

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = \frac{x}{x+1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 1 + \frac{9}{x+2}$ trên đoạn $[0; 3]$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $2z = 5i + iz$, tính $|i \cdot \bar{z} + 2|$

b) Giải phương trình $\log_2 x \cdot \log_2(2x) - 2 = 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 (x-1)(e^x + 1)dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -5; 6)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) ? Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) ?

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\cos 2x - \sin x + 2 = 0$

b) Có 100 vé xổ số, trong đó chỉ có 1 vé trúng thưởng 100000 đồng, 5 vé trúng thưởng 50000 đồng, 10 vé trúng thưởng 10000 đồng, còn các vé khác không trúng thưởng. Một người mua 3 vé xổ số, tính xác suất để người đó trúng thưởng và có tổng số tiền thưởng là 110000 đồng?

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC}$ bằng 120° . Mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của CD . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa SA và BI ?

Câu 8 (1,0 điểm). Giải phương trình sau: $(x^2 + x + 1)\sqrt{x} \cdot \sqrt{3x^2 + 4x + 1} = 9x^2 + 9x + 2$

Câu 9 (1,0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi M là trung điểm của AD , đường thẳng qua M vuông góc với MB cắt CD tại E , gọi H là hình chiếu của M trên BE , gọi K là giao điểm của BD và AE . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ biết $ME : x - 3 = 0$, $H(-1; 2)$ và $K\left(-\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$

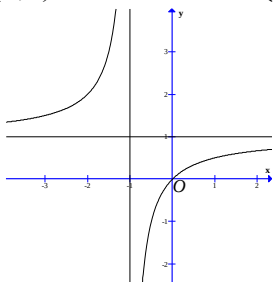
Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} + \frac{1}{c^2 + a^2}$$

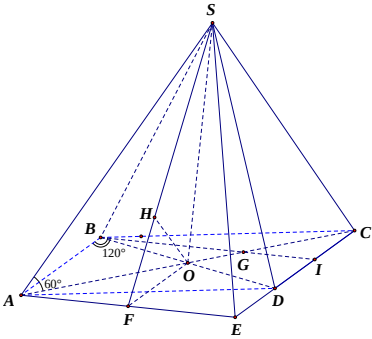
———— Hết ————

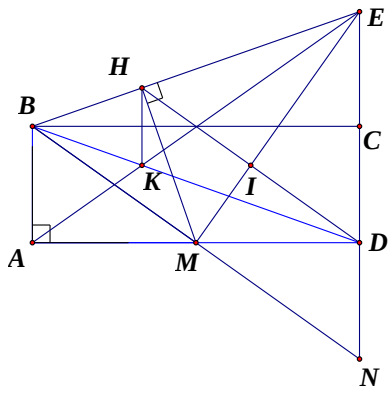
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN		ĐIỂM												
Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = \frac{x}{x+1}$		1,0												
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$		0,25												
Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ Hàm số không có cực trị		0,25												
$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$, suy ra đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số Bảng biến thiên		0,25												
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>$+\infty$ $-\infty$</td><td>1</td></tr></table>		x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'		+	+	y	1	$+\infty$ $-\infty$	1	0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'		+	+											
y	1	$+\infty$ $-\infty$	1											
Đồ thị hàm số đi qua $O(0;0)$ và nhận điểm $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng.		0,25												
		0,25												
Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 1 + \frac{9}{x+2}$ trên $[0;3]$		1,0												
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ Ta có hàm số đã cho liên tục trên $[0;3]$ $y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2}$		0,25												
$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0;3) \\ x = -5 \notin (0;3) \end{cases}$		0,25												
$y(0) = \frac{11}{2}$; $y(1) = 5$; $y(3) = \frac{29}{5}$		0,25												
$\max_{[0;3]} y = \frac{29}{5}$ (tại $x = 3$); $\min_{[0;3]} y = 5$ (tại $x = 1$)		0,25												

ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 3: a) Cho số phức z thỏa mãn $2z = 5i + iz$, tính $ i\bar{z} + 2 $	1,0
b) Giải phương trình $\log_2 x \cdot \log_2(2x) - 2 = 0$	
a) $2z = 5i + iz \Leftrightarrow (2-i)z = 5i \Leftrightarrow z = \frac{5i}{2-i} \Leftrightarrow z = \frac{5i(2+i)}{5} \Leftrightarrow z = -1 + 2i$	0,25
$ i\bar{z} + 2 = i(-1-2i) + 2 = 4-i = \sqrt{17}$	0,25
b) ĐK: $x > 0$ Ta có: $\log_2 x \cdot \log_2(2x) - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x \cdot (1 + \log_2 x) - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 2; x = \frac{1}{4}$	0,25
Câu 4: Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 (x-1)(e^x+1)dx$	1,0
Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = (e^x+1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x + x \end{cases}$	0,5
$I = (x-1)(e^x+x) \Big _0^1 - \int_0^1 (e^x+x)dx = 1 - \left(e^x + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = \frac{3}{2} - e$	0,5
Câu 5: Trong hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(2; -5; 6)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) ? Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) ?	1,0
Ta có $d(I, (P)) = \frac{ 2+10+12+3 }{3} = 9$ Mặt cầu (S) có phương trình $(S): (x-2)^2 + (y+5)^2 + (z-6)^2 = 81$	0,25
Gọi M là tiếp điểm của (S) và (P) . Ta có M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P) .	0,25
Mặt phẳng (P) có một vtcp là $\vec{n}(1; -2; 2)$. Đường thẳng IM đi qua M có nhận $\vec{n}$ làm vtcp nên có phương trình $IM: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -5-2t \\ z = 6+2t \end{cases}$	0,25
$M \in IM$ nên $M(2+t; -5-2t; 6+2t)$ $M \in (P)$ nên $2+t+10+4t+12+4t+3=0 \Leftrightarrow t=-3$ Vậy $M(-1; 1; 0)$	0,25
Câu 6: a) Giải phương trình: $\cos 2x - \sin x + 2 = 0$ b) Có 100 vé xổ số, trong đó chỉ có 1 vé trúng thưởng 100000 đồng, 5 vé trúng thưởng 50000 đồng, 10 vé trúng thưởng 10000 đồng, còn các vé còn lại không trúng thưởng. Một người mua 3 vé xổ số, tính xác suất để người đó trúng thưởng và có tổng số tiền thưởng là 110000 đồng?	1,0
a) $\cos 2x - \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$	0,25

ĐÁP ÁN		ĐIỂM
Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$		
b) Xét phép thử: “Mua 3 vé xổ số trong 100 vé xổ số” $n(\Omega) = C_{100}^3$ Gọi A là biến cố: “Người mua vé trúng thưởng được tổng số tiền là 110000 đồng” TH1: Người mua vé mua được 1 vé trúng thưởng 100000 đồng, 1 vé không trúng thưởng và 1 vé trúng thưởng 10000 đồng Trường hợp này có $C_1^1 \cdot C_{84}^1 \cdot C_{10}^1$ khả năng xảy ra TH2: Người mua vé mua được 2 vé trúng thưởng 50000 đồng và 1 vé trúng thưởng 10000 đồng Trường hợp này có $C_5^2 \cdot C_{10}^1$ khả năng xảy ra Suy ra $n(A) = C_1^1 \cdot C_{84}^1 \cdot C_{10}^1 + C_5^2 \cdot C_{10}^1 = 940$ Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{940}{C_{100}^3} = \frac{47}{8085}$		0,25
Câu 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a , góc ABC bằng 120° . Mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD), góc giữa SA và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Gọi I là trung điểm của CD. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa SA và BI		1,0
	Gọi $O = AC \cap BD$ Vì (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy (ABCD) nên $SO \perp (ABCD)$. Ta có ABCD là hình thoi cạnh a và góc ABC bằng 120° nên tam giác ABD và tam giác BCD là tam giác đều cạnh a , suy ra $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$	0,25
Ta có AC là hình chiếu của SA trên (ABCD) nên $(SA, (ABCD)) = (SA, AC) = SAC = 60^\circ$ $SO = AO \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$; $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)		0,25
Gọi G là giao điểm của BI và AC, suy ra G là trọng tâm tam giác BCD. Dựng đường thẳng d qua A song song với BI cắt CD tại E. Khi đó ta có $BI \parallel (SAE)$ Suy ra $d(BI, SA) = d(BI, (SAE)) = d(G, (SAE)) = \frac{4}{3} d(O, (SAE))$		0,25
Để thấy ABIE là hình chữ nhật và D là trung điểm của IE. Dựng $OF \parallel CD$ (với F là điểm thuộc AE) suy ra $OF \perp AE$ (1) Dựng OH vuông góc với SF tại H (2) Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AE$ (3) Từ (1) và (3) ta có $AE \perp OH$ (4) Từ (2) và (4) suy ra $OH \perp (SAE) \Rightarrow d(O, (SAE)) = OH$ Ta có $OF = \frac{1}{2}(AB + DE) = \frac{3a}{4}$ Tam giác SOF vuông tại O nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OF^2} = \frac{20}{9a^2} \Rightarrow OH = \frac{3a}{2\sqrt{5}}$		0,25

