xanh).

Vậy, số lượng đường kính Loại Đ-Đ (gọi là k_R) tối đa là 1. Số lượng đường kính Loại X-X (gọi là k_B) tối đa là 1. Ta chia làm 4 trường hợp:

- **TH1:** $k_R = 0, k_B = 0$ (Không có đường kính Đ-Đ, không có đường kính X-X)

Cả 5 đường kính đều là Loại Pha trộn.

Số cách: $2^5 = 32$ cách.

- **TH2:** $k_R = 1, k_B = 0$ (1 đường Đ-Đ, 0 đường X-X)

Chọn 1 đường kính làm Đ-Đ (có $C_5^1 = 5$ cách).

4 đường kính còn lại là Pha trộn (có $2^4 = 16$ cách).

Số cách: $5 \times 16 = 80$ cách.

- **TH3:** $k_R = 0, k_B = 1$ (0 đường Đ-Đ, 1 đường X-X)

Tương tự TH2, có 80 cách.

- **TH4:** $k_R = 1, k_B = 1$ (1 đường Đ-Đ, 1 đường X-X)

Chọn 1 đường kính làm Đ-Đ (có 5 cách).

Chọn 1 đường kính làm X-X từ 4 đường còn lại (có 4 cách).

3 đường kính còn lại là Pha trộn (có $2^3 = 8$ cách).

Số cách: $5 \times 4 \times 8 = 160$ cách.

Tổng số kết quả thuận lợi: $|A| = 32 + 80 + 80 + 160 = 352$.

5. Tính toán kết quả cuối cùng

Xác suất a của biến cố là:

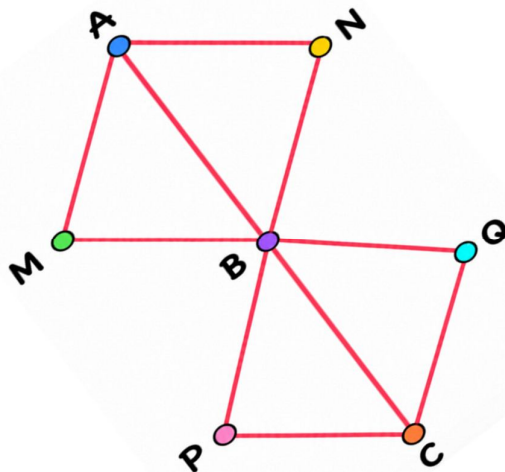
$$a = \frac{352}{1024} = \frac{11}{32}$$

Giá trị biểu thức cần tính:

$$\frac{2026}{a} = 2026 \div \frac{11}{32} = \frac{2026 \times 32}{11} = \frac{64832}{11} \approx 5893,8181...$$

Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị, ta được **5894**.

Câu 13: Từ các số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 15$ có bao nhiêu cách chọn ra 7 số phân biệt gắn vào 7 đỉnh A, B, C, M, N, P, Q trong hình sao cho cứ 3 đỉnh thẳng hàng thì có 3 số theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?



Lời Giải:

Đáp án: 5040

Vì cứ ba đỉnh thẳng hàng thì có số theo thứ tự lập thành một cấp số cộng do đó nhìn trên hình vẽ giả thiết cho ta có: $A + C = 2B, M + Q = 2B, N + P = 2B$.

Dễ thấy từ điều trên nhận ra điểm chung của ba cặp trên chính là tại đỉnh B .

Khi này bài toán quy về: “Tìm số cách chọn số B và ba cặp số $(A; C), (M; Q), (N; P)$ sao cho tổng của mỗi cặp đều bằng $2B$ ”

Tổng quát: Xét cấp số cộng gồm ba số có số hạng chính giữa là B và công sai là d khi này ba số này lần lượt là $B - k, B, B + k$ với $k > 0$.

Vì các số trên phải nằm trong tập từ $1, 2, 3, \dots, 15$ do đó:
 $1 \leq B - k < B + k \leq 15 \Leftrightarrow 1 \leq k \leq \min(B - 1; 15 - B)$.

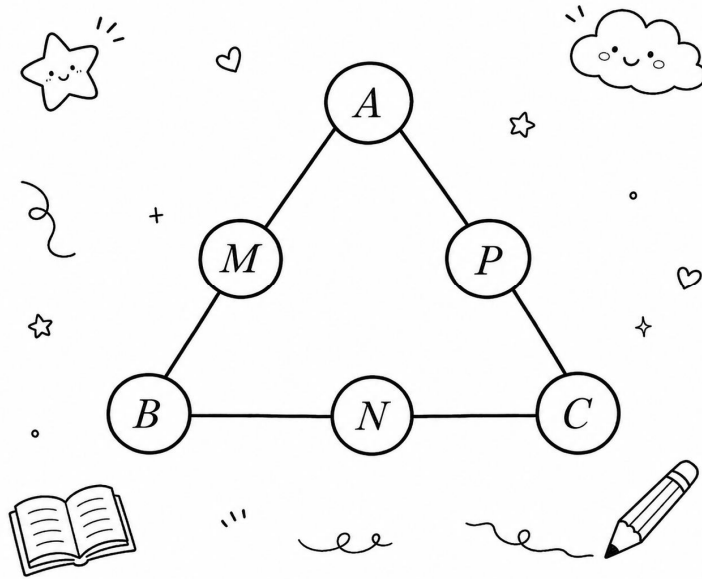
Vì ta cần chọn ra 3 cặp số phân biệt cho ba đường thẳng khác nhau nên:

$$\min(B - 1; 15 - B) \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} B - 1 \geq 3 \\ 15 - B \geq 3 \end{cases} \Rightarrow 4 \leq B \leq 12 \Rightarrow B \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}.$$

Do đó tổng số cách chọn là: $3! \cdot 2^3 (2.C_3^3 + 2.C_4^3 + 2.C_5^3 + 2.C_6^3 + 1.C_7^3) = 5040$ cách.

Câu 14: [Mức độ 4] Bạn Nam tham gia một cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S = \{41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49\}$ và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A, B, C, M, N, P như hình vẽ bên sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một

số. Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí (A, M, B) , (B, N, C) , (C, P, A) tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó.



Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật mã ở lần chọn và xếp đó là a . Giá trị của $\frac{4}{a}$ bằng bao nhiêu.

Lời giải

Đáp án: 5040.

Tập S có 5 số lẻ $\{41; 43; 45; 47; 49\}$ và 4 số chẵn $\{42; 44; 46; 48\}$

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_6^6 = 60480$

Gọi biến cố A : “chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu”

Theo giả thiết ta có:
$$\begin{cases} A + B = 2M \\ A + C = 2P \\ B + C = 2N \end{cases} \quad (\text{điều kiện để là một cấp số cộng ở ba bộ})$$

$\Rightarrow A, B, C$ cùng chẵn hoặc cùng lẻ và không lập thành 1 cấp số cộng

TH1: A, B, C cùng lẻ:

Chọn 3 số cùng lẻ có C_5^3 cách, loại 4 bộ: $(41, 43, 45)$; $(43, 45, 47)$; $(41, 45, 49)$; $(45, 47, 49)$ (vì lập thành cấp cộng). Suy ra có $C_5^3 - 4 = 6$.

Hoán vị bộ A, B, C có $3!$ cách xếp.

$\Rightarrow 6 \cdot 3!$ cách xếp.

TH2: A, B, C cùng chẵn:

Chọn 3 số cùng chẵn có C_4^3 cách, loại 2 bộ $(42, 44, 46)$; $(44, 46, 48)$ (vì lập thành cấp cộng).

Suy ra có $C_4^3 - 2 = 2$ cách

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

Hoán vị bộ A, B, C có $3!$ cách xếp.

$\Rightarrow 2.3!$ cách xếp.

Tổng cộng có: $6.3! + 2.3! = 48$ cách xếp $\Rightarrow n(A) = 48$

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{60480} = \frac{1}{1260}$. Suy ra $a = \frac{1}{1260} \Rightarrow \frac{4}{a} = 5040$.

Câu 15: Trong một trò chơi xếp số, người ta chọn ngẫu nhiên 5 số khác nhau từ tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 30\}$ và đặt mỗi số vào đúng một vị trí trong 5 vị trí A, B, C, D, E như hình vẽ, sao cho bên trong mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Trò chơi kết thúc khi các điều kiện sau được thỏa mãn:

- Những bộ ba vị trí $(A, B, C), (C, D, E)$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
- Bộ ba vị trí (A, C, E) theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

Xác suất kết thúc trò chơi ở một lần chọn và sắp xếp là a . Tính $\frac{1}{2026a}$ (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 469

+) $n(\Omega) = A_{30}^5$

+) A, B, C là cấp số cộng $\Rightarrow A + C = 2B$

C, D, E là cấp số cộng $\Rightarrow C + E = 2D$

Suy ra A, C, E cùng chẵn hoặc cùng lẻ

+) Với mỗi A và C thì B là duy nhất; Với mỗi C và E thì D là duy nhất. Do đó ta chỉ đếm bộ $\{A, C, E\}$.