ĐÁP ÁN		ĐIỂM
Vậy $d(SA, BI) = \frac{4}{3}OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$		
Câu 8: Giải phương trình sau: $(x^2 + x + 1)\sqrt{x}\sqrt{3x^2 + 4x + 1} = 9x^2 + 9x + 2$		1,0
Điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3x^2 + 4x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -1 \\ x \geq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$		0,25
Khi đó $(x^2 + x + 1)\sqrt{x}\sqrt{3x^2 + 4x + 1} = 9x^2 + 9x + 2 \Leftrightarrow (x^2 + x + 1)\sqrt{x}\sqrt{(x+1)(3x+1)} = (3x+1)(3x+2)$ $\Leftrightarrow (x^2 + x + 1)\sqrt{x^2 + x} = (3x+2)\sqrt{3x+1}$		0,25
$\Leftrightarrow (x^2 + x)\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + x} = (3x+1)\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x+1} \quad (*)$ Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$ Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$		0,25
Suy ra $(*) \Leftrightarrow f(\sqrt{x^2 + x}) = f(\sqrt{3x+1})$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x} = \sqrt{3x+1} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}$ (vì x nhận giá trị không âm) Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1 + \sqrt{2}$		0,25
Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD, gọi M là trung điểm của AD, đường thẳng qua M vuông góc với MB cắt CD tại E , gọi H là hình chiếu của M trên BE, gọi K là giao điểm của BD và AE. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết $ME: x-3=0$, $H(-1;2)$ và $K(-\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$		1,0
	Gọi $I = HD \cap ME$, $N = BM \cap CD$ Dễ thấy $\triangle ABM = \triangle DNM \Rightarrow BM = MN$ Tam giác EBN có ME là đường cao cũng là đường trung tuyến nên tam giác EBN cân tại E, suy ra $HEM = MED$ và $BE = EN = DE + AB$	0,25
	Ta thấy hai tam giác vuông HME và DME có $HEM = MED$ và cạnh ME chung nên chúng bằng nhau, suy ra $HM = MD$, $EH = ED$ suy ra D đối xứng với H qua ME Đường thẳng HD đi qua H và vuông góc với ME nên có phương trình $y - 2 = 0$ $I = HD \cap ME$ nên $I(3;2)$ Vì I là trung điểm của HD nên $D(7;2)$	0,25
Ta có $\frac{BK}{KD} = \frac{AB}{DE} \Leftrightarrow \frac{BK + KD}{KD} = \frac{AB + DE}{DE} \Leftrightarrow \frac{BD}{KD} = \frac{BE}{EH} \Rightarrow HK // DE$ $\overrightarrow{HK} = \left(\frac{4}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ AD đi qua D nhận $\vec{n} = \frac{5}{4}\overrightarrow{HK} = (1; -2)$ làm vtpt nên có phương trình là $x - 2y - 3 = 0$		0,25

ĐÁP ÁN	ĐIỂM
$M = ME \cap AD$ nên $M(3;0)$ Vì M là trung điểm của AD nên $A(-1;-2)$ AB đi qua A nhận $\vec{n}$ làm vtcp nên có phương trình $2x + y + 4 = 0$ BE đi qua H nhận $\overline{MH} = (-4;2)$ làm vtpt nên có phương trình $2x - y + 4 = 0$ $B = AB \cap BE$ suy ra $B(-2;0)$ Gọi F là tâm của hình chữ nhật ABCD, vì F là trung điểm của BD nên $F\left(\frac{5}{2};1\right)$ Lại có F là trung điểm của AC nên $C(6;4)$ Vậy $A(-1;-2), B(-2;0), C(6;4), D(7;2)$	0,25
Câu 10: Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} + \frac{1}{c^2 + a^2}$	1,0
Ta có $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a^2 + b^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{a^2b^2(a^2 + b^2)}} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{ab \cdot ab \cdot \frac{a^2 + b^2}{2}}} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{ab + \frac{a^2 + b^2}{2}}{2}\right)^2}}$	0,25
hay $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a^2 + b^2} \geq \frac{12}{(a+b)^2}$ (1) Bằng cách chứng minh tương tự ta có $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{2}{b^2 + c^2} \geq \frac{12}{(b+c)^2}$ (2) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{2}{c^2 + a^2} \geq \frac{12}{(c+a)^2}$ (3) Từ (1), (2) và (3) ta có $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} + \frac{1}{c^2 + a^2} \geq 6\left(\frac{1}{(a+b)^2} + \frac{1}{(b+c)^2} + \frac{1}{(c+a)^2}\right)$	0,25
$\geq 18\sqrt[3]{\frac{1}{[(a+b)(b+c)(c+a)]^2}} \geq 18\sqrt[3]{\frac{1}{\left(\frac{2a+2b+2c}{3}\right)^6}} = \frac{9}{2}$	0,25
Vậy P nhỏ nhất bằng $\frac{9}{2}$, khi $a = b = c = 1$	0,25