+) A, C, E là cấp số nhân nên $AE = C^2 \Rightarrow \begin{cases} A = k.m^2 \\ E = k.n^2 \end{cases} (k, m, n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow AE = k^2.m^2.n^2 \Rightarrow C = k.m.n$

Từ $1 \rightarrow 30$ có các số chính phương là: 1, 4, 9, 16, 25, do đó ta có:

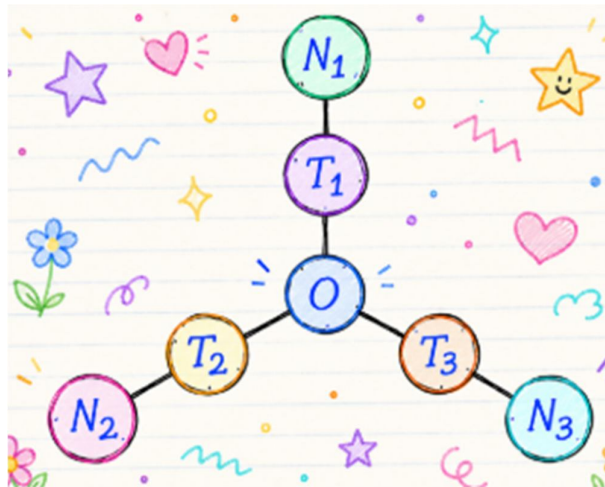
k	A, E	$C = \sqrt{AE}$
$k = 1$	1,9	3
	1,25	5
	9,25	15
$k = 2$	2,8	4
	2,18	6
	8,18	12
$k = 3$	3,27	9
$k = 4$	4,16	8
$k = 5$		
$k = 6$	6,24	12

Gọi A là biến cố: “Kết thúc trò chơi ở một lần chọn”.

$$n(A) = 9 \cdot 2 = 18$$

$$P(A) = \frac{18}{A_{30}^5} = \frac{1}{950040} = \frac{1}{2026a} \Rightarrow a \approx 469.$$

Câu 16: Sau một lễ hội, các món đồ trang trí trên tường cần được tháo xuống. Mỗi lần chỉ được tháo 1 món; và món được tháo ở mỗi lần phải thỏa mãn điều kiện: *kề với đúng 1 món khác hoặc không kề với món nào*. Sơ đồ các món đồ được cho như hình vẽ dưới đây. Hỏi có bao nhiêu cách tháo toàn bộ các món đồ?



Lời giải.

1. Trên mỗi nhánh i ($i = 1, 2, 3$), đỉnh N_i luôn phải được tháo trước đỉnh T_i .
2. Để tháo được đỉnh tâm O , bậc của O phải ≤ 1 , nghĩa là phải có ít nhất 2 nhánh đã được tháo hoàn toàn.

Tổng số lượt tháo là 7. Ta chia thành 3 trường hợp dựa vào đỉnh được tháo ở lượt cuối cùng (**Lượt 7**):

Trường hợp 1: Đỉnh O được tháo cuối cùng

- Để O tháo cuối, 6 lượt đầu tiên phải tháo sạch 3 nhánh.

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

- Nghĩa là ta cần xếp thứ tự cho 6 đỉnh $(N_1, T_1, N_2, T_2, N_3, T_3)$ sao cho N_i luôn đứng trước T_i .
- Số cách tháo là: $\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 90$ (cách).

Trường hợp 2: Đỉnh N_i được tháo cuối cùng

- Có 3 cách chọn nhánh i chứa đỉnh N_i tháo cuối.
- Nếu N_i tháo ở lượt 7, thì T_i bắt buộc phải tháo ở lượt 6, và O tháo ở lượt 5. (Chuỗi kết thúc là $O \rightarrow T_i \rightarrow N_i$).
- Do đó, 4 lượt đầu tiên phải tháo sạch 2 nhánh còn lại.
- Số cách tháo 2 nhánh còn lại: $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = C_4^2 = 6$ cách.
- Số cách tháo TH2 là: $3 \times 6 = 18$ (cách).

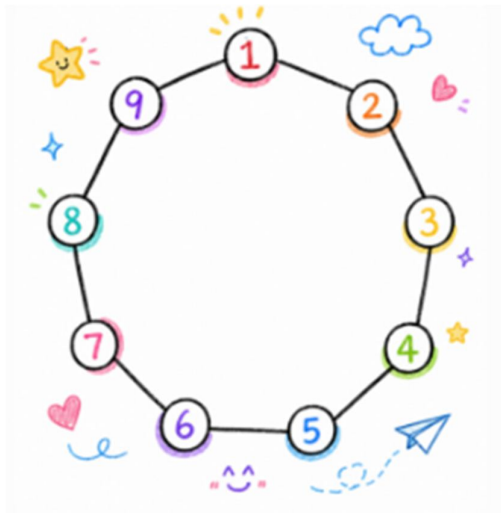
Trường hợp 3: Đỉnh T_i được tháo cuối cùng

- Có 3 cách chọn nhánh i chứa đỉnh T_i tháo cuối.
- Để T_i tháo cuối, đỉnh O bắt buộc phải được tháo trước T_i . Mà để tháo O , 2 nhánh kia phải được tháo sạch.
- Vậy chuỗi quy trình là: Tháo sạch 2 nhánh kia và tháo O (cần 5 lượt) $\rightarrow$ phần còn lại của đồ thị chỉ là T_i , lúc này mới được tháo T_i ở lượt 7.
- Đỉnh N_i có thể được tháo ở bất kỳ lượt nào trong 6 lượt đầu (có 6 cách chọn vị trí cho N_i).
- 5 vị trí còn lại trong 6 lượt đầu dành cho việc đan xen 2 nhánh kia. Số cách xếp là $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = C_4^2 = 6$ cách.
- Số cách tháo TH3 là: $3 \times 6 \times 6 = 108$ (cách).

Kết luận: Tổng số cách tháo toàn bộ các món đồ trang trí là:

$$90 + 18 + 108 = 216 \text{ (cách)}$$

Câu 17: Có 9 vị trí treo cổ định, được đánh số từ 1 đến 9 theo vòng tròn (như hình vẽ). Khoảng cách giữa các vị trí treo là như nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai khác trong quá trình sản xuất, 9 đèn có trọng lượng khác nhau, là các số nguyên phân biệt từ 1 gam đến 9 gam.



Để sân khấu được cân đối và an toàn, ban tổ chức phải treo đèn sao cho đồng thời thỏa mãn các điều kiện sau:

Chia 9 đèn thành 3 nhóm, mỗi nhóm 3 đèn.

Mỗi nhóm được treo vào 3 vị trí tạo thành một tam giác đều trên vành tròn (ba vị trí tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 vị trí theo vòng tròn).

Tổng trọng lượng của 3 đèn trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

Hỏi có bao nhiêu cách treo đèn thỏa mãn yêu cầu?

Lời giải.

Bước 1: Tìm các tập hợp đèn thỏa mãn điều kiện về trọng lượng

Tổng trọng lượng của 9 chiếc đèn là:

$$\Sigma = 1 + 2 + \dots + 9 = 45 \text{ (gam)}$$

Vì chia làm 3 nhóm có tổng trọng lượng bằng nhau nên mỗi nhóm sẽ có trọng lượng là:

$$\frac{45}{3} = 15 \text{ (gam)}$$

Ta đi tìm các bộ 3 số phân biệt từ tập $\{1, 2, \dots, 9\}$ có tổng bằng 15. Có tất cả 8 bộ thỏa mãn:

$(1, 5, 9); (1, 6, 8); (2, 4, 9); (2, 5, 8); (2, 6, 7); (3, 4, 8); (3, 5, 7); (4, 5, 6)$

Để chia 9 chiếc đèn thành 3 nhóm rời nhau, ta cần chọn ra 3 bộ không có phần tử nào chung. Từ 8 bộ trên, ta ghép được chính xác 2 phương án chia (phân hoạch) hợp lệ:

Phương án 1: $\{1, 5, 9\}, \{2, 6, 7\}, \{3, 4, 8\}$.

Phương án 2: $\{1, 6, 8\}, \{2, 4, 9\}, \{3, 5, 7\}$.

Vậy có 2 cách để chia nhóm những chiếc đèn.

Bước 2: Sắp xếp đèn vào các vị trí treo

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

Trên đa giác đều 9 cạnh, ta xác định được đúng 3 tam giác đều (mỗi tam giác cách nhau 3 vị trí), cụ thể là các bộ vị trí: (1, 4, 7), (2, 5, 8) và (3, 6, 9).

Ứng với mỗi phương án chia đèn ở Bước 1, ta tiến hành treo đèn:

Phân bổ 3 nhóm đèn vào 3 tam giác đều: Có $3!$ cách.

Tại mỗi tam giác đều, hoán vị 3 chiếc đèn vào 3 đỉnh của tam giác đó: Có $3!$ cách. Vì có 3 tam giác nên bước này có $(3!)^3$ cách.

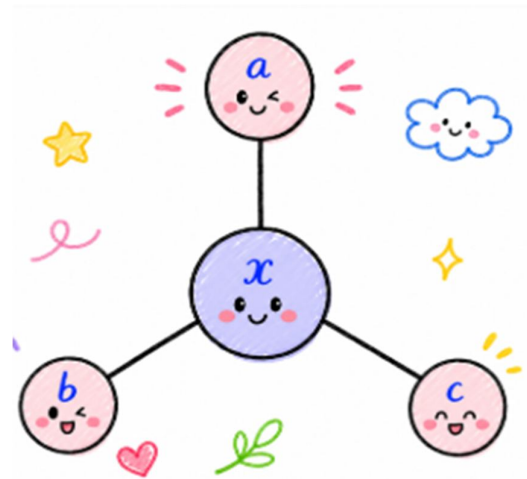
Bước 3: Kết luận

Tổng số cách treo đèn thỏa mãn toàn bộ yêu cầu của ban tổ chức là:

$$2 \times 3! \times (3!)^3 = 2 \times 6 \times 216 = 2592 \text{ (cách)}$$

Đáp số: 2592.

Câu 18: Cho tập hợp $A = \{1, 2, \dots, 20\}$. Điền ngẫu nhiên 4 số phân biệt từ tập A vào 4 hình tròn (gồm 1 hình tròn lớn và 3 hình tròn nhỏ có vai trò như nhau).



Tính xác suất để số ở hình tròn lớn (x) luôn lớn hơn tổng 2 số bất kỳ trong hình tròn nhỏ và nhỏ hơn tổng của cả 3 số ở hình tròn nhỏ.

Lời giải

1. Phân tích điều kiện: Gọi a, b, c là 3 số ở các hình tròn nhỏ và x là số ở hình tròn lớn. Không mất tính tổng quát, giả sử $a < b < c$. Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x > b + c \\ x < a + b + c \end{cases} \Rightarrow b + c < x < a + b + c \quad (4)$$

Để tồn tại số nguyên x thỏa mãn khoảng cách giữa $a + b + c$ và $b + c$ phải lớn hơn 1, tức là:

$$(a + b + c) - (b + c) > 1 \Rightarrow a > 1$$

Vậy ta có điều kiện biên: $2 \leq a < b < c \leq 20$.

2. Đếm số bộ số (a, b, c, x) thỏa mãn: Với mỗi cặp (a, b, c) cố định, số giá trị của x có thể chọn là:

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

$$(a + b + c - 1) - (b + c + 1) + 1 = a - 1 \text{ (giá tr?)}$$

Tổng số bộ thỏa mãn là:

$$n(\Omega_A) = \sum_{a=2}^6 (a-1) \sum_{b=a+1}^{\left\lceil \frac{20-a}{2} \right\rceil} (21-a-2b).$$

Tính toán cụ thể theo công thức tổng quát trong lời giải:

$$n(\Omega_A) = 186$$

3. Tính xác suất

Số cách chọn 4 số từ tập 20 số và điền vào các vị trí (với 3 hình tròn nhỏ có vai trò như nhau) là:

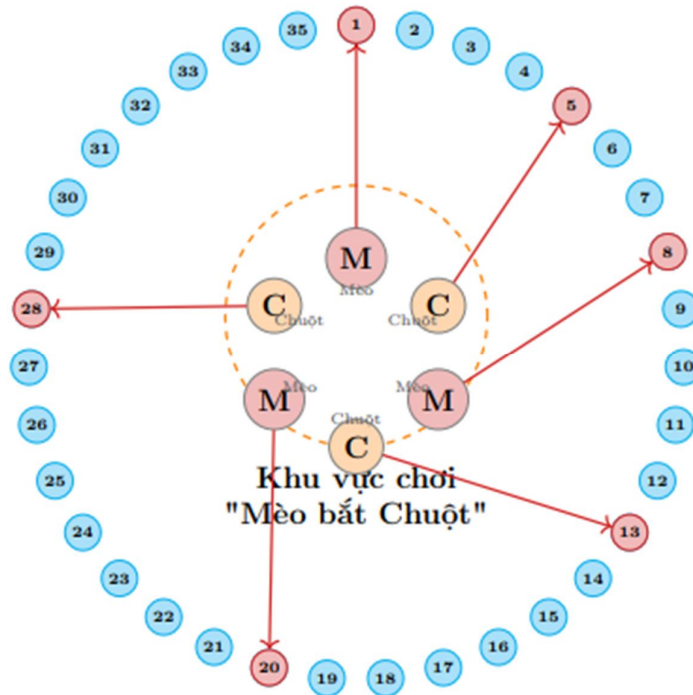
Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{20}^4 \times 4 = 19380$ (Do hình tròn lớn có 4 cách chọn vị trí từ bộ 4 số).

Xác suất cần tìm:

$$P(A) = \frac{186}{C_{20}^4 \times 4} = \frac{186}{19380} = \frac{31}{3230} \approx 0,0096$$

Đáp án: $P \approx 0,0096$

Câu 19: Một giờ hoạt động ngoài trời của lớp 1/1 trường tiểu học X, Cô giáo cho $n = 35$ học sinh lớp mình nắm tay nhau xếp thành một vòng tròn để chơi trò chơi "Mèo bắt Chuột". Sau khi ổn định, Cô gọi tên ngẫu nhiên $k = 6$ học sinh trong lớp ra giữa vòng (3 em làm Mèo, 3 em làm Chuột).



Gọi a là xác suất để 6 em được gọi tên không có hai em nào đứng cạnh nhau trong vòng tròn ban đầu. Hãy tính giá trị $S = 11594a$.

Lời giải

Hẹn nhau ở cổng trường đại học 2k9

Phân tích: Đây là bài toán đếm số cách chọn k phần tử từ n phần tử xếp trên một đường tròn sao cho không có 2 phần tử nào kề nhau. Ta giải quyết bài toán qua 3 bước:

Bước 1: Tính số phần tử của không gian mẫu $|\Omega|$ Số cách chọn ngẫu nhiên 6 học sinh từ 35 học sinh là tổ hợp chập 6 của 35:

$$|\Omega| = C_{35}^6 = \frac{35!}{6!(35-6)!} = 1623160$$

Bước 2: Tính số kết quả thuận lợi $|A|$ Gọi A là biến cố "6 em được chọn không có hai em nào đứng cạnh nhau". Ta áp dụng tư duy Bài toán chia kẹo Euler (Dạng Vách ngăn):

Giả sử ta giữ lại $35 - 6 = 29$ học sinh *không được chọn* đứng trên vòng tròn.

29 học sinh này tạo ra 29 *khoảng trống* giữa họ.

Để không có 2 học sinh được chọn nào đứng cạnh nhau, ta phải xếp 6 học sinh được chọn vào 6 trong số 29 khoảng trống đó (mỗi khoảng trống 1 người).

Với bài toán xếp vòng tròn, công thức tổng quát để chọn k vật không kề nhau từ n vật là:

$$|A| = \frac{n}{n-k} C_{n-k}^k$$

Áp dụng với $n = 35, k = 6$:

$$|A| = \frac{35}{35-6} C_{35-6}^6 = \frac{35}{29} C_{29}^6$$

Bước 3: Tính xác suất a và giá trị

S Xác suất a của biến cố A là:

$$a = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\frac{35}{29} C_{29}^6}{C_{35}^6} = \frac{4095}{11594}$$

Vậy giá trị cần tìm là:

$$S = 11594 \cdot a = 11594 \cdot \frac{4095}{11594} = 4095$$